



Научно-технический журнал  
Издается с 2003 года.  
Выходит шесть раз в год.  
**№1 (33) 2011**  
**(январь-февраль)**

# СТРОИТЕЛЬСТВО И РЕКОНСТРУКЦИЯ

Учредитель – Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс»  
(ФГОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»)

## Редакционный совет:

**Голенков В.А.** д.т.н., проф., председатель  
**Радченко С.Ю.** д.т.н., проф.,  
зам. председателя  
**Борзенков М.И.** к.т.н., доц., секретарь  
**Астафичев П.А.** д.ю.н., проф.  
**Иванова Т.Н.** д.т.н., проф.  
**Киричек А.В.** д.т.н., проф.  
**Колчунов В.И.** д.т.н., проф.  
**Константинов И.С.** д.т.н., проф.  
**Новиков А.Н.** д.т.н., проф.  
**Попова Л.В.** д.э.н., проф.  
**Степанов Ю.С.** д.т.н., проф.

## Главный редактор:

**Колчунов В.И.** акад. РААСН, д.т.н., проф.

## Заместители главного редактора:

**Гончаров Ю.И.** д.т.н., проф.  
**Колесникова Т.Н.** д. арх., проф.  
**Коробко В.И.** д.т.н., проф.

## Редколлегия:

**Бондаренко В.М.** акад. РААСН, д.т.н., проф.  
**Гордон В.А.** д.т.н., проф.  
**Карпенко Н.И.** акад. РААСН, д.т.н., проф.  
**Клюева Н.В.** д.т.н., доц.  
**Коробко А.В.** д.т.н., проф.  
**Король Е.А.** чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.  
**Меркулов С.И.** чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.  
**Ольков Я.И.** акад. РААСН, д.т.н., проф.  
**Римшин В.И.** чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.  
**Сергейчук О.В.** д.т.н., проф.  
**Серпик И.Н.** д.т.н., проф.  
**Тур В.В.** д.т.н., проф.  
**Турков А.В.** д.т.н., проф.  
**Федоров В.С.** чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф.  
**Чернышов Е.М.** акад. РААСН, д.т.н., проф.  
**Шах Р.** д.т.н., проф.

## Ответственные за выпуск:

**Данилевич Д.В.** к.т.н., доц.  
**Солопов С.В.** к.т.н.

## Адрес редакции:

302006, Россия, г. Орел,  
ул. Московская, 77.  
Тел.: +7 (4862) 73-43-49;  
www.ostu.ru  
E-mail: oantc@ostu.ru

Зарегистрировано в Федеральной службе  
по надзору в сфере связи и массовых ком-  
муникаций. Свидетельство:  
ПИ № ФС77-35718 от 24 марта 2009 г.

Подписной индекс **86294** по объединенному  
каталогу «Пресса России»

© Госуниверситет – УНПК, 2011

## Содержание

### **Теория инженерных сооружений.**

#### **Строительные конструкции**

- Коробко В.И., Савин С.Ю.** Изгиб ортотропных пластин в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру..... 3
- Коробко А.В., Черняев А.А.** Определение основной частоты свободных колебаний пластинок с использованием конформных радиусов..... 12
- Курбацкий Е.Н., Сан Лин Тун.** Метод построения конечных элементов теории упругости, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций..... 19
- Морозов С.А.** Расчет полигональных пластинок постоянной толщины, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, методом предельного равновесия..... 26
- Орлович Р.Б., Деркач В.Н.** Применение классических теорий прочности для расчета каменной кладки в условиях сложного напряженного состояния..... 35
- Семенов В.Н.** Современная организация содержания и развитие систем коммунальной инфраструктуры и ее составляющих объектов с участием собственников и муниципальных органов управления..... 41

#### **Безопасность зданий и сооружений**

- Герц Р.** Методы и стратегии эффективного обновления сетей водоснабжения и канализации..... 47

#### **Строительные материалы и технологии**

- Гуюмджян П.П., Коканин С.В., Пискунов А.А.** Исследование старения пенополистирола под влиянием низких температур..... 54
- Ерошкина Н.А.** Исследование вяжущих, полученных при щелочной активизации магматических горных пород..... 61
- Лукутцова Н.П., Чудакова О.А., Хотченков П.В.** Строительные растворы с нанодисперсной добавкой диоксида титана..... 66
- Соломенцев А.Б., Баранов И.А., Жаринов Ю.Б.** Оценка возможности использования волластонитового минерального порошка в качестве стабилизирующей добавки для щебеночно-мастичного асфальтобетона..... 70
- Федосов С.В., Румянцева В.Е.** Теория и практика антикоррозионной защиты строительных конструкций из алюминиевых сплавов методом автоосаждения. Часть II..... 76
- Христофоров А.И., Христофорова И.А., Кузьмин Д.И.** Механизм структурообразования модифицированного мелкозернистого бетона..... 80

Журнал «Строительство и реконструкция» входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора технических наук.



Scientific and technical journal  
The journal is published since 2003.  
The journal is published 6 times a year.

**№1 (33) 2011**  
**(January-February)**

# BUILDING AND RECONSTRUCTION

The founder – Federal state educational institution of the higher vocational training  
«State University – Educational-Science-Production Complex»  
(State University ESPC)

Editorial council:

**Golenkov V.A.** Doc. Sc. Tech., Prof.,  
president

**Radchenko S.Y.** Doc. Sc. Tech., Prof.,  
vice-president

**Borzenkov M.I.** Candidat Sc. Tech.,  
Assistant Prof.

**Astafichev P.A.** Doc. Sc. Law., Prof.

**Ivanova T.N.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Kirichek A.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Kolchunov V.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Konstantinov I.S.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Novikov A.N.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Popova L.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Stepanov Y.S.** Doc. Sc. Tech., Prof.

Editor-in-chief

**Kolchunov V.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

Editor-in-chief assistants:

**Goncharov Y.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Kolesnikova T.N.** Doc. Arc., Prof.

**Korobko V.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

Editorial committee

**Bondarenko V.M.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Gordon V.A.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Karpenko N.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Kljueva N.V.** Doc. Sc. Tech., Assistant Prof.

**Korobko A.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Korol E.A.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Merkulov C.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Olkov Y.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Rimshin V.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Sergeyev O.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Serpik I.N.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Tur V.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Turkov A.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Fyodorov V.S.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Chernyshov E.M.** Doc. Sc. Tech., Prof.

**Schach R.** Doc. Sc. Tech., Prof.

Responsible for edition:

**Danilevich D.V.** Candidat Sc. Tech.,  
Assistant Prof.

**Solopov S.V.** Candidat Sc. Tech.

The edition address: 302006, Orel,  
Street Moscow, 77

+7 (4862) 73-43-49

www.ostu.ru

E-mail: oantc@ostu.ru

Journal is registered in Federal service on su-  
pervision in sphere of communication and  
mass communications

The certificate of registration:

ПИИ № ФС77-35718 from 24.03.09

Index on the catalogue of the «Pressa Rossi»  
86294

© State University ESPC, 2011

## Contents

### Theory of engineering structures.

#### Building units

<b>Korobko V.I., Savin S.Yu.</b> Bending of the polygonal orthotropic plates with hing support...	3
<b>Korobko V.I., Chernyev A.A.</b> The definition of the basic frequency of free vibrations of plates with use conformal radiuses.....	12
<b>Kurbatsky Y.N., Sang Ling Tung.</b> Method for finite element building of elasticity theory based on of Fourier's image properties of finite functions.....	19
<b>Morozov S.A.</b> Computation of polygonal plates with constant thickness and loaded with uniformly distributed load by a limit equilibrium method.....	26
<b>Orlovich R.B., Derkach V.N.</b> Application of classical theories of strength for calculation of the masonry in the conditions of the complicated stressed conditions.....	35
<b>Semyonov V.N.</b> Modern content organization and development of systems of municipal infrastructure and its component objects with proprietors and municipal authority participation.	41

#### Building and structure safety

<b>Herz. R.</b> Methods and strategies to the efficient renewal of water nets and sewage nets.....	47
--	----

#### Construction technologies and materials

<b>Guyumdzhyan P.P., Kokanin S.V., Piskunov A.A.</b> Research of ageing of expanded polystyrene under the influence of low temperatures.....	54
<b>Eroshkina N.A.</b> Research of the knitting, magmatic rocks received at alkaline activization.....	61
<b>Lukutsova N.P., Chudakova O.A., Khotchenkov P.V.</b> Building mortars with titanium dioxide nano-dispersed admixtures.....	66
<b>Solomentsev A.B., Baranov I.A., Zharinov Yu.B.</b> Estimation of possibility of use of a mineral powder as a stabilizing additive for shchebenochno-mastichnogo an asphalt concrete.....	70
<b>Fedosov S.V., Roumyantseva V.Ye.</b> The theory and practice of anticorrosive protection of building designs from aluminum alloys an autosedimentation method. Part II.....	76
<b>Hristoforov A.I., Hristoforova I.A., Kuzmin D.I.</b> The mechanism of structurization of the modified fine-grained concrete.....	80

Journal is included into the List of the Higher Examination Board for publishing the results of theses for competition the academic degrees

**ИЗГИБ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН В ВИДЕ  
ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ, ШАРНИРНО  
ОПЕРТЫХ ПО КОНТУРУ**

*В статье рассматриваются задачи поперечного изгиба ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой.*

**Ключевые слова:** ортотропные пластинки в виде правильных многоугольников, максимальный прогиб, метод интерполяции по коэффициенту формы.

*The article describes problems of a cross-section bend of the polygonal orthotropic plates loaded with in regular intervals distributed loading.*

**Keywords:** the polygonal orthotropic plates, the maximum deflection, the interpolation method by the form coefficient.

В современных зданиях и сооружениях широко применяются ортотропные пластинки в качестве элементов конструкций, расчет которых значительно сложнее, чем изотропных пластинок, т.к. число независимых упругих постоянных увеличивается до четырех. В научной литературе можно найти решения для некоторых форм таких пластинок при определенных граничных условиях. В частности, в работе [1] приводится решение задачи об изгибе шарнирно опертой прямоугольной ортотропной пластинки произвольной нормально приложенной нагрузкой. В работе [2] приводится представление решения задачи о максимальном прогибе эллиптической жестко защемленной и равномерно нагруженной ортотропной пластинки в изопериметрическом виде. Однако таких решений немного.

При расчете ортотропных пластин приходится прибегать к использованию численных методов (МКЭ, МГЭ), в которых, несмотря на их универсальность, трудно уследить за физическим смыслом задачи. Этого недостатка лишен новый эффективный инженерный метод расчета пластинок – метод интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ), который может применяться для решения задач поперечного изгиба, свободных колебаний и устойчивости пластинок. Для его применения необходимо построить граничные кривые, между которыми располагаются все искомые решения (физические интегральные характеристики соответствующих задач) для пластинок с определенными граничными условиями. Эти граничные кривые соответствуют пластинкам в виде правильных многоугольников, равнобедренных треугольников, прямоугольников и эллипсов. В работе [4] получены граничные кривые для определения интегральных физических параметров жестко защемленных и шарнирно опертых по контуру пластинок в виде равнобедренных треугольников из ортотропного материала трех видов, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой. В настоящей статье строится участок граничной кривой, соответствующей пластинкам в виде правильных многоугольников.

Для пластинки из ортотропного материала дифференциальное уравнение изгиба имеет вид [3]:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q, \quad (1)$$

где  $H = D_1 + 2D_{xy}$ ,  $D_1 = D_x \nu_y = D_y \nu_x$ .

В этих выражениях  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$  – цилиндрические жесткости пластинки,  $\nu_x$ ,  $\nu_y$  – коэффициенты Пуассона по соответствующим направлениям. Разделим правую и левую части урав-

нения (1) на  $H$ :

$$\frac{D_x}{H} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{D_y}{H} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{H}. \quad (2)$$

В этом случае при прочих одинаковых условиях (форма пластинки, нагрузка  $q$ , граничные условия и  $H$ ) решение будет зависеть от двух параметров уравнения:  $D_x/H$ ,  $D_y/H$ .

В изопериметрическом виде выражение для определения прогибов изотропной пластинки имеет вид [2]:

$$w = K_w \frac{qA^2}{DK_f^2}. \quad (3)$$

Поскольку  $K_f$  не зависит от упругих свойств материала, то для ортотропной пластинки примем:

$$K_w = f\left(\frac{D_x}{H}; \frac{D_y}{H}\right). \quad (4)$$

Тогда выражение (3) с учетом (4) можно записать так:

$$w = f\left(\frac{D_x}{H}; \frac{D_y}{H}\right) \cdot g(K_f) \cdot \frac{qA^2}{HK_f^2}, \quad (5)$$

где

$$g(K_f) = \frac{K_w}{K_f^2}. \quad (6)$$

При этом функция  $g(K_f)$  в выражении (6) может быть выбрана для некоторого материала с произвольными значениями  $D_x/H$ ,  $D_y/H$ . Однако для удобства будем принимать функцию  $g(K_f)$  как для изотропных пластинок.

Таким образом, задача сводится к следующей последовательности действий: сначала определяют  $g(K_f)$  для изотропных пластинок заданного класса форм, затем исключают эту функцию из выражения (5), по полученным значениям прогибов  $w$  строят аппроксимирующую функцию (4).

Пользуясь данным алгоритмом, построим аппроксимирующие функции, необходимые для применения МИКФ к решению задач, связанных с определением максимального прогиба от действия равномерно распределенной нагрузки для ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру. При этом следует рассмотреть два варианта направления осей ортотропии: 1) ось  $OY$  проходит через центр многоугольника перпендикулярно одной из его сторон; 2)  $OY$  проходит через центр многоугольника и вершину (многоугольники с четным количеством сторон) (рисунок 1).

