

*Редакционный совет:*

**Голенков В.А.**, *председатель*  
**Радченко С.Ю.**, *зам. председателя*  
**Борзенков М.И.**  
**Колчунов В.И.**  
**Попова Л.В.**  
**Степанов Ю.С.**

*Главный редактор серии:*

**Колчунов В.И.**, *акад. РААСН, д.т.н., проф.*

*Заместители*

*главного редактора серии:*

**Гончаров Ю.И.**, *д.т.н., проф.*  
**Колесникова Т.Н.**, *д. арх., проф.*  
**Коробко В.И.**, *д.т.н., проф.*  
**Данилевич Д.В.**, *к.т.н., доц.*

*Редколлегия:*

**Бондаренко В.М.**, *акад. РААСН, д.т.н., проф.*  
**Зорин В.А.**, *д.т.н., проф.*  
**Карпенко Н.И.**, *акад. РААСН, д.т.н., проф.*  
**Коробко А.В.**, *д.т.н., проф.*  
**Король Е.А.**, *чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.*  
**Меркулов С.И.**, *д.т.н., проф.*  
**Новиков А.Н.**, *д.т.н., проф.*  
**Ольков Я.И.**, *акад. РААСН, д.т.н., проф.*  
**Римшин В.И.**, *чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.*  
**Серпик И.Н.**, *д.т.н., проф.*  
**Турков А.В.**, *д.т.н., проф.*  
**Федоров В.С.**, *чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.*  
**Чернышов Е.М.**, *акад. РААСН, д.т.н., проф.*

*Ответственные за выпуск:*

**Никулин А.И.**, *к.т.н., доц.*  
**Солопов С.В.**, *инж.*

*Адрес редколлегии серии:*

302020, Россия, г. Орел,  
Наугорское шоссе, 29.  
Редколлегия журнала  
«Известия ОрелГТУ» Серия «Строительство.  
Транспорт».  
Тел.: +7 (4862) 73-43-49;  
www.ostu.ru  
E-mail: oantc@ostu.ru

Зарегистрировано в Министерстве РФ по  
делам печати, телерадиовещания и средств  
массовой информации. Свидетельство: *ПИ*  
№ 77-15469 от 20 мая 2003 г.

Подписной индекс 86294 по объединенному  
каталогу «Пресса России»

© ОрелГТУ, 2009

## Содержание

### Теория инженерных сооружений. Строительные конструкции

<b>Бузало Н.А., Круглая Н.В.</b> Результаты твердотельного моделирования узлового соединения деревянного кружально-сетчатого свода.....	3
<b>Ерышев В.А., Тошин Д.С., Латышев Д.И.</b> Методика расчета деформаций изгибаемого железобетонного элемента при разгрузке.....	6
<b>Коробко В.И., Савин С.Ю.</b> Оптимальное проектирование шарнирно опертой балки при поперечном изгибе.....	14
<b>Морозов С.А., Коробко В.И.</b> Предельное равновесие шарнирно опертых пластинок линейно-переменной жёсткости.....	19
<b>Римшин В.И., Кустикова Ю.О.</b> Теоретические основы расчета сцепления стеклобазальтопластиковой арматуры с бетоном.....	29
<b>Рощина С.И.</b> Теоретические методы расчета изгибаемых армированных деревянных конструкций с учетом длительного действия нагрузки на основе теории упругой наследственности.....	34
<b>Сотников Д.Ю., Никулин А.И., Казаков Д.В.</b> К определению трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с учётом нарастания прочности бетона от времени.....	38
<b>Царитова Н.Г.</b> Принципы формообразования пространственных стержневых конструкций.....	43

### Безопасность зданий и сооружений

<b>Попов В.М., Меркулова Е.В., Рыкунова И.О., Чепиков Н.А.</b> Использование геоинформационных технологий в системе управления воздухоохранной деятельностью среднего города.....	49
<b>Фёдоров В.С.</b> Роль огнестойкости и пожарной опасности строительных конструкций в системе противопожарной защиты зданий.....	53

### Архитектура и градостроительство

<b>Неделин В.М., Колесникова Т.Н., Захарова О.А., Захаров И.М.</b> Концепция воссоздания Орловской крепости.....	61
--	----

### Строительные технологии и материалы

<b>Левитский В.Е.</b> Физико-химические основы прочности и деформативности бетона при нагреве.....	65
<b>Малькова М.Ю., Луханина Е.П., Шишкина И.В.</b> Гидратационная активность доменных гранулированных шлаков при автоклавной обработке.....	72
<b>Соломенцев А.Б., Баранов И.А.</b> Исследование свойств асфальтовяжущего, модифицированного добавками Viator 66 и Хризотоп.....	77

### Автомобили, строительные машины, сервис и ремонт

<b>Бакаева Н.В.</b> Определение оптимального количества рабочих постов станций технического обслуживания автомобилей на основе теории игр.....	81
<b>Белокуров С.В., Белокуров В.П., Кораблев Р.А., Сподарев Р.А.</b> Алгоритм поиска для многоцелевых оптимизационных транспортных задач.....	89

*Editorial council:*

**Golenkov V.A.**, *president*  
**Radchenko S.Y.**, *vice-president*  
**Borzenkov M.I.**  
**Kolchunov V.I.**  
**Popova L.V.**  
**Stepanov Y.S.**

*Editor-in-chief*

**Kolchunov V.I.**

*Editor-in-chief assistants:*

**Goncharov Y.I.**  
**Kolesnikova T.N.**  
**Korobko V.I.**  
**Danilevich D.V.**

*Editorial committee*

**Bondarenko V.M.**  
**Zorin V.A.**  
**Karpenko N.I.**  
**Korobko A.V.**  
**Korol E.A.**  
**Merkulov C.I.**  
**Novikov A.N.**  
**Olkov Y.I.**  
**Rimshin V.I.**  
**Serpik I.N.**  
**Turkov A.V.**  
**Fyodorov V.S.**  
**Chernyshov E.M.**

*Responsible for edition:*

**Nikulin A.I.**  
**Solopov S.V.**

*Address*

302020, Orel,  
 Naugorskoye Chaussee, 29  
 +7 (4862) 73-43-49  
 www.ostu.ru  
 E-mail: oantc@ostu.ru

Journal is registered in State Committee  
 of Russian Federation on printing. The  
 certificate of registration ПИ № 77-  
 15469 from 20.05.03

Index on the catalogue of the «Pressa  
 Rossi» 86294

©OSTU, 2009

## Contents

### *Theory of engineering structures*

#### *Building units*

<b>Buzalo N.A., Kruglaya N.V.</b> Results of solid-state simulation of a knot joint in wooden curve-screen vault.....	3
<b>Yeryshev V.A., Toshin D.S., Latyshev D.I.</b> Methods for computation of deformations in bendable reinforced concrete building unit when unloading.....	6
<b>Korobko V.I., Savin S.U.</b> Optimal projecting of the beams by cross bending.....	14
<b>Morozov S.A., Korobko V.I.</b> Limit equilibrium of hinged plates with linear-variable rigidity..	19
<b>Roshina S.I.</b> Based on the theory of elastic heritability theoretical methods of calculation of bending reinforced constructions taking into account the long term effect of load.....	29
<b>Rimshin V.I., Kustikova Yu.O.</b> Theoretical fundamentals for computation of cohesion of glass-basaltoplastic reinforcement with concrete.....	34
<b>Sotnikov D.Y., Nikulin A.I., Kazakov D.V.</b> For calculations of crack resistance in flexible reinforced concrete elements with the performing a consideration of the durability increase process in concrete in the course of time.....	38
<b>Tsaritova N.G.</b> Formation principles for spatial reinforcing rods.....	43

#### *Buildings and structures safety*

<b>Popov V.M., Merkulova E.V., Rykunova I.O., Chepikov N.A.</b> Use of geoinformation technologies in a control system air security activity of average city.....	49
<b>Fyodorov V.S.</b> Role of refractoriness and fire risk of building units in the system of building fire protection.....	53

#### *Architecture and town-planning*

<b>Nedelin V.M., Kolesnikova T.N., Zakharova O.A., Zakharov I.M.</b> Concept for Orel fortress reconstruction.....	61
--	----

#### *Construction technologies and materials*

<b>Levitsky V.E.</b> Physicochemical fundamentals of concrete strength and deformability when heating.....	65
<b>Malkova M.Y., Lukhanina E.P., Shishkina I.V.</b> Hydration activity in blast-furnace granular slag when autoclaving.....	72
<b>Solomentsev A.B., Baranov I.A.</b> Research of properties of asphalt-binding modified with admixtures Viatop 66 and Chrysotop.....	77

#### *Motor transport, construction site engines, service and repair*

<b>Bakayeva N.V.</b> Definition of staff optimum quantity for motor-car maintenance stations based on a game theory.....	81
<b>Belokurov S.V., Belokurov V.P., Korablev R.A., Spodarev R.A.</b> The algorithm of searching for many-aims optimal transport tasks.....	89

УДК 624.011.01

БУЗАЛО Н.А., КРУГЛАЯ Н.В.

## **РЕЗУЛЬТАТЫ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УЗЛОВОГО СОЕДИНЕНИЯ ДЕРЕВЯННОГО КРУЖАЛЬНО-СЕТЧАТОГО СВОДА**

*Выполнено твердотельное моделирование узла деревянного кружально-сетчатого свода системы Цольбау. Проведен анализ напряженно-деформированного состояния узла кружально-сетчатого свода с помощью программы COSMOS/M.*

**Ключевые слова:** *твердотельное моделирование, напряженно-деформированное состояние, конечно-элементная модель.*

*Carrying out the calculation of reticulated vault unit considering transverse isotropy of material. Wooden parts of Zollbau reticulated vault are represented through the model of transversely isotropic environment. The analysis of reticulated vault subjected to deflected mode is implemented with the aid of COSMOS/WORKS program 6.0 version.*

**Key words:** *solid-state modelling, is intense-deformed condition, certainly-element model.*

Анализ опыта отечественного и зарубежного строительства убедительно свидетельствует о том, что среди деревянных конструкций сетчатых оболочек наиболее распространенными являются кружально-сетчатые своды системы Цольбау (КСС), которые обладают всеми характерными для этого типа оболочек свойствами и имеют ряд преимуществ: стандартность элементов, возможность предварительного изготовления этих элементов на заводе с высокой точностью, а также демонтаж конструкции без разрушения ее элементов. Дефектные стяжные болты, а также поврежденные косяки можно менять на локальном участке конструктивной сети, не разбирая всей конструкции, при этом покрытие не потеряет своей устойчивости, что, безусловно, является важным обстоятельством при реконструкции существующих зданий и сооружений.

В [1] выполнен анализ напряженно-деформированного состояния деревянного цилиндрического кружально-сетчатого свода с учетом геометрической нелинейности. Рассмотрено перераспределение узловых реакций в своде в случае выхода из строя отдельных элементов. Данный расчет позволил перейти к исследованию работы узла деревянного кружально-сетчатого свода с болтовым соединением. Выполнено твердотельное моделирование узла, и на конечно-элементной модели исследовано напряженно-деформированное состояние косяков из цельной древесины.

Появление современных вычислительных комплексов типа COSMOS/M позволило перейти на твердотельное моделирование, когда каждый отдельный элемент рассматриваемого составного тела заменяется набором конечных элементов в виде призм или пирамид, и полученные блоки объединяются в расчетную модель. Описанный прием дает возможность получить наиболее близкую к действительности картину работы конструкции. Данный программный продукт позволяет учитывать также анизотропию свойств древесины.

Была построена конечно-элементная модель узла КСС. Компьютерная конечно-элементная модель включала в себя один сквозной косяк и две половинки набегающих косяков. Оси всех трех косяков располагались в одной плоскости, крыловатость косяков не учитывалась. Продольные силы прикладывались по четырем концам модели центрально вдоль осей косяков. На концах сквозного косяка и удаленных от узла концах набегающих косяков моделировались

дополнительно связи, исключая повороты поперечных сечений, но допускающие продольные перемещения. Общее число узлов модели составило 13 351, а элементов – 6 135.

При построении модели учитывалась возможность проскальзывания отдельных элементов соединения друг относительно друга. Это достигалось введением в расчет так называемых контактных пар соприкасающихся поверхностей. В данном расчете древесина была рассмотрена как модель трансверсально-изотропной среды.

На рисунке 1 показан вид конечно-элементной модели и картина эквивалентных напряжений узла КСС. Как видно, узел деформируется абсолютно симметрично, что соответствует работе узла в кружально-сетчатом своде. При проведении натурального эксперимента [2] нижние грани сквозного и набегающего косяков имели шарнирно-неподвижную опору. Соответственно, при проведении численного моделирования была также просчитана расчетная схема узла, показанная на рисунке 2, *а* и соответствующая натурному эксперименту. Картина деформирования изменилась не существенно при сохранившейся явной симметрии (рисунок 2, *б*).

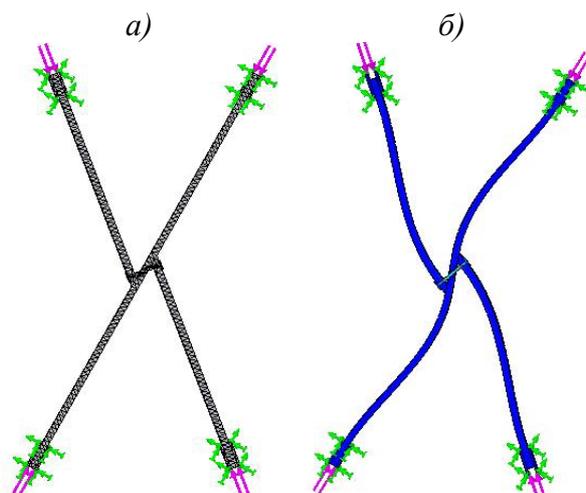


Рисунок 1 – Конечно-элементная модель узла КСС: *а* – расчетная схема узла КСС; *б* – эквивалентные напряжения узла КСС

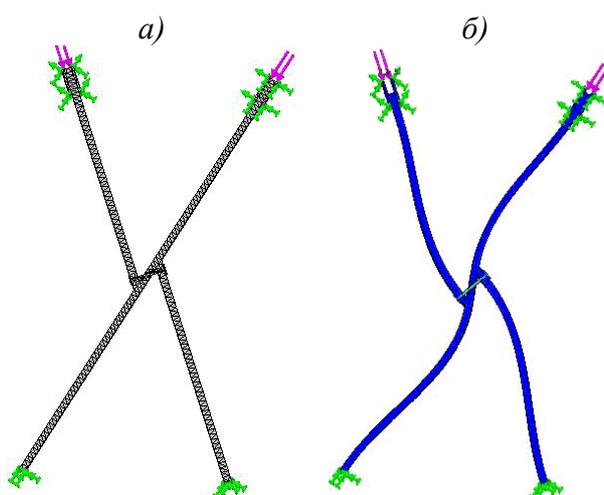


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель узла КСС с шарнирно-неподвижным закреплением: *а* – расчетная схема узла КСС; *б* – эквивалентные напряжения узла КСС

Оценка сходимости значений деформаций элементов исследуемой конструкции, полученных расчетом, с экспериментальными приведена в таблице 1. Схема размещения тензорезисторов представлена на рисунке 3.

Таблица 1 – Сопоставление деформаций косяков КСС, найденных на основании опытных данных с теоретическими значениями

Тензорезистор	Деформации		Расхождения, %
	расчетные	экспериментальные	
T1	$6,78 \cdot 10^{-4}$	$8,05 \cdot 10^{-4}$	15,7
T2	$2,16 \cdot 10^{-3}$	$1,92 \cdot 10^{-3}$	12,5
T3	$1,97 \cdot 10^{-3}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$	9,6
T4	$7,33 \cdot 10^{-4}$	$6,89 \cdot 10^{-4}$	6,3
T5	$1,215 \cdot 10^{-4}$	$1,267 \cdot 10^{-4}$	4

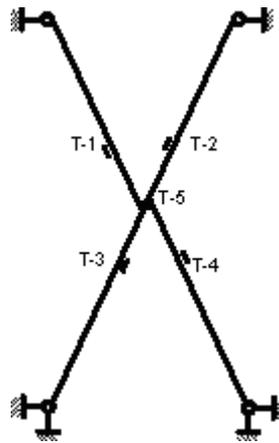


Рисунок 3 – Схема размещения тензорезисторов

В таблице 1 деформации представлены при максимальных значениях нагрузки (1200 Н). Достаточно хорошее согласование полученных результатов конечно-элементного расчета с экспериментальными данными дает возможность распространить подобный подход на случаи с иным соединением элементов в узлах кружально-сетчатых сводов и рекомендовать использование твердотельного моделирования при проектировании и конструировании деревянных пространственных систем покрытия.

### Литература

1. Гайджуров, П.П. Инженерный расчет кружально-сетчатого свода при различных внешних воздействиях [Текст] / П.П. Гайджуров, Н.В. Круглая // Легкие строительные конструкции: сб. науч. тр. – Ростов н/Д.: РГСУ, 2006. – С. 130-137.
2. Бузало, Н.А. Анализ податливости узлового соединения деревянного кружально-сетчатого свода [Текст] / Н.А. Бузало, Н.В. Круглая // Вестник МГСУ. – 2008. – №4. – С. 205-208.

**Бузало Н.А.**

Южно-Российский государственный технический университет, г. Новочеркасск  
 Кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «Строительные конструкции»  
 Тел.: +7 (863-52) 55-4-30  
 E-mail: Buzalo\_N@mail.ru

**Круглая Н.В.**

Южно-Российский государственный технический университет, г. Новочеркасск  
 Старший преподаватель кафедры «Строительство и архитектура»  
 Тел.: +7 (863-52) 55-4-30  
 E-mail: KruglajaNatascha@mail.ru

ЕРЫШЕВ В.А., ТОШИН Д.С., ЛАТЫШЕВ Д.И.

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ ИЗГИБАЕМОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ РАЗГРУЗКЕ

*Представлен алгоритм расчета нормального сечения изгибаемого железобетонного элемента при разгрузке. Методика разработана на основе деформационной модели с применением нелинейных диаграмм деформирования материалов при нагрузке и разгрузке. Установлены физические соотношения, связывающие деформации элемента с усилиями при разгрузке через нелинейную матрицу жесткости.*

**Ключевые слова:** изгибаемый элемент, диаграмма деформирования, деформации элемента.

*It's presented algorithm of calculation normal section of bend ferroconcrete element at unloading. The method is developed on the basis of deformation model with used non-linear diagrams of materials deformation at loading and unloading. It's determined physical correlation that includes connection of elements deformation and interior force by the use of non-linear stiffness matrix at unloading.*

**Key words:** bent element, the diagram of deformation, deformation of an element.

Большинство строительных конструкций подвергаются в процессе эксплуатации повторным воздействиям, при которых временная нагрузка периодически снимается и прикладывается вновь через определенный промежуток времени. Опытные данные отечественных и зарубежных авторов свидетельствуют, что при полном снятии нагрузки (разгрузке) часть деформаций конструкции не восстанавливается. В нормальном сечении с трещиной возникают остаточные деформации (напряжения) растяжения в рабочей арматуре даже в том случае, если она работает в упругой области, и деформации от зажатия бетона на участке с трещинами. Усилия в расчетном сечении самоуравновешиваются. Современные нормативные документы позволяют выполнять расчет железобетонных элементов вплоть до разрушения с использованием инженерных методов и по деформационной модели (СП 52-101-2003) с использованием диаграмм деформирования материалов (арматуры и бетона), что позволяет при линейном законе распределения деформаций в каждой полоске по высоте сечения элемента определять реальные напряжения бетона или арматуры. Фактически расчет по деформационной модели сводится к подбору таких значений средних деформаций бетона сжатой зоны и растянутой арматуры, при которых в сечении с трещиной удовлетворяются условия равновесия. Итерационный процесс выполняется по специальным программам с применением компьютерной техники.

Вопрос деформирования железобетонных элементов при разгрузке недостаточно изучен, хотя накоплен определенный опыт: установлены аналитические связи между деформациями и напряжениями в исходных диаграммах деформирования арматуры и бетона при растяжении и сжатии [1], а также при многократных повторных нагружениях, включая разгрузку до  $\sigma_b=0$  [2] и смену знака напряжений, например, «сжатие-растяжение» [3]. Деформации зажатия берегов трещины были зафиксированы опытным путем по показаниям малобазных тензодатчиков, наклеенных по берегам трещин в начале разгрузки изгибаемого элемента [4]. По результатам специальных испытаний армированных образцов-призм при знакопеременных нагрузках «растяжение-сжатие», выполненных в НИИЖБ под руководством академика Н.И. Карпенко, получены аналитические зависимости для описания диаграмм зажатия  $\sigma_{b3}-\varepsilon_{b3}$ , принято за начало учета напряжений зажатия в сечении с трещиной считать величину деформаций  $\varepsilon_{H}=30 \cdot 10^{-5}$  [3].

В основу расчета нормальных сечений железобетонных элементов при разгрузке положены следующие предпосылки и допущения:

- средние деформации бетона и арматуры на участках между трещинами по высоте сечения элемента распределяются по линейному закону; справедлива гипотеза плоских сечений;

- связи между осевыми напряжениями и относительными деформациями арматуры и бетона в выделенных полосках по высоте сечения в вершине цикла принимаются в виде исходных диаграмм арматуры и бетона для кратковременного нагружения с постоянными скоростями роста деформаций;

- строятся отдельные диаграммы до полной разгрузки с напряжений сжатия или растяжения; при смене знака напряжений к указанным добавляются диаграммы другого знака со своими деформационными и предельными параметрами; диаграмма сжатия участка бетона с трещинами в растянутой зоне, которая включает в себя диаграмму блока между трещинами и диаграмму зажатия связей берегов трещин;

- расчет деформаций и напряжений производится в конечных приращениях, при уменьшении момента на величину  $\Delta M$  за начало координат принимается вершина цикла, соответствующая максимальному уровню нагружения моментом  $M = \tilde{M}$ ; полные значения деформаций  $\tilde{\varepsilon}_b$  и  $\tilde{\varepsilon}_s$ , напряжений  $\tilde{\sigma}_b$  и  $\tilde{\sigma}_s$  в элементарных полосках бетона и арматуры получаются суммированием одноименных величин в вершине цикла  $\tilde{\varepsilon}_b$ ,  $\tilde{\varepsilon}_s$  и  $\tilde{\sigma}_b$ ,  $\tilde{\sigma}_s$  и их приращений  $\Delta\tilde{\varepsilon}_b$ ,  $\Delta\tilde{\varepsilon}_s$  и  $\Delta\tilde{\sigma}_b$ ,  $\Delta\tilde{\sigma}_s$  с учетом знаков:  $\tilde{\varepsilon}_b = \tilde{\varepsilon}_b + \Delta\tilde{\varepsilon}_b$ ,  $\tilde{\varepsilon}_s = \tilde{\varepsilon}_s + \Delta\tilde{\varepsilon}_s$ ,  $\tilde{\sigma}_b = \tilde{\sigma}_b + \Delta\tilde{\sigma}_b$ ,  $\tilde{\sigma}_s = \tilde{\sigma}_s + \Delta\tilde{\sigma}_s$ ;

- переход от напряжений в полосках к обобщенным внутренним усилиям выполняется с помощью процедуры численного интегрирования напряжений по толщине элемента.

В вершине цикла на начало разгрузки при  $M = \tilde{M}$  выделим линию распределения средних деформаций (рисунок 1, а, линия 1) и соответствующую схему распределения напряжений и усилий в сечении с трещиной (рисунок 1, б). Положим, условия равновесия внешних и внутренних усилий выполняются. В матричной форме физические соотношения представляются в виде:

$$\{M\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \text{ или } \begin{Bmatrix} \tilde{M} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{1}/r \\ \tilde{\varepsilon}_0 \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где  $D_{ij}$  ( $i, j=1, 2$ ) – коэффициенты жесткости, определяемые при нагрузке по известным формулам [3];  $\tilde{1}/r$  и  $\tilde{\varepsilon}_0$  – кривизна и деформация выбранной оси  $Z$  на начало разгрузки.

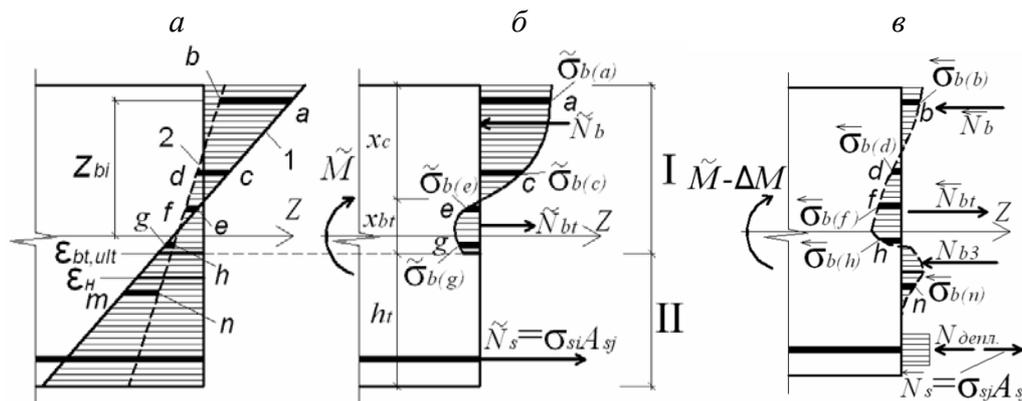


Рисунок 1 – Схема распределения деформаций (а) и напряжений по высоте сечения в вершине цикла (б) и при разгрузке (в)

Выделим на схемах две зоны I и II. В зоне I двухзначная эпюра напряжений в бетоне: на участке  $x_c$  – напряжения сжатия (высота сжатой зоны не вычисляется по отдельной формуле, а определяется из условия равновесия), на участке  $x_{bt}$  – напряжения растяжения (диаграммный метод позволяет учесть напряжения растяжения в вершине трещины). Зона II равна высоте трещины  $h_t$ , в которой напряжения в бетоне равны нулю. Условной границей двух зон являются некоторые предельные деформации на растяжение  $\varepsilon_{bt,ult}$ .

При разгрузке линия средних деформаций изменяет свое положение: уменьшаются средние деформации бетона и арматуры (рисунок 1, а, линия 2), угол наклона. Эпюра напряжений в сечении с трещиной трансформируется и при моменте  $M = \tilde{M} - \Delta M$  в сечении можно выделить напряжения на четырех участках (рисунок 1, в). Рассмотрим на схеме распределения средних деформаций некоторые элементарные полоски, на которых отрезками покажем изменения деформации при разгрузке в зоне I ( $ab, cd, ef, gh$ ) и в зоне II ( $mn$ ). Деформациям в зоне I соответствуют напряжения  $\tilde{\sigma}_{b(a)}, \tilde{\sigma}_{b(c)}, \tilde{\sigma}_{b(e)}, \tilde{\sigma}_{b(g)}$  на начало разгрузки и  $\bar{\sigma}_{b(b)}, \bar{\sigma}_{b(d)}, \bar{\sigma}_{b(f)}, \bar{\sigma}_{b(h)}$  при снятии нагрузки на величину  $\Delta M$ . В зоне II по высоте трещины на начало разгрузки напряжения равны нулю. Напряжение от зажатия  $\sigma_{b3}$  при разгрузке начинают возникать от вершины трещины в полосках, где деформации от зажатия берегов трещин  $\varepsilon_{b3} \leq \varepsilon_i$  и уменьшаются к растянутой грани элемента. В области бетона, прилегающего к арматуре, за счет депланации сечения возможны дополнительные напряжения сжатия при разгрузке и результирующее усилие  $N_{\text{а\ddot{a}т\ddot{э}}$ , приложенное в уровне растянутой арматуры. Поясним характер изменения деформаций в элементарных полосках при разгрузке на диаграммах деформирования бетона (рисунок 2). Связи между напряжениями и деформациями в исходной диаграмме и диаграммах разгрузки принимают единообразно по аналогии с описанием диаграммы на сжатие:

$$\varepsilon_b = \sigma_b / E_b^0 \nu_b, \tag{2}$$

где  $\varepsilon_b, \sigma_b, E_b^0$  – соответственно, относительные деформации, напряжения, начальный модуль упругости бетона;  $\nu_b$  – коэффициент изменения секущего модуля, который равен отношению линейной части деформаций к общим деформациям.

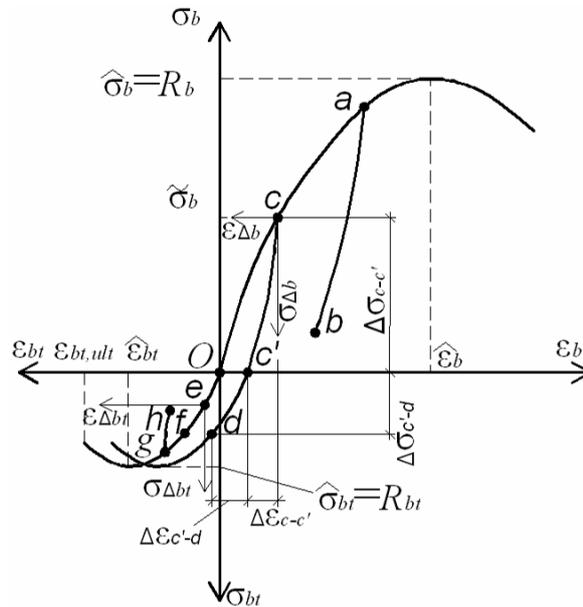


Рисунок 2 – Диаграммы деформирования бетона

Единообразие заключается в том, что формула (2) остается справедливой и для диаграмм растяжения, диаграмм обжатия блоков и диаграмм зажатия берегов трещин, где индекс «b» заменяется на «bt», «b3» и «3» соответственно и вводятся новые значения параметров для вычисления коэффициентов  $\nu_{bt}, \nu_{b3}, \nu_3$  [1, 3].

Перенесем со своими значениями деформации  $\tilde{\varepsilon}_{b(bt)}$  и напряжения  $\tilde{\sigma}_{b(bt)}$  в полосках на исходную диаграмму бетона, сохраняя буквенные обозначения a, c, e и g. Соответственно, точки a и c расположатся на диаграмме сжатия, точки e и g – на диаграмме растяжения. Каж-

дая точка на исходной диаграмме определяет начало координат для ветвей разгрузок в осях  $\sigma_{\Delta b} - \varepsilon_{\Delta b}$  и  $\sigma_{\Delta bt} - \varepsilon_{\Delta bt}$  с направлением, противоположным исходным (индекс « $\Delta$ » указывает, что расчет ведется в приращениях). При снятии нагрузки в полоске  $a$  по линии  $ab$  деформации и напряжения по модулю уменьшаются, сохраняя свой знак (на диаграмме кривая  $ab$ ); в полоске  $c$  по линии  $cd$  деформации и напряжения изменяют свой знак «сжатие-растяжение» (на диаграмме кривая  $cd$ ); в полоске по линии  $ef$  деформации и напряжения растяжения увеличиваются (на диаграмме растяжения участок кривой  $ef$ ); в полоске  $gh$  растягивающие деформации и напряжения уменьшаются без изменения знака (на диаграмме кривая  $gh$ ).

Криволинейный характер диаграммы разгрузки учитывает необратимость части нелинейных деформаций, накопленных при нагружении, как на сжатие, так и на растяжение. В момент образования трещин в растянутой зоне II железобетонных элементов под нагрузкой бетон между трещинами удлиняется, а между берегов трещин сохраняются некоторые бетонные связи. При снятии нагрузки происходит закрытие трещин, а при некоторых деформациях  $\varepsilon_i$  (деформациях начала зажатия) берега трещин приходят в соприкосновение и через связи начинается обжатие бетона напряжениями  $\sigma_{b3}$  (рисунок 1, в). Связь между напряжениями  $\sigma_{b3}$  и приращениями деформаций от начала зажатия  $\varepsilon_{\Delta b3} = \varepsilon_{b3} - \varepsilon_i$  осуществляется через переменный модуль обжатия  $E_{b3}$ :

$$E_{b3} = \frac{\sigma_{b3}}{\varepsilon_{b3} - \varepsilon_i} = \frac{\sigma_{b3}}{\varepsilon_{\Delta b3}}. \quad (3)$$

Деформации  $\varepsilon_{\Delta b3}$  на участке с трещинами включают в себя деформации блока между трещинами  $\varepsilon_{\Delta b}$  и деформации зажатия связей берегов трещин  $\varepsilon_{\Delta 3}$ :

$$\varepsilon_{\Delta b3} = \varepsilon_{\Delta 3} + \varepsilon_{\Delta b} = \frac{\sigma_{b3}}{A_b^0} \left( \frac{1}{v_3} + \frac{1}{v_b} \right) = \frac{\sigma_{b3}}{E_{b3}}; \quad E_{b3} = A_b^0 \frac{v_3 v_b}{v_3 + v_b}; \quad \varepsilon_{\Delta b3} = \varepsilon_{b3} - \varepsilon_i, \quad (4)$$

где  $v_3$  – коэффициент изменения секущего модуля деформаций бетона вследствие зажатия берегов трещины. По структуре формула для определения коэффициента  $v_3$  аналогична формуле для определения коэффициента  $v_b$ , изменяется лишь входящие параметры [3].

Уравнения равновесия внешних сил и внутренних усилий при разгрузке может быть записано в виде конечных приращений:

$$\Delta \dot{I} = \sum_i \Delta \bar{\sigma}_{bi} A_{bi} z_{bi} + \sum_i \sigma_{b3i} A_{bi} z_{bi} + \sum_j \Delta \bar{\sigma}_{sj} A_{sj} z_{sj}; \quad 0 = \sum_i \Delta \bar{\sigma}_{bi} A_{bi} + \sum_i \sigma_{b3i} A_{bi} + \sum_j \Delta \bar{\sigma}_{sj} A_{sj}, \quad (5)$$

где  $i$  – номер бетонного участка;  $j$  – номер стержня арматуры;  $A_{bi}$  и  $A_{sj}$  – площадь  $i$ -ого участка бетона и  $j$ -ого стержня арматуры;  $z_{bi}$  и  $z_{sj}$  – координата центра тяжести  $i$ -ого участка бетона и  $j$ -ого стержня арматуры относительно выбранной оси  $Z$ .

Слагаемые  $\sum_j \Delta \bar{\sigma}_{sj} A_{sj} z_{sj}$  и  $\sum_j \Delta \bar{\sigma}_{sj} A_{sj}$  включают в себя усилия в растянутой арматуре и усилия от депланации при разгрузке в радиусе величины защитного слоя.

Определяющее физическое соотношение (1) записывается в форме приращений с заменой  $\{M\}$  на  $\{\Delta M\}$ ,  $[D]$  на  $[D_\Delta]$  и  $\{\varepsilon\}$  на  $\{\Delta \varepsilon\}$ . Коэффициенты матрицы жесткости могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} D_{11}^\Delta &= \sum_i A_{bi} z_{bi}^2 \bar{E}_{\Delta bi}^0 \bar{v}_{\Delta bi} + \sum_i A_{bi} z_{bi}^2 E_{b3i} + \sum_j A_{sj} z_{sj}^2 E_s \bar{v}_{\Delta sj}; \\ D_{12}^\Delta &= D_{21}^\Delta = \sum_i A_{bi} z_{bi} \bar{E}_{\Delta bi}^0 \bar{v}_{\Delta bi} + \sum_i A_{bi} z_{bi} E_{b3i} + \sum_j A_{sj} z_{sj} E_s \bar{v}_{\Delta sj}; \\ D_{22}^\Delta &= \sum_i A_{bi} \bar{E}_{\Delta bi}^0 \bar{v}_{\Delta bi} + \sum_i A_{bi} E_{b3i} + \sum_j A_{sj} E_s \bar{v}_{\Delta sj}. \end{aligned} \quad (6)$$

В системе уравнений (6)  $\bar{E}_{\Delta bi}^0 \bar{v}_{\Delta bi} = \bar{E}_{\Delta bi}$  – секущий модуль деформаций бетона на ветвях разгрузки (для напряжений растяжения индекс « $b$ » заменяется на « $bt$ »). Начальные мо-

дули деформаций  $\bar{E}_{\Delta bi}^0$  принимают свои значения: при уменьшении по модулю напряжений до смены их знака ( $ab, cc', gh$ ) в виде  $\bar{E}_{\Delta bi}^0 = E_b^0 / \bar{v}_{bi}$ ; при увеличении по модулю напряжений ( $c'd, ef$ ) в системе координат  $\sigma_{\Delta bi} - \varepsilon_{\Delta bi}$  определяется как касательный  $\bar{E}_{\Delta bi}^{\varepsilon_0}$  в начальной точке.

Связь напряжений в растянутой арматуре в трещине со средними деформациями при разгрузке определяется через коэффициент  $\bar{\psi}_{\Delta s}$ , учитывающий работу растянутого бетона на участке между трещинами (по аналогии с коэффициентом  $\psi_s$  при нагрузке), величина которого принимается постоянной и равным значению на начало разгрузки  $\bar{\psi}_{\Delta s} = \bar{\psi}_s$ .

Расчетная схема распределения напряжений при разгрузке может видоизменяться в зависимости от максимальных уровней нагружения и насыщения сечения арматурой, в том числе с увеличением участка растягивающих напряжений в зоне I и возможным образованием трещин в сжатой зоне бетона.

Схема расчета деформаций включает четыре блока  $A, B, C, D$  (рисунок 3). В блоке  $A$  вводятся исходные данные по геометрическим характеристикам нормального сечения, армированию и режиму нагружения. В блоках  $B$  и  $C$  выполняется расчет нормального сечения при нагрузке на момент  $\bar{M}$  и при разгрузке на момент  $\Delta \bar{M}$  в приращениях соответственно. В блоке  $D$  путем алгебраического суммирования значений из расчетных блоков  $B$  и  $C$  определяются полные значения деформаций и напряжений.

Для проверки изложенных теоретических положений были проведены специальные экспериментальные исследования. Исследования проводились на балочных образцах сечением  $b \times h = 12 \times 20$  см и пролетом  $l = 240$  см, изготовленных по технологии завода ЖБИ из тяжелого бетона класса В30. Нагружение осуществлялось двумя равными силами, приложенными в третях пролета. Всего было изготовлено и испытано 12 балок.

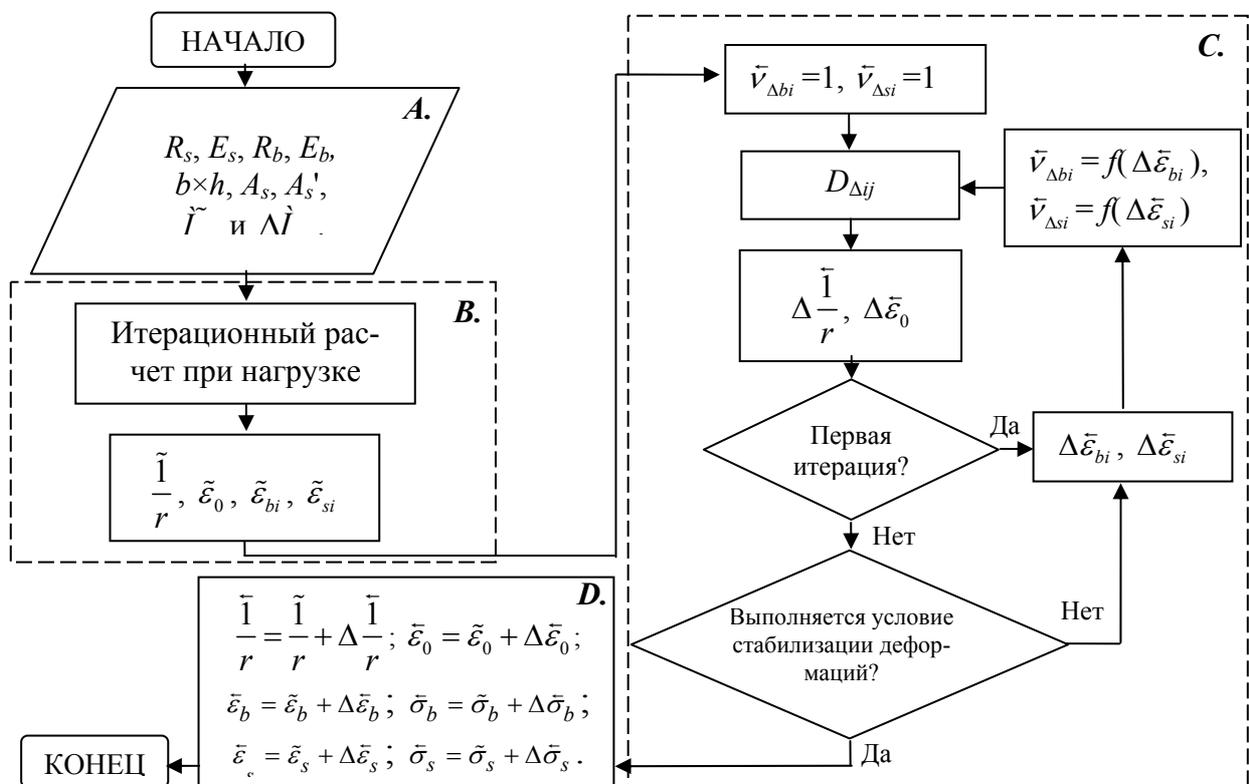


Рисунок 3 – Блок-схема расчета кривизны изгибаемого железобетонного элемента при нагрузке и разгрузке:  $A$  – ввод исходных данных,  $B$  – расчет при нагрузке,  $C$  – расчет при разгрузке в приращениях,  $D$  – определение полных деформаций и напряжений

Для проведения экспериментальных исследований была запроектирована и изготовлена рычажная установка (рисунок 4). Нагрузка создается наполнением водой грузовых емкостей и передается на испытываемую балку через два силовых рычага. В установке предусмотрена дозированная подача воды в емкости, определение величины силы непосредственно в точках ее приложения на образец и страховочные домкраты.