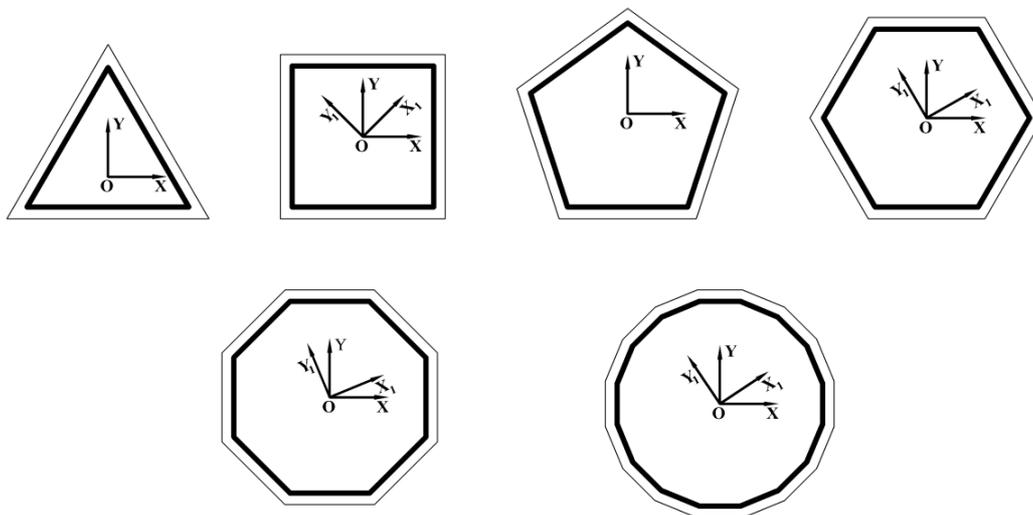


Рисунок 1 – Шарнирно опертые пластинки в виде правильных многоугольников

Для приведенных на рисунке 1 пластинок при двух вариантах направления осей ортотропии найдены значения максимальных прогибов  $w$  с помощью МКЭ (с использованием программного комплекса **SCAD**). Триангуляция конечных элементов была выбрана следующим образом: решалась указанная задача для пластинки в виде правильного треугольника с шагом разбиения 0,1 м; 0,05 м; 0,025 м. При шаге триангуляции 0,05 м и 0,025 м значения максимального прогиба  $w$  оказались равными, поэтому была выбрана разбивка с шагом 0,05 м. Результаты вычислений для пластинок с осью ортотропии  $OY$  перпендикулярной одной из сторон многоугольника занесены в таблицу 1.

Таблица 1 – Значения  $w \cdot H / (q \cdot A^2)$  для ортотропных пластинок в виде многоугольников, шарнирно опертых по краям

$\frac{D_x}{H}$	$\frac{D_y}{H}$	Число сторон многоугольника, $n$					
		3	4	5	6	8	16
1	1	<u>0,003084</u> -	<u>0,004061</u> 0,004061	<u>0,004392</u> -	<u>0,004543</u> 0,004543	<u>0,004699</u> 0,004699	<u>0,005288</u> 0,005288
	2	<u>0,002209</u> -	<u>0,003061</u> 0,002750	<u>0,003134</u> -	<u>0,003238</u> 0,003233	<u>0,003352</u> 0,003290	<u>0,003644</u> 0,003639
	3	<u>0,001792</u> -	<u>0,002459</u> 0,002208	<u>0,002510</u> -	<u>0,002594</u> 0,002588	<u>0,002680</u> 0,002630	<u>0,002874</u> 0,002864
	4	<u>0,001522</u> -	<u>0,002046</u> 0,001873	<u>0,002104</u> -	<u>0,002174</u> 0,002168	<u>0,002240</u> 0,002198	<u>0,002375</u> 0,002371
	5	<u>0,001331</u> -	<u>0,001749</u> 0,001641	<u>0,001816</u> -	<u>0,001876</u> 0,001871	<u>0,001928</u> 0,001893	<u>0,002028</u> 0,002027
2	1	<u>0,002230</u> -	<u>0,003086</u> 0,002739	<u>0,003137</u> -	<u>0,003238</u> 0,003243	<u>0,003339</u> 0,003295	<u>0,003604</u> 0,003574
	2	<u>0,001738</u> -	<u>0,002686</u> 0,001985	<u>0,002499</u> -	<u>0,002574</u> 0,002573	<u>0,002686</u> 0,002637	<u>0,002889</u> 0,002867
	3	<u>0,001432</u> -	<u>0,002273</u> 0,001621	<u>0,002075</u> -	<u>0,002140</u> 0,002134	<u>0,002237</u> 0,002192	<u>0,002397</u> 0,002382
	4	<u>0,001230</u> -	<u>0,001949</u> 0,001394	<u>0,001779</u> -	<u>0,001838</u> 0,001828	<u>0,001918</u> 0,001877	<u>0,002043</u> 0,002032
	5	<u>0,001086</u> -	<u>0,001698</u> 0,001235	<u>0,001561</u> -	<u>0,001616</u> 0,001604	<u>0,001682</u> 0,001644	<u>0,001780</u> 0,001773
3	1	<u>0,001857</u> -	<u>0,002513</u> 0,002220	<u>0,002541</u> -	<u>0,002625</u> 0,002632	<u>0,002711</u> 0,002679	<u>0,002940</u> 0,002917
	2	<u>0,001477</u> -	<u>0,002307</u> 0,001631	<u>0,002104</u> -	<u>0,002160</u> 0,002165	<u>0,002272</u> 0,002229	<u>0,002492</u> 0,002470
	3	<u>0,001236</u> -	<u>0,002037</u> 0,001340	<u>0,001793</u> -	<u>0,001840</u> 0,001840	<u>0,001944</u> 0,001903	<u>0,002128</u> 0,002111
	4	<u>0,001071</u> -	<u>0,001806</u> 0,001158	<u>0,001567</u> -	<u>0,001611</u> 0,001607	<u>0,001703</u> 0,001665	<u>0,001855</u> 0,001842
	5	<u>0,000951</u> -	<u>0,001616</u> 0,001031	<u>0,001396</u> -	<u>0,001439</u> 0,001432	<u>0,001519</u> 0,001483	<u>0,001646</u> 0,001636
4	1	<u>0,001672</u> -	<u>0,002250</u> 0,001899	<u>0,002221</u> -	<u>0,002295</u> 0,002309	<u>0,002389</u> 0,002363	<u>0,002641</u> 0,002621
	2	<u>0,001304</u> -	<u>0,002028</u> 0,001406	<u>0,001835</u> -	<u>0,001878</u> 0,001888	<u>0,001985</u> 0,001948	<u>0,002206</u> 0,002186
	3	<u>0,001096</u> -	<u>0,001814</u> 0,001161	<u>0,001580</u> -	<u>0,001615</u> 0,001618	<u>0,001715</u> 0,001679	<u>0,001902</u> 0,001885
	4	<u>0,000956</u> -	<u>0,001636</u> 0,001008	<u>0,001396</u> -	<u>0,001428</u> 0,001428	<u>0,001519</u> 0,001485	<u>0,001678</u> 0,001665
	5	<u>0,000853</u> -	<u>0,001486</u> 0,000900	<u>0,001256</u> -	<u>0,001287</u> 0,001285	<u>0,001369</u> 0,001337	<u>0,001505</u> 0,001494
5	1	<u>0,001476</u> -	<u>0,001932</u> 0,001662	<u>0,001921</u> -	<u>0,001983</u> 0,001998	<u>0,002057</u> 0,002036	<u>0,002241</u> 0,002227
	2	<u>0,001173</u> -	<u>0,001790</u> 0,001244	<u>0,001622</u> -	<u>0,001656</u> 0,001669	<u>0,001747</u> 0,001716	<u>0,001922</u> 0,001906
	3	<u>0,000990</u> -	<u>0,001629</u> 0,001033	<u>0,001415</u> -	<u>0,001441</u> 0,001449	<u>0,001529</u> 0,001498	<u>0,001684</u> 0,001669
	4	<u>0,000868</u> -	<u>0,001486</u> 0,000900	<u>0,001261</u> -	<u>0,001284</u> 0,001287	<u>0,001366</u> 0,001337	<u>0,001503</u> 0,001490
	5	<u>0,000777</u> -	<u>0,001364</u> 0,000805	<u>0,001141</u> -	<u>0,001174</u> 0,001164	<u>0,001240</u> 0,001212	<u>0,001360</u> 0,001350

*Примечание: В этой таблице и далее в таблицах 3, 4 над чертой приведены значения прогибов,  $K_w = f(D_x/H; D_y/H)$ , сравнение результатов  $K_w = f(D_x/H; D_y/H)$ , полученных по аппроксимирующим функциям (9), (11) и по МКЭ, соответственно для пластинок, ось ортотропии  $OY$  которых проходит перпендикулярно одной из сторон, под чертой – для случая, когда ось  $OY$  ортотропии проходит через вершины многоугольника.*

По данным таблицы 1 для изотропных пластинок ( $D_x/H = 1, D_y/H = 1$ ) с помощью программного комплекса **Table Curve 2.0** построена аппроксимирующая функция, график которой представлен на рисунке 2.

$$g(K_f) = \left( 459174,03 - \frac{14810666}{K_f} + \frac{177962990}{K_f^2} - \frac{938878520}{K_f^3} + \frac{1840302100}{K_f^4} \right) \cdot 10^{-6}. \quad (7)$$

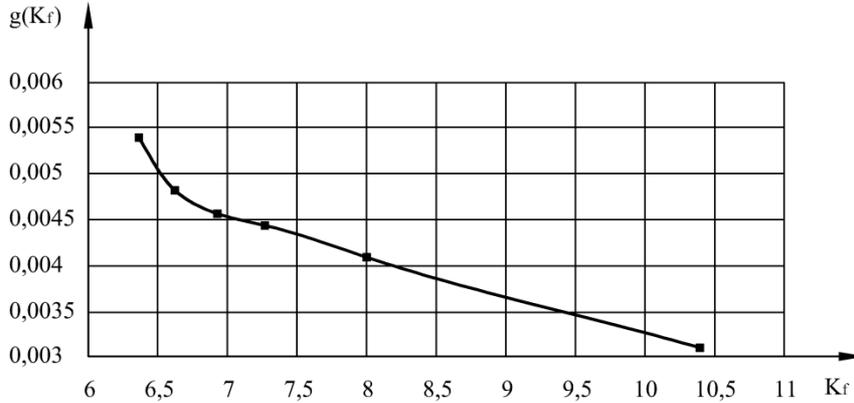


Рисунок 2 – График функции  $g(K_f)$  для изотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру

Сравнение значений функции  $g(K_f)$ , найденных по МКЭ и по аппроксимирующей функции (7), представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Сравнение значений  $g(K_f)$  для изотропных пластинок, найденных с помощью МКЭ и аппроксимирующей функции (7)

$g(K_f)$	Число сторон многоугольника, $n$					
	3	4	5	6	8	16
по МКЭ	0,003084	0,004061	0,004392	0,004543	0,004699	0,005288
по формуле (7)	0,003084	0,004058	0,004414	0,004505	0,004725	0,005282
Разница, %	-0,002	0,087	-0,503	0,848	-0,556	0,128

Разделив значения  $w \cdot H / (q \cdot A^2)$ , представленные в таблицах 1 и 2, на полученные с помощью аппроксимирующей функции (7), можно легко убедиться в том, что форма пластинки практически не влияет на значение коэффициента  $K_w$ ; он изменяется в зависимости от параметров  $D_x/H, D_y/H$  (таблица 3).

Для средних значений величины  $K_w(D_x/H; D_y/H)$  пластинок, одна из осей ортотропии которых перпендикулярна стороне (таблица 4, последний столбец), с помощью программного комплекса **Table Curve 3.0** построена аппроксимирующая функция, график которой представлен на рисунке 3.

$$K_w = 10^{-6} \cdot \left[ 994279,12 - 69368,87 \ln\left(\frac{D_x}{H}\right) - 37851,98 \left(\ln\left(\frac{D_x}{H}\right)\right)^2 - 33309,81 \left(\ln\left(\frac{D_x}{H}\right)\right)^3 + 46746,93 \ln\left(\frac{D_y}{H}\right) - 24,4593 \left(\ln\left(\frac{D_y}{H}\right)\right)^2 \right] \times \left[ 1 + 0,624546 \ln\left(\frac{D_x}{H}\right) + 0,514311 \ln\left(\frac{D_y}{H}\right) - 0,068818 \left(\ln\left(\frac{D_y}{H}\right)\right)^2 + 0,153282 \left(\ln\left(\frac{D_y}{H}\right)\right)^3 \right]^{-1}. \quad (8)$$

Однако эта функция дает неточные результаты для пластинок в виде четырехугольников (разница между значениями, полученными по аппроксимирующей функции (8) и по

МКЭ, может достигать 20%), а также для пластин в виде правильных треугольников при некоторых соотношениях цилиндрических жесткостей. Поэтому введем поправочные функции, с учетом которых выражение (8) преобразуется к виду:

$$K_w = 10^{-6} \cdot \left[ 994279,12 - 69368,874 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) - 37851,981 \left( \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right)^2 - \right. \\ \left. - 33309,817 \left( \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right)^3 + 46746,934 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) - 24,4594 \left( \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right)^2 \right] \times \\ \times \left[ 1 + 0,6246 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) + 0,5143 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) - 0,0688 \left( \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right)^2 + 0,1533 \left( \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right)^3 \right]^{-1} + A + B + C, \quad (9)$$

где  $A, B, C$  – поправки к аппроксимирующей функции (8), определяемые по формулам:

$$A = 10^{-6} \cdot \left\{ 3796,2714 + 127090,73 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) + 115931,16 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) - \right. \\ \left. - 95153,608 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^2 - 84934,968 \left[ \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right]^2 - 20990,532 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) + \right. \\ \left. + 18797,75 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^3 + 12197,656 \left[ \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right]^3 + 13883,853 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \left[ \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right]^2 + \right. \\ \left. + 3623,7513 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^2 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right\} \cdot \left[ 10^6 (K_f - 8)^2 + 1 \right]^{-1}; \\ B = \left[ 10^6 (K_f - 10,3923)^2 + 1 \right]^{-1} \cdot \left\{ 0,025 \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_y}{H} - 5 \right)^2 + 1 \right]^{-1} \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_x}{H} - 1 \right)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 1 \right]^{-1} + 0,04 \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_x}{H} - 4 \right)^2 + 1 \right]^{-1} \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_y}{H} - 1 \right)^2 + 1 \right]^{-1} + 0,045 \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_x}{H} - 5 \right)^2 + 1 \right]^{-1} \times \right. \\ \left. \times \left[ 10^6 \left( \frac{D_y}{H} - 1 \right)^2 + 1 \right]^{-1} \right\}; \\ C = 0,02 \left[ 10^6 (K_f - 6,3652)^2 + 1 \right]^{-1} \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_y}{H} - 5 \right)^2 + 1 \right]^{-1} \cdot \left[ 10^6 \left( \frac{D_x}{H} - 1 \right)^2 + 1 \right]^{-1}.$$

Следует отметить, что поправка  $A$  вносит изменение в значение  $K_w$  только для правильных четырехугольников ( $K_f = 8$ ). Для пластинок в виде многоугольников с числом сторон  $n \neq 4$  эта поправка стремится к нулю, что можно проследить на графике зависимости  $A - K_f$  (рисунок 4). Поправка  $B$  оказывает влияние на значения  $K_w$  только для пластинок в виде правильных треугольников ( $K_f = 10,3923$ ) в следующих случаях: 1)  $D_x/H = 1, D_y/H = 5$ ; 2)  $D_x/H = 5, D_y/H = 1$ ; 3)  $D_x/H = 4, D_y/H = 1$ .