Испытаниям подвергались образцы двух серий, различающиеся степенью насыщения арматурой: в первой серии в качестве рабочей арматуры использовали стержни периодического профиля диаметром 8 мм ( $\mu = 0,48\%$ ), из стали класса А400 (марки 35ГС), во второй серии – диаметром 12 мм ( $\mu = 1,08\%$ ) из стали того же класса. В верхней и нижней зонах сечения образцов устанавливали по два стержня, причем в верхней зоне диаметр арматуры для обеих серий был равен 8 мм ( $\mu' = 0,48\%$ ).

Прочностные и деформационные характеристики бетона и арматуры устанавливали по данным испытаний на сжатие стандартных образцов-кубов  $15 \times 15 \times 15$  см, призм  $15 \times 15 \times 60$  см и арматурных стержней на растяжение.

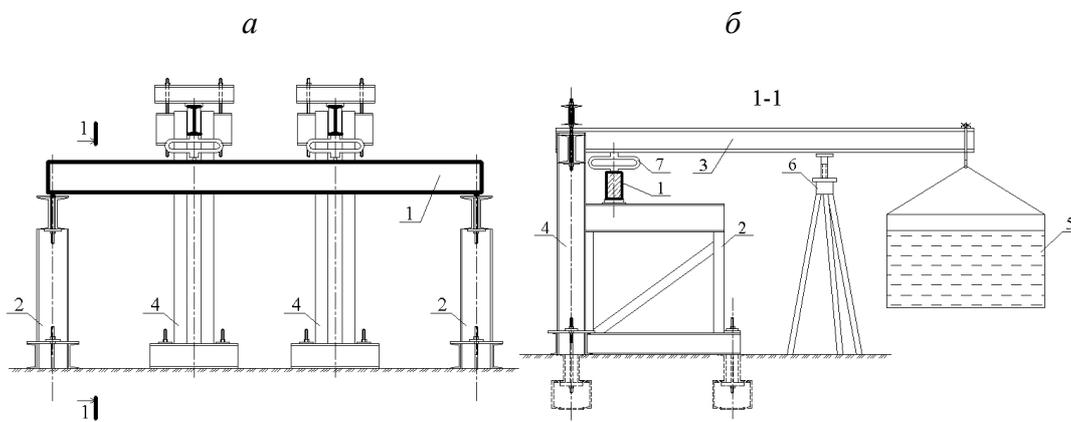


Рисунок 4 – Схема установки: *а* – общий вид; *б* – разрез; 1 – испытываемый образец; 2 – опорная стойка балки; 3 – грузовой рычаг; 4 – опорная стойка рычага; 5 – грузовая емкость; 6 – страховочный домкрат; 7 – динамометр ДОС-5

В процессе испытаний балок фиксировались средние деформации крайнего волокна бетона сжатой зоны, арматуры в растянутой и сжатой зонах на базе 500 мм, максимальные прогибы в пролете, распределение деформаций по высоте сечения в трещине и между трещинами с помощью тензодатчиков на базе 50 мм.

Испытания балок производились в режиме кратковременных нагружений, время цикла 60 мин. Часть балок каждой серии испытывалась до разрушения, и определялась величина предельного момента ( $M_{p1} = 7,28$  кН·м – для балок серии 1 и  $M_{p2} = 17,3$  кН·м – для балок серии 2). Уровни максимальных моментов в циклах  $\tilde{M}$  назначались из условия работы рабочей арматуры в упругой области, включая разгрузку балок без трещин  $\tilde{M} < M_{crc}$  и с трещинами  $\tilde{M} > M_{crc}$ . Для единства и удобства сравнительного анализа опытных и расчетных величин деформаций балок с разным процентом армирования результаты представлены в относительных координатах  $\tilde{\eta} = \tilde{M} / \dot{I}_o$  и  $f_{i\tilde{\eta}o} / \tilde{f}$ ,  $\varepsilon_{b,i\tilde{\eta}o} / \tilde{\varepsilon}_b$  и  $\varepsilon_{s,i\tilde{\eta}o} / \tilde{\varepsilon}_s$ , где в числителе – остаточные деформации при полном снятии активной нагрузки, в знаменателе – максимальные в вершине цикла (рисунок 5, *а-в*).

При разгрузке часть деформаций в балках не восстанавливается: в балках без трещин за счет нелинейных свойств бетона, в балках с трещинами включается механизм зажатия берегов трещин. Наибольшая доля остаточных деформаций составляет при снятии нагрузок близких к моменту трещинообразования. С ростом максимальных моментов в цикле относительные величины деформаций уменьшаются, хотя по абсолютной величине увеличиваются.

С ростом процента армирования балок доля остаточных деформаций уменьшается, хотя характер изменения относительных деформаций в рассматриваемом диапазоне нагрузок сохраняется (смещение экстремумов объясняется существенной разницей в величинах разрушающих нагрузок и, соответственно,  $\tilde{\eta}_{cr1} > \tilde{\eta}_{cr2}$ ). Результаты расчета удовлетворительно соответствуют опытным данным, что свидетельствует об обоснованности принятых расчетных предпосылок. По показаниям тензодатчиков и приборов на бетоне и арматуре построены линии распределения деформаций по высоте сечения, которые согласуются с расчетными.

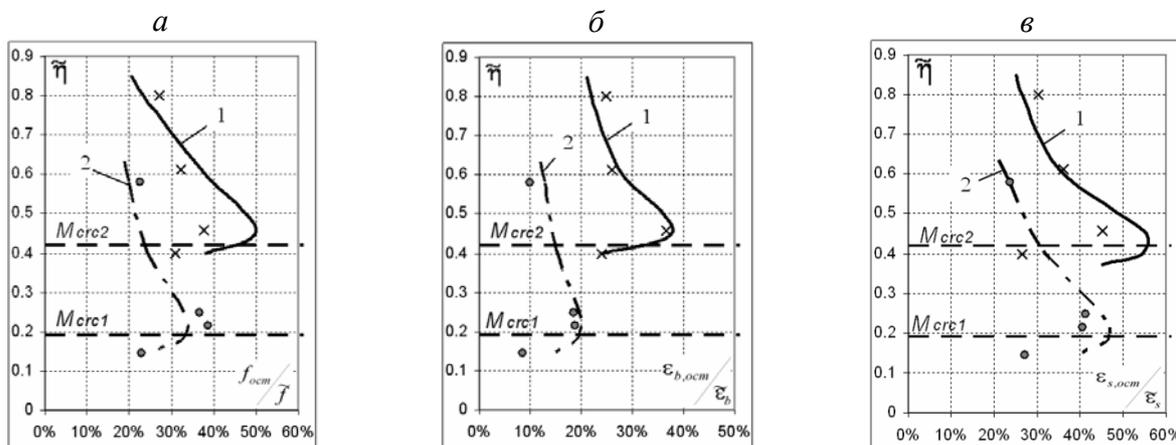


Рисунок 5 – Относительные деформации от величины изгибающего момента  $\tilde{\eta}$  на начало разгрузки: 1 – расчет,  $\times$  – опытные данные для балок серии 1; 2 – расчет,  $\bullet$  – опытные данные для балок серии 2;  $M_{crc1}$  и  $M_{crc2}$  – опытный момент трещинообразования для балок серии 1 и 2 соответственно

Для каждой величины  $\Delta M$  в сечении с трещиной формируются усилия со своими значениями. При полной разгрузке  $\Delta M = \tilde{I}$  расчетным путем получены величины усилий и построены их графики в зависимости от уровня максимальных моментов  $\tilde{I}$  (рисунок 6). В каждом уровне нагружения  $\tilde{\eta}_i$  сумма усилий равна нулю, что подтверждает равновесие усилий в сечении с трещиной.

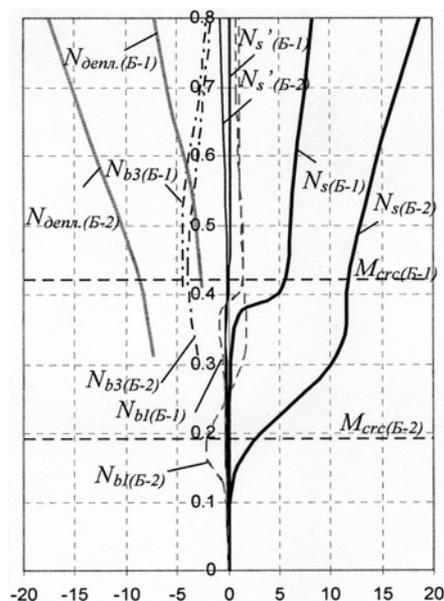


Рисунок 6 – Расчетные остаточные усилия в сечении с трещиной

Предложенная в работе методика позволяет оценивать эксплуатационные параметры изгибаемых железобетонных элементов после полной или частичной разгрузки. Дальнейшее развитие деформационной модели с учетом диаграмм деформирования материалов при повторных нагрузках открывает возможность проведения количественной оценки снижения жесткости железобетонного элемента после однократного или многократного нагружения, а также прогнозировать работу конструкций и изменение напряженно-деформированного состояния нормальных сечений при последующей эксплуатации.

#### Литература

1. Карпенко, Н.И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 412 с.
2. Ерышев, В.А. Диаграмма деформирования бетона при многократных повторных нагружениях [Текст] / В.А. Ерышев, Д.С. Тошин // Известия ВУЗов. Строительство. – 2005. – №10. – С. 109-114.
3. Карпенко, Н.И. Расчет железобетонных стержневых конструкций при многократных повторных и знакопеременных нагрузках [Текст] / Н.И. Карпенко, В.А. Ерышев, Т.А. Мухамедиев, А.В. Кузнецов. – Тольятти: ТПИ, 1989. – 112 с.
4. Ерышев, В.А. Метод расчета деформаций железобетонных стержневых и плитных конструкций при повторных, знакопеременных и других видах сложного нагружения: Дис. ... д-ра техн. наук. – М.: НИИЖБ, 1997. – 353 с.

#### **Ерышев В.А.**

Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти  
Доктор технических наук, профессор, директор Инженерно-строительного института  
Тел.: +7 (8482) 28-26-38  
E-mail: gsx@tltsu.ru

#### **Тошин Д.С.**

Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти  
Старший преподаватель кафедры «Городское строительство и хозяйство»  
Тел.: +7(8482) 28-26-38  
E-mail: mamba.ru@list.ru

#### **Латышев Д.И.**

Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти  
Тел.: +7 (8482) 28-26-38  
E-mail: gsx@tltsu.ru

УДК 624.04

КОРОБКО В.И., САВИН С.Ю.

## ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШАРНИРНО ОПЁРТОЙ БАЛКИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

*В статье рассматривается задача оптимального проектирования шарнирно опертой по концам балки, исходя из условия прочности по нормальным и касательным напряжениям. Поперечное сечение балки прямоугольное, высота переменная.*

**Ключевые слова:** балка, шарнирные опоры, оптимальный проект, максимальный прогиб, основная частота колебаний.

*In the article the problem of optimum designing of a beam with hinges on the ends, proceeding from a condition of durability on normal and to tangents to pressure is considered. Cross-section of a beam is rectangular, height is variable.*

**Key words:** beam, hinge support, optimum project, maximum flexion, basic frequency oscillation.

Рассмотрим шарнирно опёртую балку, нагруженную равномерно распределённой нагрузкой  $q$  (рисунок 1, а). Сечение балки прямоугольное  $b \times h$ , а высота меняется по закону:

$$h = h_0 \left[ 1 - \left( \frac{x}{L} \right)^\alpha \right] = h_0 (1 - \xi^\alpha), \quad (1)$$

где  $h_0$ ,  $L$ ,  $\alpha$  – произвольные положительные постоянные;  $\xi = x/L$ . Варьируя этими параметрами, необходимо добиться оптимального проекта: для балки заданного объёма найти максимальную и минимальную высоту, исходя из условий прочности по нормальным и касательным напряжениям.

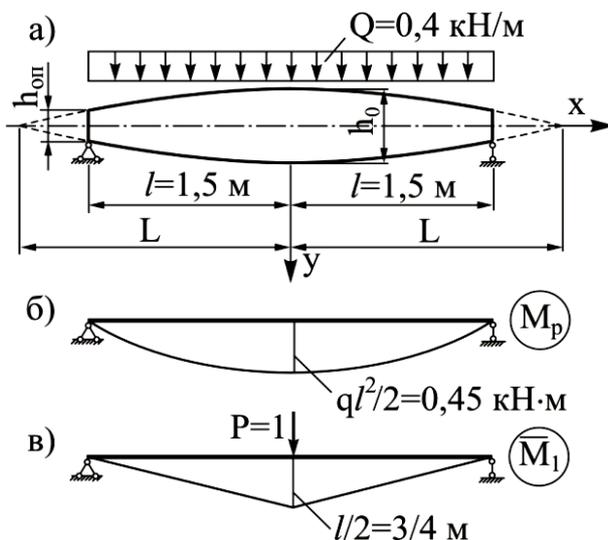


Рисунок 1

Высоту сечения балки на опоре  $h_{i\tau}$  назначим из условия прочности по касательным напряжениям с учётом формулы Журавского:

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{Q}{A_{i\tau}} = \frac{3}{2} \frac{ql}{bh_{i\tau}} \leq [\tau]; \quad h_{i\tau} = \frac{3}{2} \frac{ql}{b[\tau]}, \quad (2)$$

где  $Q = ql$  – поперечная сила в опорном сечении;  $A_{ii} = bh_{ii}$  – площадь опорного сечения. Высоту сечения балки в середине пролёта  $h_0$  назовём из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_0} = \frac{ql^2 \cdot 6}{2 \cdot bh_0^2} \leq [\sigma]; \quad h_0 = \sqrt{\frac{3ql^2}{b[\sigma]}}, \quad (3)$$

где  $M_{\max} = ql^2/2$  – изгибающий момент в середине пролёта;  $W_0 = bh_0^2/6$  – момент сопротивления среднего сечения.

Условие постоянства объёма балки (при  $b = const$ ) можно представить в виде условия постоянства площади боковой поверхности балки  $A = const$ :

$$A = 2 \int_0^{\ell} h dx = 2h_0 \int_0^{\ell} \left[ 1 - \left( \frac{x}{L} \right)^\alpha \right] dx = 2h_0 \ell \left( 1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha \right) = const, \quad (4)$$

где  $\xi_\ell = \ell/L$ .

Определим высоту сечения балки на опоре, используя закон (1):

$$h_{ii} = h_0 (1 - \xi_\ell^\alpha). \quad (5)$$

Сопоставим эту высоту со вторым выражением из (2):

$$h_0 (1 - \xi_\ell^\alpha) = \frac{3}{2} \frac{q\ell}{b[\tau]}; \quad h_0 = \frac{3}{2} \frac{q\ell}{b[\tau]} / (1 - \xi_\ell^\alpha). \quad (6)$$

Найдём  $h_0$  из условия (4):

$$h_0 = A / 2\ell \left( 1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha \right). \quad (7)$$

Приравняем правые части выражений (6) и (7):

$$\frac{3}{2} \frac{q\ell}{b[\tau]} / (1 - \xi_\ell^\alpha) = A / 2\ell \left( 1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha \right).$$

После проведения необходимых преобразований получим:

$$\xi_\ell^\alpha = \frac{Ab[\tau] - 3q\ell^2}{Ab[\tau] - \frac{1}{\alpha+1} 3q\ell^2}. \quad (8)$$

Приравняем правые части выражений (3) и (7):

$$\frac{3}{2} \frac{q\ell}{b[\tau]} / (1 - \xi_\ell^\alpha) = \sqrt{\frac{3q\ell^2}{b[\sigma]}}.$$

После преобразований:

$$\xi_\ell^\alpha = 1 - \frac{\sqrt{3q[\sigma]}}{\sqrt{4b[\tau]^2}}. \quad (9)$$

С учётом (8) имеем:

$$\frac{Ab[\tau] - 3q\ell^2}{Ab[\tau] - \frac{1}{\alpha+1} 3q\ell^2} = 1 - \frac{\sqrt{3q[\sigma]}}{\sqrt{4b[\tau]^2}},$$

откуда

$$\alpha = \frac{3q\ell^2 \cdot \xi_\ell^\alpha}{3q\ell^2 - Ab[\tau] \cdot (1 - \xi_\ell^\alpha)} - 1. \quad (10)$$

Таким образом, найдены все необходимые параметры, характеризующие оптимальный проект балки для принятого закона изменения высоты сечения (1) и заданных исходных параметров:  $\ell$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $q$ ,  $[\sigma]$ ,  $[\tau]$ .

Сопоставим несущие способности балок с постоянной  $h$  и переменной  $h(x)$  высотами при условии  $A = const$ . Для балки постоянной высоты из условия прочности по нормальным напряжениям получим:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_0} = \frac{q_1 \ell^2 \cdot 6}{2 \cdot b h_0^2} \leq [\sigma]; \quad q_1 = \frac{2 b h^2 [\sigma] \ell^2}{6 \ell^2} = \frac{A^2 b [\sigma]}{12 \ell^4}. \quad (11)$$

Для балки переменной высоты:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_0} = \frac{q_2 \ell^2 \cdot 6}{2 \cdot b h_0^2} \leq [\sigma]; \quad q_2 = \frac{b h^2 [\sigma]}{3 \ell^2} = \frac{A^2 b [\sigma]}{12 \ell^4 \left(1 - \frac{1}{\alpha + 1} \xi_\ell^\alpha\right)^2}. \quad (12)$$

Здесь в последней дроби подставлено выражение  $h_0$  из (7). С учетом формул (11) и (12):

$$\frac{q_2}{q_1} = 1 / \left(1 - \frac{1}{\alpha + 1} \xi_\ell^\alpha\right)^2. \quad (13)$$

Алгоритм подбора параметров оптимальной балки при заданном объеме (весе) сводится к выполнению следующей последовательности вычислительных операций: по формуле (10) находим показатель степени  $\alpha$ , по (9) определяем значение параметра  $\xi_\ell^\alpha$ , а из него –  $L$ , по (2) вычисляем  $h_{i\tau}$ , по (1) –  $h_0$ .

*Пример.* Определить оптимальные параметры шарнирно опертой деревянной балки плавно-переменного сечения (рисунок 1), находящейся под действием распределенной нагрузки  $q = 0,4$  кН/м, при пролёте 3 м, объёме  $V = 0,0077$  м<sup>3</sup> и постоянной ширине сечения  $b = 0,04$  м;  $A = 1,45 \cdot 10^4$  МПа,  $[\sigma] = 7$  МПа,  $[\tau] = 1,6$  МПа, объёмный вес  $\gamma = 5,3$  кг/м<sup>3</sup>.

*Решение.* Площадь боковой поверхности балки:

$$A = \frac{V}{b} = \frac{0,0077}{0,04} = 0,1925 \text{ м}^2.$$

По формуле (9) находим значение параметра  $\xi_\ell^\alpha$ :

$$\xi_\ell^\alpha = 1 - \sqrt{\frac{3q[\sigma]}{4b[\tau]^2}} = 1 - \sqrt{\frac{3 \cdot 0,4 \cdot 7000}{4 \cdot 0,04 \cdot 1600^2}} = 0,8568;$$

из выражения (10) – показатель степени  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{3q\ell^2 \cdot \xi_\ell^\alpha}{3q\ell^2 - Ab[\tau] \cdot (1 - \xi_\ell^\alpha)} - 1 = \frac{3 \cdot 0,4 \cdot 1,5^2 \cdot 0,8568}{3 \cdot 0,4 \cdot 1,5^2 - 0,1925 \cdot 0,04 \cdot 1600 \cdot (1 - 0,8568)} - 1 = 2,171.$$

С учетом полученных значений имеем:

$$\left(\ell/L\right)^{2,171} = 0,8568; \quad L = 1,611 \text{ м.}$$

По формуле (3) находим  $h_0$ :

$$h_0 = \sqrt{\frac{3q\ell^2}{b[\sigma]}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,4 \cdot 1,5^2}{0,04 \cdot 7000}} = 0,100 \text{ м.}$$

Из выражения (5) находим  $h_{i\tau}$ :

$$h_{i\tau} = h_0 (1 - \xi_\ell^\alpha) = 0,1(1 - 0,8568) = 0,014 \text{ м.}$$

Максимальный прогиб оптимально запроектированной балки можно найти с помощью интеграла Максвелла-Мора. С учётом геометрической и физической симметрии задачи:

$$w_0 = 2 \int_0^{\ell} \frac{M_P \overline{M}_1}{EI(x)} dx,$$

где  $M_P$  – закон изменения изгибающих моментов в балке от действия внешней нагрузки;  $\overline{M}_1$  – закон изменения изгибающих моментов от действия единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения;  $EI(x)$  – закон изменения изгибной жесткости балки:

$$\dot{I}_D = q\ell(\ell+x) - q \frac{(\ell+x)^2}{2}; \quad \overline{I}_1 = \frac{\ell-x}{2};$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{bh_0^3}{12} \left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^\alpha\right)^3 = I_0 \left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^\alpha\right)^3.$$

С учетом этих выражений

$$w_0 = 2 \int_0^{\ell} \frac{\dot{I}_D \overline{I}_1 dx}{EI_0 \left(1 - (\delta/L)^{2,171}\right)^3} = 0,3562 \frac{q\ell^4}{EI_0}.$$

При вычислении этого интеграла использовался приближенный метод Симпсона, при этом половина балки разбивалась на три равные части. При найденных выше параметрах балки:

$$w_0 = 0,3562 \frac{12q\ell^4}{Ebh_0^3} = 0,015 \text{ м.}$$

Для определения основной частоты колебаний заданной балки можно воспользоваться вариационным методом Лагранжа-Ритца [1]. Примем функцию прогибов в виде:

$$w(x) = \varphi_1(\delta) = \cos\left(\frac{\pi x}{2\ell}\right),$$

которая удовлетворяет всем граничным условиям задачи. Следуя этому методу, запишем:

$$\omega_1^2 = \int_0^{\ell} EI(x) [\varphi_1(x)]^2 dx \Big/ \int_0^{\ell} m(x) \varphi_1^2 dx. \quad (14)$$

Подставим сюда вторую производную от  $\varphi(\delta)$ , закон изменения изгибной жесткости, закон изменения погонной массы и проведем интегрирование. После преобразований числитель дроби (14) примет следующий вид:

$$\int_0^{\ell} EI(x) [\varphi\varphi_1(x)]^2 dx = \int_0^{\ell} EI_0 \left(1 - (x/1,123\ell)^{2,171}\right)^3 \left(-\frac{\pi^2}{4\ell^2} \cos \frac{\pi x}{2\ell}\right)^2 dx = 0,433 \frac{\pi^4 EI_0}{\ell^4} \frac{\ell}{18},$$

а знаменатель –  $\int_0^{\ell} m(x) \varphi_1^2 dx = \int_0^{\ell} m_0 \left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^{1,5}\right) \cos^2 \frac{\pi x}{2\ell} dx = 8,1039 \frac{m_0 \ell}{18}.$

Здесь также использовался приближенный метод интегрирования – метод Симпсона. С учётом этих выражений основная частота колебаний балки будет определяться по формуле:

$$\omega_1^2 = 5,2049 \frac{EI_0}{m_0 \ell^4}.$$

При заданных параметрах балки:

$$\omega_1 = \sqrt{5,2049 \frac{Ebh_0^3}{12m_0 \ell^4}} = 402,1 \text{ с}^{-1}.$$

Найдём произведение  $w_0 \omega^2$  для заданной балки:

$$w_0 \omega^2 = 1,854 \frac{q}{m_0}. \quad (15)$$

Приведём этот результат к среднему значению погонной массы. Для этого воспользуемся формулой (4):

$$m = \frac{Ab\gamma}{2\ell} = \frac{2h_0\ell \left(1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha\right) b\gamma}{2\ell} = m_0 \left(1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha\right); \quad m_0 = m / \left(1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha\right);$$

$$w_0\omega^2 = 2,317q \left(1 - \frac{1}{\alpha+1} \xi_\ell^\alpha\right) / m.$$

Подставляя в это выражение значения найденных параметров балки, получим:

$$w_0\omega^2 = 1,854 \left(1 - \frac{1}{3,171} (0,8568)^{2,171}\right) \frac{q}{m} = 1,436 \frac{q}{m}.$$

В статье [2] было показано, что для балок постоянного сечения коэффициент пропорциональности в этом произведении равен 1,268.

#### Основные выводы:

1. Разработаны методика и алгоритм определения параметров оптимально запроектированной однопролётной балки постоянного объёма с шарнирными опорами по концам, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, исходя из условий прочности по нормальным и касательным напряжениям. За критерий оптимальности принят объём (масса) балки. В процессе расчёта подбираются высота балки в середине пролёта и на опоре, а также закон изменения толщины по её длине.

2. Рассмотрен пример реализации предложенного алгоритма расчёта.

3. Для оптимально запроектированной балки в рассмотренном примере найдены величины максимального прогиба, основной частоты колебаний и произведение  $w_0\omega^2$ . Показано, что для такой балки коэффициент пропорциональности в этом произведении существенно отличается от аналогичного коэффициента для балки постоянного сечения, найденного в статье [2].

#### Литература

1. Коробко В.И., Коробко А.В. Строительная механика: Динамика и устойчивость стержневых систем [Текст]. – М., 2008. – 400 с.

2. Коробко, В.И. Некоторые закономерности колебаний однопролётных балок [Текст] / В.И. Коробко // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1988. – №3. – С. 41-44.

#### Коробко В.И.

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные конструкции и материалы»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-95

#### Савин С.Ю.

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Студент ОрелГТУ  
Тел.: +7 (4862) 73-43-95

УДК 624.04

МОРОЗОВ С.А., КОРОБКО В.И.

## ПРЕДЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ ШАРНИРНО ОПЁРТЫХ ПЛАСТИНОК ЛИНЕЙНО-ПЕРЕМЕННОЙ ЖЁСТКОСТИ

*В статье рассматриваются задачи предельного равновесия шарнирно опёртых пластинок линейно-переменной толщины с полигональным контуром, нагруженных сосредоточенной силой и равномерно распределённой нагрузкой.*

**Ключевые слова:** предельное равновесие, шарнирное опирание, схема разрушения.

*In article the problem of the limiting balance of hinging leaning plates of linearly-variable thickness with poly-angled border, being under the concentrated force and even loading in regular intervals are considered.*

**Key words:** limiting balance, hinging leaning, the scheme of destruction.

Расчёт строительных конструкций по методу предельного равновесия является одним из наиболее распространённых. Что касается балок и пластинок постоянной толщины, то для них этот метод разработан достаточно хорошо. В то же время в строительной практике часто применяются конструкции переменного сечения. Для расчёта таких конструкций требуется развитие этого метода, особенно для исследования несущей способности пластинок переменной жёсткости.

В предлагаемой статье метод предельного равновесия применяется для расчёта пластинок линейно-переменной толщины.

### 1 НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Величину предельного погонного момента для пластинок из однородного материала можно определить по формуле:

$$m_{\delta} = \sigma_{\delta} \int_{-h/2}^{h/2} z dz = 0,25\sigma_{\delta}h^2, \quad (1)$$

что соответствует предельной эпюре нормальных напряжений по высоте пластинки в виде двух прямоугольников [1].

Закон изменения высоты пластинок  $h$  линейно-переменной толщины можно представить следующей функцией:

$$h = h_0 + kr \cos \varphi, \quad (2)$$

где  $h_0$  – толщина пластинки в точке приложения сосредоточенной силы;  $k$  – коэффициент пропорциональности регулирующий угол наклона пластинки. При этом направление полярной оси координат совпадает с линией наибольшего ската пластинки (утончающейся к опорному контуру), проведённой через точку приложения сосредоточенной силы (рисунок 1) или через проекцию вершины пирамиды (конуса) в случае пирамидальной (конической) схемы разрушения. Подставив выражение (2) в (1), получим:

$$m_{\delta} = \sigma_{\delta} (h_0 + kr \cos \varphi)^2. \quad (3)$$

Рассмотрим полигональную шарнирно опёртую по контуру пластинку, нагруженную в точке  $C$  сосредоточенной силой  $P$  (см. рисунок 1). Возможную форму её разрушения можно представить в виде пирамиды с вершиной в точке  $C$  и с рёбрами – цилиндрическими шарнирами текучести, идущими в вершины опорного контура. Высота пирамиды, т.е. прогиб под силой  $P$  в состоянии предельного равновесия, является величиной неопределённой и её мож-

но принять равной единице. В этом случае работа внешних сил будет равна самой силе  $P$ .

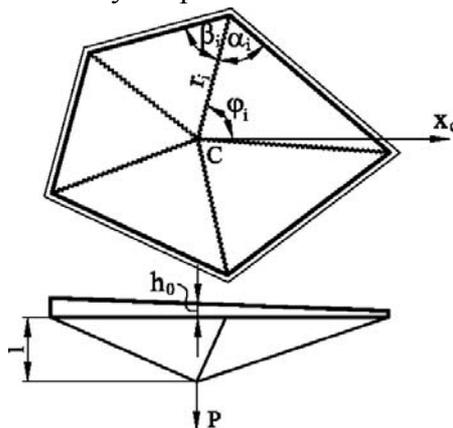


Рисунок 1

Элементарную работу  $dU$  предельного погонного момента  $\delta$  найдём из выражения [1]:

$$dU = m_0 \theta_i dr = 0,25 \sigma_0 (h_0 + kr \cos \varphi_i)^2 \theta_i dr,$$

где  $\theta_i$  – двугранный угол перелома деформированной поверхности пластинки на цилиндрическом шарнире текучести. Взяв интеграл по длине этого шарнира, найдём работу внутренних сил в нём:

$$U_i = 0,25 \sigma_0 \theta_i \int_0^{r_i} (h_0 + kr \cos \varphi_i)^2 dr = 0,25 \sigma_0 \theta_i r_i \left( h_0^2 + h_0 k r_i \cos \varphi_i + \frac{k^2}{3} r_i^2 \cos^2 \varphi_i \right). \quad (4)$$

Для всей пластинки величину разрушающей силы найдём как алгебраическую сумму работ внутренних сил по всем шарнирам текучести:

$$P_{\text{дасд}} = 0,25 \sigma_0 \sum_{i=1}^n \left( h_0^2 + h_0 k r_i \cos \varphi_i + \frac{k^2}{3} r_i^2 \cos^2 \varphi_i \right) (\text{ctg} \alpha_i + \text{ctg} \beta_i), \quad (5)$$

где  $\theta_i r_i = \text{ctg} \alpha_i + \text{ctg} \beta_i$ .

## 2 ШАРНИРНО ОПЁРТЫЕ ПЛАСТИНКИ, НАГРУЖЕННЫЕ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

Пример 2.1. Рассмотрим квадратную шарнирно опёртую по контуру пластинку, нагруженную в центре сосредоточенной силой  $P$ . Толщина пластинки изменяется по линейному закону вдоль стороны (рисунок 2, а) и вдоль диагонали (рисунок 2, б). Необходимые размеры и расчётные параметры показаны на рисунке 2.

Решение. В рассматриваемом случае схему разрушения пластинки можно принять пирамидальной с вершиной в точке приложения сосредоточенной силы и с рёбрами – цилиндрическими шарнирами текучести, идущими в вершины опорного контура.

Вычислим значения расчётных параметров, входящих в выражение (5).

$$r_i = 10\sqrt{2} \text{ м}; \quad \alpha_i = \beta_i = 45^\circ; \quad \text{ctg} \alpha_i + \text{ctg} \beta_i = 2; \quad h_0 = 2 \text{ м}.$$

В первом случае:

$$\varphi_1 = 45^\circ \rightarrow \cos \varphi_1 = \sqrt{2}/2;$$

$$\varphi_2 = 135^\circ \rightarrow \cos \varphi_2 = -\sqrt{2}/2;$$

$$\varphi_3 = 225^\circ \rightarrow \cos \varphi_3 = -\sqrt{2}/2;$$

$$\varphi_4 = 315^\circ \rightarrow \cos \varphi_4 = \sqrt{2}/2.$$

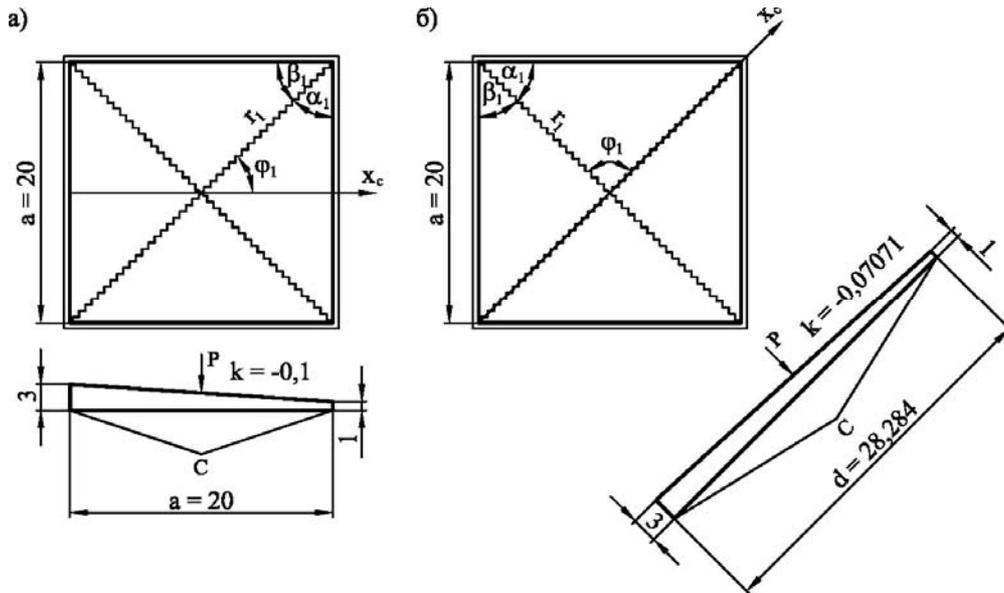


Рисунок 2

Во втором случае:

$$\varphi_1 = 90^\circ \rightarrow \cos \varphi_1 = 0;$$

$$\varphi_2 = 180^\circ \rightarrow \cos \varphi_2 = -1;$$

$$\varphi_3 = 270^\circ \rightarrow \cos \varphi_3 = 0;$$

$$\varphi_4 = 360^\circ \rightarrow \cos \varphi_4 = 1.$$

Подставляя в выражение (5) расчётные величины, найдём: для схемы *a* –  $P_{\text{д\acute{a}q\delta}} = 8,667\sigma_{\delta}$ ; для схемы *б* –  $P_{\text{д\acute{a}q\delta}} = 8,333\sigma_{\delta}$ .

Несущая способность пластинки постоянной жёсткости с толщиной  $h_0 = V_{\text{д\acute{a}d\acute{a}i}} / A = 2 \text{ п\acute{i}}$ , где  $V_{\text{д\acute{a}d\acute{a}i}}$  – объём пластинки переменного сечения,  $A$  – её площадь, будет равна  $P_{\text{д\acute{a}q\delta}} = 8,000\sigma_{\delta}$ .

Анализ полученных результатов показывает:

– несущая способность квадратных пластинок линейно-переменной толщины, нагруженных в центре сосредоточенной силой  $P$ , больше, чем несущая способность пластинок постоянной жёсткости с толщиной  $h_0 = V_{\text{д\acute{a}d\acute{a}i}} / A$ ;

– направление, вдоль которого изменяется толщина пластинок, существенно влияет на их несущую способность; для квадратной пластинки больший эффект достигается тогда, когда линия наибольшего ската расположена параллельно сторонам пластинки.

Пример 2.2. Рассмотрим предыдущий пример, когда сосредоточенная сила приложена не в центре пластинки (рисунок 3).

Результаты расчётов для обеих расчётных схем при различных соотношениях толщин пластинок постоянного объёма  $V_{\text{д\acute{a}d\acute{a}i}} = V$  приведены в таблицах 1 и 2. В колонке 7 этих таблиц указаны значения минимальной разрушающей нагрузки  $P_{\text{min}}$  для заданного значения параметра  $k$ , а в колонке 9 – координаты точки приложения силы  $P_{\text{min}}$ .

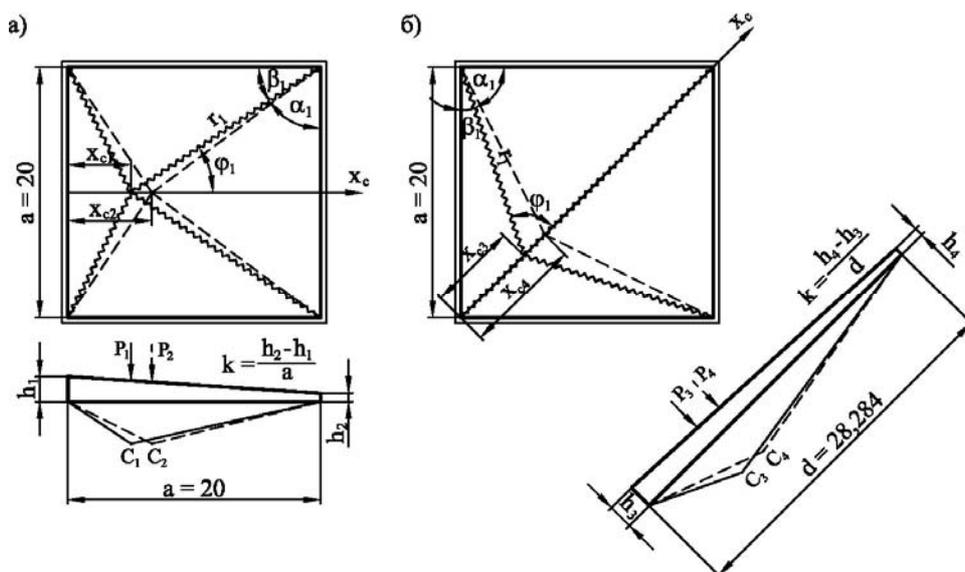


Рисунок 3

Таблица 1 – Результаты расчёта квадратной пластинки, изображённой на рисунке 3, а

№ п/п	Толщина пластинки		k	Значение разрушающей силы, $\sigma_T$			$\delta$	Расстояние $x_{c\ min} = \delta a$ , см
	$h_1$ , см	$h_2$ , см		$P_1$	$P_2$	$P_{min}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	2	0	9,333	8,500	8,000	0,5	10
2	2,25	1,75	-0,025	10,063	8,925	7,979	0,562	11,24
3	2,5	1,5	-0,05	10,917	9,448	7,917	0,625	12,50
4	2,75	1,25	-0,075	11,896	10,070	7,813	0,690	13,79
5	3	1	-0,1	13,000	10,792	7,667	0,750	15
6	3,25	0,75	-0,125	14,229	11,612	7,479	0,813	16,26
7	3,5	0,5	-0,15	15,583	12,531	7,250	0,877	17,54
8	3,75	0,25	-0,175	17,063	13,550	6,980	0,935	18,69
9	4	0 <sup>1</sup>	-0,2	18,667	14,667	6,667	$\approx 1$	$\approx 20$

**Примечание:** Сосредоточенная сила  $P_1$  прикладывается на расстоянии  $x_{c1} = a/4 = 5$  см от края пластинки,  $P_2$  – на расстоянии  $x_{c2} = a/3 = 6,67$  см, где  $a$  – сторона пластинки.

Таблица 2 – Результаты расчёта квадратной пластинки, изображённой на рисунке 3, б

№ п/п	Толщина пластинки		k	Значение разрушающей силы, $\sigma_T$			$\delta$	Расстояние $x_{c\ min} = \delta d$ , см
	$h_3$ , см	$h_4$ , см		$P_3$	$P_4$	$P_{min}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	2	0	10,667	9,000	8,000	0,5	14,14
2	2,25	1,75	-0,018	11,368	9,401	7,990	0,532	15,05
3	2,5	1,5	-0,035	12,139	9,854	7,959	0,562	15,89
4	2,75	1,25	-0,053	12,979	10,359	7,910	0,592	16,74
5	3	1	-0,071	13,889	10,917	7,844	0,621	17,57
6	3,25	0,75	-0,088	14,868	11,526	7,767	0,649	18,37
7	3,5	0,5	-0,106	15,917	12,188	7,683	0,676	19,11
8	3,75	0,25	-0,124	17,035	12,901	7,600	0,704	19,92
9	4	0 <sup>1</sup>	-0,141	18,222	13,667	7,528	0,725	20,50

**Примечание:** Сосредоточенная сила  $P_3$  прикладывается на расстоянии  $x_{c3} = d/4 = 7,07$  см от края пластинки,  $P_4$  – на расстоянии  $x_{c4} = d/3 = 9,43$ , где  $d$  – диагональ пластинки.

<sup>1</sup> В реальных конструкциях толщина пластинки не может быть нулевой. Её минимальная толщина на шарнирно опёртом контуре должна быть подобрана из условия восприятия касательных напряжений от действия поперечной силы.

Анализ приведённых в таблице результатов показывает, что значение разрушающей силы возрастает с увеличением крутизны ската пластинки, а координата точки приложения  $P_{min}$  смещается в сторону меньшей толщины. Для расчётной схемы, изображённой на рисунке 3, б, минимум разрушающей нагрузки при заданном объёме пластинки  $V$  соответствует координате  $x_c = 0,725d$ .