По своей сути поправка  $C$  аналогична  $B$  и приводит к изменению значения, получаемого по функции (9), только для пластинок в виде 16-угольников при  $D_x/H = 1, D_y/H = 5$ .

Для средних значений величины  $K_w(D_x/H, D_y/H)$  для пластинок, одна из осей ортотропии которых проходит через вершины многоугольника (таблица 3, последний столбец), с помощью программного комплекса **Table Curve 3.0** построена аппроксимирующая функция:

$$K_w = 10^{-6} \cdot \left\{ 996676,27 + 135003,27 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) - 25822,511 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^2 - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -45079,411 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^3 + 70371,032 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) - 60586,212 \left[ \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right]^2 \Big\} \times \\
 & \times \left\{ 1 + 0,7555 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) + 0,4567 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) - 0,0248 \left[ \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right]^2 \right\}^{-1}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Таблица 3 – Значения  $K_w(D_x/H; D_y/H)$  для ортотропных пластин в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру

$\frac{D_x}{H}$	$\frac{D_y}{H}$	Число сторон многоугольника, $n$						Среднее значение
		3	4	5	6	8	16	
1	1	<u>0,999983</u> -	<u>1,000873</u> 1,000873	<u>0,994999</u> -	<u>1,008557</u> 1,008557	<u>0,994474</u> 0,994474	<u>1,001282</u> 0,99782	<u>0,999828</u> 1,000283
	2	<u>0,716220</u> -	<u>0,754420</u> 0,677715	<u>0,709995</u> -	<u>0,718724</u> 0,717747	<u>0,709308</u> 0,696235	<u>0,689935</u> 0,688925	<u>0,706990</u> 0,700969
	3	<u>0,581210</u> -	<u>0,606005</u> 0,544162	<u>0,568759</u> -	<u>0,575916</u> 0,574461	<u>0,567187</u> 0,556498	<u>0,544058</u> 0,542322	<u>0,563980</u> 0,55776
	4	<u>0,493576</u> -	<u>0,504302</u> 0,461657	<u>0,476667</u> -	<u>0,482650</u> 0,481185	<u>0,474011</u> 0,465213	<u>0,449750</u> 0,448974	<u>0,470770</u> 0,465124
	5	<u>0,431545</u> -	<u>0,431076</u> 0,404448	<u>0,411502</u> -	<u>0,416506</u> 0,415283	<u>0,408041</u> 0,400699	<u>0,383998</u> 0,383775	<u>0,405012</u> 0,399919
2	1	<u>0,723043</u> -	<u>0,760546</u> 0,674886	<u>0,710741</u> -	<u>0,718843</u> 0,719867	<u>0,706688</u> 0,697378	<u>0,682433</u> 0,676744	<u>0,704676</u> 0,697996
	2	<u>0,563681</u> -	<u>0,661958</u> 0,489155	<u>0,566157</u> -	<u>0,571352</u> 0,571227	<u>0,568409</u> 0,557997	<u>0,547015</u> 0,542783	<u>0,563233</u> 0,557336
	3	<u>0,464249</u> -	<u>0,560265</u> 0,399374	<u>0,470159</u> -	<u>0,475155</u> 0,473722	<u>0,473389</u> 0,463816	<u>0,453824</u> 0,450916	<u>0,468132</u> 0,462818
	4	<u>0,398935</u> -	<u>0,480247</u> 0,343442	<u>0,403093</u> -	<u>0,408107</u> 0,405866	<u>0,405885</u> 0,397225	<u>0,386753</u> 0,384775	<u>0,400960</u> 0,395956
	5	<u>0,352047</u> -	<u>0,418531</u> 0,304336	<u>0,353753</u> -	<u>0,358727</u> 0,355981	<u>0,355861</u> 0,348022	<u>0,337093</u> 0,335742	<u>0,351359</u> 0,346582
3	1	<u>0,602231</u> -	<u>0,619289</u> 0,547073	<u>0,575725</u> -	<u>0,582629</u> 0,584272	<u>0,573628</u> 0,56705	<u>0,556685</u> 0,552319	<u>0,572167</u> 0,56788
	2	<u>0,478877</u> -	<u>0,568466</u> 0,402034	<u>0,476644</u> -	<u>0,479441</u> 0,4807	<u>0,480775</u> 0,471796	<u>0,471843</u> 0,467746	<u>0,477176</u> 0,473414
	3	<u>0,400690</u> -	<u>0,501977</u> 0,330172	<u>0,406218</u> -	<u>0,408386</u> 0,40836	<u>0,411321</u> 0,40273	<u>0,402887</u> 0,399693	<u>0,407203</u> 0,403594
	4	<u>0,347201</u> -	<u>0,445053</u> 0,285378	<u>0,355042</u> -	<u>0,357623</u> 0,356785	<u>0,360393</u> 0,352329	<u>0,351265</u> 0,348845	<u>0,356081</u> 0,352653
	5	<u>0,308467</u> -	<u>0,398291</u> 0,254029	<u>0,316260</u> -	<u>0,319389</u> 0,31796	<u>0,321527</u> 0,313937	<u>0,311666</u> 0,309838	<u>0,317211</u> 0,313912
4	1	<u>0,542085</u> -	<u>0,554524</u> 0,467856	<u>0,503232</u> -	<u>0,509506</u> 0,51263	<u>0,505635</u> 0,499994	<u>0,500000</u> 0,496335	<u>0,504593</u> 0,502986
	2	<u>0,422923</u> -	<u>0,499652</u> 0,34654	<u>0,415671</u> -	<u>0,416943</u> 0,419072	<u>0,420027</u> 0,412213	<u>0,417631</u> 0,413898	<u>0,417568</u> 0,415061
	3	<u>0,355436</u> -	<u>0,447140</u> 0,286143	<u>0,357976</u> -	<u>0,358457</u> 0,359237	<u>0,362868</u> 0,355331	<u>0,360127</u> 0,356991	<u>0,359857</u> 0,357187
	4	<u>0,309905</u> -	<u>0,403051</u> 0,248294	<u>0,316298</u> -	<u>0,317028</u> 0,317023	<u>0,321473</u> 0,314356	<u>0,317739</u> 0,315201	<u>0,318134</u> 0,315527
	5	<u>0,276594</u> -	<u>0,366317</u> 0,221707	<u>0,284474</u> -	<u>0,285674</u> 0,285154	<u>0,289724</u> 0,282965	<u>0,284996</u> 0,282961	<u>0,286217</u> 0,283693
5	1	<u>0,478771</u> -	<u>0,476059</u> 0,409465	<u>0,435133</u> -	<u>0,440174</u> 0,443612	<u>0,435391</u> 0,430987	<u>0,424392</u> 0,421726	<u>0,433772</u> 0,432108
	2	<u>0,380553</u> -	<u>0,441113</u> 0,306583	<u>0,367534</u> -	<u>0,367679</u> 0,370522	<u>0,369816</u> 0,363088	<u>0,363912</u> 0,360816	<u>0,367235</u> 0,364809
	3	<u>0,321087</u> -	<u>0,401421</u> 0,254553	<u>0,320513</u> -	<u>0,319802</u> 0,321641	<u>0,323537</u> 0,316997	<u>0,318874</u> 0,316077	<u>0,320681</u> 0,318238
	4	<u>0,281429</u> -	<u>0,366243</u> 0,221676	<u>0,285612</u> -	<u>0,285083</u> 0,285603	<u>0,289170</u> 0,283007	<u>0,284591</u> 0,282201	<u>0,286114</u> 0,283604
	5	<u>0,252127</u> -	<u>0,336039</u> 0,198493	<u>0,258531</u> -	<u>0,260631</u> 0,258434	<u>0,262402</u> 0,256562	<u>0,257546</u> 0,255539	<u>0,259777</u> 0,256845

Примечание: В последних столбцах приведены средние арифметические значения величины  $K_w(D_x/H; D_y/H)$  для пластинок в виде правильных многоугольников с числом сторон 3, 5, 6, 8, 16 для случая, когда ось ортотропии  $OY$  проходит перпендикулярно одной из сторон; 6, 8, 16 – для случая, когда ось  $OY$  ортотропии проходит через вершины многоугольника.

Таблица 4 – Сравнение результатов  $K_w = f(D_x/H; D_y/H)$ , полученных по аппроксимирующим функциям (9), (11) и по МКЭ

$\frac{D_x}{H}$	$\frac{D_y}{H}$	Разница, %					
		Число сторон многоугольника, $n$					
		3	4	5	6	8	16
1	1	<u>0,570</u> -	<u>0,280</u> 0,045	<u>0,072</u> -	<u>1,416</u> 1,178	<u>0,020</u> -0,222	<u>0,699</u> 0,115
	2	<u>0,496</u> -	<u>-0,750</u> -0,402	<u>-0,383</u> -	<u>0,843</u> 1,382	<u>-0,474</u> -1,665	<u>-3,295</u> -2,744
	3	<u>2,826</u> -	<u>-0,594</u> 0,614	<u>0,691</u> -	<u>1,933</u> 3,284	<u>0,424</u> 0,162	<u>-3,810</u> -2,448
	4	<u>4,791</u> -	<u>0,118</u> 0,273	<u>1,407</u> -	<u>2,636</u> 3,707	<u>0,861</u> 0,401	<u>-4,487</u> -3,201
	5	<u>0,514</u> -	<u>1,282</u> -0,580	<u>1,738</u> -	<u>2,866</u> 3,505	<u>-0,781</u> -0,007	<u>-0,085</u> -4,418
2	1	<u>2,217</u> -	<u>0,145</u> -0,087	<u>0,517</u> -	<u>1,645</u> 3,102	<u>-0,046</u> -0,023	<u>-3,602</u> -3,072
	2	<u>1,002</u> -	<u>1,834</u> 0,184	<u>1,419</u> -	<u>2,331</u> 3,292	<u>1,826</u> 0,999	<u>-2,014</u> -1,776
	3	<u>-0,397</u> -	<u>0,586</u> 0,022	<u>0,869</u> -	<u>1,931</u> 3,126	<u>1,565</u> 1,058	<u>-2,679</u> -1,773
	4	<u>-0,851</u> -	<u>-0,856</u> -0,068	<u>0,448</u> -	<u>1,691</u> 2,347	<u>1,153</u> 0,223	<u>-3,737</u> -3,006
	5	<u>-1,489</u> -	<u>-2,201</u> -0,012	<u>0,031</u> -	<u>1,438</u> 1,341	<u>0,645</u> -0,915	<u>-4,887</u> -4,606
3	1	<u>3,428</u> -	<u>-2,551</u> 0,002	<u>-1,028</u> -	<u>0,179</u> 1,420	<u>-1,388</u> -1,574	<u>-4,474</u> -4,283
	2	<u>0,532</u> -	<u>0,114</u> 0,155	<u>0,047</u> -	<u>0,649</u> 1,423	<u>0,925</u> -0,438	<u>-0,951</u> -1,307
	3	<u>-1,497</u> -	<u>0,574</u> -0,303	<u>-0,139</u> -	<u>0,415</u> 1,521	<u>1,126</u> 0,144	<u>-0,944</u> -0,615
	4	<u>-2,421</u> -	<u>0,574</u> -0,227	<u>-0,184</u> -	<u>0,564</u> 1,324	<u>1,328</u> 0,076	<u>-1,236</u> -0,922
	5	<u>-2,750</u> -	<u>0,246</u> 0,261	<u>-0,243</u> -	<u>0,764</u> 0,952	<u>1,424</u> -0,318	<u>-1,695</u> -1,645
4	1	<u>0,775</u> -	<u>1,703</u> 0,100	<u>1,053</u> -	<u>2,281</u> 3,378	<u>1,533</u> 0,936	<u>0,423</u> 0,205
	2	<u>1,444</u> -	<u>-0,375</u> 0,145	<u>-0,296</u> -	<u>0,030</u> 0,662	<u>0,764</u> -0,991	<u>0,195</u> -0,580
	3	<u>-1,503</u> -	<u>-0,172</u> -0,379	<u>-0,807</u> -	<u>-0,647</u> 0,499	<u>0,576</u> -0,595	<u>-0,181</u> -0,127
	4	<u>-2,792</u> -	<u>0,251</u> -0,221	<u>-0,741</u> -	<u>-0,483</u> 0,583	<u>0,907</u> -0,261	<u>-0,258</u> 0,008
	5	<u>-3,404</u> -	<u>0,397</u> 0,464	<u>-0,567</u> -	<u>-0,117</u> 0,654	<u>1,282</u> -0,115	<u>-0,356</u> -0,116
5	1	<u>0,080</u> -	<u>0,513</u> -0,085	<u>0,392</u> -	<u>1,542</u> 2,431	<u>0,461</u> -0,427	<u>-2,119</u> -2,632
	2	<u>3,153</u> -	<u>-1,159</u> 0,201	<u>-0,299</u> -	<u>-0,238</u> 0,383	<u>0,341</u> -1,657	<u>-1,276</u> -2,297
	3	<u>-0,344</u> -	<u>-0,546</u> -0,364	<u>-0,549</u> -	<u>-0,747</u> 0,742	<u>0,416</u> -0,713	<u>-1,040</u> -1,006
	4	<u>-1,816</u> -	<u>0,100</u> -0,224	<u>-0,353</u> -	<u>-0,511</u> 1,025	<u>0,910</u> 0,117	<u>-0,685</u> -0,168
	5	<u>-2,594</u> -	<u>0,326</u> 0,513	<u>-0,082</u> -	<u>0,753</u> 1,442	<u>1,423</u> 0,723	<u>-0,435</u> 0,325

Для повышения точности результатов, получаемых из выражения (9), введем поправочную функцию, с учетом которой получим:

$$K_w = 10^{-6} \cdot \left\{ 996676,27 + 135003,27 \ln\left(\frac{D_x}{H}\right) - 25822,511 \left[ \ln\left(\frac{D_x}{H}\right) \right]^2 - \right. \\ \left. - 45079,411 \left[ \ln\left(\frac{D_x}{H}\right) \right]^3 + 70371,032 \ln\left(\frac{D_y}{H}\right) - 60586,212 \left[ \ln\left(\frac{D_y}{H}\right) \right]^2 \right\} \times$$

$$\times \left\{ 1 + 0,7555 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) + 0,4567 \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) - 0,0248 \left[ \ln \left( \frac{D_y}{H} \right) \right]^2 \right\}^{-1} + D, \quad (11)$$

где

$$D = 10^{-6} \cdot \left\{ 57831,141 - 119965,55 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) - 325486,55 \frac{H}{D_y} + +26921,754 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^2 + \right. \\ \left. +348776,91 \left( \frac{H}{D_y} \right)^2 + 133206,7 \frac{H}{D_y} \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) + 7781,2968 \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^3 - 77379,189 \left( \frac{H}{D_y} \right)^3 - \right. \\ \left. -57375,369 \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \left( \frac{H}{D_y} \right)^2 - 22352,908 \frac{H}{D_y} \left[ \ln \left( \frac{D_x}{H} \right) \right]^2 \right\} \left[ 10^6 (K_f - 8)^2 + 1 \right]^{-1}.$$

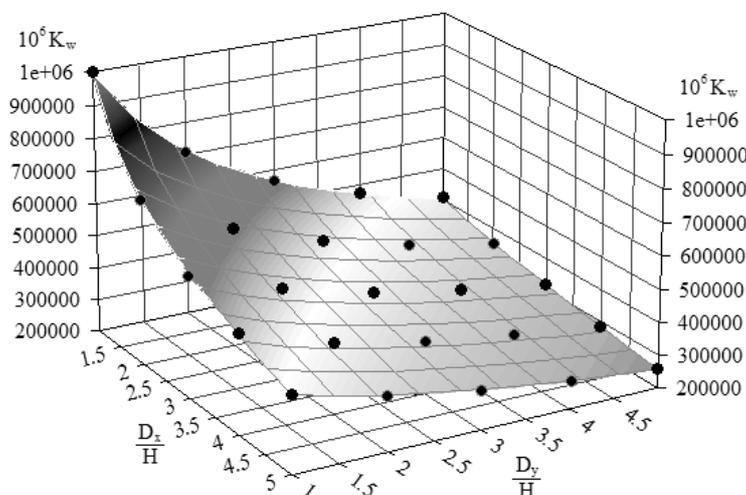


Рисунок 3 – График функции  $K_w = f(D_x/H; D_y/H)$  для ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру (ось ортотропии перпендикулярна стороне)

Поправка  $D$  вносит изменение в значение  $K_w$  только для правильных четырехугольников ( $K_f = 8$ ), а для других многоугольников практически равна нулю.

Сравнение значений величины  $K_w = f(D_x/H; D_y/H)$ , полученной по МКЭ и по аппроксимирующим функциям (9), (11), приведено в таблице 4.

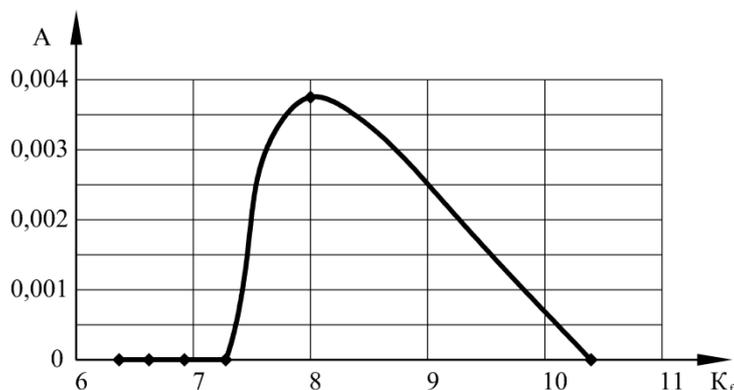


Рисунок 4 – График зависимости  $A - K_f$  для ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру (ось ортотропии перпендикулярна стороне)

Рассмотрим тестовый пример. Пусть необходимо определить максимальные прогибы по вышеизложенной методике для ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников при условии, что одна из осей ортотропии направлена вдоль стороны, и сравнить по-

лученные значения с вычисленными по МКЭ. Соотношения цилиндрических жесткостей приняты следующими: 1)  $D_x/H=3,5$ ;  $D_y/H=4,3$ ; 2)  $D_x/H=2,1$ ;  $D_y/H=1,7$ .

Решение задачи будем искать в следующей последовательности: сначала найдем  $K_w = f(D_x/H; D_y/H)$  по аппроксимирующей функции (9), затем умножим полученные значения на (7). Результаты вычислений представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Значения максимальных прогибов ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру  $wH/(q \cdot A^2)$  при заданном соотношении цилиндрических жесткостей

$wH/(q \cdot A^2)$	$\frac{D_x}{H}$	$\frac{D_y}{H}$	Число сторон многоугольника, $n$					
			3	4	5	6	8	16
МКЭ	3,5	4,3	0,000972	0,001666	0,001426	0,001463	0,001552	0,001701
(7), (9)			0,001001	0,001658	0,001434	0,001463	0,001534	0,001715
Разница, %			-3,020	0,471	-0,526	0,014	1,141	-0,800
МКЭ	2,1	1,7	0,001825	0,002771	0,002608	0,002686	0,002800	0,003018
(7), (9)			0,001796	0,002723	0,002572	0,002624	0,002753	0,003077
Разница, %			1,577	1,746	1,408	2,294	1,687	-1,961

Разница между значениями максимальных прогибов  $wH/(q \cdot A^2)$ , найденных по выше указанной методике с использованием аппроксимирующих функций (7) и (9) и по МКЭ, не превышает 5%, что является удовлетворительным результатом.

Функции (9) и (11) достаточно сложны для ручного счета, однако, они могут найти применение в рамках программного комплекса, реализующего метод интерполяции по коэффициенту формы для ортотропных пластинок.

### Выводы

1. Приведены результаты численного решения задач по определению максимального прогиба ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, для двух наиболее характерных вариантов направления осей ортотропии.

2. Построены граничные аппроксимирующие функции для определения максимального прогиба ортотропных пластинок в виде правильных многоугольников, шарнирно опертых по контуру, от действия равномерно распределенной нагрузки. Эти функции могут быть использованы в рамках программного комплекса для непосредственного расчета пластинок в виде многоугольников, а также в качестве граничных кривых, для выбора опорных решений при расчете пластинок в виде произвольного многоугольника с выпуклым контуром.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амбарцумян, С.А. Теория анизотропных пластин: прочность, устойчивость и колебания [Текст] / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1987. – 360 с.
2. Коробко, В.И. Изопериметрический метод в строительной механике: Теоретические основы изопериметрического метода [Текст] / В.И. Коробко. – М.: АСВ, 1997. – 390 с.
3. Коробко, В.И. Строительная механика пластинок: техническая теория [Текст] / В.И. Коробко, А.В. Коробко. – М.: Издательский дом спектр, 2010. – 410 с.
4. Коробко, В.И. Расчет треугольных ортотропных пластинок с однородными граничными условиями методом интерполяции по коэффициенту формы [Текст] / В.И. Коробко, С.Ю. Савин // Строительство и реконструкция. – Орел: ОрелГТУ. – 2010. – № 4 (30) – С. 8-12.

#### Коробко Виктор Иванович

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел  
 Доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные конструкции и материалы»  
 Тел.: +7 (4862) 73-43-95  
 E-mail: oantc@ostu.ru

#### Савин Сергей Юрьевич

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел  
 Ассистент кафедры «Строительные конструкции и материалы»  
 Тел.: +7 (4862) 73-43-95

КОРОБКО А.В., ЧЕРНЯЕВ А.А.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНОЙ ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНОК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНФОРМНЫХ РАДИУСОВ

*Рассматриваются упругие изотропные пластины с однородными граничными условиями (шарнирное опирание, жесткое защемление) в виде правильных  $n$ -угольников, треугольников (равнобедренных и прямоугольных), ромбов, прямоугольников и эллипсов. Для определения основной частоты свободных колебаний пластинок предлагается использовать в качестве основного аргумента новую безразмерную геометрическую характеристику плоской области – отношение внутреннего и внешнего конформных радиусов.*

**Ключевые слова:** пластинки, однородные граничные условия, свободные колебания, основная частота колебаний, отношение внутреннего и внешнего конформных радиусов.

*In the article considered elastic isotropic plates with homogeneous boundary conditions (hinge a support, rigid a support) in kind: correct  $n$ -squares, triangles (isosceles and rectangular), rhombuses, rectangles and ellipses. For estimation of the basic frequency free vibration of plates is suggested use as the basic argument the new dimensionless characteristic of flat area – the relation internal and external of conformal radiuses.*

**Keywords:** plates, the homogeneous boundary conditions, free vibration, the basic frequency vibration, the relation internal and external of conformal radiuses.

Точные решения задачи о свободных колебаниях пластинок имеются лишь для ряда частных случаев для простейших форм пластинок (круглой, кольцевой, прямоугольной) и однородных условий закрепления. Среди приближенных широко используются вариационные методы (Ритца, Галеркина и др.), однако, для пластинок сложных форм и комбинированными граничными условиями вариационные методы практически не применяются. Для решения таких задач в основном используются численные методы (МКР, МКЭ), реализуемые с помощью ЭВМ. Эти методы очень эффективны и позволяют получать решения для произвольного вида пластинок и условий закрепления. В тех случаях, когда необходимо оперативно получить оценку решения и (или) не требуется высокая точность, что особенно актуально на начальной стадии проектирования, применяют геометрические методы. Такие методы позволяют избежать решения сложных дифференциальных уравнений, не требуют ЭВМ и сводятся к геометрическому моделированию области пластинок. При этом выбирается геометрическая характеристика области пластины, выступающая в роли основного аргумента, по которому оцениваются решения. Среди таких методов следует отметить изопериметрический метод (ИЗПМ), который для задач математической физики разработали известные математики Г. Полия и Г. Сеге [1], а для задач технической теории пластинок – профессор В.И. Коробко [2]. Наиболее совершенным геометрическим методом является метод интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ), теоретические основы которого разработаны и изложены в монографии [3]. В этих методах используется безразмерная характеристика плоской области – коэффициент формы  $K_f$ ; подробные сведения о которой приводятся в указанной монографии.

В настоящей статье предлагается использовать новый аргумент – отношение внутреннего и внешнего конформных радиусов  $\bar{r}/\bar{r}$ . Впервые эта характеристика была предложена в работе [4] в задачах устойчивости пластинок и существенно дополнена нами в статье [5]. Эта величина обладает одним замечательным свойством [5]: для пластинок равной площади  $A = \pi \bar{r}^2$  в виде правильных  $n$ -угольников, произвольных треугольников и ромбов значения критического усилия при потере устойчивости при их равномерном и всестороннем сжатии будут равными. Ни одна из известных геометрических характеристик не позволяет объеди-

нить единой аналитической зависимостью решения для такого большого количества видов пластин. Это является несомненным преимуществом предлагаемой характеристики.

Учитывая аналогию задач устойчивости и свободных колебаний пластинок [6], описываемых дифференциальными уравнениями эллиптического типа четвертого порядка:

$$\begin{cases} D\Delta^2\Delta^2 w - q_0\Delta^2 w = 0; \\ D\Delta^2\Delta^2 w - \omega^2 mw = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $q_0$  – интенсивность нагрузки при всестороннем равномерном сжатии пластинок, а остальные обозначения являются общепринятыми в технической теории пластинок, можно предположить, что это свойство будет распространяться и на задачи свободных колебаний пластинок.

### Значения конформных радиусов для некоторых фигур

В математической и научной литературе [1, 7] приводятся формулы для нахождения внешнего  $\bar{r}$  и внутреннего  $\dot{r}$  конформных радиусов для некоторых областей:

- для круга радиуса  $a$ :

$$\dot{r} = a, \quad \bar{r} = a; \quad (2)$$

- для правильных  $n$ -угольников:

$$\dot{r} = \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{2^{1-\frac{2}{n}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n}\right)} L, \quad \bar{r} = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{2^{1+\frac{2}{n}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)} L, \quad (3)$$

где  $n$  – число сторон правильного многоугольника;  $L$  – его периметр;  $\Gamma(x)$  –  $\Gamma$ -функция (гамма функция);

- для произвольных треугольников с углами  $\pi\alpha, \pi\beta, \pi\gamma$ :

$$\dot{r} = 4\pi \cdot f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) \cdot \rho, \quad (4)$$

где  $f(x) = \frac{1}{\Gamma(x)} \left\{ \frac{x^x}{(1-x)^{1-x}} \right\}^{\frac{1}{2}}$ ;  $\rho$  – радиус описанного круга; для равнобедренных треугольников с  $\alpha = \beta$  из выражения (4) следует:

$$\dot{r} = 4\pi \cdot f^2(\alpha)f(\gamma) \cdot \rho.$$

Значение внешнего конформного радиуса  $\bar{r}$  получим по формуле:

$$\bar{r} = A/\pi\dot{r}; \quad (5)$$

- для равнобедренных треугольников из (5) после преобразований получим:

$$\bar{r} = \frac{\text{ctg}\alpha \cdot h^2}{\pi\dot{r}}, \quad (6)$$

где  $\alpha$  – угол при основании;  $h$  – высота равнобедренного треугольника;

- для прямоугольных треугольников из (5) получим:

$$\bar{r} = \frac{\sin 2\alpha \cdot c^2}{4\pi\dot{r}}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – любой из углов при гипотенузе;  $c$  – гипотенуза треугольника;

- для ромбов с углом  $\pi\alpha$ :

$$\dot{r} = \frac{\pi^{1/2}}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} L, \quad \bar{r} = \frac{\pi^{1/2}}{8\Gamma\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} L, \quad (8)$$

где  $L$  – периметр ромба;

- для эллипсов с полуосями  $a$  и  $b$  ( $a \geq b$ ):

$$\dot{r} = \bar{r} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} p^{n(n+1)} \right\}^{-1} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} p^{n^2} \right\}^{-1}, \quad \bar{r} = \frac{a+b}{2}, \quad p = \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2; \quad (9)$$

- для прямоугольников со сторонами  $a$  и  $b$  ( $a \geq b$ ):

$$\dot{r} = \frac{2}{\pi} b \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} p^{n^2} \right)^{-2}; \quad p = e^{-\pi a/b}. \quad (10)$$

Для подсчета значений внешнего конформного радиуса представим систему разрешающих уравнений относительно  $\bar{r}$  и  $\alpha$ , полученных с помощью формулы Шварца, из работы [7]:

$$\begin{cases} \frac{a}{\bar{r}} = \pi \cos^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((2k-1)!)^2}{2^{2k} (k+1)! k!} \cos^{2k} \alpha; \\ \frac{b}{\bar{r}} = \pi \sin^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((2k-1)!)^2}{2^{2k} (k+1)! k!} \sin^{2k} \alpha, \end{cases} \quad (11)$$

где  $a$  и  $b$  – длины сторон прямоугольника, параллельных соответственно осям  $x$  и  $y$ ;  $\alpha$  – аргумент комплексных чисел – точек окружности, образами которых при конформном отображении служат вершины прямоугольника; принято  $(-1)!! = 1$ . При этом центр прямоугольника совпадает с началом координат, а стороны параллельны координатным осям.