Аппроксимируя данные, приведённые в таблицах 1 и 2, можно построить функции  $P_{min}-k$  и  $\delta-k$ :

– для расчётной схемы а:

$$P_{\delta in} = (8 - 33,324k^2)\sigma_{\delta}; \delta = (0,5 - 2,497k)d; \quad (6)$$

– для расчётной схемы б:

$$P_{\delta in} = (8 - 24,422k^2)\sigma_{\delta}; \delta = (0,5 - 1,606k)d. \quad (7)$$

Как и следовало ожидать (см. формулу (5)), разрушающая нагрузка пропорциональна квадрату коэффициента  $k$ . Прямая же пропорциональность параметра  $\delta$  от  $k$  не очевидна из исходных зависимостей. Формулы (6) и (7) можно использовать при практических расчётах. Результаты сравнения решений, полученных по этим формулам, с данными таблиц 1 и 2 приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Сопоставление  $P_{min}$  и  $\delta$ , полученных численным расчётом и с помощью аппроксимирующих функций (6) и (7)

Расчётная схема 3, а						Расчётная схема 3, б					
$P_{min}$ (табл. 1)	$P_{min}$ (6)	$\Delta, \%$	$\delta$ (табл. 1)	$\delta$ (6)	$\Delta, \%$	$P_{min}$ (табл. 2)	$P_{min}$ (7)	$\Delta, \%$	$\delta$ (табл. 2)	$\delta$ (7)	$\Delta, \%$
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
8,000	8,000	0,000	0,5	0,500	0,000	8,000	8,000	0,000	0,500	0,500	0,00
7,979	7,979	0,000	0,562	0,562	0,000	7,990	7,992	0,025	0,532	0,529	0,567
7,917	7,917	0,000	0,625	0,625	0,000	7,959	7,970	0,138	0,562	0,556	1,079
7,813	7,813	0,000	0,690	0,687	0,437	7,910	7,931	0,265	0,592	0,585	1,197
7,667	7,667	0,000	0,750	0,750	0,000	7,844	7,877	0,419	0,621	0,614	1,140
7,479	7,479	0,000	0,813	0,812	0,123	7,767	7,811	0,563	0,649	0,641	1,248
7,250	7,250	0,000	0,877	0,875	0,229	7,683	7,726	0,557	0,676	0,670	0,896
6,980	6,979	0,014	0,935	0,937	0,213	7,600	7,624	0,315	0,704	0,699	0,715
6,667	6,667	0,000	$\approx 1$	$\approx 1$	$\approx 0,00$	7,528	7,514	0,186	0,725	0,726	0,138

**Пример 2.3.** Рассмотрим пластинку в виде правильного треугольника, нагруженную сосредоточенной силой  $P$  в её геометрическом центре. Толщина пластинки изменяется по линейному закону вдоль высоты от вершины к основанию (рисунок 4, а) и вдоль высоты от основания к вершине (рисунок 4, б). Необходимые размеры и расчётные параметры показаны на рисунке 4.

**Решение.** Исследуем пирамидальную схему разрушения.

Найдём значения расчётных параметров, входящих в выражение (5):

$$r_i = 13,333 \text{ нн}; \alpha_i = \beta_i = 30^\circ; \text{ctg} \alpha_i + \text{ctg} \beta_i = 3,464; h_0 = 2 \text{ нн};$$

$$\varphi_1 = 60^\circ \rightarrow \cos \varphi_1 = 0,5; \varphi_2 = 180^\circ \rightarrow \cos \varphi_2 = -1; \varphi_3 = 300^\circ \rightarrow \cos \varphi_3 = 0,5.$$

Подставляя эти значения в выражение (5), получим:

– для случая а:

$$P_{\delta \alpha \beta} = 10,825\sigma_{\delta};$$

– для случая б:

$$P_{\delta \alpha \beta} = 12,124\sigma_{\delta}.$$

Несущая способность пластинки постоянной жёсткости с толщиной  $h_0 = V_{\text{т додт}} / A = 2 \text{ нн}$

$$P_{\delta \alpha \beta} = 10,392\sigma_{\delta}.$$

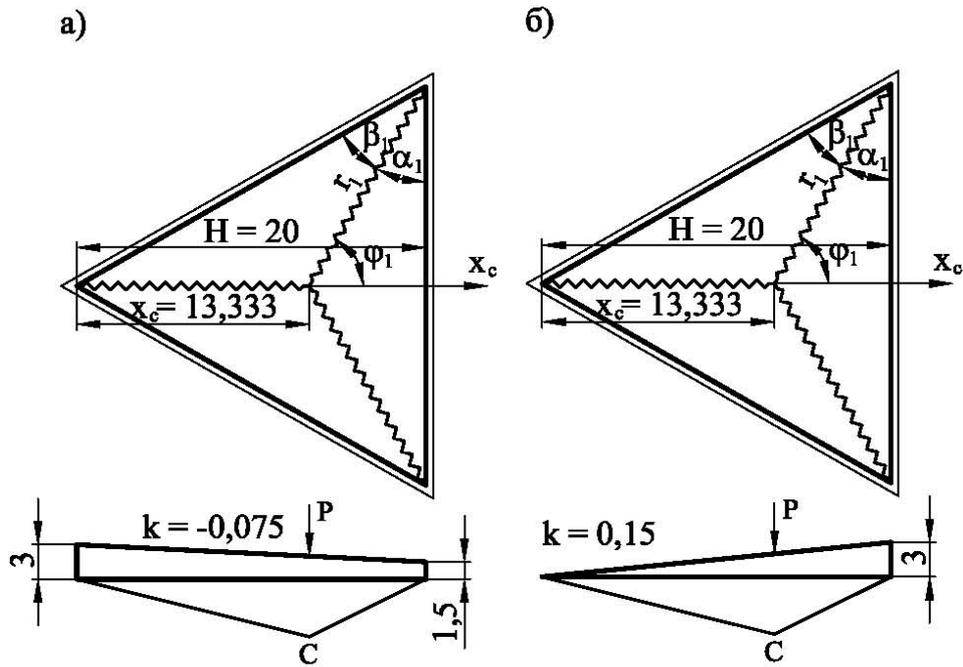


Рисунок 4

Анализ результатов приведённого решения показывает, что выводы, сделанные в примере 2.1 для квадратной пластинки, будут справедливы и для пластинки в виде правильного треугольника.

Рассмотрим задачу, когда сосредоточенная сила  $P$  приложена не в геометрическом центре пластинки, а на произвольном расстоянии вдоль высоты, как показано на рисунке 5. Результаты расчётов для рассматриваемых схем при различных толщинах пластинки, обеспечивающих один и тот же объём  $V$ , приведены в таблицах 4, 5.

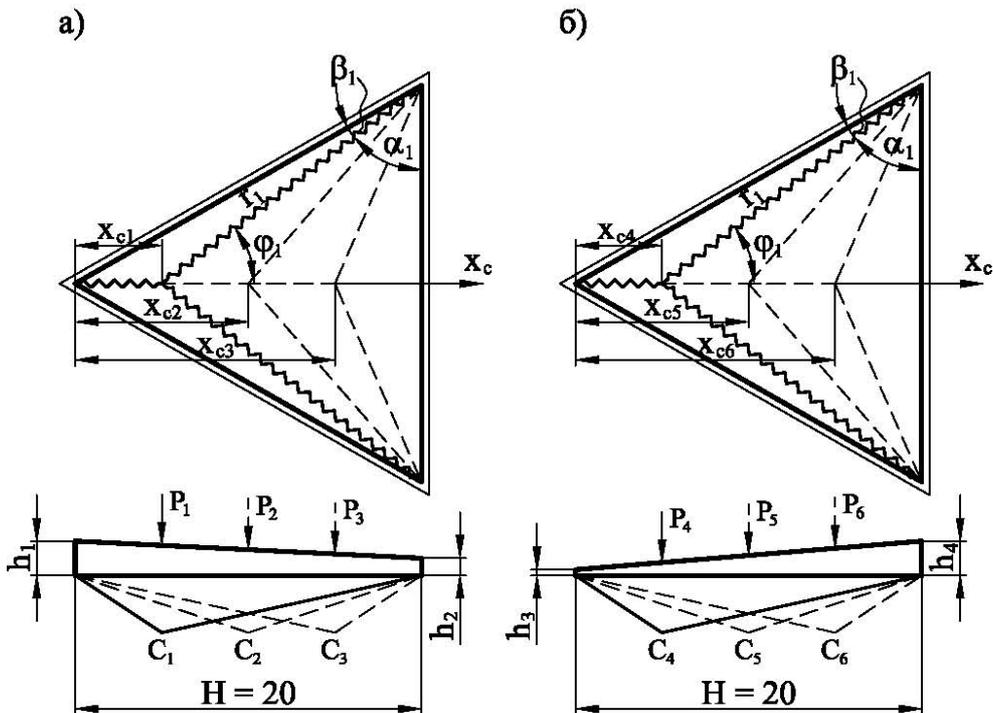


Рисунок 5

Таблица 4 – Результаты расчёта пластинки в виде правильного треугольника, изображённой на рисунке 5, а

№ п/п	Толщина пластинки		$k$	Значение разрушающей силы, $\sigma_T$				$\delta$	Расстояние $x_{c\ min} = \delta H$ , см
	$h_1$ , см	$h_2$ , см		$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_{min}$		
1	2	2	0	20,015	11,547	10,777	10,392	0,666	13,33
2	2,5	1,75	-0,038	22,198	12,251	10,507	10,415	0,709	14,18
3	3	1,5	-0,075	24,898	13,207	10,464	10,464	0,750	15,00
4	3,5	1,25	-0,113	28,116	14,416	10,651	10,519	0,800	16
5	4	1	-0,15	31,850	15,877	11,066	10,561	0,840	16,81
6	4,5	0,75	-0,188	36,102	17,591	11,709	10,578	0,885	17,70
7	5	0,5	-0,225	40,872	19,558	12,581	10,561	0,925	18,50
8	5,5	0,25	-0,263	46,158	21,777	13,682	10,501	0,962	19,23
9	6	0 <sup>1</sup>	-0,3	51,962	24,249	15,011	10,392	$\approx 1$	$\approx 20$

**Примечание:** Сосредоточенная сила  $P_1$  прикладывается на расстоянии  $x_{c1} = 0,25H = 5$  см от вершины пластинки,  $P_2$  – на расстоянии  $x_{c2} = 0,5H = 10$  см,  $P_3$  – на расстоянии  $x_{c3} = 0,75H = 15$  см, где  $H$  – высота пластинки.

Таблица 5 – Результаты расчёта пластинки в виде правильного треугольника, изображённой на рисунке 5, б

№ п/п	Толщина пластинки		$k$	Значение разрушающей силы, $\sigma_T$				$\delta$	Расстояние $x_{c\ min} = \delta H$ , см
	$h_3$ , см	$h_4$ , см		$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_{min}$		
1	2	2	0	20,015	11,547	10,777	10,392	0,666	13,33
2	1,75	2,125	0,019	19,117	11,290	10,998	10,400	0,650	13,00
3	1,5	2,25	0,038	18,349	11,096	11,276	10,425	0,625	12,50
4	1,25	2,375	0,056	17,710	10,965	11,612	10,471	0,608	12,16
5	1	2,5	0,075	17,200	10,897	12,004	10,545	0,588	11,77
6	0,75	2,625	0,094	16,820	10,893	12,454	10,649	0,575	11,50
7	0,5	2,75	0,113	16,569	10,952	12,960	10,789	0,560	11,20
8	0,25	2,875	0,131	16,447	11,073	13,524	10,970	0,545	10,90
9	0 <sup>1</sup>	3	0,15	16,454	11,258	14,145	11,196	0,535	10,70

**Примечание:** Сосредоточенная сила  $P_4$  прикладывается на расстоянии  $x_{c4} = 0,25H = 5$  см от вершины пластинки,  $P_5$  – на расстоянии  $x_{c5} = 0,5H = 10$  см,  $P_6$  – на расстоянии  $x_{c6} = 0,75H = 15$  см, где  $H$  – высота пластинки.

Из таблицы 4 видно, что величина  $P_{\text{ддо}}$ , как и для квадратной пластинки, возрастает при увеличении крутизны ската пластинки, а расстояние, на котором обеспечивается минимум  $P_{\text{ддо}}$ , смещается от геометрического центра в сторону меньшей толщины. Лишь для случая, когда сосредоточенная сила прикладывается на расстоянии  $x_c = 0,75H$  несущая способность пластинки линейно-переменной толщины незначительно меньше аналогичного значения для пластинки постоянной жёсткости, поэтому для достижения требуемого эффекта величину ската по абсолютной величине следует принимать больше 0,15. В случае если сосредоточенная сила прикладывается на расстоянии  $x_c = 0,885H$ , то пластинку выгоднее запроектировать постоянной толщины, потому она будет иметь наибольшую несущую способность при неизменном объёме пластинки.

Из таблицы 5 следует, что величина разрушающей силы меняется по мере увеличения крутизны ската пластинки: в случае приложения нагрузки на расстоянии  $x_{c4} = 0,25H$  от вершины её значение убывает; в случае приложения сосредоточенной силы на расстоянии  $x_{c5} = 0,25H$  – то уменьшается, то увеличивается, но незначительно; для случая, когда  $x_{c6} = 0,75H$  – возрастает. Расстояние, на котором несущая способность пластинки переменной жёсткости будет минимальной, смещается в сторону с меньшей толщиной (от геометрического центра пластины к середине высоты). Минимум разрушающей нагрузки для заданного объёма пластинки соответствует её приложению на расстоянии  $x_c = 0,625H$  для рас-

смаатриваемых граничных толщин пластинки на опорном контуре.

Анализ результатов, представленных в таблицах 4 и 5, показывает, что несущая способность пластинок переменной жёсткости в виде правильного треугольника больше, когда толщина изменяется вдоль высоты от вершины к основанию. Минимальные же значения разрушающих нагрузок для пластинок со скатом, который увеличивается вдоль высоты от вершины к основанию, наоборот, в ряде случаев несколько меньше соответствующих значений для пластинок, толщина которых изменяется вдоль высоты от основания к вершине.

Таким образом, для всех рассмотренных случаев приложения сосредоточенной силы, пластинки в виде правильного треугольника линейно-переменной толщины экономичнее пластинок постоянной жёсткости. При этом скат пластинки необходимо располагать вдоль высоты от вершины к основанию. Если же есть ограничения по толщине пластинки, например, толщина не должна превышать 3 см, а силу требуется приложить на расстоянии  $x_c = 0,75l$ , то направление ската следует принять вдоль высоты от основания к вершине.

По результатам численного расчёта квадратных и треугольных пластинок линейно-переменной толщины было установлено, что значение разрушающей нагрузки, а также расстояние, обеспечивающее её минимальное значение, не зависит от масштаба пластинки.

### 3 ШАРНИРНО ОПЁРТЫЕ ПЛАСТИНКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЁННОЙ НАГРУЗКИ

Работа внешней нагрузки будет определяться как произведение её интенсивности  $q$  на объём пирамиды, образованной деформированной поверхностью пластинки:

$$T = \frac{1}{3}qA. \quad (8)$$

Высота пирамиды разрушения, как и ранее, равна единице.

Работа внутренних сил найдётся из правой части выражения (5).

Пример 3.1. Рассмотрим квадратную пластинку, нагруженную равномерно распределённой нагрузкой интенсивности  $q$ . Необходимые расчётные данные приведены на рисунке 6.

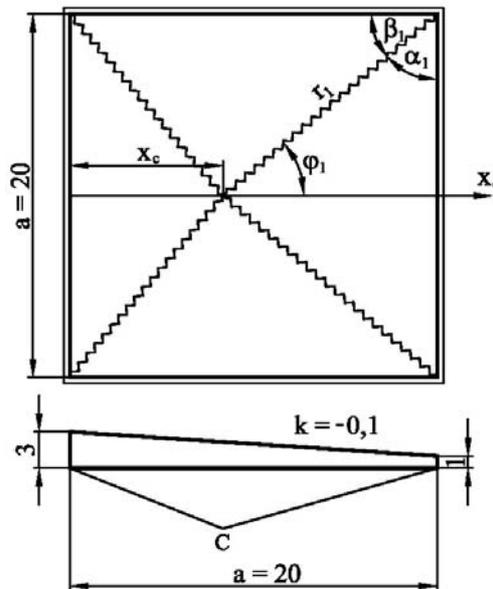


Рисунок 6

Вычислим расчётные параметры, входящие в выражения (5) и (8):

$$\varphi_1 = \arctg \frac{10}{20-x_c}; \varphi_2 = 180^\circ - \arctg \frac{10}{x_c}; \varphi_3 = 180^\circ + \arctg \frac{10}{x_c}; \varphi_4 = 360^\circ - \arctg \frac{10}{20-x_c};$$

$$r_1 = r_4 = \sqrt{10^2 + (20-x_c)^2}; r_2 = r_3 = \sqrt{10^2 + x_c^2}; h_0 = 3 - 0,1 \cdot x_c;$$

$$\alpha_1 = \beta_4 = \arctg \frac{20-x_c}{10}; \beta_1 = \alpha_4 = \arctg \frac{10}{20-x_c}; \alpha_2 = \beta_3 = \arctg \frac{10}{x_c}; \beta_2 = \alpha_3 = \arctg \frac{x_c}{10};$$

$$T = \frac{q}{3} A \dot{\lambda} = \frac{q}{3} \cdot 20 \cdot 20 = \frac{400q}{3} \text{ нн}^2.$$

Подставляя в выражения (5) и (8) эти расчётные параметры, найдём:

$$q_{\text{д\acute{a}ц\acute{o}}} = \min \left[ 3 \cdot 0,25\sigma_{\delta} \sum_{i=1}^n \left( h_0^2 + h_0 k r_i \cos \varphi_i + \frac{k^2}{3} r_i^2 \cos^2 \varphi_i \right) (\text{н} \text{т} \text{г} \alpha_i + \text{c} \text{т} \text{г} \beta_i) / A \right].$$

Используя вычислительный комплекс «MathCAD» с введённым в него алгоритмом для отыскания экстремума, нашли:  $q_{\text{д\acute{a}ц\acute{o}}} = 0,0575\sigma_{\delta}$  при  $x_c = 0,75\dot{\lambda}$ . Для пластинки постоянной жёсткости с толщиной  $h_0 = V_{\text{г\acute{a}д\acute{a}и}} / A$   $q_{\text{д\acute{a}ц\acute{o}}} = 0,06\sigma_{\delta}$ . Изменение величины ската пластинки линейно-переменной толщины при неизменном объёме пластинки не позволяет увеличить её несущую способность.

Таким образом, можно сделать вывод, что квадратные пластинки, нагруженные равномерно распределённой нагрузкой, в случае, когда деформированная поверхность представляет собой пирамиду, рационально применять постоянной жёсткости.

**Пример 3.2.** Рассмотрим пластинку в виде правильного треугольника, нагруженную равномерно распределённой нагрузкой интенсивности  $q$ . Необходимые расчётные данные показаны на рисунке 7.

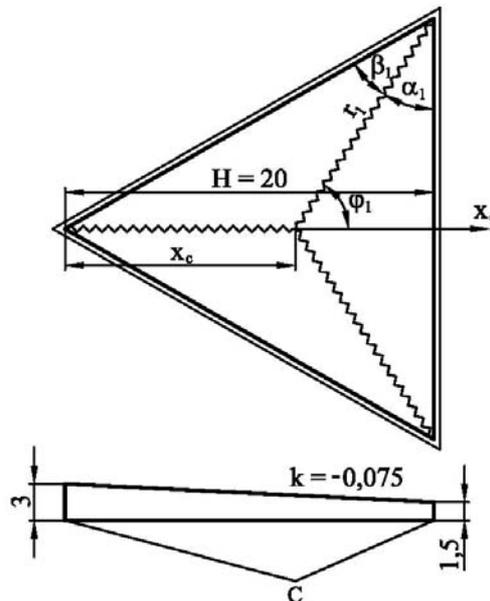


Рисунок 7

Найдём расчётные параметры, входящие в выражения (5) и (8):

$$\varphi_1 = \arctg \frac{20}{\sqrt{3} \cdot (20-x_c)}; \varphi_2 = 180^\circ; \varphi_3 = 360^\circ - \varphi_1;$$

$$r_1 = r_3 = \sqrt{(20-x_c)^2 + (20 \cdot \text{tg} 30^\circ)^2}; r_2 = x_c; h_0 = 3 - 0,075 \cdot x_c;$$

$$\alpha_1 = \beta_3 = \arctg \frac{(20 - x_c) \cdot \sqrt{3}}{20}; \beta_1 = \alpha_3 = 60 - \alpha_1; \alpha_2 = \beta_2 = 30^\circ;$$

$$T = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{40}{\sqrt{3}} q = \frac{400q}{3\sqrt{3}} \text{ н} \cdot \text{м}^2.$$

Подставляя в выражения (5) и (8) расчётные величины и используя вычислительный комплекс «MathCAD», найдём:

$$q_{\text{доп}} = \min \left[ 3 \cdot 0,25 \sigma_0 \sum_{i=1}^n \left( h_0^2 + h_0 k r_i \cos \varphi_i + \frac{k^2}{3} r_i^2 \cos^2 \varphi_i \right) (\text{ctg} \alpha_i + \text{ctg} \beta_i) / A \right] = 0,136 \sigma_0$$

при  $x_c = 0,75l$ . Для пластинки постоянной жёсткости с толщиной  $h_0 = V_{\text{гдоп}} / A$   $q_{\text{доп}} = 0,135 \sigma_0$ . Изменением величины ската пластинки линейно-переменной толщины при неизменном объёме пластинки невозможно добиться увеличения её несущей способности.

Из полученных результатов можно сделать вывод, что пластинки в виде правильного треугольника, нагруженные равномерно распределённой нагрузкой, в случае, когда деформированная поверхность представляет собой пирамиду, выгоднее проектировать постоянной толщины.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы:

1. Квадратные пластинки и пластинки в виде правильного треугольника, нагруженные сосредоточенной силой, в случае образования в состоянии предельного равновесия пирамидальной схемы разрушения, эффективнее проектировать линейно-переменной жёсткости. Причём существенную роль играет направление оси наибольшего ската пластинки.

2. Квадратные пластинки и пластинки в виде правильного треугольника, нагруженные равномерно распределённой нагрузкой, в случае, когда деформированная поверхность в состоянии предельного равновесия представляет собой пирамиду, выгоднее проектировать постоянной толщины.

3. Результаты, полученные в данной статье, можно также распространить на пластинки правильной формы.

### Литература

1. Ржаницын, А.Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: Наука, 1983. – 288 с.

#### Коробко В.И.

Орловский государственный технический университет, г. Орёл  
Доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные конструкции и материалы»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-95

#### Морозов С.А.

Орловский государственный технический университет, г. Орёл  
Аспирант  
Тел.: +7 (4862) 73-43-95  
E-mail: morozov\_stas\_57@mail.ru

УДК 691

РИМШИН В.И., КУСТИКОВА Ю.О.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА СЦЕПЛЕНИЯ СТЕКЛОБАЗАЛЬТОПЛАСТИКОВОЙ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ

*Работа стеклобазальтопластиковой арматуры с бетоном существенным образом отличается от работы стальной арматуры в бетоне. В первую очередь это связано с тем, что в отличие от стальной арматуры стеклобазальтопластиковая арматура при обжатии бетоном деформируется в поперечном направлении, что существенно влияет на её сцепление с бетоном. Сечение стеклобазальтопластиковой арматуры можно представить состоящим из внешней тонкостенной цилиндрической оболочки, заполненной продольно расположенными базальтовыми нитями.*

**Ключевые слова:** арматура, сцепление, сечение.

*Work of composite armature with concrete essentially differs from work of steel armature in concrete. First of all it is connected by that unlike steel armature the composite armature at compression by concrete is deformed in a cross-section direction that essentially influences its coupling with concrete. It is possible to present section of composite armature consisting of the external thin-walled cylindrical cover, filled with the longitudinal located basalt threads.*

**Key words:** armature, coupling, section.

Экспериментальные исследования стеклобазальтопластиковой арматуры [1] показали, что величина сцепления этого типа арматуры с бетоном достаточно высокая (в два и более раз выше величины сцепления металлической арматуры). При этом неясен механизм появления повышенной величины сцепления такой арматуры с бетоном.

Для качественной и количественной оценки этого явления необходимо разработать его механико-математическую модель. Ранее выполненные исследования [1] показали, что модуль упругости стержней из стеклобазальтопластиковой арматуры ( $A_{N\sigma} \approx 2 \cdot 10^3 \text{ ГПа}$ ) существенно ниже модуля упругости бетона ( $A_{\sigma\sigma} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ ГПа}$ ), что позволяет ей легко деформироваться от усилий, возникающих при объемной усадке бетона, и тем самым приводит к повышению величины сцепления.

Для построения расчётной модели, описывающей работу стеклобазальтопластиковой арматуры в бетоне, её сечение представим состоящим из внешней тонкостенной цилиндрической оболочки, заполненной продольно расположенными базальтовыми нитями (рисунок 1).

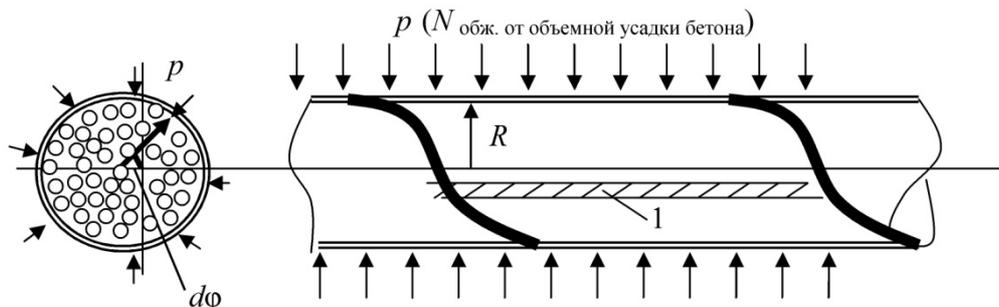


Рисунок 1 – Расчётная схема взаимодействия оболочки (корпуса) стеклобазальтопластиковой арматуры и окружающего бетона при его усадке от действия объемных усадочных усилий

Стенка оболочки представляет собой композицию, состоящую из продольных базальтовых нитей со связующим из полимерного материала на основе эпоксидных смол [2, 3]. Облицовочный слой (корпус) цилиндрической оболочки для увеличения сцепления с бетоном имеет винтовое подкрепление из стеклопластика.

Следуя [4], выделим полосу 1 между витками стеклопластиковой оболочки (см. рисунок 1). Расчетная схема такой полосы приведена на рисунке 2. Здесь под величиной  $p$  подразумеваются усилия обжатия в оболочке, возникающие за счет усадочных явлений в бетоне.

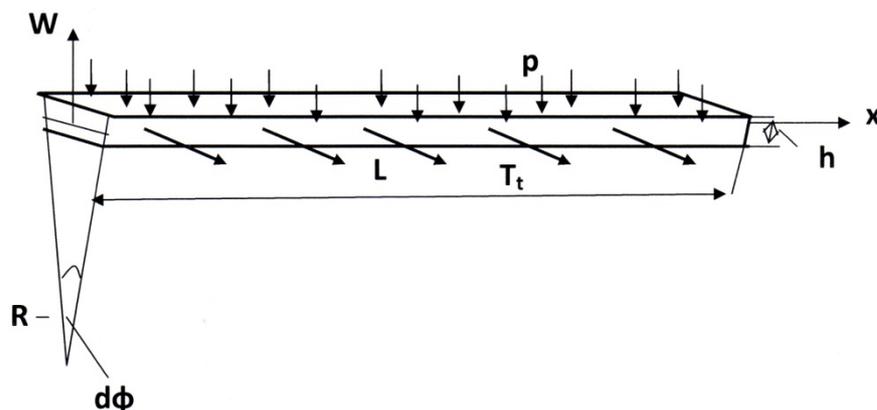


Рисунок 2 – Расчетная схема единичной полосы, выделенной из стеклопластиковой оболочки

В дальнейшем будем предполагать, что базальтовые нити, расположенные внутри оболочки, не влияют на величину радиальных перемещений.

Деформированное состояние выделенной полосы описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{d^4 W}{dx^4} + 4\beta^4 W = -\frac{p}{D}, \quad (1)$$

где  $\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 h^2}}$ ;  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  – изгибная жесткость оболочки. Здесь  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $R$  и  $h$  – соответственно, радиус и толщина оболочки;  $p$  – давление бетона на арматуру (усилие обжатия за счет усадки бетона).

Решение уравнения (1) запишем в виде:

$$W = e^{-\beta x} (C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x)) + e^{\beta x} (C_3 \sin(\beta x) + C_4 \cos(\beta x)) + \bar{W}, \quad (2)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – произвольные постоянные, зависящие от граничных условий;  $\bar{W}$  – параметр уравнения, связанный с нагрузкой  $p$ , который для рассматриваемого случая находится по формуле:  $\bar{W} = -\frac{p}{4\beta^4 D}$ .

Дальнейшее решение зависит от значений параметров  $L, h, R$ . Если выполняется условие  $L > 2,5\sqrt{Rh}$ , то радиальные перемещения  $W$  при больших значениях  $x$  должны оставаться конечными и малыми. Отсюда следует, что постоянные  $C_3$  и  $C_4$  должны быть равными нулю. В этом случае выражение (2) упростится и запишется в виде:

$$W = e^{-\beta x} (C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x)) + \bar{W}. \quad (3)$$

Допуская, что радиальные перемещения вдоль винтовой линии равны нулю, для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  запишем граничные условия в виде:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0, W &= 0; \\ \text{при } x = L, W &= 0. \end{aligned}$$

Окончательно с учетом указанных граничных условий получим следующее выражение для определения величин радиальных перемещений оболочки (корпуса) базальтопластиковой арматуры при обжатии бетоном:

$$W = \bar{W} \left[ 1 - e^{-\beta x} (\sin(\beta x) + \cos(\beta x)) \right]. \quad (4)$$

На рисунке 3 приведена эпюра прогибов межвитковой области корпуса арматуры.

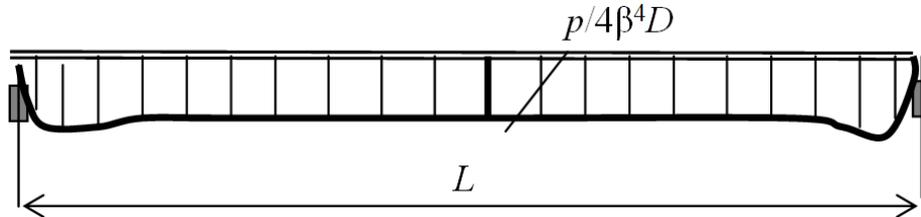


Рисунок 3 – Эпюра прогибов межвитковой области корпуса арматуры

Таким образом, при обжатии стеклобазальтопластиковой арматуры бетоном происходит неравномерная деформация оболочки арматуры, что создает благоприятные предпосылки для улучшения сцепления её с бетоном.

Экспериментальные исследования [1, 4] показывают, что при растяжении стеклобазальтопластиковой арматуры в начале подвергается растяжению до определенных пределов оболочка арматуры, а в дальнейшем в работу вступают внутренние продольно расположенные нити.

При работе арматуры в бетоне возникают поверхностные касательные напряжения  $\tau_1$  и касательные погонные усилия вдоль винтового подкрепления  $\tau_2$  (рисунок 4).

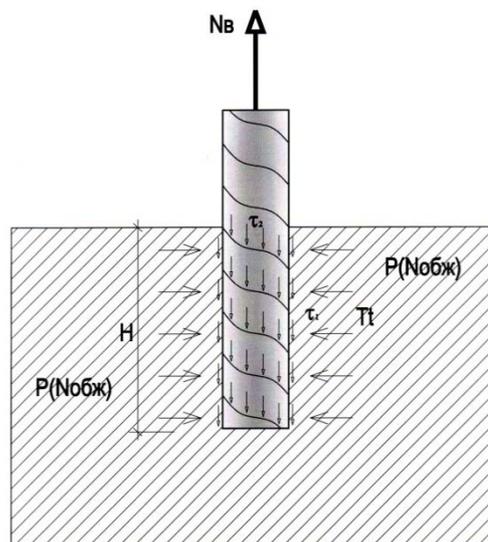


Рисунок 4 – Распределение усилий и напряжений в зоне контакта стеклобазальтопластиковой арматуры и бетона

Проецируя усилия на направление оси арматуры, получим следующее выражение:

$$N_b = 2\pi R H \tau_1 + 2\pi R n \operatorname{tg}(\alpha) \tau_2, \quad (5)$$

где  $n$  – число витков винтового подкрепления;  $\alpha$  – угол подъема винтовой линии.

Значения касательного напряжения  $\tau_1$  ( $\text{Н/м}^2$ ) и погонного усилия  $\tau_2$  ( $\text{Н/м}$ ) зависят от многих факторов. Для их определения были проведены экспериментальные исследования на специально изготовленных образцах, которые представляли собой бетонные кубики

10×10×10 см с внедренными в них на разные глубины (4-8 см) стержнями стеклобазальтопластиковой арматуры диаметром 8 и 9 мм.

Учитывая, что для проведения расчетов по определению  $\tau_{сц}$  необходимо знать величину влияния каждой из составляющих стеклобазальтопластиковой арматуры на величину  $\tau_{сц}$  (стеклопластиковой винтовой нити, эпоксидного слоя, базальтопластиковых стержней), образцы имели соответствующие конструктивные особенности. Так, были изготовлены образцы со стержнями из стеклобазальтопластиковой арматуры в целостном состоянии (с облицовочным внешним эпоксидным слоем со свитой по спирали стекловолокнутой ниткой и внутренними базальтопластиковыми продольными нитями). В некоторых образцах для оценки влияния облицовочного эпоксидного слоя со свитым в виде спирали стекловолокном этот слой был искусственно снят (сохранился тончайший слой эпоксидного слоя), а в части стержней был снят и этот облицовочный слой до полного обнажения базальтовых волокон.

Эксперименты были проведены двумя сериями: в первой испытывались образцы с наружной винтовой спиралью; во второй – без винтовой спирали.

В таблице 1 представлены осредненные значения предельных нагрузок, полученных при испытаниях на выдергивание стержней из бетонных кубиков.

Таблица 1 – Величины предельных нагрузок из испытаний на выдергивание стеклобазальтопластиковых стержней из бетонных кубиков

Номер серии	Номер образца	Диаметр арматуры, мм	Глубина заделки в бетон, см	Конструктивные особенности стержня	Величина предельной нагрузки $N_B$ , кН
1	1	8,0	4,0	С винтовой спиралью	6,0
1	2	8,0	6,0	С винтовой спиралью	6,0
1	3	9,0	8,0	С винтовой спиралью	16,0
2	1	8,0	4,0	Без винтовой спирали и без облицовочного слоя	3,0
2	2	9,0	4,0	Без винтовой спирали	4,0
2	3	9,0	6,0	Без винтовой спирали	10,0

В результате обработки экспериментальных данных и их подстановки в зависимость (5) получены следующие осредненные значения для предельных значений  $\tau_1$  и  $\tau_2$ :

$\tau_1 = 0,015$  кН/мм<sup>2</sup> (касательное напряжение);

$\tau_2 = 0,12$  кН/мм (погонное сцепление).

Кроме того, проводились испытания на разрыв стержней из стеклобазальтопластиковой арматуры. В таблице 2 приведены результаты испытаний.

Таблица 2 – Результаты испытаний на разрыв стержней из стеклобазальтопластиковой арматуры

Номер образца	Диаметр арматуры, мм	Предельное усилие при разрыве образца, кН	Временное сопротивление разрыву $\sigma_B$ , кН/мм <sup>2</sup>
1	6,5	13,0	0,39
2	8,0	15,0	0,30
3	9,0	17,0	0,27

Таким образом, экспериментально-теоретическими исследованиями доказано, что величина сцепления стеклобазальтопластиковой арматуры с бетоном за счет неравномерного деформирования её поверхностного слоя от объемной усадки бетона значительно увеличивается

ется. Необходимо также отметить, что в экспериментах на выдергивание стержней обнаруживался эффект преднапряжения арматуры.

В заключение следует отметить, что применение в качестве растянутой арматуры стеклобазальтопластиковых стержней повышает несущую способность и трещиностойкость армобетонных конструкций.

#### Литература

1. Берг, О.Я. Механические свойства стеклопластиковой арматуры больших сечений [Текст] / О.Я. Берг, Ю.М. Нагевич // Бетон и железобетон. – 1964. – № 12. – С. 52-55.
2. Кустикова, Ю.О. Некоторые элементы усиления строительных конструкций композиционными материалами [Текст] / Ю.О. Кустикова, Р.Х. Бикбов, В.И. Римшин // Вестник БГТУ. – Белгород: БГТУ, 2005. – № 10. – С. 381-383.
3. Rimshin, V.I. Technology of amplification of reinforced concrete constructions composite materials [Text] / V.I. Rimshin, J.O. Kustikova // Modern building materials, structures and techniques: 9th International Conference. – Vilnius, Lithuania, 16-18 May 2007. – P. 448-450.
4. Астрова, Т.Н. Анкеровка стержней арматуры периодического профиля в обычном и предварительно напряженном железобетоне [Текст] / Т.Н. Астрова, С.А. Дмитриев, Н.М. Мулин // Расчет железобетонных конструкций: сборн. трудов НИИЖБ. – М., 1961. – С. 74-126.

#### **Римшин В.И.**

Московская государственная академия коммунального хозяйства и строительства, г. Москва

Доктор технических наук, профессор

Тел.: +7 (495) 678-34-05

E-mail: GDSH\_faculty@rambler.ru

#### **Кустикова Ю.О.**

Московская государственная академия коммунального хозяйства и строительства, г. Москва

Аспирантка

Тел.: +7 (495) 706-26-41

E-mail: GDSH\_faculty@rambler.ru

УДК 624.072.2.011

РОЩИНА С.И.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ИЗГИБАЕМЫХ АРМИРОВАННЫХ ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ДЛИТЕЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ НАГРУЗКИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ УПРУГОЙ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ

*Для того чтобы учесть длительно действующую нагрузку можно использовать математический аппарат теории упругой наследственности. В этой теории связь между напряжениями и деформациями элемента учитывает интегральное уравнение Больцмана-Вольтера.*

*С изменением во времени общих деформаций изгибаемых элементов происходит перераспределение напряжений между арматурой и древесиной, напряжения в арматуре увеличиваются, в древесине уменьшаются.*

**Ключевые слова:** интегральное уравнение, деревянные конструкции, математический аппарат, напряжения и деформации.

*It is possible to use the mathematical apparatus of the theory of elastic hereditability for taking into account a long term working load. In this theory the connection between tensions and deformations of the element takes into account the integral equation of Boltzmann-Volter.*

*The redistribution of tensions between reinforcement and wood takes place with changing in time of common deformations of bending elements, tensions increase in reinforcement and decrease in wood.*

**Key words:** the integrated equation, wooden designs, the mathematical device, pressure and deformations.

Для учета ползучести в линейной теории упругой наследственности связь между напряжениями и деформациями элемента использовано интегральное уравнение Больцмана-Вольтера [1]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{E} \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (1)$$

в котором в качестве ядра ползучести, применяемого для древесины, использована затухающая экспоненциальная функция:

$$K(t-\tau) = A_1 \dot{a}^{-\alpha_1(t-\tau)}, \quad (2)$$

где  $A_1$  и  $\alpha_1$  – постоянные коэффициенты, найденные опытным путем по кривым ползучести деревянных элементов при изгибе с использованием методики А.К. Малмейстера ( $A_1 = 0,0275$ ;  $\alpha_1 = 0,0625$ ) [2].

Раскроем значение входящих в ядро ползучести коэффициентов  $A_1$  и  $\alpha_1$ :

$$\dot{A}_1 = \frac{E_a - E_a(t)}{E_a \eta_a}; \quad (3)$$

$$\alpha_1 = \frac{E_a(t)}{E_a \eta_a}, \quad (4)$$

где  $\dot{A}_a$  и  $\dot{A}_a(t)$  – мгновенный и длительный модули упругости древесины;  $\eta_d$  – коэффициент времени релаксации.

$\dot{A}_a$ ,  $\dot{A}_a(t)$  и  $\eta_d$  называют реологическими постоянными (в данном случае – древесины).

Реологические постоянные  $\dot{A}_a$ ,  $\dot{A}_a(t)$  и  $\eta_d$  определяются по экспериментальной кривой ползучести (рисунок 1).

Мгновенный модуль упругости находится по мгновенной деформации в момент  $t = 0$ , а именно:

$$\dot{A}_{\dot{a}} = \sigma / \varepsilon_0. \quad (5)$$

Длительный модуль упругости определяется по формуле:

$$\dot{A}_{\dot{a}}(t) = \sigma / \varepsilon(\infty). \quad (6)$$

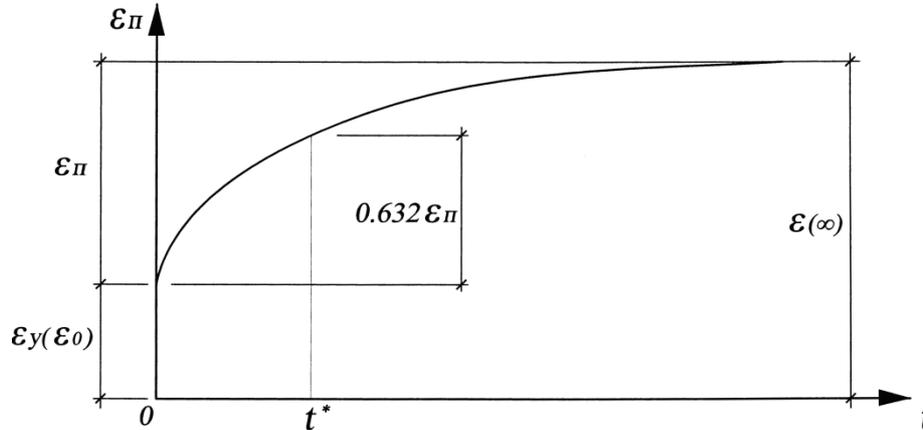


Рисунок 1 – Экспериментальная кривая ползучести древесины

При обработке экспериментальных кривых наиболее трудно определить  $\varepsilon(\infty)$  из-за требования очень длительной выдержки образца под нагрузкой. Поэтому величину  $\varepsilon(\infty)$  целесообразно определять способом экстраполяции. Аппроксимируя кривую ползучести экспонентой

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_{\dot{a}}(t)} \left( 1 - \frac{E_{\dot{a}} - E_{\dot{a}}(t)}{E_{\dot{a}}} \cdot e^{\frac{tE_{\dot{a}}(t)}{E_{\dot{a}}\eta_{\dot{a}}}} \right), \quad (7)$$

можно вывести формулу для определения предельной деформации ползучести по экстраполяции:

$$\varepsilon(\infty) = \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_0 \varepsilon_2}{2\varepsilon_1 - \varepsilon_0 - \varepsilon_2}. \quad (8)$$

Время  $t_1$  и  $t_2$  выбирается таким, чтобы выполнялось соотношение:

$$t_2 = 2 t_1. \quad (9)$$

Деформации  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  определяются по опытной кривой.

Образец, оставленный под нагрузкой в течение времени:

$$t^* = \frac{\eta_{\dot{a}} \dot{A}_{\dot{a}}}{\dot{A}_{\dot{a}}(t)},$$

будет иметь деформацию, определяемую при  $t = t^*$  уравнением:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t^*) &= \frac{\sigma}{E_{\dot{a}}(t)} - \left( \frac{\sigma}{E_{\dot{a}}(t)} - \frac{\sigma}{E_{\dot{a}}} \right) \dot{a}^{-1} = \varepsilon_0 + \varepsilon_i - (\varepsilon_0 + \varepsilon_i - \varepsilon_0) \dot{a}^{-1} = \\ &= \varepsilon_0 + \varepsilon_i (1 - \dot{a}^{-1}) = \varepsilon_0 + 0,632 \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, коэффициент времени релаксации вычисляется из выражения:

$$\eta_{\dot{a}} = \frac{\dot{A}_{\dot{a}}(t) t^*}{\dot{A}_{\dot{a}}}, \quad (11)$$

где время релаксации  $t^*$  определяется по опытной кривой ползучести при деформациях согласно (10) (см. рисунок 1).

Определим напряжение в изгибаемом элементе от внешнего момента  $M$  (рисунок 2) из условия равенства моментов относительно оси  $Z$ , проходящей через упругий центр сечения:

$$M_d(t) + M_s(t) = M, \quad (12)$$

где  $M_d(t)$  и  $M_s(t)$  моменты, воспринимаемые деревом и арматурой в начальное время  $t$ .

В качестве дополнительного условия примем равенство кривизн изгибаемого элемента, определенных по моментам  $M_d(t)$  и  $M_s(t)$ :

$$\frac{1}{\rho_d}(t) = \frac{1}{\rho_a}(t). \quad (13)$$

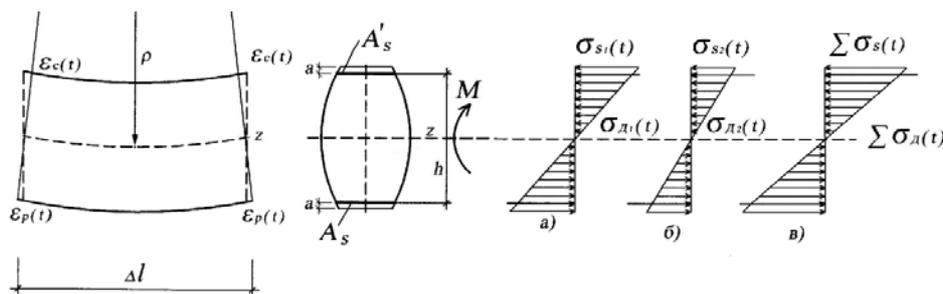


Рисунок 2 – Эпюры нормальных напряжений в поперечных сечениях армированного изгибаемого элемента, работающего в области линейной ползучести: *a* – от изгибающего момента, *б* – от дополнительного изгибающего момента, *в* – суммарные напряжения

Кривизна балки по моменту, воспринимаемым арматурой:

$$\frac{1}{\rho_a}(t) = \frac{1}{\hat{A}_a J_a} \left[ \dot{I}_a(t) + \int_{\tau}^t \hat{E}(t-\tau) \dot{I}_a(\tau) d\tau \right]. \quad (14)$$

Кривизна балки по моменту в упругой арматуре:

$$\frac{1}{\rho_s}(t) = \frac{\dot{I}_s(t)}{E_s J_s}, \quad (15)$$

где  $J$  и  $J_a$  – моменты инерции площадей древесины и арматуры относительно оси  $Z$ .

Из условия (13):

$$\frac{1}{\hat{A}_a J_a} \left[ \dot{I}_a(t) + \int_{\tau}^t \hat{E}(t-\tau) \dot{I}_a(\tau) d\tau \right] = \frac{\dot{I}_s(t)}{E_s J_s}. \quad (16)$$

Подставим  $M_s(t)$  из (16) в (12):

$$\dot{I}_a(t) + \frac{\hat{A}_s J_s}{\hat{A}_a J_a} \left[ \dot{I}_a(t) + \int_{\tau}^t \hat{E}(t-\tau) \dot{I}_a(\tau) d\tau \right] = \dot{I} \quad (17)$$

$$\text{или } \dot{I}_a(t)(1+m_1) + m_1 \int_{\tau}^t \hat{E}(t-\tau) \dot{I}_a(\tau) d\tau = \dot{I}, \quad (18)$$

$$\text{где } m_1 = \frac{\hat{A}_s J_s}{\hat{A}_a J_a}.$$

Решая интегральное уравнение (18) относительно  $M_d(t)$ , получим:

$$\dot{I}_a(t) = \frac{\dot{I} \hat{A}_a J_a}{\hat{A}_a J_a + \hat{A}_s J} \left[ \frac{\alpha_1}{\beta_1} + \left( 1 - \frac{\alpha_1}{\beta_1} \right) e^{-\beta_1 t} \right], \quad (19)$$

$$\text{где } \beta_1 = \alpha_1 + \frac{A_1 m_1}{1+m_1}. \quad (20)$$

$$\text{Напряжения в древесине: } \sigma_a(t) = \frac{M_a(t)y}{J_a}. \quad (21)$$

Подставляя (19) в (21), получим:

$$\sigma_a(t) = \frac{My}{J_{i\delta}} \left[ \frac{\alpha_1}{\beta_1} + \left( 1 - \frac{\alpha_1}{\beta_1} \right) e^{-\beta_1 t} \right], \quad (22)$$

где  $J_{np}$  – приведенный момент инерции сечения относительно оси  $Z$ .

$$J_{i\delta} = J_a + \frac{A_s}{A_a} J_s.$$

Изменение напряжений в арматуре от изгиба определится по моменту  $M_s(t)$  из выражения (12):

$$M_s(t) = M - M_d(t). \quad (23)$$

Подставляя (19) в (23), получим:

$$M_s(t) = \frac{MJ_s A_s}{J_{i\delta} A_a} \left[ \frac{A_1 + \alpha_1}{\beta_1} + \left( 1 - \frac{A_1 + \alpha_1}{\beta_1} \right) a^{-\beta_1 t} \right]. \quad (24)$$

$$\text{Напряжения в арматуре: } \sigma_s(t) = \frac{M_s(t)y_s}{J_s} \quad (25)$$

$$\sigma_s(t) = \frac{M \cdot y_s E_s}{J_{i\delta} A_a} \left[ \frac{A_1 + \alpha_1}{\beta_1} + \left( 1 - \frac{A_1 + \alpha_1}{\beta_1} \right) a^{-\beta_1 t} \right], \quad (26)$$

где  $M$  – изгибающий момент от внешней нагрузки;  $J_{np}$  – приведенный момент инерции расчетного сечения;  $E_s$  – модуль упругости арматуры;  $E_d$  – модуль упругости древесины;  $y$  – расстояние от нейтральной оси до расчетного слоя;  $y_s$  – расстояние от нейтральной оси до центра тяжести арматуры;  $t$  – время выдержки элемента с момента загрузки (в сут.).

Если положить в формулах (22) и (26)  $t=0$ , то получим упруго-мгновенное решение задачи.

Формулы (22) и (26) отражают картину изменения во времени напряженного состояния армированного элемента.

С изменением во времени общих деформаций изгибаемых элементов происходит перераспределение напряжений между арматурой и древесиной. Причем напряжения в арматуре увеличиваются, а в древесине уменьшаются. Это показал и анализ полученных формул: с увеличением  $t$  напряжения в древесине уменьшаются, в арматуре – увеличиваются. Необходимо отметить, что деформативность армированных деревянных элементов при длительном действии нагрузки ниже неармированных, т.к. ползучесть древесины происходит под действием уменьшающихся во времени напряжений.

#### Литература

1. Арутюнян, А.Х. Расчет строительных конструкций с учетом ползучести [Текст] / А.Х. Арутюнян, А.А. Зевин. – М.: Стройиздат, 1988. – 256 с.
2. Малмейстер, А.К. Сопротивление жестких полимерных материалов [Текст] / А.К. Малмейстер. – Рига.: – Зинатия, 1972. – 124 с.
3. Щуко, В.Ю. «Клееные армированные деревянные конструкции» Учебное пособие к курсовому и дипломному проектированию [Текст] / В.Ю. Щуко, С.И. Рощина. – Владимир, 2008. – 67 с.

#### Рощина С.И.

Владимирский государственный университет Кандидат технических наук, доцент, г. Владимир  
Кандидат технических наук, доцент  
Тел.: +7 (4922) 47-98-04

E-mail: roshinasi@mail.ru

УДК 624.012.35

СОТНИКОВ Д.Ю., НИКУЛИН А.И, КАЗАКОВ Д.В.

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЁТОМ НАРАСТАНИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА ОТ ВРЕМЕНИ

*Предложен модифицированный вариант деформационной модели силового сопротивления железобетона для оценки трещиностойкости изгибаемых железобетонных конструкций. Приводятся общие положения к построению такой модели, выполнен учёт процесса нарастания прочности ненагруженного бетона во времени с использованием теории старения проф. Г.А. Гениева. Приведены некоторые результаты численного эксперимента, выполненного в рамках разработанной расчетной модели применительно к железобетонным балочным элементам.*

**Ключевые слова:** трещиностойкость, деформационная модель, теория старения, железобетон, изгибаемый элемент.

*A modified version of the deformable model for reinforced concrete power resistance for calculations of crack resistance in reinforced concrete rods is offered. General regulations to the formation of such modeling are depicted, there is performed a consideration of the durability increase process in non-loaded concrete in the course of time with the use Prof. G.A. Geniev's aging theory. Some results of the numerical experiment carried out within the elaborated calculation model with the use to reinforced concrete rod elements are presented.*

**Key words:** crack resistance, deformable model, aging theory, reinforced concrete, flexible element.

Проведенные в последние годы исследования [1, 2, 3] показали, что условия работы бетона в сжатой и растянутой зонах железобетонных конструкций существенно отличаются от соответствующих условий испытаний стандартных образцов. Поэтому для установления вида эпюры напряжений в сечении изгибаемого или внецентренно нагруженного железобетонного элемента применяются различные приемы трансформирования исходных диаграмм, полученных при центральной сжатии и растяжении эталонных бетонных образцов [1, 4, 5]. При этом наиболее обоснованным представляется подход, основанный на использовании энергетических соотношений для решения задач рассматриваемого класса [4, 5]. В работе [6] для эталонных диаграмм деформирования бетона был также выполнен учёт процесса нарастания прочности тяжёлого бетона во времени на основе теории старения, предложенной проф. Г.А. Гениевым [7].

Предлагаемый подход основан на известном явлении, проявляющемся в том, что при нормальных условиях хранения железобетонных конструкций в бетоне происходит процесс нарастания прочности во времени, определяемый физико-механическими изменениями структуры бетона (процесс старения). Для определения прочности бетона при сжатии в момент приложения внешней нагрузки ( $t = t_0$ ) используется следующая зависимость [7]:

$$R_b(t_0) = R_{b,max} \left[ 1 - \left( 1 - R_{b,28}/R_{b,max} \right)^{\frac{t_0}{28}} \right], \quad (1)$$

где  $t_0$  – время (в сутках) с момента начала твердения бетона до момента приложения внешней нагрузки;  $R_{b,max}$  – максимальная (асимптотическая при  $t_0 \rightarrow \infty$ ) прочность ненагруженного бетона при сжатии;  $R_{b,28}$  – прочность бетона в возрасте 28 суток.

Максимальную прочность ненагруженного бетона при кратковременном сжатии определяем с учётом рекомендаций [8]:

$$R_{b,max} = \beta_m \cdot R_{b,28}, \quad (2)$$

где предельные значения коэффициентов нарастания прочности бетона  $\beta_m$  зависят от вида цемента и для нормальных условий твердения могут быть найдены по формуле, приведенной в работе [7]:

$$\beta_m = \exp(s). \quad (3)$$

Здесь коэффициент  $s$  зависит от вида цемента [8];  $s = 0,20$  – для быстротвердеющего высокомарочного цемента;  $s = 0,25$  – для нормального и быстротвердеющего цемента;  $s = 0,38$  – для медленнотвердеющего цемента.

Таким образом, предельные значения коэффициентов нарастания прочности бетона могут приниматься:  $\beta_m = \exp(0,20) = 1,221$  – для быстротвердеющего высокомарочного цемента;  $\beta_m = 1,284$  – для нормального и быстротвердеющего цемента;  $\beta_m = 1,462$  – для медленнотвердеющего цемента.

Далее воспользуемся рекомендациями работы [8], чтобы установить зависимость нормативного модуля упругости бетона при сжатии, нагруженного кратковременной нагрузкой в возрасте  $t_0$ :

$$E_{bn}(t_0) = E_{bn,28} [R_b(t_0) / R_{b,28}]^{0,3}, \quad (4)$$

где  $E_{bn,28}$  – нормативный модуль упругости бетона при сжатии в возрасте 28 суток.

Теперь с использованием полученных величин  $R_b(t_0)$  и  $E_{bn}(t_0)$  по рекомендациям работы [6] можно найти остальные параметры, необходимые для описания диаграммы центрального сжатия бетона, испытанного в возрасте  $t_0$ :

$$\sigma_{bc}(t_0) = \frac{E_{b01}(t_0)\varepsilon_{bc}(t_0)(1 + D_{b01}(t_0)\varepsilon_{bc}(t_0))}{1 + C_{b01}(t_0)\varepsilon_{bc}(t_0)}, \quad (5)$$

где  $E_{b01}$ ,  $D_{b01}$ ,  $C_{b01}$  – начальный модуль упругости и параметры нелинейности деформирования бетона, получаемые экспериментально-теоретическим путем для эталонных диаграмм центрального сжатия.

Вычисление соответствующих параметров для описания нелинейной диаграммы центрального растяжения бетона в возрасте  $t_0$  начинаем с параметра  $\beta_{lm}$ , который по аналогии с  $\beta_m$  представляет собой предельное значение коэффициента нарастания прочности бетона при растяжении. Согласно рекомендациям работы [8] этот параметр может быть рассчитан по следующей формуле:

$$\beta_{lm} = (\beta_m)^{2/3}. \quad (6)$$

Следовательно, предельные значения коэффициентов нарастания прочности бетона при растяжении могут приниматься:  $\beta_{lm} = 1,143$  – для быстротвердеющего высокомарочного цемента;  $\beta_{lm} = 1,181$  – для нормального и быстротвердеющего цемента;  $\beta_{lm} = 1,288$  – для медленнотвердеющего цемента. Разумеется, указанные здесь величины коэффициентов  $\beta_{lm}$  должны использоваться в расчетах только при гарантированном обеспечении нормальных условий хранения железобетонных конструкций перед их нагружением.

Дальнейшее нахождение параметров для описания нелинейной диаграммы центрального растяжения бетона в возрасте  $t_0$  производится путём последовательного применения уравнений (2), (3) с учётом замены индексов принадлежности и по рекомендациям работы [6].

Например, зависимость (2) будет иметь следующий вид:

$$R_{bt,max} = \beta_{lm} \cdot R_{bt,28}. \quad (7)$$

Для какого-либо определённого возраста нагружения железобетонного элемента ( $t_0 \neq 28$  сут.) диаграммы деформирования бетона при неоднородном сжатии и растяжении можно найти на основе энергетического подхода к трансформированию исходных диаграмм [5], полученных на стандартных бетонных образцах в этом же возрасте. Для аналитического описания искомых диаграмм (рисунок 1) принята функция, аналогичная (5) с учетом замены индексов ( $b02$  вместо  $b01$  – для диаграмм неоднородного сжатия бетона;  $bt02$  вместо  $bt01$  – то же, растяжения).

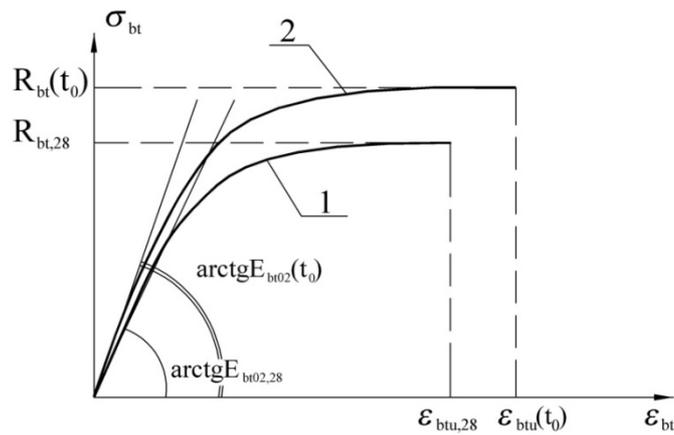


Рисунок 1 – Диаграммы деформирования бетона при неоднородном растяжении в возрасте 28 сут. (кривая 1) и в возрасте  $t_0 > 28$  сут. (кривая 2)

Таким образом, в работе [6] были получены все необходимые параметры аналитических зависимостей, описывающих равновесные диаграммы неоднородного сжатия и растяжения бетона для какого-либо определённого возраста нагружения железобетонного элемента. Именно эти трансформированные диаграммы в сочетании с гипотезой плоских сечений и уравнениями равновесия используются для определения необходимых характеристик сжатой и растянутой зон бетона в нормальном сечении изгибаемого железобетонного элемента.

Рассмотрим задачу по определению НДС изгибаемого железобетонного элемента для стадии трещинообразования в возрасте  $t_0$ . Схема распределения деформаций, напряжений и усилий в нормальном сечении такого элемента представлена на рисунке 2. Ее аналитическое отображение приводит к трём группам уравнений. При этом для упрощения вида получаемых формул принадлежность параметров к нагружению в возрасте  $t_0$  условно не показано.

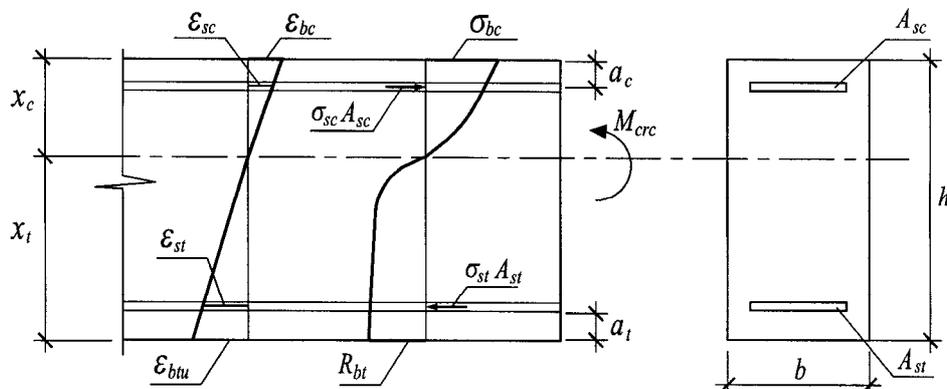


Рисунок 2 – Схема распределения деформаций, напряжений и усилий в сечении изгибаемого железобетонного элемента для стадии трещинообразования в возрасте  $t_0$

Уравнения равновесия в традиционной форме их записи имеют вид:

$$bx_c \omega_c \sigma_{bc} + \sigma_{sc} A_{sc} - bx_t \omega_t R_{bt} - \sigma_{st} A_{st} = 0; \quad (8)$$

$$M_{crc} = bx_c^2 \omega_c \sigma_{bc} (1 - \gamma_c) + \sigma_{sc} A_{sc} (x_c - a_c) + bx_t^2 \omega_t R_{bt} (1 - \gamma_t) + \sigma_{st} A_{st} (x_t - a_t), \quad (9)$$

где  $\omega_c$ ,  $\omega_t$ ,  $\gamma_c$ ,  $\gamma_t$  – интегральные геометрические характеристики эпюр напряжений в сжатой и растянутой зонах бетона.

Для определения коэффициентов полноты эпюр напряжений ( $\omega_c$ ,  $\omega_t$ ) и относительных расстояний от фибрового волокна до центра тяжести соответствующих эпюр напряжений ( $\gamma_c$ ,  $\gamma_t$ ) используются зависимости:

$$\omega_j = \frac{\int_0^{x_j} \sigma_{bz} dz}{\sigma_{bj} x_j}; \quad (j=c, t); \quad (10)$$

$$\gamma_j = \frac{\int_0^{x_j} \sigma_{bz} z dz}{x_j \int_0^{x_j} \sigma_{bz} dz}; \quad (j=c, t). \quad (11)$$

С учетом принятой гипотезы плоских сечений для рассматриваемого железобетонного элемента записываются следующие условия совместности деформаций:

$$\frac{\varepsilon_{btu}}{x_t} = \frac{\varepsilon_{bc}}{x_c}; \quad (12)$$

$$x_t = h - x_c; \quad (13)$$

$$\frac{\varepsilon_{st}}{\varepsilon_{btu}} = 1 - \frac{a_t}{x_t}; \quad (14)$$

$$\frac{\varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{bc}} = 1 - \frac{a_c}{x_c}. \quad (15)$$

Величину фибрового напряжения бетона  $\sigma_{bc}$  получаем с использованием зависимости (5), описывающей диаграмму деформирования бетона при неоднородном сжатии, а неизвестные напряжения в сжатой и растянутой арматуре  $\sigma_{sc}$ ,  $\sigma_{st}$  находим с помощью кусочной функции, рекомендуемой в работе [9]. Таким образом, получена замкнутая система разрешающих уравнений для определения НДС изгибаемого железобетонного элемента для стадии трещинообразования в возрасте  $t_0$ . Из решения этой системы получаем искомый параметр  $M_{crc}(t_0)$ .

Для проведения количественной оценки результатов, получаемых в рамках предлагаемого варианта определения НДС изгибаемого железобетонного элемента с учетом нарастания прочности бетона от времени для стадии трещинообразования, были разработаны общий алгоритм и программа расчета "IZGIB\_15" для персонального компьютера. В ходе численного эксперимента варьировали классами бетона (В15, В30, В60) и временем хранения железобетонных элементов в нормальных условиях до начала кратковременного нагружения (14 сут., 28 сут., 50 сут., 100 сут., 365 сут.). В качестве примера рассмотрим изгибаемый железобетонный элемент с размером поперечного сечения 200×300 мм. Армирование элемента предусмотрено арматурой класса А 400 (верхняя сжатая арматура 2 Ø8 мм и нижняя растянутая арматура 2 Ø14 мм). Для определённости принято, что для изготовления бетона применялся нормальный и быстротвердеющий цемент ( $s = 0,25$ ). Результаты расчётов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Величины моментов трещинообразования (кН·м) сечений железобетонных элементов с учетом нарастания прочности бетона от времени

Класс бетона	Время хранения в нормальных условиях перед нагружением, сут.				
	14	28	50	100	365
В15	6,195	8,344	9,398	9,699	9,712
В30	9,197	12,491	14,117	14,587	14,605
В60	12,467	17,011	19,257	19,905	19,929

Выполненные расчеты позволили выявить существенное влияние процесса нарастания прочности тяжёлого бетона во времени на основе теории старения, предложенной проф. Г.А. Гениевым, и установить при этом следующие закономерности:

– наиболее интенсивный рост величин моментов трещинообразования железобетонных элементов в нормальных условиях их хранения происходит в первые 14 сут. от момента изготовления. Так, значения  $M_{cr}$  в изгибаемых элементах для всех классов бетона в этом возрасте составили  $\approx 74\%$  по отношению к аналогичным величинам в возрасте 28 сут.;

– анализ приведенных в таблице 1 результатов расчетов железобетонных изгибаемых элементов для стадии трещинообразования позволяет сделать заключение, что процессы, связанные со старением тяжёлого бетона, в основном заканчиваются через 100 суток и дальнейшие изменения каких-либо параметров, как правило, не превышают 0,5%.

В заключение уместно отметить, что поскольку представленная методика определения момента трещинообразования в изгибаемых железобетонных элементах с учётом нарастания прочности бетона построена без привлечения эмпирических зависимостей, то можно говорить о возможности её применения при любых классах бетона и арматуры.

### Литература

1. Карпенко, Н.И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
2. Бондаренко, В.М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона [Текст] / В.М. Бондаренко, Вл.И. Колчунов. – М.: АСВ, 2004. – 472 с.
3. Залесов, А.С. Новые методы расчета железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной расчетной модели [Текст] / А.С. Залесов, Е.А. Чистяков, И.Ю. Ларичева // Бетон и железобетон. – 1997. – № 5. – С. 31-34.
4. Митасов, В.М. Применение энергетических соотношений для решения некоторых задач теории сопротивления железобетона [Текст] / В.М. Митасов // Автореф. дисс. ... докт. техн. наук: 05.23.01. – М., НИИЖБ, 1991. – 48 с.
5. Никулин, А.И. Применение энергетических соотношений при построении расчетной модели для определения несущей способности сечений изгибаемых железобетонных элементов [Текст] / А.И. Никулин, В.И. Колчунов // Вестник центрального регионального отделения РААСН. – Воронеж – Иваново: РААСН, 2005. – Вып. 4. – С. 99-106.
6. Никулин, А.И. Трансформирование диаграмм деформирования тяжёлого бетона с учётом нарастания его прочности от времени [Текст] / А.И. Никулин, Д.Ю. Сотников, Д.В. Казаков // Известия ОрелГТУ. Серия «Строительство. Транспорт». – Орел: ОрелГТУ, 2008. – № 3. – С. 22-28.
7. Гениев, Г.А. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при за- проектных воздействиях [Текст] / Г.А. Гениев, В.И. Колчунов, Н.В. Клюева, А.И. Никулин, К.П. Пятикрестовский. – М.: АСВ, 2004. – 216 с.
8. Алмазов, В.О. Проектирование железобетонных конструкций по Евронормам [Текст] / В.О. Алмазов. – М.: АСВ, 2007. – 216 с.
9. Мадатян, С.А. Арматура железобетонных конструкций [Текст] / С.А. Мадатян. – М.: Воентехлит, 2000. – 256 с.

#### **Сотников Д.Ю.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Старший преподаватель  
Тел.: +7 (4862) 73-43-65  
E-mail: gsh@ostu.ru

#### **Никулин А.И.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Кандидат технических наук, доцент  
Тел.: +7 (4862) 73-43-65  
E-mail: gsh@ostu.ru

#### **Казаков Д.В.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Аспирант  
Тел.: +7 (4862) 73-43-65  
E-mail: gsh@ostu.ru

УДК 624

ЦАРИТОВА Н.Г.

## ПРИНЦИПЫ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*На основе исследований пространственных стержневых конструкций были выведены основные принципы формообразования этих конструкций и поставлена задача изучения работы узлов соединения стержней в пространственных стержневых конструкциях.*

*Ключевые слова:* пространственные конструкции, стержень, купол, оболочка.

*On the basis of the spatial bar systems research the basic principles of such systems' shaping were concluded and the task for studying the work of bar connections in spatial bar systems was set.*

*Key words:* spatial designs, core, dome, environment.

Развитие современных строительных конструкций происходит в двух основных направлениях творческого сотрудничества архитектора и инженера. Если первое связано с художественным осмыслением традиционных архитектурно-конструктивных систем, то второе характеризуется поиском целостных архитектурно-конструктивных систем, оптимально формирующих пространственную среду и несущих в себе новые эстетические и формообразующие возможности. Это, прежде всего, различные типы пространственных конструкций, сочетающих наряду с предельной обнаженностью и рациональностью пластичность или символизм, часто формирующие новый тектонический взгляд на восприятие архитектурных форм. Современные пространственные стержневые конструкции (ПСК) являются ярким проявлением результата взаимодействия архитектурного творчества и научно-технического прогресса.

Попытки создать ПСК предпринимались еще в Древнем Риме. Купола и своды римских храмов – это и есть первые сетчатые конструкции. В разгар «первой металлической революции» возникли первые ПСК, изобретателем которых стал русский инженер В.Г. Шухов. Именно он использовал совместную статическую работу металлических стержней, перекрещивающихся в двух направлениях. При такой конструкции покрытие работает как одно целое, причем все стержни несут приблизительно одинаковую нагрузку, что позволяет изготавливать их одного сечения.

ПСК в архитектуре дали возможность на рациональной основе осуществлять поиски различных вариантов объемно-планировочных решений, более полно соответствующих быстро изменяющимся формам и видам общественных процессов, создавать благодаря применению большепролетных и трансформирующихся конструкций «универсальные» здания многоцелевого функционального назначения; разнообразить архитектурные формы и композиционные средства.

ПСК в своей основе допускают образование самых различных форм: плит, складок, сводов, куполов, гипаров, оболочек переноса, комбинированных решений. Тип пространственного покрытия предопределяется архитектурным замыслом при одновременном решении вопросов рационального выбора несущей системы, унификации ее элементов, технологичности изготовления и удобства монтажа. Наиболее простая и распространенная форма такого рода конструкций – структурные плиты разнообразного очертания с различными условиями опирания. Эффективность плит в случае больших размеров перекрываемого пространства повышается при использовании их в комбинации с вантовыми, висячими, арочными, рамными и другими несущими конструкциями.

ПСК могут быть однослойными (однопоясными), двухпоясными или многопоясными. Например, структурные плиты выполняют двухпоясными; сетчатые купола и цилиндрические оболочки при обычных пролетах делают однослойными (однопоясными).

Именно трехмерность общей формы поверхности обеспечивает устойчивость и пространственность работы всей системы. Неизменяемость этой формы создается жестким соединением стержней в узлах. Двухслойные (двухпоясные) и многослойные системы состоят из двух и более решетчатых поверхностей, расположенных на некотором расстоянии одна от другой и соединенных между собой раскосами или раскосами и стойками. Благодаря собственной объемности, которая отсутствует в однослойных системах, двухслойные системы могут образовывать не только криволинейные, но и плоские покрытия, а соединение стержней в узлах выполняется, как правило, шарнирным.

Исключительно разнообразны и красивы покрытия в форме одно- и двухпоясных решетчатых оболочек – многогранных стержневых конструкций с узлами, расположенными на криволинейной поверхности. Теоретические значения предельных пролетов составляют: 300 м для гипаров, 400 м для цилиндров и 600 м для сфероидов.

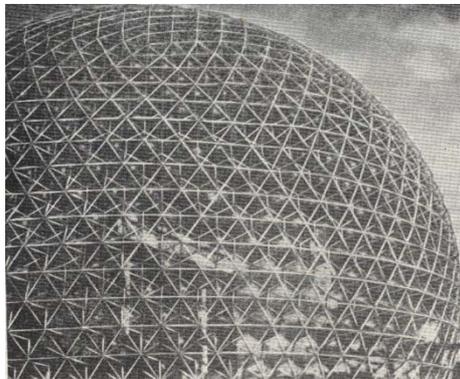


Рисунок 1 – Двухслойный геодезический купол, покрытый прозрачными акриловыми листами. Павильон США на Всемирной выставке в Монреале

Из всего многообразия классификации схем ПСК [3] можно выделить четыре группы по геометрическим признакам, которые выделил Дж. Боррего:

1. Системы с совмещенными в плане поясными сетками одинаковой формы (Direct Grid). Узлы одной сетки этой системы расположены непосредственно под узлами другой и соединены с ними раскосами, расположенными в вертикальных плоскостях.

2. Конструкции со смещенными на половину ячейки поясными сетками одинакового строения (Offset Grid).

3. Схемы с различным строением верхней и нижней сеток (Differential Grid). Ячейки сеток вместе с раскосами образуют многократно повторяющийся пространственный многогранник.

4. Системы вертикальных перекрестных ферм (Lattice Grid). Размер панелей поясов ферм может быть меньше стороны ячейки, во всех остальных отношениях эта системы подобна первой.

Поясные сетки ПСК состоят из ячеек треугольной, квадратной, пяти-, шести- и восьмиугольной формы, образованных стержнями двух, трех и более направлений либо из комбинации ячеек различной формы (рисунок 2).

ПСК используются также и для создания куполов с разными связями. В конце XIX века были созданы металлические купола Феппеля и Шведлера, скомпонованные на основе радиально-кольцевой системы, но со связями в каждой ячейке, ограниченной соседними ребрами и кольцами. Это ознаменовало появление нового конструкционного типа куполов, ко-

торые впоследствии были названы сетчатыми. Рассмотрим основные конструктивные решения этих куполов.

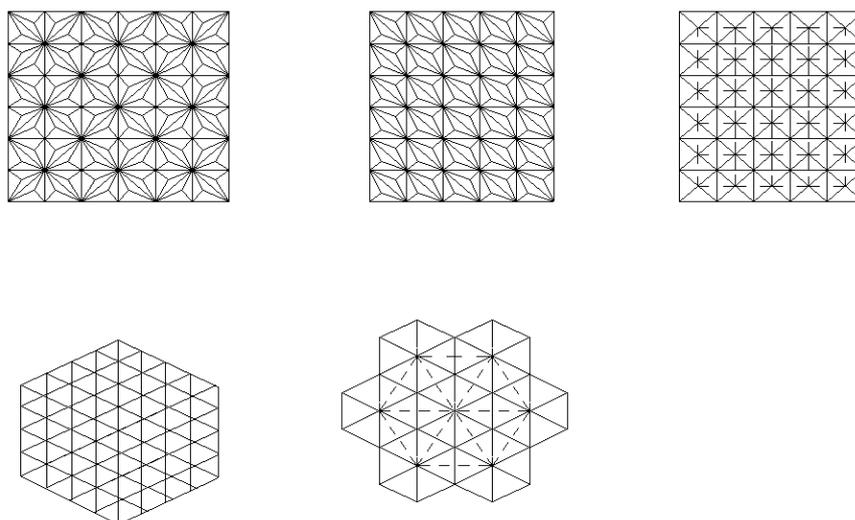


Рисунок 2 – Разнообразие схем структурных конструкций

В зависимости от формы поверхности сетчатых оболочек различают цилиндрические (рисунок 3, *а*) (сетчатые своды), сферические (рисунок 3, *б*) (сетчатые купола), конические оболочки (рисунок 3, *в*) и оболочки переноса (рисунок 3, *г*), причем последние два типа оболочек применяются относительно редко. Цилиндрические сетчатые оболочки могут быть образованы изгибанием плоской решетки вдоль ее продольной оси. Сетчатые купола не преобразуются в плоскую поверхность. Это несколько усложняет геометрию элементов конструкции и кровельного покрытия. Но по статической работе поверхность двойной кривизны более эффективна. Поэтому преимущественное распространение в архитектурной практике получили именно сетчатые купола.

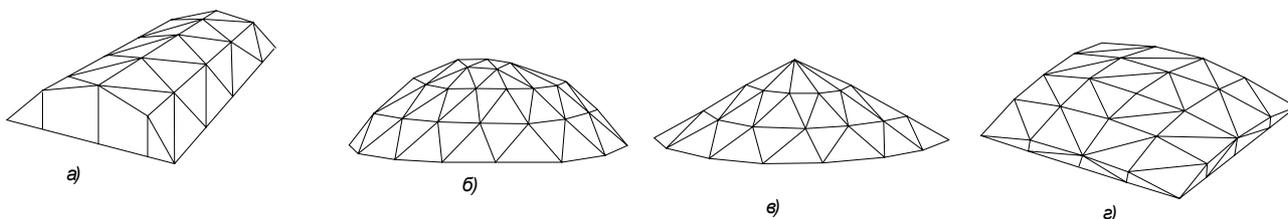


Рисунок 3

Другой тип стержневых пространственных конструкций – призматические конструкции и плиты (рисунок 4), здесь можно выделить трехгранные фермы (рисунок 4, *а*) и стержневые плиты (рисунок 4, *б*).

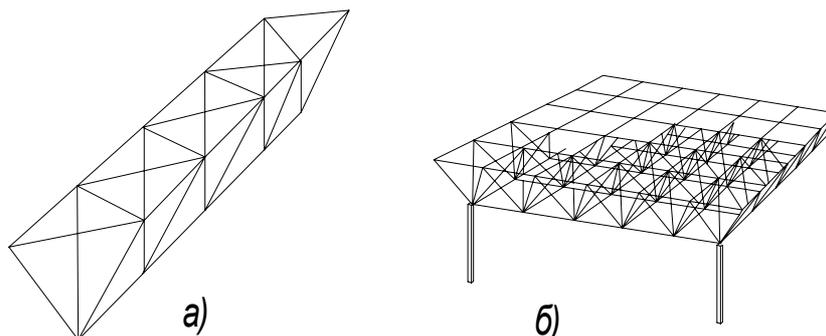


Рисунок 4

Одним из признаков классификации ПСК является число взаимно пересекающихся семейств стержней, лежащих в плоскости решетки; оно может быть равно двум (рисунок 5, а), трем (рисунок 5, б) и более. Различают также диагональные (рисунок 5, в) и кольцевые (рисунок 5, г) решетки. Эти термины не являются общепринятыми в мировой технической литературе. Работа по уточнению терминологии в области ПСК, основанной на понятиях стереометрии, продолжается многими учеными.

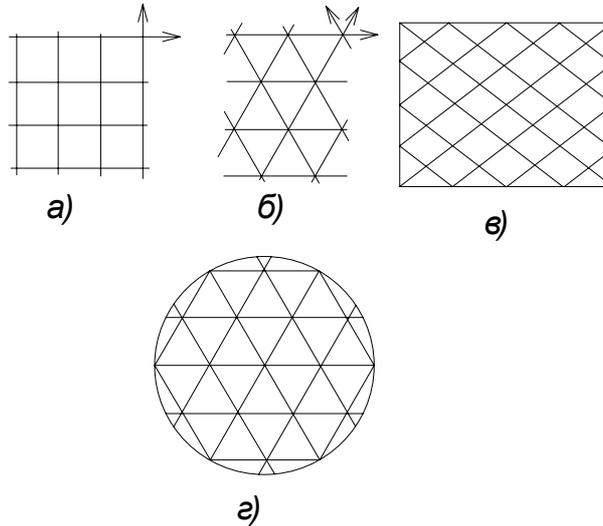


Рисунок 5 – Типы плоских стержневых решеток: а – с двумя семействами пересекающихся стержней; б – с тремя семействами стержней; в – диагональная; г – кольцевая

Использование ПСК имеет свои плюсы:

- модульность строения, позволяющая организовать поточное изготовление однотипных элементов на высокопроизводственных линиях;
- компактность упаковки при транспортировке;
- возможность расстановки опор по укрупненной сетке колонн, допускающей свободу в размещении технологического оборудования;
- доступность и целесообразность крупноблочного монтажа;
- повышенная жесткость при пространственном характере работы и обусловленное этим назначение малой конструктивной высоты;
- облегчение настила ограждения благодаря малым размерам ячеек поясных сеток при отказе от прогонов;
- архитектурная выразительность при разнообразии форм.

К недостаткам можно отнести сложность узловых сопряжений конструкций и высокую трудоемкость монтажа.

В прогрессивной зарубежной архитектуре последних лет обилие замысловатых, зачастую парадоксальных конструктивных решений стало одним из неотъемлемых компонентов успеха. В первой половине XX века ПСК чаще применялись в промышленном строительстве. Но затем появились экстремальные Hi-Tech-постройки. Немецкие архитекторы Хьюго Херингу и Фрай Отто в 1976 г. возвели торговый павильон в Мангейме на основе сетчатых конструкций (рисунок 6, а). Музей фруктов в г. Яманаши (Япония) – традиционный специфический (японский) взгляд на сетчатые оболочки. Здесь оболочки используются и как несущие

конструкции для остекления, и просто как металлическая решетка, обозначающая объем сооружения (рисунок 6, б).

а)



б)

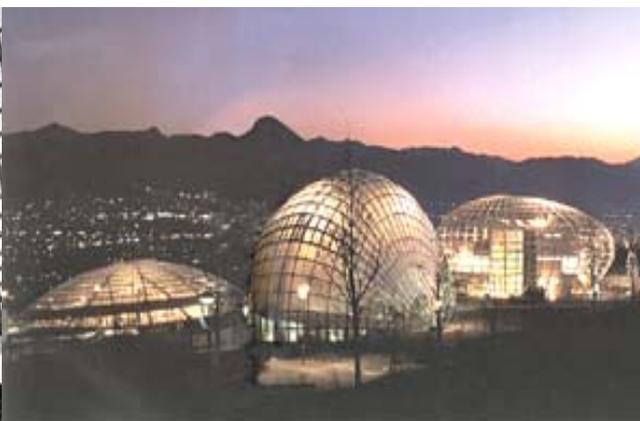


Рисунок 6

Еще одна «сетчатая» работа Норманна Фостера – здание Факультета Права в Кембридже (Великобритания). Довольно массивная сетчатая оболочка из стальных труб со сварными узлами поддерживает фасадное остекление, которое выполнено из треугольных сегментов, дублирующих ячейки оболочки. Видимо в этом сооружении сечения элементов сетчатой оболочки специально были «гипертрофированы», чтобы создать ощущение тяжелого и замысловатого барьера на пути к внешней среде. По конструктивным соображениям все стержни могли быть на порядок «тоньше» (рисунок 7).