### Пластинки с шарнирным опиранием сторон

Рассмотрим задачу свободных колебаний пластин, шарнирно опертых по контуру. Ввиду того, что частоты колебаний пластинок с криволинейными участками контура зависят от коэффициента Пуассона, такие пластинки из дальнейшего рассмотрения исключаются.

Учитывая указанную выше математическую аналогию, запишем выражение для основной частоты колебаний  $\omega_0$ , справедливое для полигональных шарнирно опертых пластинок [3]:

$$\omega_0 = q_{0,кр} \sqrt{D/m}, \quad (12)$$

где  $q_{0,кр}$  – критическое усилие при потере устойчивости при равномерном и всестороннем сжатии;  $D$  – цилиндрическая жесткость пластины;  $m$  – масса единицы площади пластины.

В работе [4] были получены функции  $k = f(\dot{r}/\bar{r})$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности в выражении:

$$q_{0,кр} = k \frac{D}{A}. \quad (13)$$

Подставим выражение (13) в (12) и после преобразования последнее примет вид:

$$\omega_0 = k_{\omega} \frac{\sqrt{D/m}}{A}, \quad (14)$$

где  $k_{\omega} = k$  – коэффициент пропорциональности (частотный параметр). Таким образом, все функции  $k = f(\dot{r}/\bar{r})$  справедливы и для нахождения основной частоты колебаний.

Приведем полученные в работе [5] кривые  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$  (рисунок 1) и аппроксимирующие функции:

- для пластинок в виде правильных  $n$ -угольников, произвольных треугольников и ромбов:

$$k_{\omega} = \frac{1 + b(\dot{r}/\bar{r})^2 + d(\dot{r}/\bar{r})^4}{c(\dot{r}/\bar{r})^2 + e(\dot{r}/\bar{r})^4}, \quad (15)$$

где  $b = 10,51978$ ;  $c = 0,38104$ ;  $d = -0,25437$ ;  $e = 0,24668$  (эта функция дает погрешность не более 2,4%);

- для ручного счета, менее точная функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 + 0,2112(\dot{r}/\bar{r})}{0,0002 + 0,0664(\dot{r}/\bar{r})} \quad (16)$$

дает погрешность не более 4,2%;

- для прямоугольных пластинок функция:

$$k_{\omega} = \frac{1}{b(\dot{r}/\bar{r}) + c(\dot{r}/\bar{r})^2 + d(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (17)$$

где  $b = 0,03740$ ;  $c = 0,04951$ ;  $d = -0,03260$ , дает погрешность не более 0,1%;

- для ручного счета менее точная функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 - 0,6954(\dot{r}/\bar{r}) + 0,4577(\dot{r}/\bar{r})^2}{0,0414(\dot{r}/\bar{r})} \quad (18)$$

дает погрешность не более 0,3%.

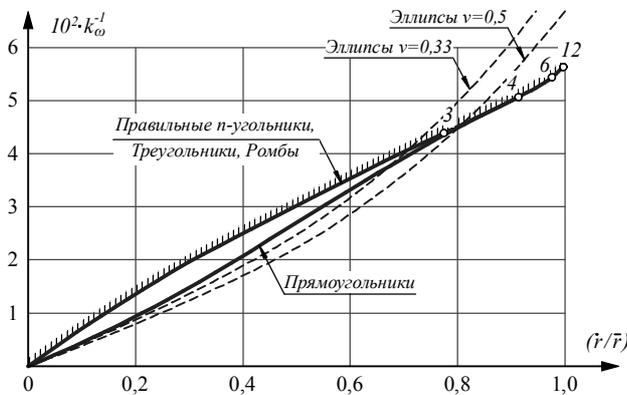


Рисунок 1 – Кривые  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$  для шарнирно опертых пластинок

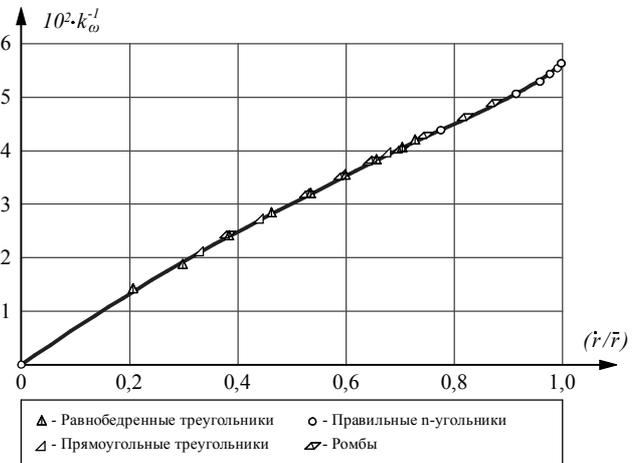


Рисунок 2 – Кривая  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$  для шарнирно опертых пластинок в виде треугольников, ромбов и правильных многоугольников

На основании приведенных в работе [5] точных и полученных с помощью МКЭ решений для пластинок в виде правильных  $n$ -угольников, треугольников (равнобедренных и прямоугольных) и ромбов на рисунке 2 отдельно приведена зависимость  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$ , из которой видно, что все результаты сливаются в одну кривую (15).

### Пластинки с жестким защемлением сторон

Сведем в таблицу 1 известные точные значения основной частоты свободных колебаний пластинок, приводимые в научной и справочной литературе, и значения, полученные с помощью МКЭ с использованием программного комплекса *SCADOffice 11.3* (с числом конечных элементов порядка 2000 и более), представив их так же в виде (14).

По табличным данным (колонки 1 и 2) построим кривые значений обратной величины  $k_{\omega}$  из выражения (14) в зависимости от  $\dot{r}/\bar{r}$  на рисунках 3 и 4.

На рисунке 3 кривая 3-4...0 соответствует пластинкам в виде правильных многоугольников и круга, кривая 0-3 – пластинкам в виде произвольных треугольников, кривая 0-3-4 – пластинкам в виде ромбов, кривая 0-4 – прямоугольным пластинкам и кривая 0-0 – эллиптическим пластинкам.

Из рисунка 4 видно, что все решения для жестко защемленных пластинок в виде правильных многоугольников и круга, треугольников и ромбов вырождаются так же в одну общую кривую.

По табличным данным (колонки 1 и 2) с помощью программы *TableCurve 2D v5.0* построены следующие аппроксимирующие функции:

- для пластинок в виде правильных  $n$ -угольников, произвольных треугольников и ромбов функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3 + h(\dot{r}/\bar{r})^4}{c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2 + g(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (19)$$

где  $b = -3,86742$ ;  $c = 0,02579$ ;  $d = 4,28971$ ;  $e = -0,09504$ ;  $f = -0,71246$ ;  $g = 0,09347$ ;  $h = 0,07005$ , дает погрешность не более 2,0%;

- для ручного счета менее точная функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 + 5,0032(\dot{r}/\bar{r})^2 - 1,2123(\dot{r}/\bar{r})^4}{0,1241(\dot{r}/\bar{r})^2 + 0,0254(\dot{r}/\bar{r})^4} \quad (20)$$

дает погрешность не более 3,5%;

- для прямоугольных пластинок функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2}{c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}, \quad (21)$$

где  $b = -0,77066$ ;  $c = 0,01827$ ;  $d = 0,31119$ ;  $e = -0,00143$ , дает погрешность не более 0,5%;

- для ручного счета менее точная функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 - 0,7171(\dot{r}/\bar{r}) + 0,2996(\dot{r}/\bar{r})^2}{0,0182(\dot{r}/\bar{r})} \quad (22)$$

дает погрешность не более 0,6%;

- для эллиптических пластин функция:

$$k_{\omega} = \frac{1}{b(\dot{r}/\bar{r}) + c(\dot{r}/\bar{r})^2 + d(\dot{r}/\bar{r})^3 + e(\dot{r}/\bar{r})^4 + f(\dot{r}/\bar{r})^5}, \quad (23)$$

где  $b = 0,01369$ ;  $c = 0,04685$ ;  $d = -0,08401$ ;  $e = 0,08323$ ;  $f = -0,02859$ , дает погрешность не более 0,2%;

- для ручного счета менее точная функция:

$$k_{\omega} = \frac{1 - 0,3418(\dot{r}/\bar{r})}{0,0206(\dot{r}/\bar{r})} \quad (24)$$

дает погрешность не более 1,1%.

Можно построить аналогичные функции и для случая комбинированных граничных условий. Эти задачи будут рассмотрены в последующих работах авторов.

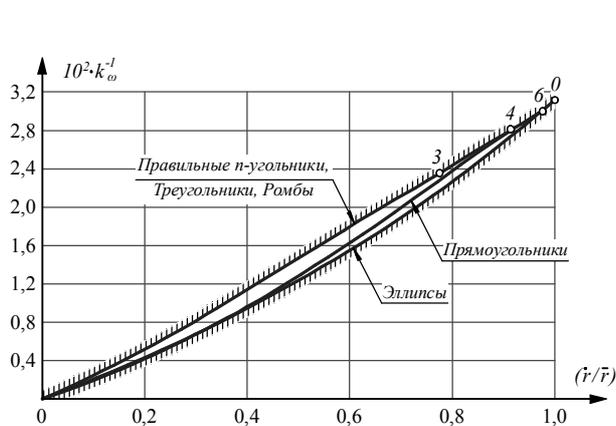


Рисунок 3 – Кривые  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$  для жестко заземленных пластинок

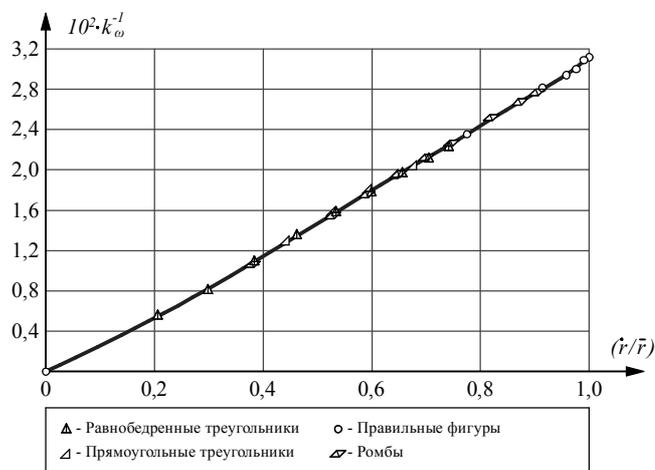


Рисунок 4 – Кривая  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$  для жестко заземленных пластинок в виде треугольников, ромбов и правильных многоугольников

Сравнивая аналогичные задачи, рассмотренные в методе интерполяции по коэффициенту формы (МИКФ) [3], можно утверждать, что методика МИКФ может быть с успехом применена для решения задач по определению основной частоты свободных колебаний пластинок любых форм, используя интерполяцию опорных решений пластинок не по коэффициенту формы, а по отношению  $\dot{r}/\bar{r}$ . Поскольку область определения всего множества значений основной частоты колебаний для пластинок с выпуклым контуром при использовании отношения  $\dot{r}/\bar{r}$  оказалось более суженной, чем при использовании коэффициента формы, то,

возможно, и точность получаемых решений будет выше.

Таблица 1 – Сопоставление известных решений и полученных с помощью МКЭ с решениями, найденными по аппроксимирующим функциям (19), (21) и (23)