Рисунок 7

ПСК состоят всего лишь из двух типов элементов – линейных (стержней) и узловых. В качестве линейных элементов применяются стальные и алюминиевые прокатные и гнутые профили, эффективны трубчатые круглые и квадратные стержни. Узловые элементы имеют различную конструкцию, обеспечивающую легкое и надежное соединение нескольких стержней, сходящихся под различными пространственными углами: завинчивание, зажатие, запрессовку и др. Конструктивное решение этих соединений либо предполагает жесткое соединение стержней, либо не удовлетворяет условиям возможности поворота стержней вокруг вертикальной оси соединения или складированию в плотную упаковку.

Профессором кафедры СиА (ЮРГТУ (НПИ)) Тумасовым А.А. был изобретен и запатентован узел соединения (рисунок 8), в процессе поиска оптимального конструктивного решения были использованы бионические аналоги костно-мышечной системы млекопитающих.

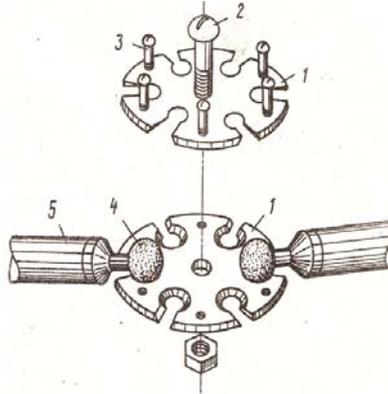


Рисунок 8

Использование предлагаемого узла соединения имеет ряд преимуществ по сравнению с известными конструкциями: обеспечивает устойчивость ПСК без дополнительных конструктивных элементов (раскосов, затяжек и т.д.), которые составляют в среднем около 25% материалоемкости от всего объема, это позволяет существенно снизить расход металла.

Цель изобретения – повышение надежности, снижение транспортных расходов и сокращение сроков монтажа.

Работа узлов ПСК не достаточно изучена и этот вопрос требует дополнительных исследований, что можно выполнить, используя твердотельную модель этого узла, построенную в системе Mathcad.

#### Литература

1. Файбишенко, В.К. Металлические конструкции [Текст] / В.К. Файбишенко – М.: Стройиздат, 1984. – 336 с.
2. Трущев, А.Г. Пространственные металлические конструкции [Текст] / А.Г. Трущев – М.: Стройиздат, 1983. – 215 с.
3. Клячин, А.З. Металлические решетчатые пространственные конструкции регулярной структуры [Текст] / А.З. Клячин. – Екатеринбург: Диамант, 1994.
4. Рюле, Г. Пространственные покрытия [Текст] / Г. Рюле, Г. Аккерман, У. Бекман – М.: Стройиздат, 1974. – 247 с.
5. Трофимов, В.И. Легкие металлические конструкции зданий и сооружений [Текст] / В.И. Трофимов, А.М. Каминский. – М.: АСВ, 2002. – 576 с.

#### Царитова Н.Г.

Южно-Российский государственный технический университет (ЮРГТУ), г. Новочеркасск  
Ассистент кафедры «Строительство и архитектура»  
Тел.: +7 (6352) 2-20-05  
E-mail: ncaritova@yandex.ru

УДК 656.13.658

ПОПОВ В.М., МЕРКУЛОВА Е.В., РЫКУНОВА И.О., ЧЕПИКОВ Н.А.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУХООХРАННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ СРЕДНЕГО ГОРОДА

*Данная статья посвящена разработке геоинформационной системы выбросов загрязняющих веществ в воздушную среду города Курска. Разработанная ГИС включает в себя две подсистемы: «Стационарные источники выбросов загрязняющих веществ в атмосферу» и «Передвижные источники выбросов загрязняющих веществ в атмосферу». Целью построения представляемой ГИС являлось создание электронной карты города Курска с нанесенными на нее источниками загрязнения атмосферы, а также базы данных, содержащей полную информацию об этих источниках.*

**Ключевые слова:** выброс, загрязняющие вещества, атмосфера, воздушная среда.

*Given clause is devoted to development of geoinformation system of emissions of polluting substances in the air environment of Kursk. Developed GIS includes two subsystems: «Stationary sources of emissions of polluting substances in an atmosphere» and «Mobile sources of emissions of polluting substances in an atmosphere». The purpose of construction represented GIS was creation of an electronic map of city of Kursk with the sources of pollution of an atmosphere put on it, and also a database containing the full information on these sources.*

**Key words:** the emission, polluting substances, atmosphere, the air environment.

Государственная политика в области охраны окружающей среды, обеспечения экологической безопасности и рационального использования природных ресурсов, ориентированная на принципы устойчивого развития, требует применения эффективной системы управления процессами принятия решений, опирающейся на достоверную и своевременную информацию о природных средах, источниках антропогенного воздействия на них, существующих и возможных последствий этих воздействий.

Современные города характеризуются чрезмерно высокой плотностью населения, транспорта и промышленных предприятий на сравнительно небольших территориях. В связи с этим оценка экологического состояния таких сложных объектов должна учитывать множество разнообразных показателей, сформированных на основе оперативных данных трех типов: констатирующих (измеренные параметры состояния экологической обстановки в момент обследования), оценочных (результаты обработки измерений и получение на этой основе оценок экологической ситуации), прогнозных (прогнозирующих развитие обстановки на заданный период времени). При этом полезной является возможность связать разнородные данные друг с другом, сравнить, проанализировать, просмотреть их в удобном и наглядном виде, например, создав на их основе необходимую таблицу, схему, чертеж, карту, диаграмму. Реализовать эту возможность позволяют геоинформационные системы (ГИС).

На сегодняшний день особую тревогу вызывает антропогенное загрязнение атмосферы городов в результате постоянно увеличивающихся объемов выбросов автотранспорта и деятельности промышленных предприятий. Загрязнение атмосферного воздуха является одной из самых серьезных экологических проблем современного города: оно наносит значительный ущерб здоровью горожан, материально-техническим объектам, расположенным в городе (зданиям, объектам, сооружениям, промышленному и транспортному оборудованию, коммуникациям, промышленной продукции, сырью и полуфабрикатам) и зеленым насаждениям.

Для эффективного управления качеством воздушной среды города необходима разработка муниципального ГИС-приложения, предназначенного обеспечить полную информационную поддержку принятия решений в области управления качеством атмосферы города или (и) отдельных промышленных зон.

Важным элементом системы управления качеством атмосферы г. Курска может стать ГИС-приложение «Источники выбросов ЗВ в воздушную среду г. Курска». Целью построения приложения являлось нанесение на электронную карту г. Курска источников загрязнения атмосферы, а также разработка базы данных, содержащей полную информацию об этих источниках. При этом предусматривалась возможность наложения на карту пятен загрязнения для оценки степени влияния источников выбросов на экологическую ситуацию в исследуемом районе. ГИС-приложение работает под управлением MapInfo, реализовано на языке Object Pascal с использованием компонента интегрированной картографии TKDMapInfoServer в среде визуальной разработки приложений Borland Delphi 7.0 и использует базу данных Microsoft Access.

Приложение состоит из трех подсистем: для анализа выбросов от стационарных источников, от передвижных источников и для расчета платы за загрязнение окружающей среды.

ГИС-подсистема «Стационарные источники выбросов загрязняющих веществ в атмосферу» предназначена для расчета и анализа концентраций загрязняющих веществ в атмосфере с учетом параметров источников выбросов и метеорологической обстановки. Для проведения расчетов используется следующая входная информация: данные об источниках выбросов (наименование и тип, высота, диаметр устья, скорость выхода и температура газовой смеси, координаты источника на местности и т.д.) и выбрасываемых ими веществах; сведения о фоновых концентрациях загрязняющих веществ и метеопараметрах. Сопутствующая входная информация включает стандартные параметры расчета концентраций: условия рассеивания для г. Курска, границы и интервалы сетки расчетной области, параметры изолиний. Основой расчета приземных концентраций является «Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий» (ОНД-86).

При построении подсистемы на электронную карту города Курска дополнительно нанесено три тематических слоя: Предприятия, Участки, Источники, для создания которых были использованы ситуационные карты района расположения предприятий и картосхемы промышленных площадок. Базы данных спроектированы на основе сводных томов ПДВ предприятий, а также данных журнала регистрации пылегазоочистных устройств Комитета природных ресурсов Курской области.

Разработанный программный продукт позволяет проводить построение 3D-поверхности рассеивания загрязняющих веществ как от одиночного источника, так и от группы. Построение изолиний рассеивания осуществляется как с помощью компонента графических построений в среде Delphi TChart для обеспечения возможности вывода результатов расчета и построения на печать, так и с помощью встроенных механизмов построения изолиний в среде MapInfo для отображения изолиний на карте.

На электронную карту города Курска были нанесены стационарные источники загрязнения атмосферы следующих предприятий, вносящих значительный вклад в загрязнение воздушной среды города: МУП ПАТП-2, ОАО «Прибор», ЗАО «Курскрезинотехника», ОАО «Электроаппарат», ЗАО «Кондитер-Курск», ООО «Управляющая компания Подшипник – Курск», ООО «Курскхимволокно», ООО «Курская строительная компания», «ТЭЦ-1», ОАО «Счетмаш», ЗАО «Курская картонажно-полиграфическая фабрика», ООО «Курск – Пластик», ОАО «Электроагрегат».

Создание подсистемы «Передвижные источники выбросов загрязняющих веществ в атмосферу» обусловлено тем, что комплексная оценка состояния атмосферного воздуха в городе невозможна без учета и анализа воздействия выбросов автотранспорта, т.к. на его долю приходится в среднем 75-80% всей массы выбросов загрязняющих веществ в атмосферу.

Подсистема включает в себя электронную карту города Курска, реализованную с помощью ГИС MapInfo, с дополнительными тематическими слоями для участков магистралей и перекрестков, обеспечивающими отображение пятен выбросов загрязняющих веществ от автотранспорта, а также базу данных Microsoft Access разветвленной структуры, содержа-

щую информацию о картографических объектах, о характеристиках транспортного потока и удельных объемах выбросов ЗВ. Пользовательский интерфейс приложения осуществляется через стандартные средства визуального программирования Borland Delphi. При этом программные модули обеспечивают не только интеграцию ГИС и СУБД, но и математическое обеспечение приложения за счет реализации сводных расчетов загрязнения атмосферы города выбросами автотранспорта и построения статистических графических зависимостей.

При работе с базой данных предусмотрен не только удобный механизм просмотра данных, представленных в виде деревьев иерархии и списков просмотра, но и механизм управления ими в диалоговом режиме с помощью контекстного меню или системных клавиш.

При работе с подсистемой пользователь интерактивно взаимодействует с картой, которая имеет все возможности, присущие окну Карта в среде MapInfo (рисунок 1).



Рисунок 1 – Работа с картой

Для составления демонстрационной БД, отражающей реальную экологическую обстановку на основных автомагистралях г. Курска, были проведены натурные обследования состава и интенсивности движущегося автотранспортного потока по улицам Ленина, 50 лет Октября и Дзержинского. Для проведения анализа динамики изменения транспортной нагрузки на автомагистрали было принято решение об обследовании дорог в утренние и вечерние часы «пик», а так же в промежуточные временные интервалы в рабочие дни и в выходные.

По результатам натурных обследований были проведены расчеты выбросов движущегося автотранспорта и автотранспорта в районе регулируемых перекрестков. Результаты расчета по отдельному наблюдению для конкретного участка дороги или перекрестка отображаются на вкладке «результаты расчета». Для более наглядного представления результатов осуществляется построение графических зависимостей.

В результате расчета на карте города отображаются пятна выбросов загрязняющих веществ, различные цвета которых соответствуют различным уровням загрязнения (рисунок 2).

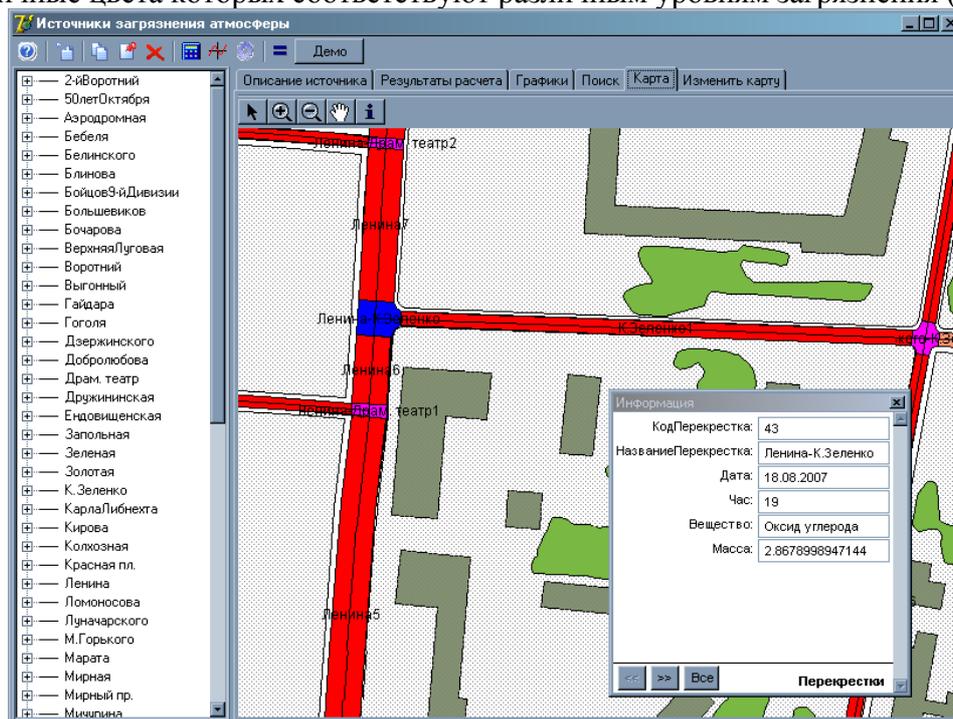


Рисунок 2 – Отображение пятен выбросов

В системе предусмотрена возможность многофакторного поиска. Критерии отбора данных и порядок сортировки информации определяются самим пользователем.

Основанные на использовании подобного программного продукта планировочные мероприятия и мероприятия по совершенствованию управления автомобильными потоками внутри города могут внести существенный вклад в снижение загазованности атмосферы города Курска.

В заключение следует отметить, что разработка подобного геоинформационного приложения и его использование в системе воздухоохранной деятельности будет способствовать более эффективному управлению охраной атмосферного воздуха за счет оперативных и адекватных мер, проведенных на основе геоинформационного анализа.

#### Литература

1. Цветков, В.Я. Геоинформационные системы и технологии [Текст] / В.Я. Цветков. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 288 с.
2. ГИС как средство информационного обеспечения принятия управленческих решений [Текст] // Электронное правительство. – 2002. – С. 12.

#### **Попов В.М.**

Курский государственный технический университет, г. Курск  
Кандидат технических наук, профессор  
Тел.: +7 (4712) 58-71-19

#### **Меркулова Е.В.**

Курский государственный технический университет, г. Курск  
Старший преподаватель  
Тел.: +7 (4712) 58-71-19

#### **Рыкунова И.О.**

Курский государственный технический университет, г. Курск  
Аспирантка  
Тел.: +7 (4712) 58-71-19

**Чепиков Н.А.**

Курский государственный технический университет, г. Курск  
Аспирант

УДК 614.841

ФЁДОРОВ В.С.

## РОЛЬ ОГНЕСТОЙКОСТИ И ПОЖАРНОЙ ОПАСНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМЕ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ ЗАЩИТЫ ЗДАНИЙ

*Приведены общие сведения о статистике пожаров и пожарных рисках в России и в мире; показана базовая роль критериев огнестойкости и пожарной опасности строительных конструкций в структуре системы обеспечения пожарной безопасности зданий; рассмотрены возможности, особенности, примеры и перспективы перехода от «жесткого» к «гибкому» (объектно-ориентированному) противопожарному нормированию, основанному на количественной оценке пожарных рисков.*

**Ключевые слова:** огнестойкость, пожарная опасность, противопожарное нормирование.

*There are shown general data on statistics in fires and fire risks in Russia and in the world; the major role of criteria in refractoriness and fire risks for building units in the system of fire safety prevention of buildings is shown; the possibilities, peculiarities, samples and prospects of transition from "hard" to "soft" (object-oriented) fire prevention regulations based on the quantitative estimate of fire risks.*

**Key words:** fire resistance, fire danger, fire-prevention normalization.

Наука о пожарной безопасности, как и любая наука о безопасности, базируется на четкой классификации факторов опасностей и угроз, с одной стороны, и мер защиты и противодействия, с другой стороны, устанавливая затем разумно обоснованные принципы соответствия между ними. Для создания строгой и последовательной логической структуры системы пожарной безопасности большое значение имеет однозначное понимание используемых терминов и определений, поэтому, коротко рассмотрим наиболее важные из них, опираясь на положения нового «Технического регламента» [1] и предшествовавших ему нормативных документов [2, 3].

Согласно [2] пожар определяется как неконтролируемое горение, приводящее к ущербу. Ущерб возникает вследствие воздействия на людей и материальные ценности опасных факторов пожара (таблица 1). К ущербу могут также привести сопутствующие проявления опасных факторов пожара – осколки, части разрушившихся зданий, воздействие огнетушащих веществ и др. [1, 3].

Таблица 1 – Опасные факторы пожара

Опасные факторы [1, 4]	Количественное значение [4]
Пламя и искры	отс.
Тепловой поток	более 500 Вт/м <sup>2</sup>
Повышенная температура окружающей среды	более 70 °С
Повышенная концентрация токсичных продуктов горения и термического разложения	оксида углерода – более 0,1%; диоксида углерода – более 6%
Пониженная концентрация кислорода	менее 17%
Снижение видимости в дыму	ослабление света 2,38 на ед. длины

Каждое здание и сооружение обладает некоторой пожарной опасностью, характеризующейся возможностью возникновения и развития пожара, а также возможностью воздействия на людей и имущество опасных факторов пожара [1, 2].

Количественными характеристиками возможности реализации пожарной опасности и её последствий являются пожарные риски. Каждый из аспектов пожарной опасности характеризуется соответствующим значением пожарного риска. Различают риски возникновения пожаров, их развития, перерастания в крупные (или катастрофические) пожары и риски различных последствий пожаров (гибель и травмирование людей; уничтожение материальных ценностей, где потери можно измерить; уничтожение духовных ценностей, где потери неизмеримы в принципе) [5, 6].

Пожарная безопасность объекта может считаться обеспеченной, если значения всех пожарных рисков не превышают приемлемых (допустимых) уровней.

Следует заметить, что первые задачи с учётом пожарных рисков в нашей стране были решены в середине 1970-х годов, а систематическое изучение пожарных рисков началось в 1990-х годах [5, 6]. Вместе с тем, ещё не так давно задача обеспечения пожарной безопасности формулировалась как «исключение возможности возникновения пожара и максимальное снижение величины ущерба в случае возникновения пожара».

Однако требование полного исключения возможности возникновения пожара является невыполнимым, а требование обеспечения максимальной защиты – весьма неопределённым. Постепенно стало совершенно очевидным, что абсолютной безопасности не бывает, но риск можно уменьшить до некоторого приемлемого (допустимого) уровня, с которым общество на данном этапе его исторического развития будет вынуждено согласиться (психологически будет готово его принять). Обеспечение пожарной безопасности в этом случае рассматривается как управление рисками [5, 6].

В мировой классификации рисков недопустимым считается риск более  $10^{-4}$ , приемлемым – не более  $10^{-6}$ . Между этими значениями лежит зона жёсткого контроля риска, требующая соблюдения повышенных мер безопасности [5, 7]. Отечественными нормами регламентируются допустимые значения индивидуального и социального пожарного риска, т.е. риска гибели при пожаре, соответственно, одного человека и группы людей. В частности, индивидуальный риск не должен превышать одну миллионную ( $10^{-6}$ ) в течение года [1]. Для определения фактического значения этого риска необходимо обратиться к статистике пожаров [8].

В Российской Федерации ежегодно происходит свыше 220 тыс. пожаров, на которых погибает около 15 тыс. чел. (рисунок 1). Ежегодное снижение количества пожаров и числа жертв обусловлено проведением комплексных государственных мероприятий в области обеспечения пожарной безопасности.

Значение индивидуального пожарного риска получаем, поделив ежегодное количество пожаров на численность населения страны:

$$R = \frac{15 \cdot 10^3}{145 \cdot 10^6} = 10,3 \cdot 10^{-5} \frac{[\text{чел.}]}{[\text{чел.}]}$$

Как видим, результат находится в области недопустимого риска, приближаясь, однако, к границе допустимого диапазона (вернее, к области жёсткого контроля риска). Основываясь на результатах работ [5, 8], можно сделать вывод, что по величине индивидуального пожарного риска наша страна занимает лидирующее место в мире, а в большинстве стран этот риск находится в допустимом диапазоне ( $10^{-6}..10^{-4}$ ). Наиболее высокие риски  $(10..5) \cdot 10^{-5}$  отмечаются в Эстонии, Латвии, Литве, Республике Беларусь, Украине, Казахстане. В развитых странах мира (США, Великобритания, Германия, Япония и др.) значение индивидуального риска составляет  $(0,7..1,3) \cdot 10^{-5}$ . Наиболее низкие значения  $(0,1..0,2) \cdot 10^{-5}$ , приближающиеся к величине приемлемого риска, характерны для Китая, Сингапура, Вьетнама, Таиланда, Лаоса.

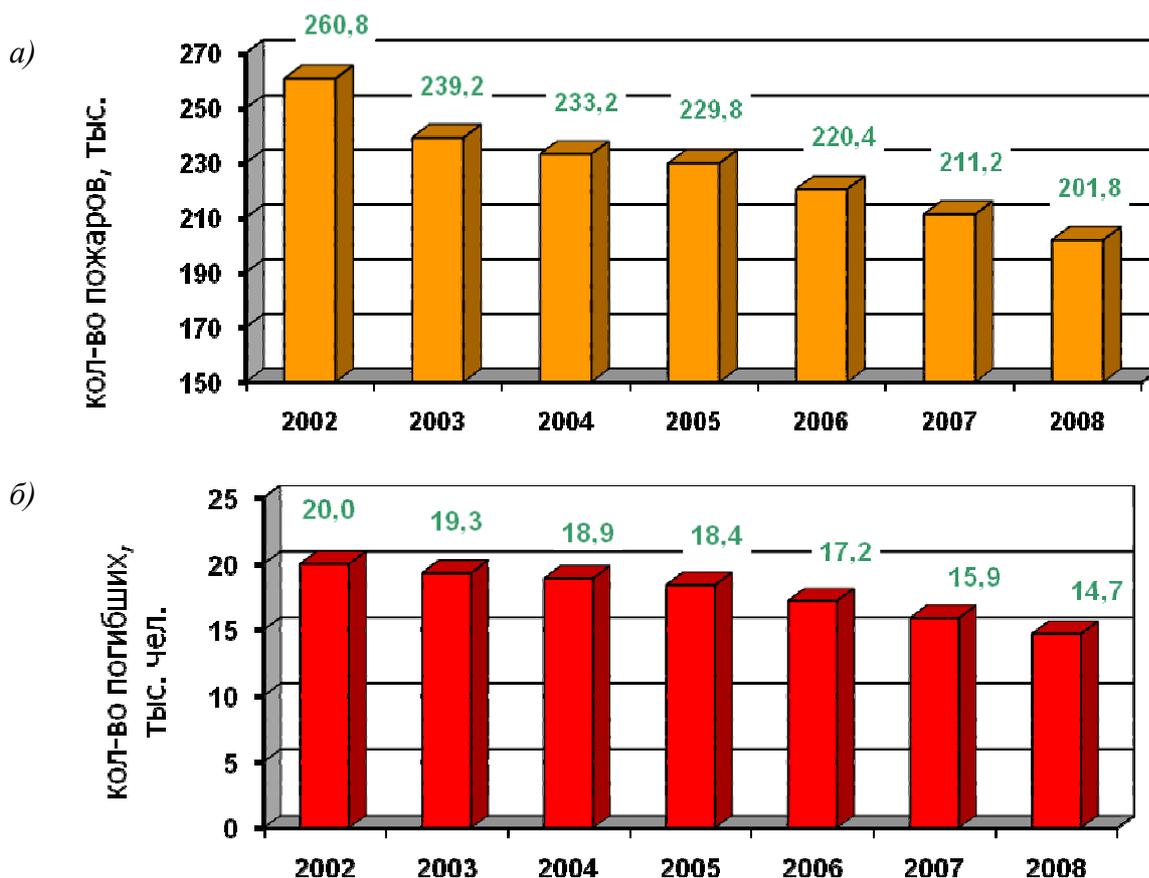


Рисунок 1 – Статистика пожаров в Российской Федерации

В пределах Российской Федерации распределение индивидуальных пожарных рисков крайне неоднозначно. Самые низкие значения  $(2,0..2,2) \cdot 10^{-5}$  отмечаются в ряде регионов Северного Кавказа (Кабардино-Балкария, Дагестан и др.). Относительно благоприятная обстановка наблюдается в Москве и Санкт-Петербурге:  $(6..8) \cdot 10^{-5}$ . В большинстве субъектов Российской Федерации индивидуальный пожарный риск составляет  $(10..30) \cdot 10^{-5}$ , достигая в северных районах  $(40..50) \cdot 10^{-5}$ .

Если принять во внимание, что свыше 50% пожаров в нашей стране происходят в жилых зданиях (рисунок 2), а наиболее распространёнными причинами возникновения пожаров является неосторожное обращение с огнём, нарушение правил установки и эксплуатации электрооборудования, печей и теплоустановок (рисунок 3), то легко прийти к выводу, что большое количество пожаров и жертв от них в северных районах страны обусловлено неудачными попытками людей обогреть свои жилища. Это прямо указывает, на что необходимо обращать внимание Государственной противопожарной службе.

Отметим, что реализованная в США в 80-х годах прошлого века программа подготовки различных категорий населения к действиям в условиях пожара позволила в течение короткого времени снизить в 3 раза ежегодную гибель людей при пожаре (с 15 до 5 тыс. чел.) и вдвое уменьшить ежегодный материальный ущерб от пожаров [7].

Задача обеспечения пожарной безопасности во всех странах мира возложена, главным образом, на государство. В соответствии с Федеральным законом Российской Федерации №69-ФЗ от 21.12.1994 «О пожарной безопасности» основными элементами системы обеспечения пожарной безопасности являются органы государственной власти, органы местного самоуправления, предприятия и граждане, принимающие участие в обеспечении пожарной безопасности в соответствии с законодательством Российской Федерации.

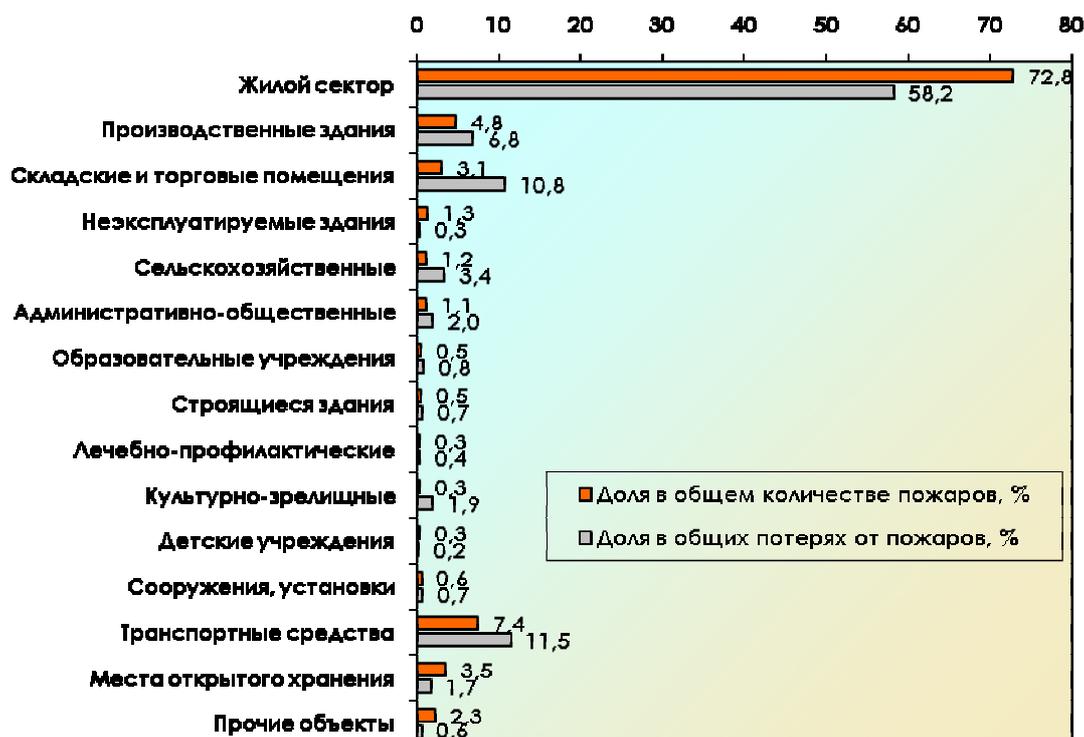


Рисунок 2 – Распределение пожаров по видам объектов в Российской Федерации за 2002-2008 г.



Рисунок 3 – Основные причины пожаров в Российской Федерации за 2002-2008 г.

С принятием Федерального закона №184-ФЗ от 27.12.2002 «О техническом регулировании» началось реформирование нормативно-правовой документации, в том числе в области пожарной безопасности. Обязательные для исполнения требования (как правило, наибо-

лее общие, в том числе требования по величине допустимого индивидуального и социального пожарного риска) устанавливаются теперь нормативными правовыми актами Российской Федерации (Техническими регламентами), имеющими статус федеральных законов. При выполнении этих требований в полном объёме пожарная безопасность объекта считается обеспеченной.

Прочие нормативные документы (национальные, региональные и корпоративные стандарты, своды правил и др.) являются лишь рекомендуемыми и содержат детальные и конкретизированные, но более строгие требования, при соблюдении которых в соответствии с [1] расчёт пожарного риска производить не требуется.

Система пожарной безопасности объектов, согласно как современным, так и прежним нормативным документам [1, 3], включает в себя систему предотвращения пожара, систему противопожарной защиты и организационно-технические мероприятия (рисунок 4).

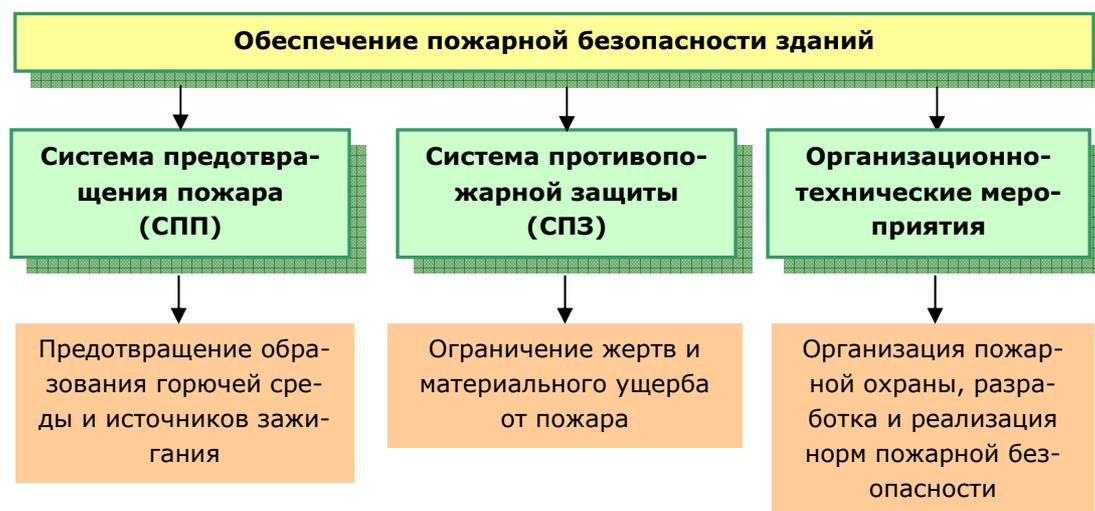


Рисунок 4 – Структура системы обеспечения пожарной безопасности

На стадии проектирования зданий основной объём решений в области пожарной безопасности приходится на создание системы противопожарной защиты (СПЗ). Элементы этой системы формируются при разработке:

- ▶ **генерального плана объекта** (устройство наружного противопожарного водоснабжения, обеспечение возможности подъезда пожарных подразделений, наличие противопожарных разрывов и т.д.);
- ▶ **объёмно-планировочных решений** (взаимное расположение помещений, устройство эвакуационных выходов и путей эвакуации, размещение лестничных клеток, лифтов, подъемников, эскалаторов и т.д.);
- ▶ **конструктивных решений** (соответствие фактических и требуемых пределов огнестойкости и классов пожарной опасности конструкций);
- ▶ **инженерных систем** (отопление, приточно-вытяжная общеобменная вентиляция, электроснабжение, газоснабжение и молниезащита);
- ▶ **систем пожарной безопасности** (система оповещения и управления эвакуацией людей при пожаре, автоматическая пожарная сигнализация, внутренний противопожарный водопровод, автоматические установки пожаротушения, приточно-вытяжная противодымная вентиляция).

В целом система противопожарной защиты (рисунок 5) состоит из мер пассивной и активной защиты. Активные меры, в отличие от пассивных, реализуют свои функции путём прямого воздействия на очаг пожара или подачи сигнала о его возникновении.



Рисунок 5 – Структура системы противопожарной защиты зданий

Приоритетной задачей противопожарной защиты зданий является обеспечение безопасности людей. Это означает, что в первую очередь необходимо создать условия для своевременной и беспрепятственной эвакуации (самостоятельного перемещения людей наружу или в безопасную зону через эвакуационные выходы), а также предусмотреть возможность спасения, которое, в отличие от эвакуации, представляет собой вынужденное перемещение людей, осуществляемое как самостоятельно, так и с помощью пожарных подразделений через эвакуационные или аварийные выходы.

Огнестойкость конструкций и защита людей от опасных факторов пожара должны гарантированно обеспечиваться до тех пор, пока последний человек не покинет горящее здание. Для конкретизации этого требования разработана пожарно-техническая классификация строительных конструкций и зданий, основанная на разделении их по огнестойкости (способности сопротивляться воздействию пожара и распространению его опасных факторов) и пожарной опасности (свойству, способствующему возникновению опасных факторов пожара и его развитию).

Следует уточнить, что огнестойкость строительных конструкций является лишь необходимым условием для реализации противопожарных мероприятий, непосредственно направленных на обеспечение безопасности людей. Обрушение отдельных конструкций при пожаре никогда не происходит в помещениях, где ещё могут находиться живые люди, поскольку для обрушения необходимы гораздо более высокие температуры, чем может выдержать человеческий организм. Обеспечение огнестойкости имеет определяющее значение, во-первых, для предотвращения прогрессирующего разрушения несущей системы здания при пожаре, а во-вторых, для ограничения распространения пожара. По этим причинам проблемы обеспечения огнестойкости конструкций наиболее остро проявляются при строительстве уникальных, масштабных, сложных и ответственных зданий и сооружений – высотных, подземных и т.д.

На первых этапах развития противопожарного нормирования вследствие неопределённости сведений о развитии пожара в здании, динамике нарастания его опасных факторов, продолжительности эвакуации и спасения людей приходилось устанавливать требования к огнестойкости и пожарной опасности конструкций, а также к другим элементам системы противопожарной защиты исходя из некоторых условных (возможно, завышенных) критериев, назначаемых волевым порядком на основе субъективного опыта нескольких специалистов. По этой причине сложившаяся система противопожарного нормирования носит преимущественно «жесткий», детерминированный характер [7, 9, 10].

К достоинствам детерминированного подхода можно отнести относительную простоту его использования, высокую степень завершённости и однозначности решения задач оценки пожаровзрывоопасности объектов [6].

«Жесткие» противопожарные требования являются строго предписывающими, излишне конкретизированными и достаточно сложными для восприятия (например, в МГСН 4.19-05 требования по обеспечению пожарной безопасности занимают почти треть всего объёма). Недостаточная обоснованность, а иногда и противоречивость отдельных требований приводят к разногласиям между проектировщиками и органами пожарного надзора при согласовании проектных решений, а в некоторых случаях – просто к невыполнению требований норм (например, требование МГСН 4.19-05 об ограничении распространения пожара по фасаду высотного здания путём устройства козырьков шириной не менее 1 м).

Новые архитектурно-планировочные решения, инновационные строительные технологии, материалы и конструкции, непрерывно совершенствующиеся системы предупреждения, обнаружения и тушения пожаров долгое время не находят отражения в «жестких» противопожарных нормах. Всё это приводит к неоправданному завышению стоимости зданий или недооценке их реальной пожарной опасности [7, 9, 10].

По мере расширения наших знаний о пожаре, развития теории и методов расчёта пожарных рисков на смену «жесткому» противопожарному нормированию приходит «гибкое», или объектно-ориентированное нормирование, более детально учитывающее специфические особенности конкретных объектов и позволяющее оптимизировать уровень затрат на защиту с необходимой степенью защиты.

Рассуждения о преимуществах «гибкого» нормирования возникли с самого момента зарождения науки о пожарной безопасности, но конкретное выражение в нормативных документах они приобрели только в конце 70-х годов прошлого века, когда в ГОСТ 12.1.004-76 «Пожарная безопасность. Общие требования» появилось требование о допустимой величине пожарного риска для человека, составляющей не более  $10^{-6}$  в год, и методика расчёта его фактического значения.

В 1998 г. начал действовать ГОСТ Р 12.3.047-98 «Пожарная безопасность технологических процессов. Общие требования. Методы контроля», в котором были даны предельно допустимые значения индивидуального и социального рисков для населения, проживающего вблизи опасных предприятий, а также представлены методы расчёта этих рисков.

В СНиП 21-01-97\* указано, что «при анализе пожарной опасности зданий могут быть использованы расчётные сценарии, основанные на соотношении временных параметров развития и распространения опасных факторов пожара, эвакуации людей и борьбы с пожаром» (п. 4.5). Кроме того, согласно СНиП 21-01-97\*, для особо сложных и уникальных зданий необходимо дополнительно разрабатывать технические условия, отражающие специфику их противопожарной защиты (п. 1.5\*); допускаются согласованные отступления от требований норм при наличии компенсирующих мероприятий (п. 1.6). Новый «Технический регламент о требованиях пожарной безопасности» [1] предусматривает более широкие возможности для развития «гибкого» нормирования, но и это пока только начало.

«Гибкое» нормирование, основанное на достаточно точной количественной оценке пожарных рисков [5, 6, 9], изменяет характер противопожарных требований от «набора рецептов защиты» к формулированию целей защиты, способствует лучшему пониманию сущ-

ности систем обеспечения пожарной безопасности, развитию вариантного проектирования и расчётного моделирования, строительству более безопасных и экономичных зданий.

#### Литература

1. Федеральный закон №123-ФЗ от 22.07.2008 «Технический регламент о требованиях пожарной безопасности» [Текст].
2. СТ СЭВ 383-87. Пожарная безопасность в строительстве. Термины и определения [Текст].
3. ГОСТ 12.1.004-99. ССБТ. Пожарная безопасность. Общие требования [Текст].
4. Баратов, А.Н. Пожарная опасность строительных материалов [Текст] / А.Н. Баратов, Р.А. Андрианов, А.Я. Корольченко и др.; Под ред. А.Н. Баратова. – М.: Стройиздат, 1988. – 380 с.
5. Брушлинский, Н.Н. Пожарные риски [Текст]. Вып. 1. Основные понятия / Под ред. Н.Н. Брушлинского. – М.: ФГУ ВНИИПО МЧС России, 2004. – 47 с.
6. Брушлинский, Н.Н. Пожарные риски [Текст]. Вып. 4. Управление пожарными рисками / Под ред. Н.Н. Брушлинского и Ю.Н. Шебеко. – М.: ФГУ ВНИИПО МЧС России, 2006. – 127 с.
7. Молчадский, И.С. Проблемы обеспечения комплексной безопасности объектов образования. Аналитический обзор [Текст] / И.С. Молчадский, В.С. Фёдоров, В.И. Колчунов, Д.В. Данилевич, Н.В. Бакаева. – М.: Изд-во ФГУ ВНИИПО МЧС России, 2008. – 173 с.
8. Брушлинский, Н.Н. Мировая пожарная статистика [Текст] / Н.Н. Брушлинский, П. Вагнер, С.В. Соколов, Д. Холл. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2004. – 126 с.
9. Корольченко, А.Я. Оптимизация противопожарной защиты зданий и сооружений на основе принципов «гибкого» противопожарного нормирования [Текст] / А.Я. Корольченко, А.В. Забегаев // Материалы Московской городской научно-практической конференции «Современные технологии в строительстве. Образование, наука, практика». – М.: АСВ, 2001. – С. 382-387.
10. Фёдоров, В.С. Оценка огнестойкости конструкций высотных зданий в условиях «реального» пожара [Текст] / В.С. Фёдоров, В.Е. Левитский, И.С. Молчадский, А.В. Александров // Материалы Международного конгресса «Наука и инновации в строительстве (SIB-2008)». – Воронеж, 2008. – С. 338-348.

#### **Федоров В.С.**

Московский институт инженерного транспорта, г. Москва  
Доктор технических наук, профессор

УДК 7.026.2

НЕДЕЛИН В.М., КОЛЕСНИКОВА Т.Н.,  
ЗАХАРОВА О.А., ЗАХАРОВ И.М.**КОНЦЕПЦИЯ ВОССОЗДАНИЯ ОРЛОВСКОЙ КРЕПОСТИ**

*В статье освещены проблемы сохранения объектов культурного наследия, авторами разработана концепция воссоздания Орловской крепости и основные направления её перспективного использования.*

**Ключевые слова:** культурное наследие, воссоздание, восстановление, крепость.

*In the paper there are shown the problems of cultural heritage conservation, the authors have elaborated a concept for Orel fortress reconstruction and major directions for its further use.*

**Key words:** cultural heritage, reconstruction, restoration, fortress.

*«Уважение к минувшему – вот черта, отличающая образованность от дикости. Дикость, подлость и невежество не уважают прошлое, пресмыкаясь перед одним настоящим».*

А.С. Пушкин.

В настоящее время эта фраза по-прежнему звучит актуально. По данным Министерства культуры РФ, под охрану государства попадают около 90 тысяч объектов культурного наследия и более 140 тысяч выявленных объектов культурного наследия. В хорошем и удовлетворительном состоянии находятся 30 и 20 процентов соответственно, остальные 50 процентов находятся в неудовлетворительном и аварийном состоянии. Такие данные были приведены на недавних слушаниях по вопросам сохранения памятников истории в Совете Федерации. В XX веке было утрачено более 85% культовых и гражданских сооружений, построенных талантом и трудом наших предков.

Культурное наследие Орловщины в XX веке также понесло тяжелые утраты в 20-30-е годы, Великую Отечественную Войну, в 60-е годы и в результате современной реконструкции (вместо реставрации) памятников истории и культуры. По состоянию на начало 2006 г. подавляющее число (до 70-80%) памятников находятся в ветхом состоянии, имеют значительные разрушения и утраты [1].

Любые потери культурного наследия неизбежно отражаются на всех областях жизни нынешнего и будущих поколений, приводят к духовному оскудению, разрывам исторической памяти, обеднению общества в целом.

Озабоченность и тревогу вызывает то, что новый генеральный план города Орла до 2025 г. не предусматривает никаких реставрационных мероприятий. Пункт 5 нового генерального плана звучит так: «Гармоничное включение памятников истории и культуры в структуру города». По этому заголовку можно сделать вывод о том, что разработчики генерального плана не задумываются о проблемах сохранения историко-культурного наследия. Необходимо гармоничное включение новых зданий в существующую застройку с их полной архитектурной увязкой с исторической средой, а не наоборот.

Решение возникшей проблемы должно быть комплексным. При этом важно не только сохранять существующие объекты культурного наследия, но и восстанавливать утраченные.

Тема восстановления объектов культурного наследия актуальна и спорна всегда, решения определяют идеология и состояние экономики. В разное время были восстановлены южная стена Московского Кремля, фрагменты Великой китайской стены. В 2004 г. в городе Дмитров были восстановлены Никольские ворота Дмитровского Кремля. В 2008 г. началось восстановление уйгурской крепости Пор-Бажыч в Туве. Генеральный план развития Самары также предусматривает воссоздание крепости «самарский городок» и т.д.

Далеко не в каждом древнем городе России можно с определенной точностью указать место зарождения города, постройки и строительства первого общественного сооружения. Если такое место известно, то оно почитаемо и, как правило, обозначается памятным монументом. В г. Орле с абсолютной точностью известно место строительства первого сооружения – Рождественского собора 1566 г. в детинце Орловской крепости на стрелке. Кроме того, известно расположение крепостных валов и башен.

Историк-краевед Г. Пясецкий в 1874 г. писал об Орле: «...весело красуется теперь он, украшенный множеством церквей и великолепных зданий; но мрачно и уныло смотрится в нем одна его площадка, у которой сливаются воды заветных рек! Она забыта, покинута, и никто не вспомнит, что здесь-то именно брошено первое зерно родному городу, из которого потом разросся он, как вырастает всякое дерево... и нет здесь ни вида, ни имени того – кому Орел обязан своим существованием! Впрочем, если не мы, то наши потомки не позволят расти здесь, глухой траве и попираются месту, полному священных воспоминаний...». Тема необходимости благоустройства Стрелки неоднократно поднималась общественностью в СМИ в 90-х гг. Руководству областного управления культуры предлагались разные варианты и соображения по благоустройству Стрелки.

В 1966 г. к 400-летию основания г. Орла на Стрелке установлена монументально-скульптурная композиция (архитектор Р. Топуридзе, скульптор А. Бурганов). Но место непосредственного основания Крепости до сих пор пусто. В настоящее время там разбит парк с клумбой и камнем на месте Рождественского Собора.

На этом историческом месте необходимо восстановить утраченную Орловскую крепость (рисунок 1).



Рисунок 1 – Проект воссоздания Орловской Крепости (вид с Красного моста)

Особое значение восстановления Крепости заключается в воспитании у местного населения (особенно у молодёжи) чувства «малой родины», ответственности за судьбу своего села, города, укреплению чувства патриотизма и гордости за свою большую Родину. К сожалению, сегодня для большинства людей земля, на которой они живут, известна значительно хуже, чем другие города, страны и континенты. История и природа места, где мы живем, его люди – все это остается вне активного информационного пространства. Поэтому

многие люди, родившиеся или прожившие всю свою жизнь в том или ином городе или селе, практически ничего об этих местах не знают.

Гражданские и патриотические чувства невозможно пробудить на основе абстракций. Только конкретное знание истории своего края, своего рода, жизни и деятельности земляков, их участия в ратных и трудовых свершениях формируют в подростках уважение к прошлому своей страны, пробуждают в них желания быть достойными славы земляков, продолжить традиции, внести свой вклад в историю и культуру родины.

На месте Орловской крепости археологи проводили четыре раскопа. Первый был сделан в 1902 г. В результате археологических раскопок и закладки шурфов был выявлен основной абрис Орловской Крепости, и, согласно историческим документам, была произведена разметка крепостных башен и стен. Раскоп 2006 г. имел целью доказательство того, что крепость была заложена в 12 веке. При раскопе 2008 г. были обнаружены фрагменты караульной башни и воеводского дома. Таким образом, местоположение Орловской крепости определить можно достаточно точно.

Восстанавливая Орловскую крепость, целесообразно использование сохранившейся сметно-строительной документации 1636 г., а также Росписные списки. Искусствоведом-исследователем, художником В.М. Неделиным в графике выполнены все строительные периоды развития и становления крепости, начиная с основания г. Орла [2]. Предполагается восстановить крепость XVII, облик которой можно представить по Росписному списку, составленному в 1682 году при передаче крепости стольником и воеводой Микитой Никифоровичем Спесивцовым воеводе Луке Васильевичу Изъединову.

Использование Орловской крепости должно быть функциональным. Это означает обеспечение 100-процентной сохранности всего того, что делает её ценной для нас, истории и будущего, и при этом включение её в современность, в экономику, использование её для роста экономического благополучия. Необходима работа по вовлечению Крепости в сферу туризма, культуры и просвещения, решению вопросов востребованности местным сообществом культурного наследия, как ресурса культурного и экономического развития региона, формированию позитивного отношения и стимулированию интереса к вопросам сохранения памятников истории и культуры, развитию коммуникаций, в т.ч. международных, по проблемам сохранения и использования объектов историко-культурного наследия.

В стенах Крепости необходимо устройство помещений, которые могут быть использованы как центр древней культуры: возможно расположение мастерских народных художников, возрождающих орловские промыслы: гончарный промысел, орловскую игрушку (плешковскую (с. Плешково Ливенского уезда) и чернышинскую (с. Чернышино Новосильского района), орловскую вышивку (орловский спис); производство ливенской гармошки, кружевоплетение (мценские кружева), резьбу по дереву и народный костюм. Целесообразно проведение экскурсий, в ходе которых туристы могут вживую увидеть процесс создания художественной продукции, и самим принять участие в творческом процессе. Также большой популярностью будут пользоваться сувенирные магазины, в которых можно приобрести изделия народных мастеров, художественную продукцию, другие сувениры, связанные с Орлом и Орловской Крепостью. В крепостных стенах возможны и другие помещения: выставочный зал, кафе, в меню которого включены национальные блюда и т.д. На крепостной стене может быть организована смотровая площадка.

Необходимо устройство в стенах музея основания г. Орла. Благодаря археологическим раскопам 1988 г., 2006 г. и 2008 г. был собран богатый исторический материал от XVI до первой половины XX веков. Собрана также интересная коллекция изразцов XVI-XVIII веков. Все эти предметы могут служить экспонатами музея.

Внутри Крепости могут проводиться культурно-массовые мероприятия, которые могут быть серьезным мотивом увеличения количества туристов (фестиваль старинной музыки, конкурсы народных умельцев, ряд обрядовых праздников, литературные вечера, посвященные орловским поэтам и писателям, театральные встречи, костюмированные представления, различные конкурсы и т.д.).

Культурное наследие – ничуть не худший ресурс развития, чем полезные ископаемые или производство. Необходимо включить в процесс местное сообщество: вызвать у людей интерес и внушить им, что они владеют богатством. Туристический бизнес – дело перспективное и прибыльное. За счет успешного функционирования историко-туристского объекта «Орловская крепость» увеличатся налоговые отчисления в местный бюджет, бюджеты других уровней, повысится занятость населения за счет создания новых рабочих мест в системе обслуживания туристов. Также развитие туризма создаст экономическую базу для дальнейшего восстановления, содержания и ремонта Орловской крепости и других историко-культурных ценностей.

Постиндустриальная цивилизация осознала высочайший потенциал культурного наследия, необходимость его сбережения и эффективного использования как одного из важнейших ресурсов мировой экономики. Забота о сохранении и восстановлении наследия является предпосылкой позитивного развития нашего общества и страны в целом. Россия до сих пор крепка в умах всего мира не столько своей нефтью и лесами, сколько своей культурой. Частью этой культуры является та историко-архитектурная среда, в которой культура создавалась веками, сохранить и воссоздать эту среду означает укрепление фундамента страны.

Слияние рек Оки и Орлика – одна из самых ярких природных достопримечательностей города Орла. Не использовать это место для поднятия престижа города – неразумно, содержать в запущенном состоянии – безнравственно. Строительство Орловской Крепости преобразит центр города, сделает его излюбленным местом отдыха горожан и гостей города. Крепость станет «вещественным» историческим пособием для приобщения молодежи к истории и культуре предков, их нравственного воспитания.

#### Литература

1. Закон Орловской области от 20.12.2006 № 650-ОЗ «Об областной целевой программе «Культура Орловской области на 2006-2010 годы» (принят Областным Советом Народных Депутатов 07.12.2006).
2. Неделин, В.М. Орел изначальный XVI-XVIII века. История. Архитектура. Жизнь и быт [Текст] / В.М. Неделин. – Орел: «Вешние воды», 2001 г. – 280 с.
3. Федеральный закон от 25.06.2002 №73-ФЗ «Об объектах культурного наследия (памятниках истории и культуры) народов Российской Федерации» (принят ГД ФС РФ 24.05.2002).

**Неделин В.М.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
доцент кафедры «Архитектура»  
Тел.: +7 (4862)73-43-66

**Колесникова Т.Н.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
доктор архитектуры, заведующая кафедрой «Архитектура»  
Тел.: +7 (4862)73-43-66  
E-mail: kolesnikovoj@yandex.ru

**Захарова О.А.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Инженер-лаборант  
Тел.: +7 (4862)73-43-66

**Захаров И.М.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Инженер-лаборант  
Тел.: +7 (4862)73-43-66

УДК 624.012.3

ЛЕВИТСКИЙ В.Е.

## **ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ И ДЕФОРМАТИВНОСТИ БЕТОНА ПРИ НАГРЕВЕ**

*Рассмотрены физико-химические процессы, происходящие в бетоне и его составляющих при нагреве. Проведён анализ влияния состава и влажности бетона на его прочностные и деформативные свойства. Подчёркивается, что снижение прочности, развитие силовых и температурных деформаций бетона при нагреве связано с накоплением повреждений в его структуре под влиянием физических и химических факторов.*

**Ключевые слова:** нагрев, деформации, прочность бетона, физическая модель.

*The physicochemical processes occurred in concrete and its constituents when heating are considered. The analysis of the effect of a concrete mix and its humidity on its mechanical and deformation properties is carried out. It is emphasized that strength decrease, power and temperature deformations in concrete when heating should be connected with damage accumulations in its structure under the influence of physical and chemical factors.*

**Key words:** having heated, deformations, durability concrete, physical model.

Для создания эффективных и адекватных моделей поведения бетона в условиях совместного воздействия силовой нагрузки и высокой температуры необходимо иметь чёткое представление о физико-химическом механизме исследуемого процесса. Согласно В.М. Бондаренко [1], *физическая модель* служит объективной основой для дальнейшего построения *расчётных моделей* (формулирования допущений, гипотез, предпосылок), а затем – *математических моделей* (разработки функциональных зависимостей для определяющих параметров). В данной работе на основе анализа и обобщения результатов существующих исследований приводятся основные элементы физической модели термосилового сопротивления бетона разрушению и деформированию.

В соответствии с полиструктурной теорией В.И. Соломатова [2] бетоны на минеральных и органических связующих являются *полиструктурными*, т.е. составленными из многих структур, переходящих и проникающих одна в другую по принципу «структура в структуре». С инженерной точки зрения наиболее важно рассмотрение общей структуры бетона на двух уровнях: *микроструктуры*, присущей цементному камню, и *макроструктуры*, характерной для бетона. На каждом уровне структурной организации в бетоне, как и в любом композиционном материале, выделяется непрерывная фаза – матрица (дисперсионная среда), и дисперсная фаза – наполнитель.

В частности, на макроструктурном уровне матрицей является цементный камень, а дисперсной фазой – зёрна крупного заполнителя. Рассмотрим влияние нагрева на поведение каждого из структурных компонентов бетона, а также на поведение бетона в целом.

### **1 Микроструктурный уровень (портландцементный камень)**

В структуре цементного камня выделяют кристаллический сросток, субмикроструктуры тоберморитового геля, непрогидратированные зёрна цемента и поры. Влага в цементном камне присутствует в трёх формах связи.

**Свободная (несвязанная) вода** – это влага в порах и капиллярах с радиусом более  $10^{-7}$  м, её удаление не сопровождается сокращением объёма (усадкой) цементного камня.

**Физически связанная вода** находится в капиллярах с радиусом менее  $10^{-7}$  м, и её испарение сопровождается усадкой вследствие капиллярного давления, под воздействием которого капилляры сокращают свой радиус. Капиллярная усадка полностью обратима.

**Химически связанная вода** – это адсорбционно-связанная вода геля силикатов кальция (тоберморитового геля), располагаемая в промежутках между слоями кристаллов. Удаление этой влаги не нарушает структуру геля, а лишь приводит к её уплотнению, что сопровождается сильной усадкой и повышением прочности [3].

Свободная вода в бетоне исчезает при нагревании до 200°C. Температура испарения физически связанной воды зависит от давления в структуре бетона, которое увеличивается с уменьшением радиуса капилляров. Окончательное удаление всей воды, взятой для затворения цемента, происходит при 800..900°C, что совпадает с наименьшей прочностью и наибольшей усадкой цементного камня [4, 5].

При нагреве водонасыщенного цементного камня до 100..150°C наблюдается физическое влияние влагосодержания, вызванное адсорбционно-активным действием воды (эффект П.А. Ребиндера). В результате происходит снижение прочности цементного камня, которое в отдельных случаях может достигать 40%. Если при дальнейшем росте температуры бетон высыхает, то его прочность восстанавливается [6].

Адсорбционная влага, покрывающая поверхность цементного камня, уменьшает поверхностную энергию кристаллов, что облегчает нарушение структуры цементного камня при его нагружении. При наличии влаги микротрещины появляются при значительно меньших напряжениях и в большем количестве, чем при её отсутствии. Нагрев усугубляет это явление, и здесь можно назвать две причины.

1) *Термодиффузия влаги.* При нагреве поверхности вода перемещается внутрь бетонного элемента, что сопровождается более глубоким её проникновением в микротрещины цементного камня. Проникающая способность воды при нагревании увеличивается вследствие уменьшения её вязкости и избыточного давления в порах и капиллярах цементного камня.

2) *Разность коэффициентов температурного расширения воды и цементного камня.* Вода имеет во много раз больший коэффициент температурного расширения, что усиливает расклинивающее действие водных плёнок.

Снижение прочности водонасыщенного цементного камня при 100..150°C зависит его от влагосодержания и плотности. Предварительно высушенный бетон в этом интервале температур не снижает прочности на сжатие [6].

При температуре 150..350°C более заметным оказывается химическое влияние влагосодержания, выражающееся в повышении прочности из-за дополнительной гидратации минералов цементного клинкера. При нагреве высушенных образцов из цементно-песчаного раствора повышения прочности не наблюдалось [7].

Значительное повышение прочности связано в основном с усиленной кристаллизацией гидроокиси кальция  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ , которая наиболее активно происходит при нагреве до 200°C. После этой температуры свободная и физически связанная вода уже полностью удалена и начинается удаление химически связанной воды из геля, в результате чего прочность цементного камня дополнительно повышается.

В цементно-песчаном растворе может также происходить реакция взаимодействия гидрата окиси кальция с кремнезёмом кварцевого песка с образованием гидросиликатов различной основности, что приводит к увеличению прочности, причём даже у высушенного бетона [5].

Таким образом, при нагреве бетона до 350°C деструктивных процессов не происходит и действие этой температуры, в принципе, не представляет опасности для прочности бетона. После 350°C начинается деструкция цементного камня, вызванная накоплением повреждений в его структуре под влиянием химических и физических причин.

К *химическим причинам* относится дегидратация минералов кристаллического сростка. При нагреве до 500°C дегидратации подвергается в основном алюминат кальция  $\text{C}_3\text{A}$ . По сравнению с гидросиликатом кальция  $\text{C}_2\text{S}$  вода имеет здесь иной характер связи – кристаллизационный, поэтому её удаление вызывает нарушение структуры минерала, сопровождающееся его разрыхлением и снижением прочности [5].

*Физической причиной* накопления микротрещин является разнозначность температурных деформаций компонентов цементного камня: кристаллический сросток расширяется, а гидросиликат кальция  $C_2S$  испытывает усадку.

При температурах свыше  $350..400^{\circ}C$  снижение прочности цементного камня становится более интенсивным. Однако, если бетон не был прогрет выше  $500^{\circ}C$ , то через год его прочность восстанавливается до 90% первоначальной (до нагрева) [8]. Если же бетон был прогрет до  $600^{\circ}C$  и оставлен на воздухе, то через некоторое время он полностью разрушается. Во влажных условиях разрушение наступает быстрее [6].

Причиной такого отличия является активная дегидратация при  $547^{\circ}C$  основного минерала кристаллического сростка цементного камня – гидроксида кальция  $Ca(OH)_2$ , которая идёт по уравнению:  $Ca(OH)_2 \rightarrow CaO + H_2O$ .

Образующийся при этой реакции свободный оксид кальция  $CaO$  при охлаждении гасится влагой воздуха (гашение извести), что сопровождается значительным (в 2-3,5 раза) увеличением объёма. Поэтому обычные цементные бетоны после нагрева до этой температуры не пригодны к дальнейшему использованию после пожара.

При  $590^{\circ}C$  происходит полный распад алюмината кальция  $C_3A$ , который также сопровождается образованием извести. Дегидратация основных минералов кристаллического сростка приводит к значительному нарушению структуры цементного камня и резкому падению прочности.

При  $760^{\circ}C$  начинается превращение двухкальциевого силиката  $C_2S$  из  $\beta$  в  $\gamma$  модификацию, которое сопровождается увеличением его объёма на 10%. Это ещё снижает прочность цементного камня.

Начало расплава цементного камня происходит при нагреве свыше  $800^{\circ}C$ . В нагретом состоянии цементный камень имеет наименьшую прочность. После охлаждения спёкшаяся масса превращается в «керамический черепок», прочность значительно увеличивается и даже может превышать первоначальную [9].

**Заполнители** из горных изверженных пород (гранита, сиенита, диабаза, базальта, габбро и др.) при нагреве до  $200-400^{\circ}C$  повышают прочность на сжатие из-за снятия первоначальных внутренних напряжений, возникающих при неравномерном охлаждении расплавленной магмы. При более высокой температуре образуются трещины из-за разности температурных деформаций составляющих этих минералов.

Значительные структурные изменения происходят у пород, содержащих кварц (например, у гранита). При температуре  $575^{\circ}C$  кварц переходит из  $\beta$  в  $\alpha$ -модификацию, что сопровождается скачкообразным увеличением в объёме на 2,4%. Гранит при  $800^{\circ}C$  распадается на кварц, полевой шпат и слюду. При температуре  $800^{\circ}C$   $\alpha$ -кварц переходит в  $\alpha$ -тридидит с увеличением объёма на 12,7%. Структурные изменения в минералах приводят к резкому снижению их прочности [8].

Заполнители из известняка по сравнению с гранитными являются более стойкими к нагреву. Прочность известняка на сжатие при  $600^{\circ}C$  выше, чем при нормальной температуре. При нагреве до  $800^{\circ}C$  для известняка характерно лишь небольшое температурное расширение. При большей температуре начинается термическая диссоциация известняка с выделением свободной извести и разрыхлением структуры:  $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2 \uparrow$ .

Наиболее стойкими к нагреву являются искусственные заполнители: доменный шлак, керамзит, шамот, шлаковая пемза, перлит [5, 10].

Для заполнителей до момента нарушения структурно-устойчивого состояния характерно температурное расширение. Наибольшими температурными деформациями обладает щебень из песчаника, гранита и кварцита, наименьшими – щебень из известняка и базальта [8].

## **2 Макроструктурный уровень (бетон)**

**Прочность бетона при нагреве**, как и при нормальной температуре, обусловлена прочностью цементного камня и заполнителя, а также прочностью контактного слоя между

ними. Прочность контактного слоя зависит от разности температурных деформаций цементного камня и заполнителей, а также от пористости, крупности и характера поверхности заполнителей [3].

Характер изменения прочности бетона при нагреве примерно такой же, как у цементного камня. При нагреве до 350°C прочность стабилизируется и может несколько повышаться. Дальнейший нагрев приводит к снижению прочности, которая особенно интенсифицируется после 500°C. Одновременно со снижением прочности растёт деформативность бетона.

**Влияние вида заполнителя.** Наличие в бетоне крупного заполнителя приводит к большему снижению прочности при нагреве по сравнению с цементным камнем. Увеличение количества крупного заполнителя (Щ/Ц) способствует более значительному снижению прочности при нагреве [5].

Наиболее интенсивное снижение прочности отмечается у тяжёлого бетона на гранитном заполнителе, у бетона на известняковом заполнителе оно меньше, у керамзитобетона – ещё меньше. Причиной того является устойчивость свойств контактного слоя [3], вызванная уменьшением разности температурных деформаций между цементным камнем и заполнителем [6], а также повышенная термическая стойкость заполнителей [10].

**Влияние водоцементного отношения.** При нагреве до 250..300°C прочность тяжелого бетона с В/Ц = 0,5 увеличивается на 30%, а с В/Ц = 0,7 – лишь на 16%. При дальнейшем нагреве у бетона с высокими значениями В/Ц прочность снижается более интенсивно. Это явление принято связывать с повышением пористости цементного камня при увеличении водоцементного отношения В/Ц [5, 11].

**Прочность бетона при нагреве под нагрузкой** в большинстве случаев выше, чем при нагреве ненагруженного бетона. Однако при нагружении выше некоторого критического уровня прочность бетона оказывается ниже, чем у образцов, нагревавшихся без нагрузки, а затем нагруженных.

Немецкими исследователями В. Вайглером и Р. Фишером установлено, что напряжения критического уровня составляют примерно 0,5 от разрушающих при нормальной температуре. Повышение прочности они объясняют тем, что приложение нагрузки перед нагревом замедляет рост микротрещин, раскрытию которых в ненагруженных образцах ничто не препятствует [4, 7].

В отечественной литературе критический уровень напряжений принято связывать с границей микротрещинообразования бетона, иными словами – с *нижней параметрической точкой* (по терминологии О.Я. Берга [12]) на диаграмме деформирования бетона, положение которой зависит от класса бетона, а соответствующие ей напряжения находятся в пределах 0,2..0,7 от разрушающих. Напряжения, не превышающие этот параметрический уровень, вызывают некоторое уплотнение структуры бетона и способствуют повышению её стойкости к действию агрессивных сред и температуры. При более высоких уровнях напряжений происходит разуплотнение и разрыхление структуры бетона, которое приводит к снижению её стойкости.

**Снижение модуля упругости бетона.** В работе Б. Бартелими и Ж. Крюппа [13] высказано мнение о том, что снижение модуля упругости бетона при нагреве связано с удалением воды, так как она является несжимаемой фазой. По этой причине наиболее существенное снижение модуля упругости происходит на первом этапе нагрева, когда наблюдается интенсивное обезвоживание бетона. Не является исключением и высушенный бетон, поскольку при пропаривании удаляется в основном только свободная вода. При нагреве свыше 500°C почти вся вода из бетона удалена, поэтому модуль упругости мал и его дальнейшее снижение несущественно.

Наиболее интенсивное снижение модуля упругости наблюдается у тяжелого бетона с гранитным заполнителем, а наименьшее – у лёгких бетонов [6]. Это явление объясняется уже упоминавшимися более устойчивыми свойствами контактного слоя между цементным камнем и заполнителем.

**Температурно-усадочные деформации бетона.** Многокомпонентное строение бетона приводит к нарушению линейной зависимости температурного расширения бетона от

температуры. Для цементного камня характерна в основном усадка, однако разрыхление структуры бетона вследствие химических превращений её составляющих приводят к дополнительному увеличению объёма. Преобладание того или иного процесса определяет скорость и направление деформации.

Температурная усадка цементного камня зависит от его начальной влажности [6]: при нагреве бетона с влажностью более критической (эффективной) энергия температуры тратится на испарение влаги, которое будет сопровождаться не усадкой, а температурным расширением. Как только влажность будет ниже критической, начнётся температурная усадка. Она будет продолжаться до тех пор, пока не испарится адсорбционно-связанная вода, то есть до 350..400°C. После этого скорость роста температурных деформаций бетона увеличивается. Температурное расширение заполнителей больше не тормозится усадкой цементного камня, а продолжающийся рост микротрещин в структуре цементного камня приводит к дополнительному увеличению его объёма.

После температуры 600°C рост температурных деформаций бетона прекращается, что связано с разрушением кристаллического сростка цементного камня. По мнению К.Д. Некрасова [5], при дальнейшем нагреве наблюдается так называемая *огневая усадка*, вызванная структурными изменениями минералов под воздействием высокой температуры. Огневая усадка начинается после того, как из цементного камня удалены все виды присутствовавшей в нём воды. Температурные деформации бетона сильно связаны, таким образом, с процессами его деструкции.

Упомянутое в ряде работ утверждение о том, что температурное расширение является обратимой деформацией, а температурная усадка – необратимой, является нестрогим. В опытах наблюдались остаточные деформации температурного расширения, которые были вызваны необратимыми структурными изменениями. Кроме того, в процессе неравномерного нагрева имеет место выравнивание влажности бетона по сечению, приводящее к увлажнению геля и его расширению, т.е. обратимость температурной усадки [6].

Температурные деформации бетона различных видов неодинаковы. Температурные деформации тяжелого бетона с гранитным заполнителем больше, чем у бетона с известняковым заполнителем при всех температурах нагрева до 800°C. Этому способствуют более сильное температурное расширение гранита и модификационные превращения кварца. Чем меньше водоцементное отношение, тем меньше температурные деформации бетона [6].

**Взрывообразное разрушение бетона при нагреве.** Повышенное влагосодержание бетонов с плотной структурой (низкой паропроницаемостью) при интенсивном росте температуры и высоком уровне силового нагружения может стать причиной их *взрывообразного* (хрупкого по терминологии [14]) разрушения.

Взрывообразное разрушение бетона обычно начинается уже через 5..20 минут огневого воздействия, сопровождается характерными звуковыми эффектами (лёгкими хлопками, треском различной интенсивности или «взрывом») и выражается в виде послойного, периодического откола кусков бетона толщиной 1..50 мм на площади от 1 см<sup>2</sup> до 1 м<sup>2</sup> с возможным разлётом осколков весом до нескольких килограммов на расстояние 10..20 м от конструкции. Это негативное явление приводит к уменьшению рабочего сечения, снижению толщины защитного слоя рабочей арматуры и быстрому наступлению предела огнестойкости конструкции по несущей способности ( $R$ ) или целостности ( $E$ ).

Причиной взрывообразного разрушения бетона является неравновесное развитие трещин вследствие фильтрации пара [5, 6, 13..15]. После начала нагрева бетона начинается испарение влаги в его поверхностном слое; некоторая её часть выходит наружу, а остальная влага конденсируется в менее прогретых внутренних слоях. Через некоторое время образуются зоны сухого и влагонасыщенного бетона, разделённые зоной испарения влаги (рисунок 1). Если паропроницаемость бетона невелика, то испаряющейся воде трудно проникнуть как наружу (через сухой слой), так и вглубь (через влагонасыщенный слой); это приводит к повышению давления в зоне испарения. С перемещением фронта испарения вглубь сечения гидродинамическое сопротивление бетона фильтрации пара возрастает. Когда внутренние напряжения

в зоне испарения превысят сопротивление бетона растяжению, значительно снизившееся при нагреве, происходит резкий откол бетона примерно на толщину высушенного слоя. Дальнейший прогрев сечения приводит к новым отколам.



Рисунок 1 – Механизм взрывообразного разрушения бетона при нагреве

Температурные напряжения от неравномерного нагрева (особенно при резком повышении температуры) и деформации поперечного растяжения от внешней сжимающей нагрузки повышают вероятность взрывообразного разрушения, так как приводят к образованию начальных трещин, способных к неравновесному развитию под давлением пара.

Экспериментально установлено, что взрывообразное разрушение вероятно при влажности свыше 3,5% (для тяжёлого бетона на силикатном заполнителе), 4% (для тяжёлого бетона на карбонатном заполнителе), 5% (для керамзитобетона). При плотности бетона менее  $1250 \text{ кг/м}^3$  взрывообразное разрушение не произойдёт при любой влажности [6, 14].

Для предотвращения взрывообразного разрушения не следует применять бетоны с плотной структурой в помещениях с повышенной влажностью. Плотная структура характерна для бетонов с повышенным расходом цемента (более  $400 \text{ кг/м}^3$ ) и пониженным водоцементным отношением (менее 0,5) [14], однако высокое водоцементное отношение (0,6..0,7) повышает влажность бетона в раннем возрасте, а, значит, и риск взрывообразного разрушения.

Снижению вероятности взрывообразного разрушения бетона способствует применение вместо гранита крупных заполнителей с более низким коэффициентом температурного расширения (известняк, базальт, диабаз, доменный шлак), устройство огнезащиты (облицовка, оштукатуривание), а также установка *противооткольной сетки* в поверхностных слоях бетона [14].

#### Выводы

1. Нагрев до высоких температур оказывает на бетон не только физическое, но и химическое воздействие, вызывающее существенные структурные изменения. При этом

наблюдается не только деструкция, но и процессы некоторого развития структуры портландцементного камня.

2. Прочность бетона, а также его силовые и температурные деформации связаны с накоплением повреждений – развитием микротрещин в структуре бетона, вызванных физическим и химическим воздействием температуры.

3. Многокомпонентное и полиструктурное строение бетона является причиной неравномерности изменения его механических свойств с ростом температуры нагрева.

### Литература

1. Бондаренко, В.М. Расчётные модели силового сопротивления железобетона [Текст] / В.М. Бондаренко, Вл.И. Колчунов. – М.: АСВ, 2004. – 472 с.
2. Синергетика композитных материалов / А.Н. Бобрышев, В.Н. Козомазов, Л.О. Бабин, В.И. Соломатов; под ред. В.И. Соломатова. [Текст]. – Липецк: НПО «Ориус», 1994. – 153 с.
3. Шейкин, А.Е. Структура и свойства цементных бетонов [Текст] / А.Е. Шейкин, Ю.В. Чеховской, М.И. Бруссер. – М.: Стройиздат, 1979. – 344 с.
4. Malhotra H.L. The effect of temperature on the compressive strength of concrete // Magazine of concrete research. – Wexham Springs: Cement and concrete association, 1956. – Vol. 8. – №23. – P. 85-94.
5. Некрасов, К.Д. Тяжелый бетон в условиях повышенных температур [Текст] / К.Д. Некрасов, В.В. Жуков, В.Ф. Гуляева. – М.: Стройиздат, 1972. – 128 с.
6. Милованов, А.Ф. Огнестойкость железобетонных конструкций [Текст] / А.Ф. Милованов. – М.: Стройиздат, 1986. – 224 с.
7. Weigler H., Fischer R. Über den Einfluss von Temperaturen über 100 auf die Druckfestigkeit von Zementmörtel Betonstein // Zeitung Heft 10. – 1963. – S. 439-502.
8. Ильин, Н.А. Последствия огневого воздействия на железобетонные конструкции. [Текст] / Н.А. Ильин. – М.: Стройиздат, 1979. – 128 с.
9. Милованов, А.Ф. Высокотемпературный нагрев железобетонных перекрытий при аварии на Чернобыльской АЭС [Текст] / А.Ф. Милованов, В.В. Соломонов, З.М. Ларионова. – М.: Энергоатомиздат, 2000. – 76 с.
10. Зенков, Н.И. Строительные материалы и поведение их в условиях пожара [Текст] / Н.И. Зенков. – М.: ВИПТШ, 1974. – 176 с.
11. Kordina K., Haksever A. Evaluation of the load bearing capacity columns of Hall Building During a fire // Fire safety, 1983. – N. 3-4. – P.275-280.
12. Берг, О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона [Текст] / О.Я. Берг. – М.: Стройиздат, 1962. – 96 с.
13. Бартелеми Б., Крюппа Ж. Огнестойкость строительных конструкций / Пер. с франц. М.В. Предтеченского; Под ред. В.В. Жукова [Текст]. – М.: Стройиздат, 1985. – 215 с.
14. Рекомендации по защите бетонных и железобетонных конструкций от хрупкого разрушения при пожаре [Текст] / НИИЖБ. – М., 1979.
15. Жуков, В.В. Физическая модель процесса разрушения влажного бетона при нестационарном нагреве [Текст] / В.В. Жуков // Бетон и железобетон. – 1981. – №10. – С. 15-16.

**Левитский В.Е.**

Московский институт инженерного транспорта, г. Москва  
Кандидат технических наук

УДК 694

МАЛЬКОВА М.Ю., ЛУХАНИНА Е.П., ШИШКИНА И.В.

## ГИДРАТАЦИОННАЯ АКТИВНОСТЬ ДОМЕННЫХ ГРАНУЛИРОВАННЫХ ШЛАКОВ ПРИ АВТОКЛАВНОЙ ОБРАБОТКЕ

*Изучены различные по структуре и составу доменные гранулированные шлаки. Установлена взаимосвязь между содержанием кристаллической фазы и гидратационной активностью шлаков при автоклавной обработке. С помощью метода интерполяционных полиномов произведена математическая обработка полученных результатов.*

**Ключевые слова:** активатор, шлаки, активность.

*Are investigated various on structure and structure granulated slags from the furnace. The interrelation between the contents of a crystal phase and hydration by activity of slags is established at processing in autoclave. With the help the method interpolation polinomials makes mathematical processing of the received results.*

**Key words:** the activator, slags, activity.

Проблема гидратационной активности шлаков достаточно сложна. Существует несколько критериев её оценки. В работе авторов [2] рассмотрены методы компьютерного материаловедения и показано, что для оценки марочной прочности материала гидратационного твердения можно использовать зависимость прочности бетонов от содержания в них цемента и заполнителя. Однако в указанной работе не рассмотрены проблемы нестабильности свойств портландцемента в связи с недостаточной изученностью этого вопроса. В то же время можно отметить, что в черной металлургии применяют гораздо более строгие системы контроля состава и качества продукции, чем в промышленности строительных материалов. В связи с этим есть основания говорить о том, что качество доменных шлаков варьируется в не большей степени, чем портландцемента. Это дает основание полагать, что основные идеи компьютерного материаловедения применимы к шлаковым материалам. В качестве химического классификационного признака шлаков наибольшее распространение в России получили

модуль основности  $\dot{I}_{\text{осн}} = \frac{CaO + MgO}{SiO_2 + Al_2O_3}$ , коэффициент качества  $K_k = \frac{CaO + MgO + Al_2O_3}{SiO_2 + TiO_2}$

и модуль активности  $\dot{I}_{\text{акт}} = \frac{Al_2O_3}{SiO_2}$ . Однако в формулах перечисленных модулей используется

процентное содержание основных оксидов без учета степени кристаллизации. Некоторые специалисты полагают, что кристаллическая часть шлаков практически не проявляет вяжущих свойств, хотя другие считают, что наличие 10..30% кристаллической фазы положительно влияет на активность шлаков [3, 4]. Вопросы влияния степени закристаллизованности шлаков и вводимых химических добавок на активность шлаковых вяжущих требует дополнительного рассмотрения.

В данной работе авторами предпринята попытка оценить влияние активаторов на гидратационную активность шлаков с различным типом структуры. В экспериментальных исследованиях были использованы шлаки различных регионов России и Украины. Качественный и количественный состав кристаллической фазы в них определялся кристаллооптическим и рентгеноструктурным методами анализа. Характеристики доменных гранулированных шлаков представлены в таблице 1.

Помол шлака осуществлялся в лабораторной шаровой мельнице до  $S_{уд}=480..500 \text{ м}^2/\text{кг}$ . Образцы размером  $\varnothing 35 \times 35 \text{ мм}$  были изготовлены полусухим формованием ( $P=20 \text{ МПа}$ ,  $W=7..10\%$ ). В качестве активаторов твердения использовали комплексную добавку извести и полуводного сульфата кальция, портландцемент, жидкое стекло. После 48-ми часовой выдержки в эксикаторе ( $W=90\%$ ) образцы твердели в промышленном автоклаве при давлении водяного пара 8 атм. Физико-механические свойства шлакового камня представлены на рисунке 1 и в таблицах 2 и 3.

Таблица 1 – Химический состав и структура доменных гранулированных шлаков

Наименование сырьевого компонента	Содержание оксидов, масс. %								Кристаллическая составляющая, % (доли), тип структуры
	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	FeO	TiO <sub>2</sub>	MnO	K <sub>2</sub> O+Na <sub>2</sub> O	
Доменный гранулированный шлак ОАО «Челябинский МК»	43,90	11,40	38,70	3,59	0,20	0,35	0,31	1,32	20...25 (0,2...0,25), витрофировая
Доменный гранулированный шлак ОАО «Западно-Сибирский МК», г. Новокузнецк	36,3	12,39	37,45	10,79	0,50	1,45	0,52	0,60	0...5 (0...0,05), афанитовая
Доменный гранулированный шлак ОАО «Азовсталь», г. Мариуполь, Украина	38,74	4,87	47,74	5,73	0,92	0,15	0,39	0,36	10...15 (0,1...0,15), витрофировая
Доменный гранулированный шлак ОАО «Нижнетагильский МК»	34,79	13,90	37,50	8,97	0,71	2,11	0,59	1,16	35...40 (0,35...0,4), неполнокристаллическая

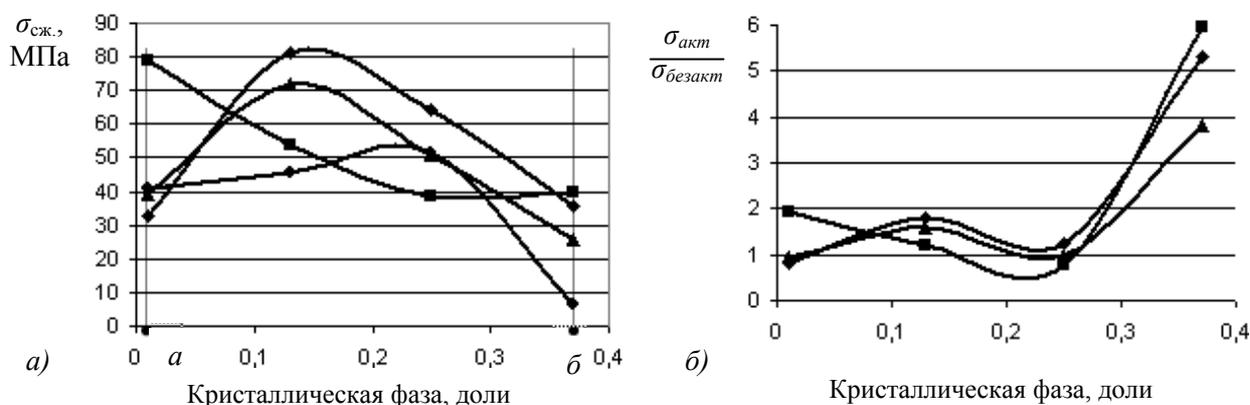


Рисунок 1 – Зависимость прочности при сжатии от содержания кристаллической фазы в шлаке (● – шлак 100%, активатор: ▲ – известь 5%, гипс 5%, ◆ – портландцемент, ■ – жидкое стекло)

Зависимость прочности при сжатии шлакового камня от доли кристаллической фазы в исходном доменном гранулированном шлаке носит различный характер и обусловлена наличием и составом активаторов твердения. У шлакового камня без добавки активатора твердения при увеличении доли кристаллической фазы от 0 до 0,2 наблюдается почти линейный рост активности (с 40 до 50 МПа). При повышении доли кристаллической фазы с 0,2..0,25 до 0,38..0,4 происходит резкое снижение прочности камня, подвергнутого автоклавной обработке. Эти результаты согласуются с данными о том, что умеренное содержание кристаллической фазы положительно влияет на активность доменного гранулированного шлака. При добавлении ще-

лочного активатора (портландцемента или смеси извести и полуводного сульфата кальция) увеличение доли кристаллической фазы с 0 до 0,1 повышает прочность шлакового камня без активатора более чем в два раза. При этом содержание кристаллической фазы вместо 0,2..0,25 у шлакового камня без активатора смещается к величине 0,1..0,12 у камня с добавкой щелочных активаторов. При дальнейшем увеличении доли кристаллической фазы, т.е. при переходе к неполнокристаллической структуре, происходит почти линейное и резкое падение прочности искусственного камня с ростом доли кристаллического компонента. При этом кривые зависимости прочности шлакового камня для составов, активированных портландцементом или смесью извести и полуводного сульфата кальция, практически идентичны по форме, однако, прочность камня, активированного цементом, на 10..15 МПа выше, чем у камня, содержащего смесь извести и полуводного сульфата кальция. Зависимость прочности шлакового камня, активированного жидким стеклом, принципиально отличается от бездобавочного и содержащих щелочной активатор составов. В данном случае максимальную прочность имеет искусственный камень из доменного гранулированного шлака с афанитовой структурой, т.е. с минимальным содержанием кристаллической фазы. По мере роста доли кристаллической фазы прочность искусственного камня плавно падает, но, начиная с доли последней 0,25, стабилизируется на одном уровне, оставаясь в этой области ниже, чем в составах с другими активаторами.