Вид пластины	$\dot{r}/\bar{r}$	Известные точные решения и решения полученные МКЭ		$k_{\omega}^{-1}$	Решения по аппроксимирующим функциям		Погрешность, %
		$k_{\omega}$	Источник		$k_{\omega}$	по	
	1	2	3	4	5	6	
<b>Пластинки в виде правильных фигур</b>							
Круг	1	32,08	[3]	0,03117	32,2	(19)	0,37
16 - угольник	0,9988	32,091	[МКЭ]	0,03128	32,244		0,48
12 - угольник	0,9972	32,122	[МКЭ]	0,0312	32,302		0,56
8 - угольник	0,9903	32,391	[МКЭ]	0,03087	32,557		0,51
6 - угольник	0,9762	33,34	[3]	0,02999	33,089		-0,75
5 - угольник	0,9579	34,05	[3]	0,02937	33,801		-0,73
4 - угольник	0,9139	35,985	[8]	0,02779	35,621		-1,01
3 - угольник	0,7748	42,508	[8]	0,02352	42,566		0,14
<b>Пластинки в виде равнобедренных треугольников</b>							
$\alpha = 80^0$	0,5308	60,998	[МКЭ]	0,0164	61,537	(19)	0,88
$\alpha = 70^0$	0,727	45,275	[МКЭ]	0,022	45,441		0,37
$\alpha = 60^0$	0,7748	42,508	[8]	0,02352	42,566		0,14
$\alpha = 50^0$	0,7411	44,378	[МКЭ]	0,0221	44,564		0,42
$\alpha = 45^0$	0,7034	47,148	[МКЭ]	0,021	46,961		-0,4
$\alpha = 40^0$	0,6556	50,027	[МКЭ]	0,0195	50,256		0,46
$\alpha = 30^0$	0,5342	62,673	[МКЭ]	0,0158	61,109		-0,91
$\alpha = 20^0$	0,3837	90,837	[МКЭ]	0,0109	92,016		1,3
$\alpha = 10^0$	0,2063	181,61	[МКЭ]	0,00566	180,602		-0,56
<b>Пластинки в виде прямоугольных треугольников</b>							
$\alpha = 45^0$	0,7034	47,148	[МКЭ]	0,021	46,961	(19)	-0,4
$\alpha = 40^0$	0,697	47,192	[МКЭ]	0,0209	47,386		0,41
$\alpha = 30^0$	0,6436	51,546	[МКЭ]	0,0194	51,132		-0,8
$\alpha = 20^0$	0,5284	63,062	[МКЭ]	0,0157	61,847		-1,3
$\alpha = 15^0$	0,4419	76,332	[МКЭ]	0,0128	77,328		1,31
<b>Ромбические пластинки</b>							
$\alpha = 90^0$	0,9139	35,985	[8]	0,02779	35,621	(19)	-1,01
$\alpha = 80^0$	0,9036	36,167	[МКЭ]	0,02765	36,071		-0,27
$\alpha = 70^0$	0,8724	37,65	[8]	0,02656	37,491		-0,42
$\alpha = 60^0$	0,8199	39,98	[8]	0,02501	40,095		0,29
$\alpha = 50^0$	0,7457	44,163	[МКЭ]	0,02298	44,284		0,27
$\alpha = 40^0$	0,6487	50,898	[МКЭ]	0,02013	50,758		-0,28
$\alpha = 30^0$	0,5277	61,944	[МКЭ]	0,01647	61,939		-0,01
$\alpha = 20^0$	0,3807	91,054	[МКЭ]	0,011	92,871		2,00
<b>Прямоугольные пластинки</b>							
$a/b = 1,0$	0,9139	35,985	[8]	0,02779	35,621	(21)	0,00
$a/b = 1,6$	0,8129	41,639	[МКЭ]	0,02402	41,654		0,04
$a/b = 1,8$	0,7664	44,999	[МКЭ]	0,02222	44,997		0,00
$a/b = 2,0$	0,7222	48,82	[3]	0,02048	48,668		-0,31
$a/b = 2,4$	0,6448	56,486	[МКЭ]	0,0177	56,554		0,12
$a/b = 2,6$	0,6118	60,526	[МКЭ]	0,01652	60,621		0,16
$a/b = 2,8$	0,5815	64,723	[МКЭ]	0,01545	64,816		0,14
$a/b = 3,0$	0,5544	68,921	[МКЭ]	0,01451	69,002		0,12
$a/b = 4,0$	0,4498	90,306	[МКЭ]	0,01107	90,382		0,08
$a/b = 5,0$	0,3788	112,07	[МКЭ]	0,00892	112,143		0,07
<b>Эллиптические пластинки</b>							
$a/b = 1,0$	1	32,08	[3]	0,03117	32,2	(23)	0,00
$a/b = 1,5$	0,9245	36,11	[9]	0,02769	35,959		-0,11
$a/b = 2$	0,808	43,56	[1]	0,02296	43,552		-0,02
$a/b = 2,5$	0,7063	52,252	[9]	0,01914	52,278		0,05
$a/b = 2,75$	0,6629	56,93	[9]	0,01757	56,807		-0,22
$a/b = 3,0$	0,6241	61,45	[9]	0,01627	61,384		-0,11
$a/b = 5$	0,4215	99,68	[1]	0,01003	99,503		-0,18
<i>Примечания:</i> 1) $\alpha$ – угол при основании для равнобедренного треугольника, для прямоугольного – любой угол при гипотенузе, для ромба – острый угол; $a$ и $b$ ( $a > b$ ) – для прямоугольника стороны, для эллипса полуоси. 2) Значения $\dot{r}/\bar{r}$ подсчитывались с использованием формул (2)...(11).							

**Выводы**

1. Безразмерная геометрическая характеристика формы плоской области – отношение внутреннего и внешнего конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$  может использоваться в качестве основного аргумента для определения основной частоты свободных колебаний пластинок с однородными граничными условиями (шарнирное опирание или жесткое защемление по контуру).
2. Для пластинок с однородными граничными условиями в виде треугольников, правильных многоугольников, круга и ромбов построены единые функциональные зависимости  $k_{\omega}^{-1} - (\dot{r}/\bar{r})$ . Это означает, что при равной площади и одинаковом значении  $\dot{r}/\bar{r}$  такие пластинки имеют одинаковую величину основной частоты колебаний.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Полия, Г. Изопериметрические неравенства в математической физике: Пер. с англ. Изд. 2-е, стереотипное [Текст] / Г. Полия, Г. Сеге. – М.: КомКнига, 2006. – 336 с.
2. Коробко, В.И. Изопериметрический метод в строительной механике: Теоретические основы изопериметрического метода [Текст] / В.И. Коробко. – М.: АСВ стран СНГ, 1997. – 390 с.
3. Коробко, А.В. Геометрическое моделирование формы области в двумерных задачах теории упругости [Текст] / А.В. Коробко. – М.: АСВ, 1999. – 320 с.
4. Коробко, В.И. Изопериметрический метод в задачах устойчивости пластинок [Текст] / В.И. Коробко, А.Н. Хусточкин. – Ростов-на-Дону: Изд-во Северо-Кавказского научного центра высшей школы, 1994. – 148 с.
5. Коробко, А.В. Расчет пластин на устойчивость с использованием отношения конформных радиусов [Текст] / В.И. Коробко, А.А. Черняев // Строительство и реконструкция. – Орел: ОрелГТУ. – 2010. – №6. – С. 31-38.
6. Коробко, В.И. Строительная механика пластинок: Техническая теория: Учебное пособие [Текст] / В.И. Коробко, А.В. Коробко. – М.: Издательский дом «Спектр», 2010. – 410 с.
7. Казанцев, В.П. Электростатика на плоскости. Нормировка потенциала. Емкости уединенного проводника и линии относительно точки. Конформные радиусы [Текст] / В.П. Казанцев, О.А. Золотов, М.В. Долгополова // Вестник КрасГУ. Серия физ.-мат. науки. – Красноярск: КрасГУ, 2005. – №1. – С. 32-38.
8. Коробко, В.И. УНИРС для строителей (Учебно-, научно-исследовательская работа студентов): Учебное пособие для вузов [Текст] / В.И. Коробко, А.В. Коробко. – М.: АСВ, 1998. – 304 с.
9. Биргер, И.А. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. – Т. 3 [Текст] / И.А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1901. – 568 с.

**Коробко Андрей Викторович**

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел  
Доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные конструкции и материалы»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-95  
E-mail unpk@ostu.ru

**Черняев Андрей Александрович**

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел  
Аспирант кафедры «Строительные конструкции и материалы»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-95  
E-mail: unpk@ostu.ru

КУРБАЦКИЙ Е.Н., САН ЛИН ТУН

## МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ, ОСНОВАННЫЙ НА СВОЙСТВАХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ФУРЬЕ ФИНИТНЫХ ФУНКЦИЙ

*Предлагается метод решения задач, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций. Используются теоремы, позволяющие установить зависимости между нагрузкой и функциями, представляющими значения на границах ограниченных областей. Предлагаемый метод позволяет определять константы интегрирования в области изображений. Эти соотношения используются для построения конечных элементов при решении задач теории упругости. Разработанный метод можно использовать для решения задач защиты от вибрации и сейсмических воздействий.*

**Ключевые слова:** волны, обобщенные функции, преобразование Фурье финитных функций, теория упругости, теорема Винера-Пэли-Шварца, ряд Тейлора.

*A method, based on the properties of Fourier transforms of finite functions, is proposed. The represented theorems give opportunities to estimate relations between load and functions of boundary condition. The method allows to define constants of integration in frequency domain. These relations can be used for finite elements modeling. The developed method may be used in solving problems of protection against vibration and seismic effects.*

**Keywords:** waves, generalized function, Fourier transforms of finite function, theory of elasticity, Paley-Wiener-Shvart theorem, Taylor series.

В основу предлагаемого в настоящей работе метода решения задач положена теорема Винера-Пэли-Шварца [3, 4], утверждающая, что изображение Фурье финитных функций представляет собой целые функции конечной степени. При использовании этого метода функции, описывающие напряженно-деформированное состояние конечной части бесконечной области или тела ограниченных размеров, представляются финитными функциями, т.е. функциями, равными нулю вне области, занимаемой телом. Это свойство изображений Фурье финитных функций позволяет свести решение дифференциальных уравнений к алгебраическим операциям в области изображений над сходящимися степенными рядами. Отметим, что Ньютон в одном из писем Лейбницу писал, что наиболее важным его научным достижением является предложенный им метод решения дифференциальных и алгебраических уравнений в степенных рядах. Сведение решения уравнений к действиям над степенными рядами предоставляет исследователям мощный аппарат, позволяющий эффективно решать многие задачи.

При представлении дифференциальных уравнений в обобщенных финитных функциях в правых частях записанных таким образом уравнений, кроме функций, представляющих нагрузку, появятся дельта-функции, сосредоточенные на поверхностях, ограничивающих тело. Эти функции описывают взаимодействие тела с окружающей средой и представляют собой значения функций напряжений и перемещений на границе тела. К уравнениям, записанным в обобщенных финитных функциях, применяется преобразование Фурье. Дальнейшие операции сводятся к действиям со степенными рядами.

Теорема Винера-Пэли-Шварца позволяет доказать другую теорему – теорему о граничных функциях, устанавливающую связь между функциями на границах и нагрузкой, действующей на рассматриваемой ограниченной области. Эта теорема используется для построения конечных элементов.

### Теорема о граничных функциях

Для представления зависимости между значениями изображений Фурье функций на границе тела и действующей на него нагрузкой воспользуемся **теоремой о граничных**

**функциях.** Эта теорема сформулирована и доказана в работе [1]. Поскольку эта теорема и ее доказательство мало известны, приведем доказательство полностью.

Пусть  $\Omega$  – ограниченная область с границей  $S$ ;  $\Theta(\Omega) = \begin{cases} 1, x \in \Omega \\ 0, x \notin \Omega \end{cases}$  – характеристическая

функция этой области, тогда  $U(x) = \{U(x)\}\Theta(\Omega)$  – финитная функция.

Пусть  $L$  – дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами в области  $\Omega$ . Применяя оператор  $L$  к функции  $U(x)$ , получим дифференциальное уравнение, записанное в обобщенных функциях:

$$LU = q(x) + \sum \mu_k \delta^{(k)}(S) + \sum \gamma_k \delta^{(k)}(S), \quad (1)$$

где  $q(x)$  – внешняя массовая нагрузка в задачах механики;  $\mu_k$  – заданные значения функции  $U(x)$  и ее производных по нормали к границе  $S$ ;  $\delta^{(k)}(S)$  – дельта-функции и их производные, сосредоточенные на границе области  $S$ ;  $\gamma_k$  – неизвестные значения функции  $U(x)$  и ее производных по нормали к границе  $S$ .

**Теорема.** Значения неизвестных функций и их производных на границе области  $S$  определяются значениями изображений Фурье правой части уравнения (нагрузки) на нулевых множествах полинома, соответствующего оператору  $L$ .

**Доказательство.** Применим преобразование Фурье к дифференциальному уравнению (1) по всем переменным и найдем изображение Фурье функции  $U(x)$ :

$$\tilde{U}(v) = \frac{\tilde{q}(v) + F(\sum \mu_k \delta^{(k)}(S)) + F(\sum \gamma_k \delta^{(k)}(S))}{L(v)}, \quad (2)$$

где  $v$  – параметр преобразования Фурье;  $\tilde{q}(v)$ ,  $F(\sum \mu_k \delta^{(k)}(S)) + F(\sum \gamma_k \delta^{(k)}(S))$  – изображения Фурье функций  $q(x)$ ,  $\sum \mu_k \delta^{(k)}(S)$  и  $\sum \gamma_k \delta^{(k)}(S)$ .

Так как  $U(x)$  – функция финитная, то изображение Фурье этой функции  $U(v)$  должно быть целой функцией. С другой стороны, знаменатель выражения (2) представляет собой полином целой степени и, следовательно, превращается в нуль на некоторых множествах в соответствии с основной теоремой алгебры (в одномерном случае эти множества состоят из изолированных точек). Числитель выражения (2) представляет собой целую функцию, т.к. равен сумме изображений Фурье финитных функций. Поэтому для того, чтобы функция  $U(v)$  была целой, необходимо достаточно, чтобы нулевые множества числителя содержали нулевые множители знаменателя, т.е. числитель должен превращаться в нуль на нулевых множествах знаменателя:

$$\tilde{q}(v) + F(\sum \mu_k \delta^{(k)}(S)) + F(\sum \gamma_k \delta^{(k)}(S)) = 0, \quad \forall v \in C^n : L(v) = 0, \quad (3)$$

что и требовалось доказать.

Доказанную выше теорему в терминах, используемых в задачах механики, можно сформулировать следующим образом.

Если состояние механической системы описывается дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, то сумма изображений Фурье всех функций, определяющих внешнее воздействие (включая граничные и начальные условия), равна нулю на нулях полинома, соответствующего этому дифференциальному уравнению. Теорема о граничных функциях позволяет построить численные методы решения краевых и задач Коши.

### Представление уравнений теории упругости для финитных областей в области изображений Фурье

Рассмотрим движение упругого тела, занимающего ограниченную выпуклую область  $\Omega$ , на интервале времени  $[0, T]$ , находящуюся под действием сил  $f_i$ . Пусть  $\{U_i(x_1, x_2, x_3)\}$  – функции, описывающие перемещения точек тела. Введем функции:

$$U_i(x, t) = \{U_i(x_1, x_2, x_3)\} \Theta(\Omega) \Theta(T);$$

$$U_i(x, t) \equiv 0, \quad x \notin \Omega \text{ и } t \notin [0, T].$$

Таким образом, функции, описывающие перемещения точек, продолжаются нулями вне области, занимаемой телом. Также представляются и функции напряжений:

$$\sigma_{i,j} = \{\sigma_{i,j}\} \Theta(\Omega) \Theta(T),$$

где  $\Theta(\Omega)$  и  $\Theta(T)$  – характеристические функции области, занимаемой телом, и интервала времени  $[0, T]$  соответственно.

Используя обобщенное дифференцирование, представим уравнения теории упругости ограниченных размеров в финитных функциях:

$$\begin{aligned} \mu U_{j,ii} + (\lambda + \mu) U_{i,jj} - \rho \ddot{U}_j = -F_j + [\sigma_{i,j}]_s \cos(\bar{n}x_i) \delta_s + \lambda [[U_j]_s \cos(\bar{n}x_i) \delta_s]_{,j} + \\ + \mu [[U_i]_s \cos(\bar{n}x_j) \delta_s]_{,i} + \mu [[U_j]_s \cos(\bar{n}x_i) \delta_s]_{,i} - \rho [U_j]_{t=0} \dot{\delta}(t) + \\ + \rho [U_j]_{t=T} \dot{\delta}(t-T) - \rho [\dot{U}_j]_{t=0} \delta(t) + \rho [\dot{U}_j]_{t=T} \delta(t-T) \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\delta_s$  – дельта-функция, сосредоточенная на поверхности тела;  $[U_i]_s$  и  $[\sigma_{i,j}]_s$  – скачки функций  $U_i$  и  $\sigma_{i,j}$  при переходе извне через границу области  $\Omega$ , т.к. функции  $U_i$  и  $\sigma_{i,j}$  вне этой области равны нулю,  $[U_i]_s$  и  $[\sigma_{i,j}]_s$  представляют значения этих функций на границе области.

Функции  $[U_j]_{t=0}$ ,  $[U_j]_{t=T}$ ,  $[\dot{U}_j]_{t=0}$  и  $[\dot{U}_j]_{t=T}$  представляют собой начальные и конечные условия, т.е. перемещения и скорости точек тела при  $t = 0$  и  $t = T$ .

Функция  $F_i$  совпадает в области  $\Omega$  с функцией  $f_i$  и равна нулю вне этой области и вне интервала  $[0, T]$  (по повторяющимся в уравнениях индексам подразумевается суммирование).

В правых частях этих уравнений содержится вся информация о внешнем воздействии на тело: массовая нагрузка, воздействие на границе тела, которое может быть задано в перемещениях, напряжениях или в виде соотношений между ними, а также и начальные условия (скорости и перемещения точек тела при  $t = 0$ ). Кроме того, в правых частях присутствуют неизвестные функции: напряжения и перемещения на части границы области и конечные условия (скорости и перемещения точек тела при  $t = T$ ), которые определяются в результате решения. Обозначив правую часть полученных уравнений за  $X_i$ , применим к ним преобразование Фурье, но всем переменным:

$$[v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 - \alpha^2 \omega^2] \bar{U}_i + (\alpha^2 - 1) \bar{U}_j v_i v_j = \bar{X}_i / \mu, \quad (5)$$

где  $v_1, v_2, v_3$  – параметры преобразования Фурье по пространственным координатам  $x_1, x_2, x_3$ ;  $\omega$  – параметр преобразования Фурье по переменной  $\tau$ . Введена новая переменная  $t = c_1 \tau$  и приняты обозначения:  $\alpha = c_1 / c_2$ ;  $c_1$  и  $c_2$  – скорости распространения волн расширения и сдвига;  $\bar{U}_i$  – изображения Фурье перемещений;  $\bar{X}_i$  – изображения Фурье правых частей.

Все функции, входящие в правую и левую части уравнений (5), являются целыми, т.к. представляют собой изображения Фурье финитных функций. Представим одну из численных реализаций метода на примере плоской задачи теории упругости.

### **Реализация представленного метода для построения плоского прямоугольного конечного элемента**

Разделим упругое тело (в общем случае неоднородное) на элементы с границами, параллельными координатным осям  $x_1$  и  $x_2$ , в пределах которых характеристики упругой среды можно считать постоянными. Уравнения теории упругости для плоского прямоугольного элемента в области изображений имеют вид:

$$\begin{aligned} (-\lambda + 2\mu)v_1^2 - \mu v_2^2 + \rho \omega^2 \tilde{U} - (\lambda + \mu)v_1 v_2 \tilde{V} = -F_1 - (\lambda + 2\mu)iv_1 [e^{-iv_1 a} \tilde{U}_A - e^{iv_1 a} \tilde{U}_B] - \\ - \mu iv_2 [e^{-iv_2 b} \tilde{U}_C - e^{iv_2 b} \tilde{U}_D] - \lambda iv_1 [e^{-iv_2 b} \tilde{V}_C - e^{iv_2 b} \tilde{V}_D] - \mu iv_2 [e^{-iv_1 a} \tilde{V}_A - e^{iv_1 a} \tilde{V}_B] + \\ + [e^{-iv_1 a} \tilde{\sigma}_A - e^{iv_1 a} \tilde{\sigma}_B] + [e^{-iv_2 b} \tilde{\tau}_C - e^{iv_2 b} \tilde{\tau}_D]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 &(-(\lambda + 2\mu)v_2^2 - \mu v_1^2 + \rho\omega^2)\tilde{V} - (\lambda + \mu)v_1 v_2 \tilde{U} = -F_2 - \lambda i v_2 [e^{-i v_1 a} \tilde{U}_A - e^{i v_1 a} \tilde{U}_B] - \\
 &-\mu i v_1 [e^{-i v_2 b} \tilde{U}_C - e^{i v_2 b} \tilde{U}_D] - \mu i v_1 [e^{-i v_1 a} \tilde{V}_A - e^{i v_1 a} \tilde{V}_B] - (\lambda + 2\mu) i v_2 [e^{-i v_2 b} \tilde{V}_C - e^{i v_2 b} \tilde{V}_D] + \\
 &+ [e^{-i v_2 b} \tilde{\sigma}_C - e^{i v_2 b} \tilde{\sigma}_D] + [e^{-i v_1 a} \tilde{\tau}_A - e^{i v_1 a} \tilde{\tau}_B].
 \end{aligned}$$

где  $U$  – горизонтальное перемещение;  $V$  – вертикальное перемещение;  $\sigma$  – нормальное напряжение;  $\tau$  – касательное напряжение;  $v_1$  и  $v_2$  – переменные преобразования Фурье по осям  $x_1$  и  $x_2$ .

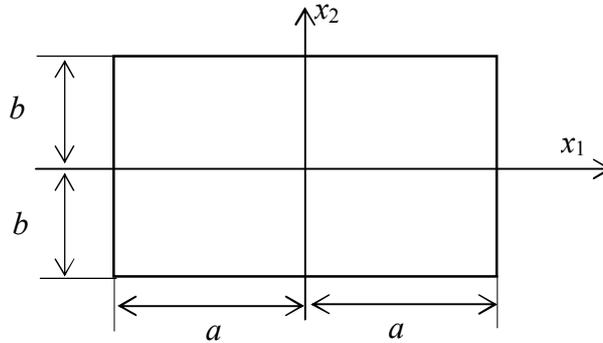


Рисунок 1 – Плоский прямоугольный элемент

Здесь буквами А, В, С, D обозначены стороны прямоугольника. Для каждой из сторон необходимо найти четыре граничные функции  $U$ ,  $V$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$ , зависящие от одной переменной  $v_1$  или  $v_2$ . Внешнее воздействие предполагается гармоническим, поэтому начальные и конечные условия в уравнения (6) не входят.

Для определения шестнадцати неизвестных функций перемещений и напряжений на границах прямоугольного элемента требуется 16 уравнений. Восемь уравнений (по два для каждой стороны) можно получить из граничных условий для области либо из условий равенства функций на общих гранях соседних элементов. Еще восемь уравнений можно получить, воспользовавшись теоремой о граничных функциях. Нулевые множества полинома, соответствующего системе (4), определяются уравнениями:

$$v_1^2 + v_2^2 - (\omega / c_2)^2 = 0 \text{ и } v_1^2 + v_2^2 - (\omega / c_1)^2 = 0. \quad (7)$$

Для построения конечных элементов будет использоваться другое замечательное свойство преобразование Фурье финитных функций. Преобразование Фурье финитных функций можно представлять в виде ряда Тейлора. Каждый  $n$ -ый член этого ряда является моментом  $n$ -го порядка оригинала. Например: для финитной на интервале  $[-a, a]$  функции  $f(x)$  ее преобразование Фурье можно представить в виде ряда:

$$\begin{aligned}
 \tilde{F}(v) &= \sum_0^{\infty} C_n (-iv)^n; \quad C_n = \frac{1}{n!} \int_{-a}^a x^n f(x) dx; \\
 \tilde{F}(v) &= \int_{-a}^a f(x) dx - iv \int_{-a}^a x f(x) dx + \frac{(-iv)^2}{2} \int_{-a}^a x^2 f(x) dx + \dots .
 \end{aligned} \quad (8)$$

Разлагая левую и правую части уравнений (8) в ряд Тейлора и приравнявая коэффициенты левой и правой части при  $v_1 = 0$ , затем при  $v_2 = 0$ , получим, что для пар параметров  $(0, \pm\omega / c_2)$  и  $(\pm\omega / c_1, 0)$  должна равняться нулю правая часть первого уравнения, а для пар  $(0, \pm\omega / c_1)$  и  $(\pm\omega / c_2, 0)$  – второго уравнения системы (7). Система уравнений (6) при  $v_1 = 0$  и  $v_2 = 0$  распадается на два независимых уравнения, и нулевые множества полиномов (8) представляют собой изолированные точки:  $\pm\omega / c_2$  и  $\pm\omega / c_1$ . Эти уравнения можно записать в виде восьми алгебраических уравнений. Если размеры элемента выбрать малыми по

сравнению с длиной волны сдвига, уравнения существенно упрощаются. Трансформант при изображении Фурье граничных функции элемента использован только один член ряда. Это значит, что неизвестные значения являются интегралом напряжений и деформаций:

$$\int_{-a}^a u(-b, x) dx; \int_{-a}^a v(-b, x) dx; \int_{-a}^a \sigma(-b, x) dx; \int_{-a}^a \tau(-b, x) dx; \text{ и т.д.}$$

Восемь алгебраических уравнений можно представить в следующем виде:

- 1)  $[U_C + U_D] - [U_A + U_B] = 0;$
- 2)  $[\tau_C + \tau_D] / 2 + \mu([U_C - U_D] / 2b + [V_A - V_B] / 2a) = 0;$
- 3)  $4ab\rho\omega^2[U_A + U_B] / 2 - 2b[\sigma_A - \sigma_B] - 2a[\tau_C - \tau_D] = 0;$
- 4)  $[\sigma_A + \sigma_B] / 2 + (\lambda + 2\mu)[U_A - U_B] / 2a + \lambda[V_C - V_D] / 2b = 0;$
- 5)  $4ab\rho\omega^2[V_C + V_D] / 2 - 2a[\sigma_C - \sigma_D] - 2b[\tau_A - \tau_B] = 0;$
- 6)  $[\sigma_C + \sigma_D] / 2 + \lambda[U_A - U_B] / 2a + (\lambda + 2\mu)[V_C - V_D] / 2b = 0;$
- 7)  $[V_A + V_B] - [V_C + V_D] = 0;$
- 8)  $[\tau_A + \tau_B] - [\tau_C + \tau_D] = 0.$

Системы уравнений (9) имеют ясный физический смысл:

- уравнения движения центра масс элемента (уравнения 3 и 5);
- физические уравнения (закон Гука) (уравнения 2, 4 и 6);
- закон парности касательных напряжений (уравнение 8);
- закон соотношения неразрывности (уравнения 1 и 7).

На рисунке 2 приведена система уравнений для четырехстороннего конечного элемента любой ориентации:

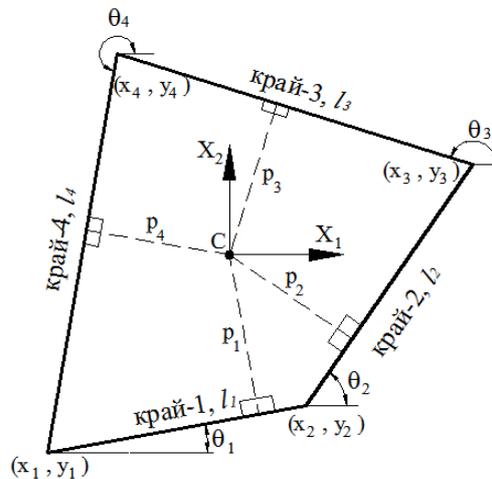


Рисунок 2 – Общий вид четырехстороннего элемента

Здесь нумерации вершины и краев четырехсторонника считаются против хода часовой стрелки вдоль периметра.  $C$  – центр тяжести элемента;  $l_n$  – длины граней  $n=1, 2, 3, 4$ ;  $p_n$  – расстояние от центра тяжести до грани элемента по нормали  $n=1, 2, 3, 4$ ;  $(x_n, y_n)$  – координаты  $(x, y)$  вершин элемента  $n=1, 2, 3, 4$ ;  $X_1, X_2$  – оси координат;  $\theta_n$  – угол поворота границы- $n$  от оси  $X_1$  против часовой стрелки;  $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$  – скорость распространения

продольных волн в грунте;  $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  – скорость распространения поперечных волн в грунте;

$\lambda, \mu$  – параметры Ляме для грунта;  $\rho$  – плотность грунта.