На рисунке 1, б показана зависимость относительной активируемости различными добавками от доли кристаллической фазы, из которой видно, что она носит более однообразный характер и меньше зависит от состава активатора и доли кристаллической фазы. До доли кристаллической фазы, равной 0,25, активируемость шлака щелочными добавками и жидким стеклом меняется мало, резко возрастая в области шлаков с неполнокристаллической структурой. При этом максимальная склонность к активируемости выражена у шлаков с афанитовой и неполнокристаллической типом структур, а минимальная – у доменных гранулированных шлаков с витрофировой структурой с долей кристаллической фазы, равной 0,25.

Таблица 2 – Влияние содержания кристаллической фазы на прочность шлакового камня с различными активаторами

Кристаллическая фаза, доли	Без активатора	Прочность при сжатии, МПа		
		Известь+полуводный сульфат кальция	Портландцемент	Жидкое стекло
0,01	41	39	32,6	79
0,13	45,5	72	81,2	54
0,25	51,2	50,8	64	38,6
0,37	6,7	25,6	35,7	40

Таблица 3 – Значения прочности при сжатии (МПа), полученные по расчетным формулам

Кристаллическая фаза, доли	Без активатора	Известь+гипс	Портландцемент	Жидкое стекло
0,01	41,00000001	38,99999999	32,6	79
0,13	45,50000001	71,99999995	81,20000002	54
0,25	51,20000001	50,79999979	64,00000011	38,59999997
0,37	6,700000012	25,59999952	35,70000028	39,9999999

Наличие  $Al^{3+}$  снижает активируемость щелочными добавками, поэтому по мере увеличения степени кристаллизации и перехода  $Al^{3+}$  из стекла в кристаллическую фазу активируемость добавками возрастает, что согласуется с теорией Ш.М. Рахимбаева [1].

Полученные экспериментальные данные использовались для восстановления функции  $f(x)$  – зависимости гидратационной активности шлаков от содержания в них кристаллической фазы для всех значений последней в диапазоне от 10% ( $a=0,01$ ) до 38% ( $b=0,38$ ) (рисунок 1, а).

В диапазоне  $a \leq x \leq b$  экспериментально получена сетка из значений кристаллической фазы (в долях)  $x_0 = a < x_1 \dots < x_n = b$  ( $n=3$ ) и в узлах сетки найденные значения функции  $y(x)$  (прочность при сжатии в МПа), равные  $y(x_0) = y_0, \dots, y(x_n) = y_n$ . Для нахождения искомого функций  $f(x)$  воспользуемся механизмом линейной интерполяции. В этом случае значения  $f(x)$  будут совпадать со значениями  $y(x)$  в узлах сетки:

$$f(x_i) = y_i, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (1)$$

Интерполирующие функции  $f(x)$ , как правило, строятся в виде линейных комбинаций некоторых элементарных функций [5]:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n c_k \hat{O}_k(x),$$

где  $\hat{O}_k(x)$  – фиксированные линейно независимые функции;  $c_0, c_1, \dots, c_n$  – неопределенные пока коэффициенты.

Из условия (1) легко получить систему  $n+1$  уравнений относительно коэффициентов ( $c_k$ ):

$$\sum_{k=0}^n c_k \hat{O}_k(x_i) = y_i, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (2)$$

В качестве системы линейно независимых функций  $\hat{O}_k(x)$  были выбраны степенные функции  $\hat{O}_k(x) = x^k$  (в этом случае функция  $f(x)$  может быть заменена полином степени  $n$ , т.е.  $f(x) = P_n(x)$ ). Тогда по заданным  $y_i$  ( $i=0, 1, \dots, n$ ) однозначно определяются коэффициенты  $c_k$  ( $i=0, 1, \dots, n$ ).

Итак, мы ищем полином  $L_n(x)$  степени не выше  $n$ , значения которого совпадают со значениями  $y_k$  заданной функции  $f(x)$  в узлах  $x_k$ , где  $k=1, 2, \dots, n+1$  и все узлы различны. Одним из способов записи интерполяционного полинома является форма Лагранжа. Предположим, что для  $k=1, 2, \dots, n+1$  функции  $\hat{O}_k(x)$  являются полиномами степени  $n$ , которые обладают следующим свойством:

$$\hat{O}_k(x_j) = \begin{cases} 1, & k = j; \\ 0, & k \neq j. \end{cases} \quad (3)$$

Тогда полином  $L_n(x) = \sum_{k=1}^{n+1} y_k \hat{O}_k(x)$  будет как раз тем, который нам и нужен, поскольку

это полином степени не выше  $n$  и  $L_n(x_k) = y_k$  для всех  $k=1, 2, \dots, n+1$ .

Функции  $\hat{O}_k(x)$  строятся легко. Действительно, функция:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_{k-1}) \cdot (x - x_{k+1}) \cdot \dots \cdot (x - x_n) \cdot (x - x_{n+1})$$

является полиномом степени  $n$ , который обращается в ноль для всех  $x_j$  не равных  $x_k$ . В точке  $x_k$  она принимает значение  $(x_k - x_1) \cdot (x_k - x_2) \cdot \dots \cdot (x_k - x_{k-1}) \cdot (x_k - x_{k+1}) \cdot \dots \cdot (x_k - x_n) \cdot (x_k - x_{n+1})$ .

Тогда

$$\hat{O}_k(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_{k-1}) \cdot (x - x_{k+1}) \cdot \dots \cdot (x - x_n) \cdot (x - x_{n+1})}{(x_k - x_1) \cdot (x_k - x_2) \cdot \dots \cdot (x_k - x_{k-1}) \cdot (x_k - x_{k+1}) \cdot \dots \cdot (x_k - x_n) \cdot (x_k - x_{n+1})}$$

или, что то же самое:

$$\hat{O}_k(x) = \prod_{\substack{j=1,2,\dots,n+1 \\ j \neq k}} \frac{x - x_j}{x_k - x_j}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что интерполяционный полином:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n l_k(x) y_k = \sum_{k=0}^n y_k \prod_{i \neq k} \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \quad (5)$$

имеет степени не выше  $n$  и  $P_n(x_i) = y_i$ .

Опираясь на экспериментальные данные и используя интерполяционные многочлены Лагранжа, были найдены интерполяционные полиномы, реализующие зависимости гидратационной активности шлаков от их структуры:

$$\text{- без активатора: } y = 0,0112x^3 - 0,8484x^2 + 17,367x - 28,025; \quad (6)$$

$$- \text{активатор – известь+полуводный сульфат: } y=0,0112x^3-0,8484x^2+17,367x-28,025; \quad (7)$$

$$- \text{активатор – портландцемент: } y=0,0148x^3-1,1361x^2+24,168x-61,69; \quad (8)$$

$$- \text{активатор – жидкое стекло: } y=-0,0046x^3+0,383x^2-9,939x+119,7, \quad (9)$$

где  $y$  – гидратационная активность (МПа),  $x$  – кристаллическая фаза шлака (доли).

Построенные интерполяционные полиномы позволяют определить значения гидратационной активности шлака при запаривании в автоклаве в зависимости от содержания кристаллической фазы в исходном доменном шлаке, не прибегая к трудоемкому эксперименту. Определять гидратационную активность можно для шлаков с различным содержанием кристаллической фазы, в том числе и в промежуточных значениях. Так же интерполяционные полиномы позволяют оценить гидратационную активность шлака как без активатора, так и с применением того или иного активатора, что выявляет тип активирующей добавки для получения максимальной активности шлака с определенной долей кристаллической фазы.

Очевидно, что полученные расчетные формулы обладают некоторой погрешностью, которая может быть оценена как:

$$\varepsilon \approx \frac{\max|y''|}{4 \cdot 2!} \cdot h^2, \quad (10)$$

где  $h$  – шаг интерполяции,  $a$  и  $b$  – отрезок интерполяции.

Максимальная погрешность для расчетных формул не превышает  $\varepsilon=0,005$ , что вполне адекватно, исходя из достаточно большого диапазона изменения значения функции.

Применение простого и доступного метода кристаллооптического исследования в совокупности с математическим методом интерполяционных полиномов позволяет рационально использовать шлаковую продукцию металлургических предприятий для производства строительных материалов автоклавного твердения.

#### Литература

1. Рахимбаев, Ш.М. Регулирование технических свойств тампонажных растворов [Текст]. – Ташкент: ФАН Узб. ССР, 1976. – 160 с.
2. Баженов, Ю.М. Компьютерное материаловедение строительных композитных материалов. Состояние и перспективы [Текст] / Ю.М. Баженов, В.А. Воробьев, А.В. Илюхин // Изв. вузов. Строительство. – 1999. – № 11. – С. 25-28.
3. Ильин, В.А. Основы математического анализа [Текст] / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – М.: Наука, 1980. – 50 с.
4. Демидович, Б.П. Численные методы анализа [Текст] / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит.-ры, 1963.

#### Малькова М.Ю.

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
 Доктор технических наук, профессор  
 Тел.: +7 (4862) 73-43-67  
 E-mail: Mal\_mar@rambler.ru

#### Луханина Е.П.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, г. Белгород  
 Старший преподаватель

#### Шишкина И.В.

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
 Студентка ОрелГТУ  
 Тел.: +7 (4862) 73-43-67

УДК 696

СОЛОМЕНЦЕВ А.Б., БАРАНОВ И.А.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ АСФАЛЬТОВЯЖУЩЕГО, МОДИФИЦИРОВАННОГО ДОБАВКАМИ VIATOR 66 И ХРИЗОТОП

*Исследованы основные свойства асфальтовяжущего, модифицированного различными добавками.*

**Ключевые слова:** добавка, асфальтобетон, модификация, битум.

*The basic properties asphalt knitting, modified are investigated by various additives.*

**Key words:** the additive, asphalt concrete, updating, bitumen.

При взаимодействии битума с минеральными частицами менее 0,071 мм в процессе получения асфальтобетонных смесей формируется микроструктура асфальтобетонной смеси и в дальнейшем асфальтобетона. Для изучения микроструктуры традиционно используется модельная система битум + минеральный порошок, т.е. асфальтовяжущее вещество. Исследуя зависимости физико-механических свойств асфальтовяжущего от количества битума в нём, сравнивая между собой свойства асфальтовяжущего оптимальной структуры с различными модифицирующими добавками можно предварительно оценить, в каком направлении будут изменяться свойства асфальтобетона при введении добавок.

В качестве модифицирующих добавок были взяты стабилизирующая добавка для щебёночно-мастичного асфальтобетона Viator 66, которая представляет собой гранулированную смесь из примерно 67% технической целлюлозы и 33% битума, и Хризотоп из природного материала хризотил-асбеста с диаметром гранул до 5 мм.

Для приготовления асфальтовяжущего использовался битум БНД 60/90 Московского НПЗ и доломитовый минеральный порошок Витебского ОАО "Доломит" Республики Беларусь. Приготовление асфальтовяжущего производилось в 10-литровом лабораторном смесителе с подогревом смесительной камеры. Добавки вводились в разогретый до 150-160°C битум и перемешивались в нём до однородного распределения. Минеральный порошок нагревался до 160°C и засыпался в смеситель, затем вводился битум и проводилось перемешивание в течение 40-60 секунд до однородного распределения битума в минеральном порошке. Образцы асфальтовяжущего изготавливались с использованием форм для асфальтобетона  $d=50,5$  мм по технологии приготовления асфальтобетонных образцов. Далее определяли физико-механические свойства асфальтовяжущего.

Были изготовлены три партии образцов асфальтовяжущего с различным количеством битума в смеси: без модифицирующих добавок, с добавками Viator 66 при процентном соотношении по массе добавка/минеральный порошок равном 3/97 и Хризотоп в соотношении 3/97 и 5/95. Это соотношение соответствует рекомендуемым нормативными документами расходам добавок в производственных асфальтобетонных и щебёночно-мастичных асфальтобетонных смесях.

В каждой партии требовалось выбрать асфальтовяжущее с оптимальным количеством битума, которое имело бы оптимальную структуру и максимальное количество ориентированного битума в битумных плёнках. Готовая смесь асфальтовяжущего с недостаточным количеством битума для обволакивания минеральных зёрен во всех трёх партиях представляла собой рыхлый порошок серого цвета, а свойства асфальтовяжущего характеризовались по-

вышенным водонасыщением и пониженной средней плотностью и прочностью, что показано на рисунках 1-3.

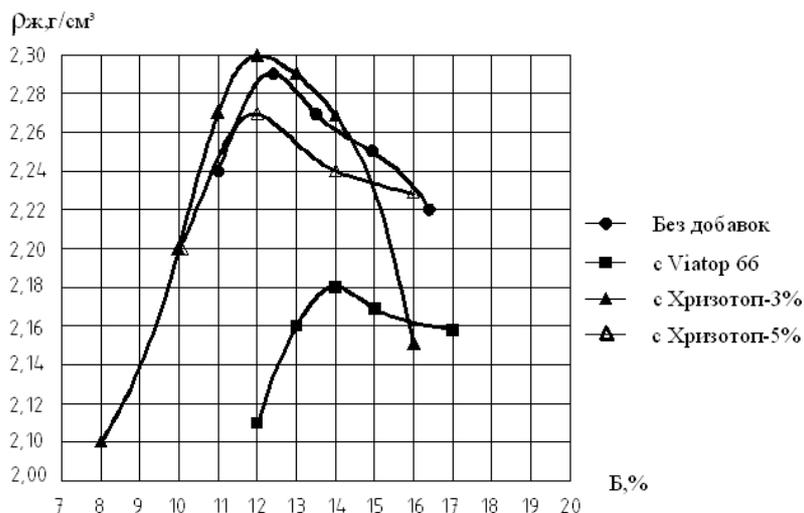


Рисунок 1 – Зависимость средней плотности асфальтовяжущего от количества битума

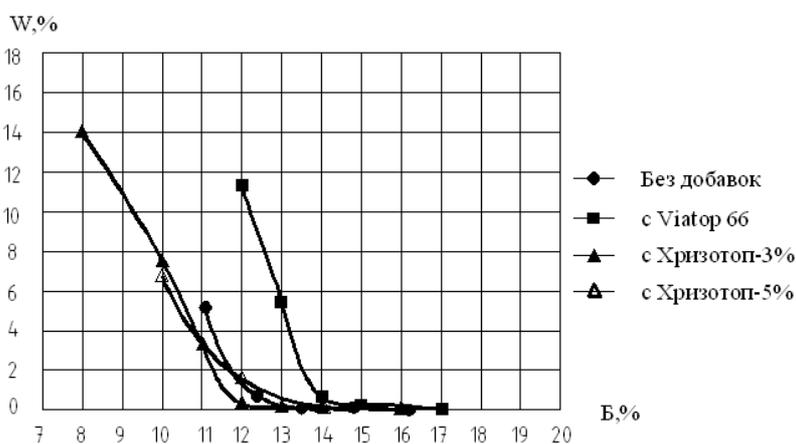


Рисунок 2 – Зависимость водонасыщения асфальтовяжущего от количества битума

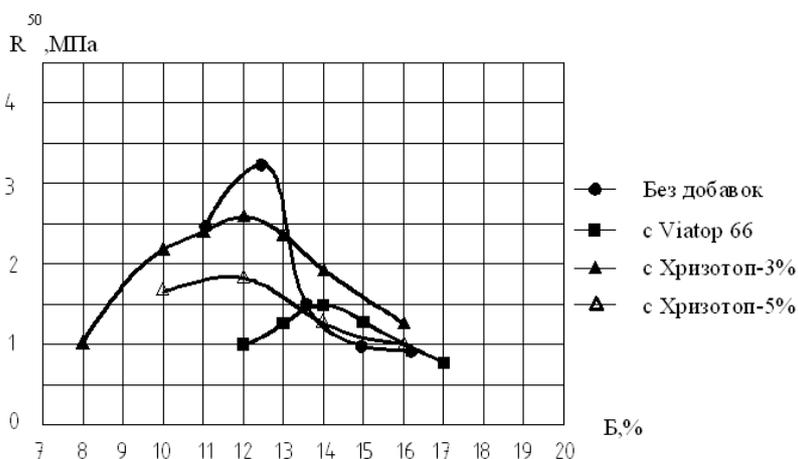


Рисунок 2 – Зависимость прочности при сжатии при 50°C асфальтовяжущего от количества битума

Готовая смесь асфальтовяжущего с избыточным количеством битума представляет собой подвижную массу с чёрным жирным блеском, поэтому асфальтовяжущее имеет низкое

водонасыщение и пониженную среднюю плотность и прочность. В асфальтовяжущем с оптимальным количеством битума оптимальное соотношение битум/минеральный порошок, что характеризуется максимально возможной средней плотностью и прочностью асфальтовяжущего. Для асфальтовяжущего без добавок оптимальное количество битума, т.е. битумоёмкость смеси, составляет 12,4% от массы минеральной части, для асфальтовяжущего с добавкой Viator 66 – 14%, для асфальтовяжущего с добавкой Хризотоп – 12%.

Физико-механические показатели свойств асфальтовяжущих оптимальной структуры представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Физико-механические показатели свойств асфальтовяжущего оптимальной структуры с модифицирующими добавками

№ п/п	Физико-механические показатели	Состав асфальтовяжущего, %							
		Минеральный порошок – 87,6; битум – 12,4% от массы минеральной части	Минеральный порошок – 97; Viator 66-3; битум – 14% от массы минеральной части	Минеральный порошок – 97; хризотоп-3; битум – 12% от массы минеральной части	Минеральный порошок – 95; хризотоп-5; битум – 12% от массы минеральной части				
1	Средняя плотность, г/см <sup>3</sup>	2,29	2,18	2,30	2,27				
2	Водонасыщение, в % по объёму	0,09	0,63	0,16	1,47				
3	Предел прочности при сжатии (МПа) при 20°С в водонасыщенном состоянии:	4,36	3,13	3,86	4,38				
	при 20°С					6,68	3,65	3,84	4,42
	при 50°С					1,97	1,47	1,65	1,81
	при 0°С					9,94	6,37	5,88	5,31
4	Водостойкость	0,65	0,86	1,01	0,99				

Асфальтовяжущее без добавок имеет среднюю плотность 2,29 г/см<sup>3</sup>. При введении 3% добавки Хризотоп средняя плотность повышается до 2,30 г/см<sup>3</sup>, при введении 5% Хризотопа средняя плотность снижается до 2,27 г/см<sup>3</sup>, а с добавкой Viator 66 до 2,18 г/см<sup>3</sup>. Прочность при сжатии при 20°С и 0°С для асфальтовяжущего без добавок выше по сравнению с асфальтовяжущим с добавкой Хризотоп, а при 50°С примерно одинакова. Асфальтовяжущее с добавкой Viator 66 отличается пониженной прочностью при 20°С и 0°С, прочность при 50°С соизмерима с прочностью асфальтовяжущего без добавок, водостойкость выше, чем у асфальтовяжущего без добавок, но ниже чем у асфальтовяжущего с добавкой Хризотоп.

Добавка технической целлюлозы (Viator 66) в асфальтовяжущем снижает его жёсткость, т.к. почти в 2 раза уменьшается прочность на сжатие при 20°С. Почти на 30% снижается прочность асфальтовяжущего при 0°С, т.е. понижается температура трещинообразования при пониженных температурах. Несмотря на то, что в асфальтовяжущем с добавкой Viator 66 оптимальное количество битума на 1,5% выше, теплостойкость его незначительно ниже по сравнению с асфальтовяжущем без добавок, что видно по прочности на сжатие при 50°С. Асфальтовяжущее с добавкой Хризотоп по сравнению с асфальтовяжущим без добавок снижает жёсткость, т.к. уменьшается прочность на сжатие при 20°С. Так же снижается прочность асфальтовяжущего при 0°С, т.е. понижается температура трещинообразования при пониженных темпе-

ратурах. По прочности на сжатие при 50°C видно, что теплостойкость его незначительно ниже по сравнению с асфальтовяжущим без добавок, но выше чем с добавкой Viator 66.

Следует сказать о характере распределения добавок в битуме и влияния их на свойства битума. При распределении гранул Viator 66 в битуме при температуре 150-160°C за 10-15 минут основная масса гранул расплавляется, через 30 минут происходит существенное набухание целлюлозных волокон, смесь превращается в кашеподобную однородную подвижную массу. При добавлении в битум гранул Хризотопа часть гранул осаждается на дно. При перемешивании гранул с битумом волокна из гранул частично переходят в объёмный битум. Распределение гранул в горячем битуме в течение часа приводит к тому, что основная масса гранул распушается на волокна в битуме, вязкость смеси повышается.

Особенность формирования микроструктуры асфальтобетонной смеси в производственных условиях заключается в том, что рассматриваемые модифицирующие добавки вводятся непосредственно в асфальтобетонную смесь. Целлюлозные волокна, распределяясь в объёме вяжущего, формируют пространственную армирующую сетку, которая обладает повышенной адсорбционной способностью, т.к. волокнистое вещество технической целлюлозы имеет фибриллярную капиллярно-пористую структуру. Исходя из наблюдений, сделанных во время лабораторного получения битума с добавками Хризотоп и Viator 66, можно сделать вывод, что Хризотоп труднее однородно распределять в асфальтобетонной смеси ввиду более сильных структурных связей между волокнами в гранулах.

Из анализа полученных данных можно сделать вывод, что наибольшей адсорбционной способностью, битумоёмкостью и битумоудерживающей способностью обладает добавка Viator 66.

#### Литература

1. ГОСТ 31015-2002. Смеси асфальтобетонные и асфальтобетон щебёночно-мастичные. Технические условия [Текст]. – М.: Госстрой России, 2003. – 13 с.
2. ТУ 5718-001-18268513-01. Стабилизирующая добавка Viator 66. Технические условия [Текст].
3. ТУ 5718-011-0281476-2004. Гранулированный стабилизатор “Хризотоп”. Технические условия [Текст].
4. Соломенцев, А.Б. Классификация и номенклатура модифицирующих добавок для битумов [Текст] / А.Б. Соломенцев // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2008. – №1. – С. 14-15.
5. Соломенцев, А.Б. Свойства асфальтобетона с азотсодержащими ПАВ [Текст] / А.Б. Соломенцев // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2001. – №2. – С. 6-7.

#### **Соломенцев А.Б.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительство автомобильных дорог»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-67

#### **Баранов И.А.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Студент ОрелГТУ  
Тел.: +7 (4862) 73-43-67

УДК 656.13:56.011.54/56

БАКАЕВА Н.В.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА РАБОЧИХ ПОСТОВ СТАНЦИЙ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ИГР**

*Показана возможность применения теории игр при моделировании бизнес-процессов технического сервиса автомобилей. В качестве примера рассмотрены методы принятия решений по выбору количества рабочих постов для станции технического обслуживания автомобилей (СТОА) в условиях риска и неопределенности. При постановке и решении задачи использовался класс бесконечной игры с двумя участниками или классический ее вариант игры с производством.*

**Ключевые слова:** интегральный критерий безопасности, сервис, риск.

*There is shown the possibility of game theory use when modeling business processes in the course of motor-car servicing. As an example there are considered methods for decision-making for the definition of work places for the personnel at a motor-car maintenance station under condition of risks and uncertainty. When target setting and its solution a class-room for an infinite game for two participants or a classical variant of the game with a production process were used.*

**Key words:** integrated criterion of safety, service, risk.

Анализ бизнес-процессов технического сервиса автомобилей (ТСА) показывает, что большинству предприятий ТСА независимо от формы собственности и конкурентообразующих признаков [1, 2] приходится принимать решения в условиях дефицита информации. Одним из методов принятия решений в условиях, определяемых в зависимости от содержания информации как условия риска или неопределенности, является использование теории игр и статистических решений [3, 4, 5]. Чаще всего при анализе рыночной, производственной или другой ситуации, т.е. при постановке задач управления, используется класс бесконечной игры как минимум с двумя участниками рынка. Решение задач управления будет сводиться к возможности построения функции выигрыша (целевой функции) и ее оптимизации (нахождения экстремального значения целевой функции).

В общем случае показатель эффективности функционирования системы или ее целевая функция может зависеть от трех групп факторов: условий выполнения  $\{a_n\}$  операции, которые заданы и не могут быть изменены; элементов решений  $\{x_m\}$ , которые могут изменяться при управлении, и внешних факторов  $\{z_k\}$ , влияние которых на эффективность системы неизвестно [4]:

$$Ц = F(a_1, a_2, \dots, a_n; x_1, x_2, \dots, x_n; z_1, z_2, \dots, z_n). \quad (1)$$

Рассмотрим применение игровых методов на примере определения оптимального количества рабочих постов на СТОА в условиях риска. Определимся со сторонами в игре. Очевидно, что игроками будут являться автовладельцы (А), которые в заданных условиях и в случайном порядке формируют то или иное число требований на техническое обслуживание или ремонт автомобилей, и организаторы производства (П), в данном случае организаторы СТОА, формирующие то или иное количество рабочих постов. Следовательно, имеем вариант парной игры с производством.

Целевая функция отражает стремление руководителей СТОА организовать минимальное количество рабочих постов  $\chi_i$ , обеспечивающих пропускную способность предприятия с прибылью:  $\chi_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} + 1 \rightarrow \min$ , (2)

где  $\lambda_i$  – поток требований на техническое обслуживание или ремонт автомобилей;  $\mu_i$  – пропускная способность предприятия ТСА.

Идентифицируем группы факторов целевой функции.

*Первая группа* факторов характеризует условия выполнения операций – это количество автомобилей, которые необходимо обслужить  $N_{СТО}$  в течение одной смены ( $C=1$ ). Эта группа факторов может включать дополнительно сведения о климатических и дорожных условиях данного региона, пробегах автомобилей, отражающих их ресурс до капитального ремонта.

*Вторая группа* факторов – это решение организаторов производства ( $\Pi$ ) о формировании рационального количества рабочих постов  $\chi_i$ .

*Третья группа* факторов – это заранее неизвестные условия, например, возникновение потока требований на техническое обслуживание или ремонт  $\lambda_i$ , который носит вероятностный характер. Эта группа факторов определяет также пропускную способность или интенсивность средств обслуживания  $\mu_i$ . Установлено [6, 7, 8], что поток заявок является пуассоновским, т.е. вероятность появления потребности в техническом обслуживании и ремонте определенного числа автомобилей в течение промежутка времени  $P_k$  может быть определена:

а) расчетно на основе данных об отказах автомобилей в рассматриваемых условиях эксплуатации. Так, для случая простейшего потока требований вероятность возникновения числа требований  $k=0, 1, 2, \dots$  за время  $t$  определяется по формуле Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  – параметр потока требований,  $\lambda = N_{СТО}$ .

Плотность потока заявок по  $i$ -тому виду обслуживания может быть определена по наработке (пробегу) автомобиля на отказ [7]:

$$\lambda_i = \frac{1}{\omega_i}, \quad (4)$$

где  $\omega_i$  – наработка (пробег) автомобиля на отказ, фиксируемого данным требованием.

Время обслуживания также является случайной величиной и, как установлено [7, 8], распределение его продолжительности подчиняется экспоненциальному закону:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}. \quad (5)$$

Для упрощения расчетов примем фиксированное значение  $\mu_i = const$  с определенной долей условности, исходя из нормативов на техническое обслуживание и ремонт автомобилей.

б) на основании анализа отчетных данных о требованиях на техническое обслуживание и ремонт. В этом случае в игре можно использовать так называемую относительную частоту или эмпирическую вероятность:

$$\frac{\tilde{n}_i}{\tilde{n}} \approx D_i, \quad (6)$$

где  $c_i$  – число смен, когда требований не было;  $c$  – число смен с одним или несколькими требованиями.

Рассмотрим метод принятия решений для поставленной задачи в условиях риска, т.е. когда при заданных условиях и действии внешних факторов, вероятность появления которых известна (таблица 1), необходимо найти элементы решения, по возможности обеспечивающих получение экстремального значения целевой функции.

Стратегии автовладельцев ( $A$ ) определяются числом автомобилей, прошедших обслуживание в течение смены  $N_j$ . Причем первая стратегия  $A_1$  состоит в том, что в течение смены возникает необходимость обслужить один автомобиль ( $N_1=1$ ), вторая  $A_2$  – два автомобиля ( $N_2=2$ ),  $A_3$  – три автомобиля ( $N_3=3$ ) и т.д.

Стратегии организаторов производства ( $\Pi$ ) могут сводиться к следующим:  $\Pi_1$  – иметь один рабочий пост,  $\Pi_2$  – иметь два рабочих поста,  $\Pi_3$  – три,  $\Pi_4$  – четыре,  $\Pi_5$  – пять рабочих постов и  $\Pi_6$  – шесть рабочих постов. Стратегии сторон сводим в таблицу 1.

Таблица 1 – Стратегии сторон игры

Обозначение стратегии, $A_j$	Автовладельцы ( $A$ )		Организаторы СТОА ( $\Pi$ )	
	Необходимо обслужить автомобилей, $N_j$	Вероятность данной потребности, $P_j$	Обозначение стратегии, $\Pi_i$	Организовано рабочих постов, $\chi_i$
$A_1$	1	0,1	$\Pi_1$	1
$A_2$	2	0,1	$\Pi_2$	2
$A_3$	3	0,2	$\Pi_3$	3
$A_4$	4	0,2	$\Pi_4$	4
$A_5$	5	0,2	$\Pi_5$	5
$A_6$	6	0,2	$\Pi_6$	6

В реальных условиях сочетание стратегий  $\Pi_i$  и  $A_j$  случайно, но каждому  $\Pi_i$  и  $A_j$  сочетанию стратегий соответствуют определенные последствия  $b_{ij}$ . Например, если потребность в техническом обслуживании превышает такую возможность на СТОА, то предприятие несет ущерб от дополнительного простоя автомобиля при ожидании обслуживания или отказа клиенту в предоставлении соответствующей услуги. Если требований на обслуживание меньше, чем имеется рабочих постов, то возникают дополнительные затраты, связанные с организацией "излишних" постов. Количественно последствия сочетания стратегий  $\Pi_i$  и  $A_j$  оцениваются с помощью выигрыша  $b_{ij}$ , который относится на предприятие ( $\Pi$ ) и может исчисляться в рублях или условных единицах. Выигрыш  $b_{ij} > 0$  соответствует прибыли, а  $b_{ij} < 0$  – убытку. Природа убытка и прибыли в каждом конкретном случае может быть различной, а сами величины ущерба и прибыли должны быть строго обоснованы, так как от них зависит выбор оптимального решения.

Выигрыши при сочетании всех возможных стратегий сторон сведены в платежной матрице (таблица 2), представляющей собой список всех возможных альтернатив, из которых необходимо выбрать рациональную стратегию  $\Pi_i^0$ , организаторов производства.

Таблица 2 – Платежная матрица

Необходимое число рабочих постов и выигрыш при сочетании стратегий $\Pi_i$ и $A_j$								Минимальный выигрыш по стратегиям (минимумы строк) $\alpha_j$	
$A_j \rightarrow$		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$		
$N_j \rightarrow$			1	2	3	4	5	6	
	$\Pi_i$ ↓	$\chi_i$ ↓	1	2	3	4	5	6	
Имеющееся число рабочих постов и выигрыш по стратегиям	$\Pi_1$	1	2	-1	-4	-7	-10	-13	-13
	$\Pi_2$	2	1	4	1	-2	-5	-8	-8
	$\Pi_3$	3	0	3	6	3	0	-3	-3
	$\Pi_4$	4	-1	2	5	8	5	2	-4
	$\Pi_5$	5	-2	1	4	7	10	7	-5
	$\Pi_6$	6	-3	0	3	6	9	12	-6
Максимальный выигрыш (максимумы столбцов), $(\beta)_{max}$			2	4	6	8	10	12	-

В общем случае при известных вероятностях каждого состояния  $A_j$  выбирается стратегия  $\Pi_i$ , при которой математическое ожидание выигрыша организаторов производства будет максимальным. Для этого вычисляют средневзвешенный выигрыш по каждой строке платежной матрицы для  $i$ -той стратегии:

$$\bar{b}_i = P_1 b_{i1} + P_2 b_{i2} + \dots + P_n b_{in} = \sum_j P_j b_{ij}. \quad (7)$$

Например, для ситуации  $\Pi_1$  из таблиц 1-2 имеем:

$$\bar{b}_1 = 0,1 \cdot 2 - 0,1 \cdot 1 - 0,2 \cdot 4 - 0,2 \cdot 7 - 0,2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 13 = -6,7.$$

Аналогично для  $\bar{b}_2 = -2,3$  и т.д.

Полученные таким образом результаты сводим в матрицу выигрышей (последний столбец таблицы 3).

Из матрицы выигрышей следует, что оптимальной стратегией, обеспечивающей максимальный средний выигрыш, является стратегия  $\Pi_6^0$ , т.е. необходимо постоянно иметь 5 рабочих постов. Иными словами, если организаторы производства будут каждую смену придерживаться шестой стратегии, то за ряд смен и конечном итоге они получат следующий выигрыш:  $(\bar{b}_6)_{\max} = 5,7$  условные единицы. Но это не означает, что в отдельные смены при различном сочетании  $\Pi_6^0$  (5 рабочих постов) и реальной потребности в техническом обслуживании не может быть получен убыток, например, сочетание  $\Pi_6 A_1$  (таблица 2).

Таблица 3 – Матрица выигрышей

$\Pi_i(\chi_i)$ \ $A_j(N_j)$	Произведение $P_j \times b_{ij}$						Средний выигрыш при стратегии, $\bar{b}_i$
	$A_1$ ( $N_1=1$ )	$A_2$ ( $N_2=2$ )	$A_3$ ( $N_3=3$ )	$A_4$ ( $N_4=4$ )	$A_5$ ( $N_5=5$ )	$A_6$ ( $N_6=6$ )	
$\Pi_1(\chi_1=1)$	0,2	-0,1	-0,8	-1,4	-2,0	-2,6	-6,7
$\Pi_2(\chi_2=2)$	0,1	0,4	0,2	-0,4	-1,0	-1,6	-2,3
$\Pi_3(\chi_3=3)$	0	0,3	1,2	0,6	0	-0,6	1,5
$\Pi_4(\chi_4=4)$	-0,1	0,2	1,0	1,6	1,0	0,4	4,1
$\Pi_5(\chi_5=5)$	-0,2	0,1	0,8	1,4	2,0	1,4	5,5
$\Pi_6(\chi_6=6)$	-0,3	0	0,6	1,2	1,8	2,4	<b>5,7</b> = $(\bar{b}_6)_{\max}$
$\Pi_7(\chi_7=7)$	-0,4	-0,1	0,4	1,0	1,6	2,2	4,7
$\Pi_8(\chi_8=8)$	-0,5	-0,2	0,2	0,8	1,4	2,0	3,7
Вероятности состояний, $P_{ij}$	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	-

В качестве последствий дополнительной организации рабочих постов на СТОА может быть дана оценка экономической эффективности, которая получается сравнением выигрыша при оптимальной стратегии  $\bar{b}_0 = \bar{b}_{\max}$  с выигрышем  $\bar{b}_c$  в результате организации среднего количества рабочих постов  $\chi_c$ , когда последствия принимаемых решений не учитываются (таблица 4).

$$\chi_c = \sum_{j=1}^j P_j \cdot N_j, \quad (8)$$

где  $N_j$  – потребность в рабочих постах;  $P_j$  – вероятность этой потребности.

В нашем примере:  $\chi_c = 0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 2 + 0,2 \cdot 3 + 0,2 \cdot 4 + 0,2 \cdot 5 + 0,2 \cdot 6 = 3,9$  рабочих поста.

Принимаем целое значение средневзвешенной потребности  $\chi_c \approx 4$ . Наличие на СТОА четырех рабочих постов соответствует стратегии  $\Pi_4$ , при которой обеспечивается средний выигрыш  $\bar{b}_4 = 4,1$  условные единицы (таблица 3).

Экономический эффект при использовании оптимальной стратегии составляет:

$$\dot{Y}(\bar{I}^0) = 100 \frac{\bar{b}_0 - \bar{b}_c}{\bar{b}_i} = 100 \frac{5,7 - 4,1}{4,1} = 39\%. \quad (9)$$

Анализ данных таблицы 3 делает возможным следующие практические выводы.

Во-первых, определена оптимальная стратегия ( $\Pi_6^0$ ), придерживаясь которой, организаторы производства получают гарантированный выигрыш в 5,7 условные единицы. Очевидно, наличие на СТОА 6 рабочих постов является заданным целевым нормативом ЦН =  $\chi_6 = 6$  для ее организаторов. Необходимо еще раз отметить, что стратегия  $\Pi_6^0$  является оптимальной при многократном ее применении, т.е. в среднем для повторяющихся ситуаций. Для разовых реализаций она может быть и неоптимальной. Например, при  $A_1$  (исходный вариант) она дает убыток, а для  $A_6$  прибыль будет меньше, чем при использовании стратегии  $\Pi_6$ .

Во-вторых, выявлена зона рациональной организации рабочих постов, при которой предприятию гарантирован доход, т.е.  $\bar{b}_i > 0$ . Такой зоной является наличие на СТОА  $\chi_i = 6 \pm 1$  рабочих постов, что соответствует стратегиям  $\Pi_5, \Pi_6^0, \Pi_7$ .

В-третьих, используя данный метод, можно оценить влияние ряда факторов на выбор стратегии и величину выигрыша, поскольку величина убытка или прибыли оказывает существенное влияние на конечный выигрыш организаторов производства (таблица 4). Например, увеличение прибыли от своевременного обслуживания автомобилей в два раза (с  $b_2=2$  до 4) увеличивает максимальный выигрыш при оптимальной стратегии предприятия в 2,4 раза с 5,7 до 13,5 условных единиц (таблица 4). Если при этом возрастут в два раза и затраты на обслуживание автомобилей, то максимальный выигрыш также увеличится по сравнению с исходным вариантом в 2 раза (с 5,7 до 11,6). Одновременно изменится и оптимальная стратегия, влияющая на правильное определение всех затрат в условиях рыночной экономики, и соответственно на выигрыш организаторов производства.

Таблица 4 – Матрица выигрышей при изменении различных стоимостных затрат

Количество рабочих постов на СТОА	$b, A_i$	Выигрыш при вариантах				
		I	II	III	IV	V
$\chi_j$	$b_1$	-1	-1	-1	-2	-2
	$b_2$	+2	+4	+3	+4	+2
	$b_3$	-3	-3	-4	-3	-3
1	$\Pi_1$	-6,7	-4,9	-8,6	-4,7	-6,7
2	$\Pi_2$	-2,3	1,5	-2,4	1,4	-2,4
3	$\Pi_3$	1,5	6,7	3,0	6,6	1,2
4	$\Pi_4$	4,1	10,7	6,8	10	3,4
5	$\Pi_5$	5,5	12,9	9,0	11,6	4,2
6	$\Pi_6$	5,7	13,5	9,6	11,4	3,6
7	$\Pi_7$	4,7	12,5	8,6	9,4	1,6
8	$\Pi_8$	3,7	11,5	7,6	7,4	-0,4
Оптимальная стратегия	-	$\Pi_6^0$	$\Pi_6^0$	$\Pi_6^0$	$\Pi_5^0$	$\Pi_5^0$
Выигрыш при оптимальной стратегии	-	5,7	13,5	9,6	11,6	4,2

Рассмотрим решение поставленной задачи в условиях неопределенности информации.

Принятие решений в условиях неопределенности отличается от принятия решений в условиях риска тем, что информация о состоянии природы  $\Pi_j$  отсутствует ( $P_j=?$ ), в этом и состоит неопределенность задачи. Наиболее распространены следующие методы принятия решений в условиях неопределенности при играх с природой.

1) Сведение неизвестных вероятностей  $P_j$  к известным, т.е. переход к задаче принятия решений в условиях риска. Наиболее простой способ – это принцип недостаточного основания Лапласа, в соответствии с которым ни одному из  $j$  – состояний природы  $\Pi_j$  не отдается предпочтение и назначается равная вероятность, т.е.  $P_1=P_2=P_3=...P_j = 1/j$  для всех состояний.

2) Использование экспертного метода с целью ранжирования событий на основании ранее накопленного опыта, т.е. расположения в порядке убывания (или возрастания) событий и/или их вероятностей. После определения вероятностей  $P_j$  расчет проводится по методике принятия решений в условиях риска.

3) Применение максиминного, минимаксного и промежуточного критериев, если вероятности состояния системы  $\Pi_j$  не могут быть определены или оценены рассмотренными способами.

Максиминный критерий  $K_I$  (Вальда) обеспечивает выбор стратегии  $\Pi_i$ , при которой в любых условиях гарантирован выигрыш, не меньший максиминного:

$$K_I = \alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j b_{ij} \quad (10)$$

Для уже рассмотренного выше примера с теми же исходными данными определим стратегии производства в условиях неопределенности с использованием принципа Лапласа, а также максиминного, минимаксного и промежуточного критериев.

Применив принцип Лапласа, определили, что оптимальной является стратегия  $\Pi_7$ , т.е. на предприятии необходимо иметь не 6, а 7 рабочих постов. Но, применяя стратегию  $\Pi_7$ , организаторы производства получают средний выигрыш только  $b_7=4,7$  условных единицы (см. таблицу 4). Таким образом, отсутствие информации о вероятностях распределения действительной потребности в рабочих постах стоит организации дополнительного рабочего поста, что соответствует потере 18% выигрыша (или 4,7 вместо 5,7) при оптимальной стратегии и известных вероятностях состояний  $A_j$ .

Определим выигрышную стратегию с использованием максиминного критерия. По значению критерия  $K_I = -1$  такой стратегией является  $\Pi_4^0$ , т.е. на СТОА надо иметь 4 рабочих поста. Эта стратегия, как следует из матрицы выигрышей (см. таблицу 4), может обеспечить средний выигрыш 4,1 условные единицы или на 18% меньше, чем при наличии информации о состоянии природы.

Максиминный критерий  $K_I$  основан на наиболее пессимистической оценке возможных производственных ситуаций и гарантирует организаторам производства выигрыш не менее величины этого критерия. Действительно, если придерживаться выбранной стратегии  $\Pi_4$ , то выигрыш всегда будет равен или больше  $K_I$ , т.е.  $b_{4j} \geq K_I$ :  $b_{41} = -1 = K_I$ ;  $b_{42} = 2 > K_I$ ;  $b_{43} = 5 > K_I$ ;  $b_{44} = 8 > K_I$ ;  $b_{45} = 5 > K_I$ ;  $b_{46} = 2 > K_I$ . Этот критерий применяется при рискованных операциях на рынке, при освоении новых ниш на рынке товаров и услуг, апробации принципиально новых технологий и изделий большой стоимости.

Минимаксный критерий  $K_{II}$  (Сэвиджа) обеспечивает выбор такой стратегии, при которой величина риска будет минимальной в наиболее неблагоприятных производственных условиях:

$$\hat{E}_{II} = \min_i \max_j r_{ij} \quad (11)$$

Риск определяется как разница между максимальным выигрышем при известном состоянии производства и использовании оптимальной стратегии и неизвестном состоянии, когда могут быть применены другие стратегии  $\Pi_i$ :

$$r_{ij} = (\beta_i) \max - b_{ij} \quad (12)$$

Для определения риска организаторов производства (сторона  $\Pi$ ) при применении стратегии  $\Pi_i$  по платежной матрице (см. таблицу 3) рассчитываем выигрыш  $b_{ij}$  при заранее известном стороне  $\Pi$  состоянии природы  $A_j$ . Для каждой стратегии производства  $A_j$   $(\beta_i)_{\max}$  определяем максимальное значение  $b_{ij}$ . С учетом противопоставлений любых стратегий организаторов производства, например,  $\Pi_1$  и  $A_2$  риск  $r_{12} = (\beta_2) - b_{12} = 4 - (-1) = 5$  и т.д. Полученные данные сводим в матрицу риска (таблица 5), в которой для каждой стратегии  $\Pi_i$  определяем максимальный риск.

Из всех стратегий организаторов производства выбираем ту, которая обеспечивает минимальное значение максимального риска. В примере такой стратегией является  $\Pi_5$  при  $K_{II} = 5$ , т.е. на СТОА надо иметь 5 рабочих постов.

Таблица 5 – Матрица риска

$A_j \backslash P_i$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	Максимум риска при $P_i, r_{ij}$
$P_1$	0	5	10	15	20	25	25
$P_2$	1	0	5	10	15	20	20
$P_3$	2	1	0	5	10	15	15
$P_4$	3	2	1	0	5	10	10
$P_5$	4	3	2	1	0	5	5 = $K_{II}$
$P_6$	5	4	3	2	1	0	5 = $K_{II}$
$(\beta_i)_{max}$	2	4	6	8	10	12	-

Таким образом, при минимаксной стратегии величина риска будет минимальной в наиболее неблагоприятных условиях, т.е. предприятие гарантировано от чрезмерных потерь. Действительно, если в условиях неопределенности придерживаться этой стратегии ( $P_5$ ), то минимальный выигрыш по платежной матрице составит  $\alpha=2$ . Для всех остальных стратегий производства  $A_j$  минимальный выигрыш будет больше. Следовательно, предприятие или предприниматель, используя этот критерий, застрахован от чрезмерных потерь, что подтверждает и сравнение с критерием  $K_{II}$ : при  $P_5 A_2: b_{52}=1 < K_{II}$ ; при  $P_5 A_3: b_{53}=4 < K_{II}$ ; при  $P_5 A_4: b_{54}=7 > K_{II}$ ; при  $P_5 A_5: b_{55}=10 > K_{II}=5$ .

Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица) ориентирован на выбор в качестве промежуточного между двумя рассмотренными стратегиями:

$$\hat{E}_{III} = \max_i \left[ d \min_j b_{ij} + (1-d) \max_j b_{ij} \right]. \quad (13)$$

Коэффициент  $d$  устанавливается на основании опыта или экспертизы в пределах  $0 \leq d \leq 1$ : чем серьезнее последствия принимаемых решений, тем больше  $d$ . При  $d=0$  имеет место сверхоптимизм, а при  $d=1$  критерий превращается в  $K_I$  (формула 10).

Сравнение выбранных различными методами стратегий показывает, что в условиях неопределенности применяя соответствующие методы и критерии, можно выявить стратегии, весьма близкие к оптимальным. Так, применительно к рассмотренному примеру все три выбранные различными методами стратегии  $P_3, P_4, P_5$  обеспечивают положительный, хотя и неравноценный выигрыш: 1,5; 4,1 и 5,5 условные единицы. Полученные результаты по изменению выигрыша в зависимости от количества рабочих постов (стратегий  $P$ ) изображаем графически (рисунок 1).

Как следует из рисунка 1, для больших систем свойственно достаточно плавное протекание целевой функции, при котором вокруг оптимального решения образуется широкая зона рациональных решений, придающая устойчивость самой системе. Другими словами, на основании полученных результатов выигрыша приходим к выводу о нецелесообразности не только сокращения по сравнению с оптимальным количества рабочих постов, но и чрезмерного увеличения оборотного фонда СТОА.

Четкое определение производственных ситуаций, стратегий сторон, вероятностей событий и их последствий является важнейшей инженерной задачей, и от качества ее выполнения зависит надежность и достоверность получаемых результатов, т.е., в конечном итоге, принимаемых решений.

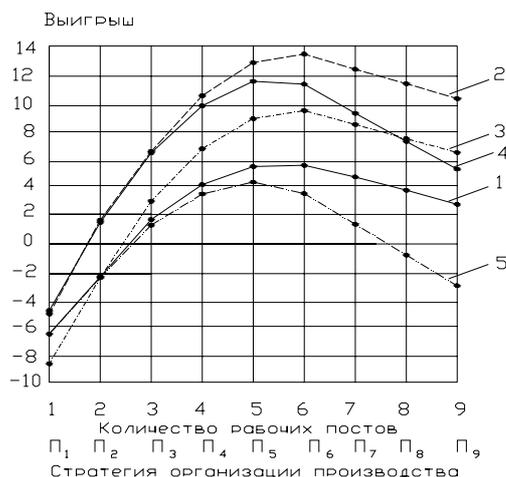


Рисунок 1 – Определение оптимального количества рабочих постов методами игровых ситуаций: 1 – при принятии решения в условиях риска (I вариант таблица 3); 2 – принятие решений в условиях неопределенности с использованием максиминного критерия; 3 – принятие решений в условиях риска при росте убытка в два раза (V вариант таблица 3); 4 – принятие решений в условиях неопределенности при равных вероятностях состояния производства (принцип Лапласа); 5 – принятие решений в условиях риска при росте дохода в два раза (II вариант таблица 3)

Таким образом, сбор и использование информации о предполагаемых последствиях принимаемых решений позволяют выбрать из имеющихся альтернатив наилучшее решение.

### Литература

1. Ременцов, А.Н. Рынок услуг предприятий автосервиса: сущность, структура, границы [Текст] / А.Н. Ременцов, А.А. Ряховский; под ред. д.э.н., проф. Н.А. Платоновой, к.э.н. О.И. Вапнярской // Социальная сфера: проблемы развития в современных условиях: Сборник научных трудов №11. – М., 2001.
2. Бакаева, Н.В. Развитие и совершенствование технического сервиса автотранспортных средств в г. Орле и Орловской области: проблемы и перспективы [Текст] / Н.В. Бакаева // Сборник трудов по материалам 66-й научно-методической и научно-исследовательской конф. МАДИ (ГТУ). – МАДИ (ГТУ), 2008. – С. 63-77.
3. Кузнецов, Е.С. Управление техническими системами [Текст]: учебное пособие / МАДИ (ТУ) – М., 2001. – 262 с.
4. Баркалов, С.А. Системный анализ и его приложения [Текст]: учебное пособие / С.А. Баркалов [и др.]. – Воронеж: Научная книга, 2008. – 439 с.
5. Алексахин, С.В. Прикладной статистический анализ [Текст]: уч. пособие / С.В. Алексахин, А.В. Балдин, А.Б. Николаев, В.Ю. Строганов. – М.: «ПРИОР», 2001. – 224 с.
6. Афанасьев, С.В. Разработка методики управления потенциалом производственной мощности предприятия автосервиса: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 2003. – 207 с.
7. Сергиенко, Е.В. Оптимизация количества постов текущего ремонта с учетом неравномерности поступления автомобилей: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 2004. – 165 с.
8. Варуха, П.В. Разработка методики обоснования специализации, мощности и размещения предприятий автосервиса в малых городах: Дис. ... канд. техн. наук. – Черкесск, 2003. – 187 с.

**Бакаева Н.В.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Кандидат технических наук, доцент

УДК 004.78:656.13

БЕЛОКУРОВ С.В., БЕЛОКУРОВ В.П., КОРАБЛЕВ Р.А., СПОДАРЕВ Р.А.

## АЛГОРИТМ ПОИСКА ДЛЯ МНОГОЦЕЛЕВЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ

*Стратегическое планирование транспортных процессов является многоцелевой задачей. В ее реализации наиболее важным является математическая возможность сравнить несколько сценариев развития транспортных процессов и получить количественный и качественный прогноз по каждому из них. Для этого предложен и теоретически обоснован эффективный алгоритм поиска на множестве Парето большой мощности.*

**Ключевые слова:** моделирование, векторные схемы, транспортные системы, оптимизация, множество, теория выбора, алгоритм, транспортные потоки.

*Securing the safety of transport movement is considered as many-aim task. The main question in this task is mathematical opportunity to compare several variants of developing transport process and get qualitative and quantitative analyze on each question. For this task we use and theoretically developed algorithm of searching of a number of cycles of Pareto of a large capacity.*

**Key words:** modeling, vector schemes, transport system, optimization, great number, theory of choicing, algorithm, transport net.

Стратегическое планирование процессов функционирования дорожно-транспортных систем представляет собой одну из самых значимых и сложных задач. Транспортная система представляет собой сложную организационно-техническую систему со сложно прогнозируемым поведением. При использовании системного подхода в работе транспорта необходимо не только решение многоцелевых транспортных задач, но и целесообразно использование математического аппарата, в котором появляется возможность сравнивать несколько сценариев развития транспортных проблем, в результате чего получаем количественный и качественный прогноз по каждому направлению. Последнее позволяет воспользоваться единственным оптимальным вариантом выбора при принятии безошибочного решения.

Целью данной работы является разработка алгоритма анализа и отсева решений для многоцелевых оптимизационных транспортных задач.

Методы и модели решения многоцелевых оптимизационных транспортных задач, как правило, описываются достаточно большим количеством качественных и количественных признаков, наличием сложных зависимостей между ними. Моделирование и оптимизация параметров и режимов на всех этапах жизненного цикла и на всех уровнях организации, функционирования и управления таких систем представляет собой трудоемкую задачу большой размерности. Так, например, при выборе и распределении автотранспортных средств (АТС) по маршрутной транспортной улично-дорожной сети (УДС), как правило, преследуется множество разных целей. Такие многоцелевые задачи достаточно сложны в реализации. Одним из путей решения таких задач является привлечение эффективного аппарата многокритериальной оптимизации (МКО).

Численная реализация моделей МКО – трудоемкая и кропотливая работа, требующая больших временных затрат, использование громоздких численных схем, связанная со значительным объемом вычислений. Существующее математическое обеспечение характеризуется узкой направленностью, связанной с конкретной предметной областью и жестко заложенными численными схемами и алгоритмами и, как правило, основано на случайном выборе, или различных способах дискретизации [1..8]. При этом нет объективных обоснований: почему был сделан выбор той или иной части множества вариантов.

В связи с вышесказанным, целью данной работы являлась разработка алгоритма выбора решений на множестве Парето большой мощности, позволяющий эффективно проводить анализ и отсев недоминируемых вариантов решений без потери качества и обладающий высокой скоростью поиска при относительной простоте реализации.

Независимо от исходной области поиска (дискретной или непрерывной) на итерациях поиска получается дискретный набор недоминируемых вариантов решения задачи  $X$ . Определим на нем значения критериальных функций  $y_i = q_i(x)$  ( $i = \overline{1, n}$ ). Через  $y_i^j$  обозначим значение  $i$ -й критериальной функции в точке  $x^j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)$  ( $j = \overline{1, n}$ ). Будем считать, что  $(y_1^j, y_2^j, \dots, y_n^j) = (y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k)$  тогда и только тогда, когда  $j=k$ . Пронумеруем числа  $y_i^j$  ( $j = \overline{1, p}$ ) в порядке убывания. Если при этом встретятся равные, то нумеруем их в порядке убывания следующей координаты. Если  $(n-1)$  координата двух точек совпадает, то выводим из рассмотрения точку, имеющую меньшую  $n$ -ю координату. Аналогично нумеруем последующие координаты  $y_i^j$  ( $j = \overline{1, n}$ ).

В результате такого отображения мы поставили в соответствие точкам множества допустимых оценок  $Y$ , множество  $\{k\}$  – точек с координатами  $(k^1, k^2, \dots, k^n)$ , каждая из которых принимает целое значение из интервала  $[1, \dots, p]$ . При этом в каждой из гиперплоскостей размерности  $n-1$ , параллельных координатным, лежит одна и только одна из точек этого множества. Множество лежит в  $n$ -мерном кубе размером  $(p-1) \times (p-1) \times \dots \times (p-1)$ .

В силу построения любая точка множества  $\{k\}$  лежит на пересечении  $n$  гиперплоскостей размерности  $n-1$ , параллельных координатным гиперплоскостям и проходящим через точки  $(k^1, k^2, \dots, k^n)$ . По той же причине из  $(y_1^i, y_2^i, \dots, y_n^i) \geq (y_1^j, y_2^j, \dots, y_n^j)$  следует, что  $(k_i^1, k_i^2, \dots, k_i^n) \leq (k_j^1, k_j^2, \dots, k_j^n)$ , а значит, выделение точек, оптимальных по Парето, на множестве значений критериев оптимизации  $Y$  эквивалентно аналогичной операции во множестве  $\{k\}$ , только в смысле сравнения  $\leq$ .

*Теорема 1.* Для того чтобы точка множества  $\{k\}$  принадлежала множеству Парето, необходимо, чтобы ее координаты удовлетворяли условию:  $(n-1)p + 1 \geq k_i^1 + k_i^2 + \dots + k_i^n$ .

*Доказательство.* Предположим противное. Пусть точка, оптимальная по Парето, удовлетворяет условию  $(n-1)p + 1 < k_i^1 + k_i^2 + \dots + k_i^n$ . Тогда в ортанте с вершиной  $(k_i^1, k_i^2, \dots, k_i^n; i = \overline{1, p})$  нет точек множества  $\{k\}$ . Эти точки будут лежать в гиперплоскостях размерности  $n-1$ , не пересекающих данный ортант. Подсчитаем число таких гиперплоскостей.

Ими являются гиперплоскости, параллельные координатным. Их будет  $(n-1)p - k_i^1 - k_i^2 - \dots - k_i^n$ . По условию  $(n-1)p - k_i^1 - k_i^2 - \dots - k_i^n < k_i^1 - 1$ , т.е. внутри описанного выше ортанта будут лежать точки множества  $\{k\}$ , значит, точка  $(k_i^1, k_i^2, \dots, k_i^n)$  не является оптимальной по Парето. Полученное противоречие доказывает теорему.

*Теорема 2.* Точки множества  $\{k\}$ :  $(k_i^1, k_i^2, \dots, k_i^n)$  и  $(k_j^1, k_j^2, \dots, k_j^n)$ , удовлетворяющие условию:  $\sum_{l=1}^n k_i^l > \sum_{l=1}^n k_j^l$ , являются оптимальными по Парето.

*Доказательство.* Если точки не конфликтуют, то  $k_i^l \geq k_j^l$  ( $l = \overline{1, n}$ ). Сложив эти неравенства, получим:  $\sum_{l=1}^n k_i^l > \sum_{l=1}^n k_j^l$ , что противоречит условию теоремы.

*Теорема 3.* Если точка множества  $\{k\}$  удовлетворяет условию:  $\sum_{i=1}^n k^i = S$ , где  $S$  – сумма координат, то точки хуже данной обладают свойством  $\sum_{i=1}^n \tilde{k}^i \geq S - n$ .

*Доказательство.* Из теоремы 2 следует, что точки, имеющие сумму координат, равную  $S$ , конфликтуют с данной. Если данная точка с координатами  $k^i (i = \overline{1, n})$  лучше точки с координатами  $\tilde{k}^i (i = \overline{1, n})$ , то  $\tilde{k}^i > k^i$  или  $\tilde{k}^i \geq k^i (i = \overline{1, n})$ . Сложив эти неравенства, получим:

$$\sum_{i=1}^n \tilde{k}^i \geq \sum_{i=1}^n k^i - n, \text{ а так как } \sum_{i=1}^n k^i = S, \text{ то условие теоремы выполнено.}$$

*Алгоритм построения множества Парето.*

1. Описанным выше способом строим множество  $\{k\}$ , эквивалентное множеству  $Y$  допустимых оценок. При этом каждую из координат упорядочиваем методом деления отрезка пополам.

2. Каждой точке множества  $\{k\}$  ставим в соответствие последовательность счетчиков  $\{c_i = 0\} (i = \overline{1, p})$ .

3. Отбросим точки, не удовлетворяющие условию теоремы 1. При каждом отбрасывании координаты точек множества  $\{k\}$ , большие соответствующей координаты отбрасываемой точки, уменьшается на единицу, на столько же уменьшится и соответствующая сумма.

4. У точки лучше отбрасываемой сумма координат не изменится, хотя число  $p$  уменьшится на единицу; а у конфликтующей точки сумма координат уменьшится не более чем на  $n-1$ , хотя левая часть неравенства уменьшится на  $n-1$ , так как:  $(n-1)p+1 - [(n-1)(p-1)+1] = n-1$ .

*Введем утверждение.* Точки, лучшие или конфликтующие с отбрасываемой, лежащие выше границы точек, оптимальных по Парето, никогда не перейдут этой границы.

*Доказательство.* Докажем это свойство для худших, чем отбрасываемая, точек. Т.к. точка  $k_j$  отбрасывается, то имеет место неравенство  $(n-1)p+1 < \sum_{l=1}^n k_j^l$ . (1)

Т.к. точка  $k_j$  хуже отбрасываемой, то  $k_i^l > k_j^l, l = \overline{1, n}$  или  $k_i^l \geq k_j^l + 1, l = \overline{1, n}$ .

Сложив неравенства, получим  $\sum_{l=1}^n k_i^l + n \leq \sum_{l=1}^n k_j^l$ . При отбрасывании точки  $k_j$  координаты точки  $k_i$  уменьшается на единицу, т.е. после отбрасывания для ее суммы имеет место неравенство

$$\sum_{l=1}^n (k_i^l - 1) = \sum_{l=1}^n k_i^l - n \geq \sum_{l=1}^n k_j^l + n - n = \sum_{l=1}^n k_j^l > (n-1)p+1 > (n-1)(p-1)+1,$$

что и требовалось доказать.

5. Таким образом, при отбрасывании точки, для которой выполнено неравенство:  $(n-1)p+1 < \sum_{l=1}^n k_i^l$ , точки, обладающие таким же свойством, не перейдут через границу точек, оптимальных по Парето.

После того, как все точки будут удовлетворять условию теоремы 1, упорядочим последовательность сумм координат оставшихся точек. Точки, имеющие минимальную сумму, а также сумму, отличающуюся не более чем на  $n-1$ , в силу теоремы 2 и 3 оптимальны по Парето. Запоминаем их и выводим из рассмотрения, уменьшая описанным выше способом координаты и суммы координат остающихся точек.

6. При каждом уменьшении координаты некоторой точки увеличиваем на единицу соответствующий ей счетчик. Если у точки счетчик окажется равным  $n$ , то ее также отбрасываем, прежде чем приступить к выводу из рассмотрения очередной точки, оптимальной по Парето.

7. Далее процесс повторяется до тех пор, пока оставшиеся точки будут иметь суммы, отличающиеся от минимальной не более чем на  $n-1$ , и удовлетворять условию:

$$(n-1)p_k + 1 \geq \sum_{l=1}^n k_i^l,$$

где  $p_k$  – число оставшихся точек.

Алгоритм выделения множества Парето при  $n=2$ .

1. Описанным выше способом строим множество  $(n, k)$ , эквивалентное множеству  $Y$  допустимых оценок. При этом упорядочивание по каждой из двух координат можно проводить, например, методом деления отрезка пополам.

2. Каждой точке множества  $(n, k)$  ставим в соответствие последовательность сумм координат  $(n+k)$ . Если все  $n+k = p+1$ , то любая точка множества  $(n, k)$ , а значит и множества  $Y$  оптимальна по Парето. В противном случае, в силу теоремы 4 существует, по крайней мере, одна точка, удовлетворяющая условию  $p+1 < n+k$ . Пусть это точка  $(n_i, k_i)$ . Отбрасываем ее.

3. Тогда точки с координатами  $n > n_i$  или  $k > k_i$  будут иметь координаты  $n-1$  или  $k-1$ . Каждое уменьшение координаты приводит к соответствующему уменьшению суммы координат.

Число  $p$  заменяется на  $p_1 = p-1$ . Заметим, что, если некоторая точка  $(n, k)$  лучше отбрасываемой, то ее сумма координат останется прежней, хотя число  $p+1$  в неравенстве (1) заменится на  $p_1+1 = p$ . Если точка  $(n, k)$  хуже отбрасываемой, то ее сумма координат уменьшится на 2; если же точка  $(n, k)$  конфликтует с отбрасываемой, то неравенство (1) сохранится.

4. Отсюда следует, что точки, лучшие или конфликтующие по отношению к отбрасываемой и не являющиеся оптимальными по Парето, будут на некотором шаге отброшены. Остается показать, что ни одна из худших точек по отношению к отбрасываемой на любом  $i$ -том шаге не достигнет границы  $p_{u-1}+1 \geq n+k$ . Действительно, если мы отбрасываем точку  $(n_i, k_i)$ , то имеет место неравенство:  $p_{u-1}+1 < n_i+k_i$  или  $p_{u-1}+2 < n_i+k_i$ . Т.к. точка  $(n_j, k_j)$  хуже точки  $(n_i, k_i)$ , то имеют место неравенства:

$$\begin{cases} n_i < n_j; & n_i + 1 \leq n_j; \\ k_i < k_j; & k_j + 1 \leq k_j. \end{cases}$$

При отбрасывании лучшей точки у худшей сумма координат уменьшается на 2, новая сумма координат точки  $(n_j, k_j)$  равна  $(n_j+k_j-2)$ , при этом, однако,  $n_j+k_j-2 \geq (n_j+1)+(k_j+1)-2 = n_i+k_i \geq p_{u-1}+2$ .

Т.к.  $p_{u-1} = p_u + 1$ , то  $n_j + k_j - 2 \geq p_u + 3$ , или окончательно  $n_j + k_j - 2 \geq p_u + 3$ .

5. Таким образом, процесс отбрасывания худших точек продолжается до тех пор, пока не останется точек, удовлетворяющих условию  $p_k+1 < n+k$ . Тогда все оставшиеся точки в силу теоремы 4 будут оптимальны по Парето.

**Замечание.** В силу теоремы 3 предложенный метод увеличивает скорость отыскания точек, оптимальных по Парето, для задач МКО большой мощности.

**Теорема 4.** Если на множестве точек  $(n, k)$  нет по крайней мере одной точки, удовлетворяющей условию  $p+1 < n+k$ , то все точки множества  $(n, k)$  оптимальны по Парето.

**Доказательство.** Пусть условие теоремы выполнено. Тогда на прямой  $z_1 = p$  лежит точка  $(p, k)$ , но координата  $k$  должна удовлетворять условию  $p+1 \geq p+k$  или  $1 \geq k$ .

Это единственная точка. На прямой  $z_1 = p-1$  лежит точка  $(p-1, k)$ , удовлетворяющая условию  $p+1 \geq p-1+k$  или  $2 \geq k$ , но прямая  $z_2=1$  уже задействована, значит, это единственная точка  $(p-1, 2)$ . Продолжая рассуждения для прямой  $z_1 = p-s (0 \leq s \leq p-1)$ , получим единственную точку  $(p-s, s+1)$ .

Тогда на прямой  $z_1 = p-s-1$  лежит точка  $(p-s-1, k)$ , удовлетворяющая условию  $p+1 \geq p-s-1+k$  или  $s+2 \geq k$ , где  $k$  может быть равно только  $s+2$ . Все  $p$  точек будут иметь координаты  $(p-s, s+1) (0 \leq s \leq p-1)$  и удовлетворять условию  $n+k = p-s+s+1 = p+1$ . В силу предыдущей теоремы они конфликтуют. Теорема доказана.

Проведенный машинный эксперимент и теоретические построения [2..4] подтверждают адекватность построения данного алгоритма, причем скорость поиска на множестве Парето большой мощности существенно выше, без потери качества решения по сравнению с аналогами.

Используя предложенный выше подход к обеспечению БДД на транспортной УДС, можно укрупнено определить последовательность его реализации. Он должен включать следующих три основных уровня: решение на этапе синтеза системы обеспечения БДД; решение на этапе реализации обеспечения БДД на транспортной УДС с использованием алгоритма выбора решений на множестве Парето большой мощности, который позволяет эффектив-

но проводить анализ и отсеивать не доминирующих вариантов решений без потери качества с высокой скоростью поиска и относительно простой реализацией при получении окончательно согласованного решения общей ресурсной задачи в условиях замещения, векторной оценки и конфликта цели, критериев, стратегий и ресурсов. Третий этап используется для накопления всех полученных ранее результатов решения частных задач и тем самым для формирования общего множества решений.

#### Литература

1. Вилкас, Э.Й. Оптимальность в играх и решениях [Текст] / Э.Й. Вилкас. – М: Наука. – 1990. – 256 с.
2. Белокуров, С.В. Модели выбора недоминируемых вариантов в численных схемах многокритериальной оптимизации [Текст] / С.В. Белокуров, Ю.С. Сербулов, Ю.В. Бугаев. – Воронеж: Научная книга. – 2005. – 199 с.
3. Белокуров, С.В. Синтез функций выбора на итерациях поиска в численных моделях многокритериальной оптимизации [Текст] / С.В. Белокуров, С.В. Величко, Д.Е. Соловей. – Воронеж: Воронежский гос. университет. – 2004. – 96 с.
4. Белокуров, С.В. Модели выбора в задачах многокритериальной оптимизации [Текст] / С.В. Белокуров, А.В. Заряев // Применение информационных технологий для решения прикладных задач: Межвузовский сб. науч. тр. – Воронеж: ВИ МВД России. – 2002. – С. 54-59.
5. Белокуров, С.В. Классификация ситуаций выбора и анализ способов формализации численных векторных схем [Текст] / С.В. Белокуров, В.В. Сысоев // Компьютерные технологии автоматизированного проектирования систем машиностроения и аэрокосмической техники: Сб. науч. тр. – Воронеж, ВГТУ. – 2002. – С. 76-81.
6. Белокуров, С.В. Задача выбора оптимальных вариантов на основе вероятностного подхода [Текст] / С.В. Белокуров, В.И. Сумин, М.В. Питолин // Вестник ВГТУ. – Сер. Радиоэлектроника и системы связи. – 2006. – № 7. – С. 59-62.
7. Белокуров С.В., Кононова А.В. Математические модели в условиях динамики рыночной транспортной среды [Текст] / С.В. Белокуров, А.В. Кононова // Экономика и производство. – 2007. – № 1. – С. 20-23.
8. Wan Y.N. On the algebraic criteria for Pareto optima. – Topology. – 1977. – №16. – P. 35-43.

#### **Белокуров С.В.**

Воронежский институт МВД РФ, г. Воронеж

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационно-технического обеспечения»

Тел.: +7(4732) 56-07-10

E-mail: bsvlabs@mail.ru

#### **Белокуров В.П.**

Воронежская государственная лесотехническая академия

Доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Организации перевозок и безопасности движения»

Тел.: +7 (4732) 53-61-78

E-mail: opbd\_vglta@mail.ru

#### **Кораблев Р.А.**

Воронежская государственная лесотехническая академия

Кандидат сельскохозяйственных наук, ассистент кафедры «Организации перевозок и безопасности движения»

Тел.: +7 (4732) 53-61-78

E-mail: opbd\_vglta@mail.ru

#### **Сподарев Р.А.**

Воронежская государственная лесотехническая академия

Аспирант кафедры «Организации перевозок и безопасности движения»

Тел.: +7 (4732) 53-61-78

E-mail: opbd\_vglta@mail.ru

Уважаемые коллеги!

В Орловском государственном техническом университете с 2004 г. ежеквартально издается научный журнал «Известия ОрелГТУ». Серия «Строительство. Транспорт», в котором Вы можете опубликовать свои статьи по широкому спектру проблем в следующих областях:

Строительство

- эффективные архитектурно-конструктивные решения зданий и сооружений;
- энергосберегающие технологии в строительном комплексе;
- развитие теории расчета сооружений и элементов строительных конструкций, оснований и фундамента;
- вопросы безопасности зданий и сооружений.

Транспорт

- современные технологии и технологическое оборудование, используемые для технического обслуживания, ремонта автомобилей и реновации их деталей;
- системный анализ, управление и обработка информации в транспортном комплексе;
- повышение эффективности эксплуатации автомобильного транспорта;
- проблемы качества энерго- и ресурсосбережения на автомобильном транспорте;
- экологическая безопасность транспортного комплекса.

Журнал открыт для рекламы, оплата – на договорной основе.

Объем статьи, как правило, не должен превышать 7 стр., рекламного объявления – не более 1 стр. Материал принимается в файловом виде: по электронной почте, на дискетах 3,5 дюйма или на CD-диске, выполненный в любом из текстовых редакторов Word, с приложением распечатки. С аспирантов плата за публикацию не взимается.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЬИ:

- Объем материала, предлагаемого к публикации, измеряется страницами текста на листах формата А4 и содержит от 3 до 7 страниц (заполнение последней страницы – не менее 75 процентов; все страницы рукописи должны иметь сплошную нумерацию. Объем рекламного объявления не должен превышать 1 страницу.
- Статья предоставляется в 1 экземпляре на бумажном носителе и в электронном виде (по электронной почте или на любом электронном носителе).
- В одном сборнике может быть опубликована только одна статья одного автора, включая соавторство.
- Статьи должны быть набраны шрифтом Times New Roman, размер 12 pt с одинарным интервалом, текст выравнивается по ширине; абзацный отступ – 1,25 см, правое поле – 2 см, левое поле – 2 см, поля внизу и сверху – 2 см.
- Название статьи, а также фамилии и инициалы авторов обязательно дублируются на английском языке.
- К статье прилагается перечень ключевых слов на русском и английском языке.
- В тексте статьи желательно:
  - не применять обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы;
  - не применять для одного и того же понятия различные научно-технические термины, близкие по смыслу (синонимы), а также иностранные слова и термины при наличии равнозначных слов и терминов в русском языке;
  - не применять произвольные словообразования;
  - не применять сокращения слов, кроме установленных правилами русской орфографии, соответствующими государственными стандартами.
- Сокращения и аббревиатуры должны расшифровываться по месту первого упоминания (вхождения) в тексте статьи.

ПОСТРОЕНИЕ СТАТЬИ

- УДК (сверху слева) с абзацным отступом.
- С пропуском одной строки – выровненные по центру страницы и набранные прописными буквами светлым шрифтом прямого начертания инициалы и фамилии авторов (ИВАНОВ И.И.).
- С пропуском одной строки – название статьи, набранное без абзацного отступа прописными буквами полужирным шрифтом 14 pt и расположенное по центру страницы.

- С пропуском одной строки – краткая (не более 10 строк) аннотация, набранная с абзацного отступа курсивным шрифтом 10 pt на русском языке.
  - Краткая (не более 10 строк) аннотация, набранная с абзацного отступа курсивным шрифтом 10 pt на английском языке, отделенная от предыдущей аннотации полуторным интервалом.
  - *Основной текст статьи.* Заголовки подразделов набирают с абзацным отступом полужирным шрифтом прописными буквами (размер 12 pt), выравнивание по левому краю. Заголовки и подзаголовки отделяют от основного текста полуторным интервалом сверху.
- 

## Пример оформления

УДК 539.4:620.179

МАЛИНИН В.Г., МАЛИНИН В.В.

# ДВУХУРОВНЕВЫЙ СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ГРАДИЕНТНЫЙ КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ

*На основе системного подхода структурно-аналитической мезомеханики формулируется двухуровневый структурно-механический, градиентный критерий разрушения, позволяющий развить методики оценки параметров трещиностойкости и учитывающий влияние зон структурных концентраторов на прочность в окрестности макроконцентратора напряжений.*

*On the basis of the system approach structural - analytical mezomechanic it is formed two-level structural - mechanical gradiental criterion of the destruction, allowing to develop techniques of an estimation of parameters crack of resistance and taking into account influence of zones of structural concentrators on durability in a vicinity of the macroconcentrator of stresses.*

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Прочностное состояние нагруженного твердого тела находится между хрупким и вязким, различие между которыми в механическом аспекте зависит от вида напряженно-деформированного состояния, истории нагружения, эволюции дефектной структуры и определяется соотношением энергетических затрат на обратимые и необратимые явления деформирования. В связи с этим возникает необходимость рассмотрения прочностного состояния материала в изделиях с макроконцентраторами с учетом влияния структурного состояния на микро- и мезомасштабном уровнях и влияния неоднородности макронапряженного состояния на локальные механические характеристики материала. Поставленную задачу можно решать в рамках градиентного подхода оценки локальной прочности в зоне концентрации напряжений, рассматривая состояние материала по двум критериям с непрерывным переходом из одного в другой.

---

## Таблицы, рисунки, формулы

- Все таблицы, рисунки и основные формулы, приведенные в тексте статьи, должны быть пронумерованы.
- Формулы следует набирать в редакторе формул Microsoft Equation 3.0 с размерами: обычный шрифт – 12 pt, крупный индекс – 10 pt, мелкий индекс – 8 pt. Формулы, внедренные как изображение, не допускаются! Русские и греческие буквы, а также обозначения тригонометрических функций, набираются прямым шрифтом, латинские буквы – *курсивом*.

- Формулы выравнивают по левому краю страницы с абзацным отступом и нумеруют (только те, на которые приводят ссылки); порядковый номер формулы обозначается арабскими цифрами в круглых скобках около правого поля страницы.

- В формулах в качестве символов следует применять обозначения, установленные соответствующими государственными стандартами. Описание начинается со слова «где» без двоеточия, без абзацного отступа; пояснение каждого символа дается в той последовательности, в которой символы приведены в формуле. Единицы измерения даются в соответствии с Международной системой единиц СИ.

- Переносить формулы на следующую строку допускается только на знаках выполняемых операций, причем знак в начале следующей строки повторяют.

### Пример оформления формулы в тексте

$$q_1 = (\alpha - 1)^2 \left(1 + \frac{1}{2\alpha}\right) / d, \quad (11)$$

где  $\alpha = 1 + 2a/b$  – коэффициент концентрации напряжений;  $d=2a$  – размер эллиптического отверстия вдоль опасного сечения.

---

- Рисунки и другие иллюстрации (чертежи, графики, схемы, диаграммы, фотоснимки) следует располагать непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые.

- Если рисунок небольшого размера, желательно его обтекание текстом.

- Подписи к рисункам выравнивают по ширине страницы, в конце подписи точка не ставится:

Рисунок 1 – Текст подписи

- Пояснительные данные набираются шрифтом прямого начертания 12 pt и ставят после наименования рисунка.

### Пример оформления рисунка в тексте

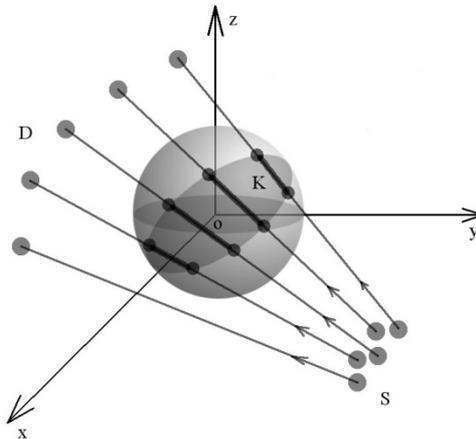


Рисунок 1 – Схема сканирования объекта:  $S$  – множество источников;  $D$  – множество детекторов;  $K$  – множество элементарных объемов тела, через которые прошел луч

---

- На все таблицы должны быть приведены ссылки в тексте, при ссылке следует писать слово «таблица» с указанием ее номера.

- Заголовки граф и строк таблицы пишутся с прописной буквы, а подзаголовки – со строчной, если они составляют одно предложение с заголовком, или с прописной буквы, если они имеют самостоятельное значение. В конце заголовков и подзаголовков таблиц точки не ставятся. Текст внутри таблицы в зависимости от объема размещаемого материала может быть набран шрифтом меньшего кегля, но не менее 8 pt. Текст в столбцах располагают от левого края либо центрируют.

- Слово «Таблица» размещается по левому краю, после него через тире располагается название таблицы:

Таблица 1 – Текст названия

- Если в конце страницы таблица прерывается и ее продолжение будет на следующей странице, нижнюю горизонтальную линию в первой части таблицы не проводят. При переносе части таблицы на другую страницу над ней пишут слово «Продолжение» и указывают номер таблицы: «Продолжение таблицы 1».

- Нумерация граф таблицы арабскими цифрами необходима только в тех случаях, когда в тексте документа имеются ссылки на них, при делении таблицы на части, а также при переносе части таблицы на следующую страницу.

### Примеры оформления таблиц в тексте

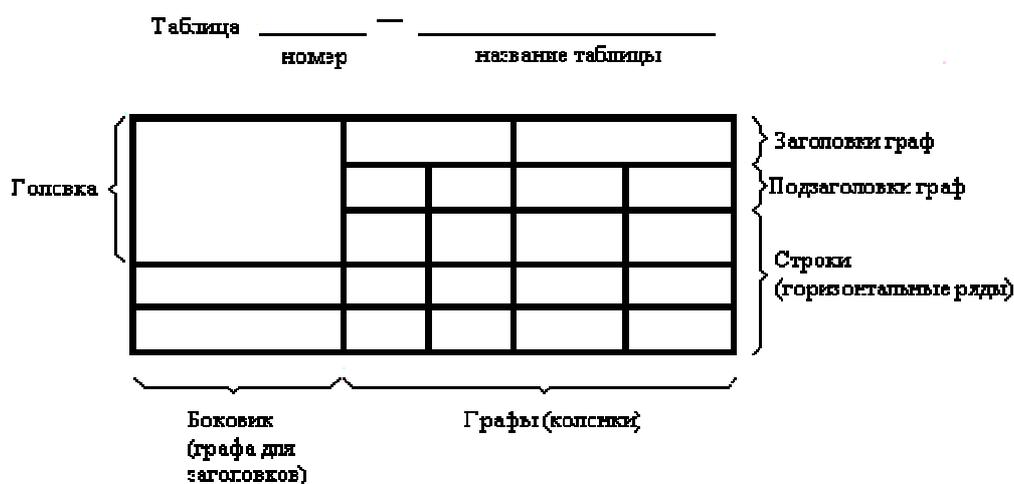


Таблица 1 – Название

Номинальный диаметр резьбы болта, винта, шпильки	Внутренний диаметр шайбы	Толщина шайбы					
		легкой		нормальной		тяжелой	
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
2,0	2,1	0,5	0,8	0,5	0,5	-	-

### Список литературы

- Список литературы, набранный обычным шрифтом прямого начертания 12 pt, помещается в конце статьи. Заголовок «Литература» набирается обычным шрифтом 12 pt прописными буквами с выравниванием по центру. Литературные ссылки оформляются по ГОСТ 7.1 2003.

### Пример оформления списка литературы

#### Литература

1. Валиев, Р.З. Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией [Текст] / Р.З. Валиев, И.В. Александров. – М.: Логос, 2000. – 271с.  
Сведения об авторах

• В конце статьи приводятся набранные 10 pt сведения об авторах в такой последовательности: Фамилия, имя, отчество (полужирный шрифт); учреждение или организация, ученая степень, звание, должность, адрес, телефон, электронная почта (обычный шрифт).

Пример оформления сведений об авторах

**Константинов И.С.**

Орловский государственный технический университет, г. Орел  
Доктор технических наук, зав. кафедрой «Информационные системы», профессор  
Тел. (4862) 40-96-14  
E-mail: konstantinov@ostu.ru

**Бизин И.В.**

Орловский государственный ехнический университет, г. Орел  
Ассистент кафедры «Информационные системы»  
Тел. (4862) 43-26-19  
E-mail: bizin@yandex.ru

*Адрес редакции:*

Орловский государственный технический университет  
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29  
8 (4862) 73-43-48  
www.ostu.ru  
E-mail: oantc@ostu.ru

Технический редактор С.В. Солопов  
Компьютерная верстка С.В. Солопов

Сдано в набор 25.03.2009 г.  
Подписано в печать 10.04.2009 г.  
Формат 60x88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 4,14.  
Тираж 600 экз.  
Заказ № \_\_\_\_\_

Отпечатано с готового оригинал-макета на полиграфической базе ОрелГТУ  
302030, г. Орел, ул. Московская, 65.