$$\begin{aligned}
 & 1) (\varphi_{12}^2 p_1 - \varphi_{11}^2 p_1) \cdot \bar{U}_1 + (\varphi_{22}^2 p_2 - \varphi_{21}^2 p_2) \cdot \bar{U}_2 + (\varphi_{32}^2 p_3 - \varphi_{31}^2 p_3) \cdot \bar{U}_3 + \\
 & \quad + (\varphi_{42}^2 p_4 - \varphi_{41}^2 p_4) \cdot \bar{U}_4; \\
 & 2) (-\varphi_{12} l_1 \cdot \bar{U}_1 - \varphi_{22} l_2 \cdot \bar{U}_2 - \varphi_{32} l_3 \cdot \bar{U}_3 - \varphi_{42} l_4 \cdot \bar{U}_4 - \varphi_{11} l_1 \cdot \bar{V}_1 - \varphi_{21} l_2 \cdot \bar{V}_2 + \\
 & \quad - \varphi_{31} l_3 \cdot \bar{V}_3 - \varphi_{41} l_4 \cdot \bar{V}_4) \cdot \mu + \varphi_{12} S_{12} p_1 l_1 \tilde{\tau}_1 + \varphi_{22} S_{22} p_2 l_2 \tilde{\tau}_2 + \varphi_{32} S_{32} p_3 l_3 \tilde{\tau}_3 + \\
 & \quad + \varphi_{42} S_{42} p_4 l_4 \tilde{\tau}_4; \\
 & 3) (p_1 l_1 \varphi_{11}^2 \bar{U}_1 + p_2 l_2 \varphi_{21}^2 \bar{U}_2 + p_3 l_3 \varphi_{31}^2 \bar{U}_3 + p_4 l_4 \varphi_{41}^2 \bar{U}_4) \cdot \rho \omega^2 + K_{11} l_1 \tilde{\sigma}_1 + \\
 & \quad + K_{21} l_2 \tilde{\sigma}_2 + K_{31} l_3 \tilde{\sigma}_3 + K_{41} l_4 \tilde{\sigma}_4 + S_{12} l_1 \tilde{\tau}_1 + S_{22} l_2 \tilde{\tau}_2 + S_{32} l_3 \tilde{\tau}_3 + S_{42} l_4 \tilde{\tau}_4; \\
 & 4) (-\varphi_{11} l_1 \bar{U}_1 - \varphi_{21} l_2 \bar{U}_2 - \varphi_{31} l_3 \bar{U}_3 - \varphi_{41} l_4 \bar{U}_4 - \varphi_{12} l_1 \bar{V}_1 - \varphi_{22} l_2 \bar{V}_2 - \varphi_{32} l_3 \bar{V}_3 + \\
 & \quad - \varphi_{42} l_4 \bar{V}_4) \cdot \lambda - (2\varphi_{11} l_1 \bar{U}_1 + 2\varphi_{21} l_2 \bar{U}_2 + 2\varphi_{31} l_3 \bar{U}_3 + 2\varphi_{41} l_4 \bar{U}_4) \cdot \mu + \\
 & \quad + \varphi_{11} K_{11} p_1 l_1 \tilde{\sigma}_1 + \varphi_{21} K_{21} p_2 l_2 \tilde{\sigma}_2 + \varphi_{31} K_{31} p_3 l_3 \tilde{\sigma}_3 + \varphi_{41} K_{41} p_4 l_4 \tilde{\sigma}_4; \\
 & 5) (\varphi_{12}^2 p_1 l_1 \bar{V}_1 + \varphi_{22}^2 p_2 l_2 \bar{V}_2 + \varphi_{32}^2 p_3 l_3 \bar{V}_3 + \varphi_{42}^2 p_4 l_4 \bar{V}_4) \cdot \rho \omega^2 + K_{12} l_1 \tilde{\sigma}_1 + \\
 & \quad + K_{22} l_2 \tilde{\sigma}_2 + K_{32} l_3 \tilde{\sigma}_3 + K_{42} l_4 \tilde{\sigma}_4 + S_{11} l_1 \tilde{\tau}_1 + S_{21} l_2 \tilde{\tau}_2 + S_{31} l_3 \tilde{\tau}_3 + S_{41} l_4 \tilde{\tau}_4; \\
 & 6) (-\varphi_{11} l_1 \bar{U}_1 - \varphi_{21} l_2 \bar{U}_2 - \varphi_{31} l_3 \bar{U}_3 - \varphi_{41} l_4 \bar{U}_4 - \varphi_{12} l_1 \bar{V}_1 - \varphi_{22} l_2 \bar{V}_2 - \varphi_{32} l_3 \bar{V}_3 + \\
 & \quad - \varphi_{42} l_4 \bar{V}_4) \cdot \lambda \omega - (2\varphi_{12} l_1 \bar{V}_1 + 2\varphi_{22} l_2 \bar{V}_2 + 2\varphi_{32} l_3 \bar{V}_3 + 2\varphi_{42} l_4 \bar{V}_4) \cdot \mu \omega + \\
 & \quad + (\varphi_{12} K_{12} p_1 l_1 \tilde{\sigma}_1 + \varphi_{22} K_{22} p_2 l_2 \tilde{\sigma}_2 + \varphi_{32} K_{32} p_3 l_3 \tilde{\sigma}_3 + \varphi_{42} K_{42} p_4 l_4 \tilde{\sigma}_4) \cdot \omega; \\
 & 7) \bar{V}_1 (\varphi_{11}^2 p_1 l_1 - \varphi_{12}^2 p_1 l_1) + \bar{V}_2 (\varphi_{21}^2 p_2 l_2 - \varphi_{22}^2 p_2 l_2) + \bar{V}_3 (\varphi_{31}^2 p_3 l_3 - \varphi_{32}^2 p_3 l_3) + \\
 & \quad + \bar{V}_4 (\varphi_{41}^2 p_4 l_4 - \varphi_{42}^2 p_4 l_4); \\
 & 8) \tilde{\tau}_1 (\varphi_{11} S_{11} p_1 l_1 - \varphi_{12} S_{12} p_1 l_1) + \tilde{\tau}_2 (\varphi_{21} S_{21} p_2 l_2 - \varphi_{22} S_{22} p_2 l_2) + \\
 & \quad + \tilde{\tau}_3 (\varphi_{31} S_{31} p_3 l_3 - \varphi_{32} S_{32} p_3 l_3) + \tilde{\tau}_4 (\varphi_{41} S_{41} p_4 l_4 - \varphi_{42} S_{42} p_4 l_4).
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где  $\Phi_{n1} = \cos(\bar{n}_n \cdot x_1) = \cos(\theta_n - 90^\circ)$ ;  $\Phi_{n2} = \cos(\bar{n}_n \cdot x_2) = \cos(\theta_n - 180^\circ)$ ;

$$(\bar{n}_n \cdot x_1) = \theta_n - 90^\circ; (\bar{n}_n \cdot x_2) = \theta_n - 180^\circ;$$

$$K_{n1} = \frac{\cos(\bar{n}_n \cdot x_1)}{|\cos(\bar{n}_n \cdot x_1)|} = \frac{\Phi_{n1}}{|\Phi_{n1}|} = \frac{\cos(\theta_n - 90^\circ)}{|\cos(\theta_n - 90^\circ)|}; K_{n2} = \frac{\cos(\bar{n}_n \cdot x_2)}{|\cos(\bar{n}_n \cdot x_2)|} = \frac{\Phi_{n2}}{|\Phi_{n2}|} = \frac{\cos(\theta_n - 180^\circ)}{|\cos(\theta_n - 180^\circ)|};$$

$$S_{n1} = \cos(\bar{n}_n \cdot x_1) \cdot |\cos(\bar{n}_n \cdot x_1)| = \cos(\theta_n - 90^\circ) \cdot |\cos(\theta_n - 90^\circ)|;$$

$$S_{n2} = \cos(\bar{n}_n \cdot x_2) \cdot |\cos(\bar{n}_n \cdot x_2)| = \cos(\theta_n - 180^\circ) \cdot |\cos(\theta_n - 180^\circ)|,$$

где  $\bar{n}_n$  – вектор нормали границей от центра тяжести на границу- $n$ ;  $\theta_n$  – угол поворота границы- $n$  от оси  $X_1$  против часовой стрелки;  $(\bar{n}_n \cdot x_1)$  – угол между нормалью границы- $n$  и осью  $X_1$ ;  $(\bar{n}_n \cdot x_2)$  – угол между нормалью границы- $n$  и осью  $X_2$ ;  $\Phi_{n1}$  и  $\Phi_{n2}$  – коэффициенты, определяющие знак и компонент вектора для члена уравнения и дельта-функции –  $\delta$ ;  $K_{n1}$  – коэффициент, определяющий знак члена уравнения для границы- $n$  при определении нормальных напряжений на границе- $n$  по оси  $X_1$ ;  $K_{n2}$  – коэффициент, определяющий знак члена уравнения для границы- $n$  при определении нормальных напряжений на границе- $n$  по оси  $X_2$ ;  $S_{n1}$  – коэффициент, определяющий знак и вектор для кажущихся напряжений для

границы- $n$  по оси  $x_1$ ;  $S_{n2}$  – коэффициент, определяющий знак и вектор для кажущихся напряжений для границы- $n$  по оси  $x_2$ ;  $n = 1, 2, 3, 4$ .

Объединив восемь уравнений (10), записанных для каждого элемента области, с уравнениями, связывающими искомые функции с граничными условиями для области и с функциями смежных элементов, получим систему уравнений для ансамбля элементов. Решив эту систему, определим напряженно-деформированное состояние в области. Так как в число неизвестных входят как напряжения, так и перемещения, то граничные условия в напряжениях и в перемещениях определяются единообразно. Кроме того, можно задавать граничные условия излучения, связывающие напряжения и перемещения зависимостью типа  $\sigma_{11} = \pm i\omega\rho c_1 u$ ,  $\tau_{21} = \pm i\omega\rho c_2 v$ . В этом случае решение получается комплексным, и точки области колеблются в различных фазах, что соответствует процессу распространения волн.

Изложенная выше теория использована для разработки пакета прикладных программ, позволяющих рассчитывать уровни вибраций в зданиях, расположенных вблизи линий метрополитенов, железнодорожных трасс и других источников колебаний.

#### Достоинства предложенного метода

Разработанный метод позволяет отказаться от нелогичного представления континуума сосредоточенными массами. Неизвестными величинами решаемых алгебраических уравнений являются напряжения и перемещения граней конечных элементов. Имеется возможность использования полубесконечных элементов, с помощью которых можно задавать прозрачные границы. При использовании других численных методов задание прозрачных границ представляет серьезную проблему. Метод позволяет оценивать взаимодействие сооружений с грунтом во временной частотной области. Имеется возможность учитывать нелинейный характер взаимодействия сооружений с грунтом во временной области.

#### Вывод

Разработанный метод можно использовать для оценки напряжений и перемещений элементов подземных и наземных сооружений при воздействии вибраций природного происхождения (землетрясения), а так же для оценки колебаний техногенного происхождения, возникающие при движении транспорта, проходке тоннелей метро, забивке свай и т.д.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курбацкий, Е.Н. Метод решения задач строительной механики и теории упругости, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций [Текст] / Е.Н. Курбацкий: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – МИИТ, Москва, 1995. – 205 с.
2. Курбацкий, Е.Н. Реализация дискретного преобразования Фурье при решении краевых задач теории упругости [Текст] / Е.Н. Курбацкий.: деп. в ВИНТИ 13.04.87, № 3267-В87.
3. Гельфанд, И.М. Обобщенные функции и действия над ними [Текст] / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. – М.: Физматгиз, 1958. – 470 с.
4. Хургин, Я.И. Финитные функции в физике и технике [Текст] / Я.И. Хургин, В.П. Яковлев. – М.: Наука, 1971. – 408 с.

#### Курбацкий Евгений Николаевич

Московский государственный университет путей сообщения, г. Москва  
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Подземные сооружения»  
Тел.: +7 (499) 978-40-75  
E-mail: usd.miit@gmail.com

#### Сан Лин Тун

Московский государственный университет путей сообщения, г. Москва  
Аспирант кафедры «Подземные сооружения»  
Тел.: +7 (499) 978-40-75  
E-mail: usd.miit@gmail.com

МОРОЗОВ С.А.

## РАСЧЕТ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ ПЛАСТИНОК ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ, НАГРУЖЕННЫХ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКОЙ, МЕТОДОМ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

*В статье приводятся решения по определению разрушающей нагрузки для полигональных пластинок постоянной толщины, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой. Показана последовательность нахождения размеров угловых элементов пластинок и определения их несущей способности. Отмечается сложность и трудоемкость указанных вычислений.*

**Ключевые слова:** полигональная пластинка, схема разрушения, предельное равновесие, разрушающая нагрузка.

*The article gives the tasks to determine the breaking load for polygonal hinge supported plates of the constant thickness loaded with a uniformly distributed load. Shows the sequence of finding the size of the angular elements of the plates and determines their carrying capacities. Noted the difficulty and complexity of these algorithms.*

**Keywords:** polygonal plate, the scheme of destruction, limiting balance, breaking load.

Исследования, посвященные изучению схем разрушения изотропных пластинок постоянной толщины, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, проводились в работах [2-4, 7, 8]. В этих работах показано, что схему разрушения шарнирно опертых пластинок в виде правильных многоугольников, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, обеспечивающую наименьшее значение разрушающей нагрузке, следует принимать пирамидальной с вершиной в центре тяжести пластинки. Для вытянутых шарнирно опертых прямоугольных пластинок схема разрушения представляется в виде «конверта». Такие же схемы разрушения будут иметь и свободно опертые пластинки с полностью закрепленными углами. Если углы свободно опертых пластинок не закреплены, то в предельном состоянии они могут приподниматься, образуя угловые элементы. В этом случае схемы разрушения будут иметь более сложные очертания, а для вычисления разрушающей нагрузки необходимо иметь значения параметров  $\xi$  и  $\eta$ , определяющие размеры угловых элементов. Для нахождения размеров угловых элементов при действии равномерно распределенной нагрузки следует использовать геометрические свойства пластинок, симметричных относительно биссектрис углов [1]. В дальнейшем при расчете пластинок других конфигураций принято допущение о том, что размеры приподнимающихся частей угловых элементов зависят от вида нагрузки и значения предельных моментов в примыкающих к угловому элементу пластических шарнирах.

Сформулированное допущение позволяет определять размеры угловых элементов пластинки любой формы с выпуклым контуром по данным для пластинок, симметричных относительно биссектрис углов, но имеющих величину угла, нагрузку и погонный предельный момент, равные соответствующим величинам рассматриваемой пластинки. Это означает, что:

$$\xi = \delta_1 \sqrt{\varepsilon}; \quad \eta = \delta_2 \sqrt{\varepsilon},$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент контура пластинки;  $\delta_i$  – коэффициенты, зависящие от величины угла пластинки.

В таблице 1 представлены значения величин  $\delta_1$  и  $\delta_2$  для ряда углов  $\alpha$  правильных многоугольных и ромбических пластинок, заимствованных в работе [1], пользуясь которыми можно найти параметры  $\xi$  и  $\eta$ , необходимые для расчета любой полигональной пластинки.

Таблица 1 – Значения величин  $\delta_1$  и  $\delta_2$  для ряда углов  $\alpha$  правильных многоугольных и ромбических пластинок

Угол $\alpha$ , град	30	45	51	60	72	90
$\delta_1$	1,650	0,870	0,800	0,530	0,480	0,310
$\delta_1$ (по 1)	1,636	0,978	0,823	0,649	0,485	0,320
$\delta_2$	0,630	0,680	0,740	0,730	0,780	0,860
$\delta_2$ (по 2)	0,621	0,680	0,703	0,739	0,785	0,851
Угол $\alpha$ , град	108	120	135	150	165	180
$\delta_1$	0,200	0,170	0,110	0,070	–	–
$\delta_1$ (по 1)	0,211	0,156	0,101	0,057	0,022	0,000
$\delta_2$	0,910	0,940	0,970	0,980	–	–
$\delta_2$ (по 2)	0,909	0,940	0,969	0,989	0,997	1,000

По данным таблицы 1 в координатных осях  $\delta_i - \alpha$  были построены функциональные зависимости параметров  $\delta_1$  и  $\delta_2$  от величины угла  $\alpha$  (рисунок 1).

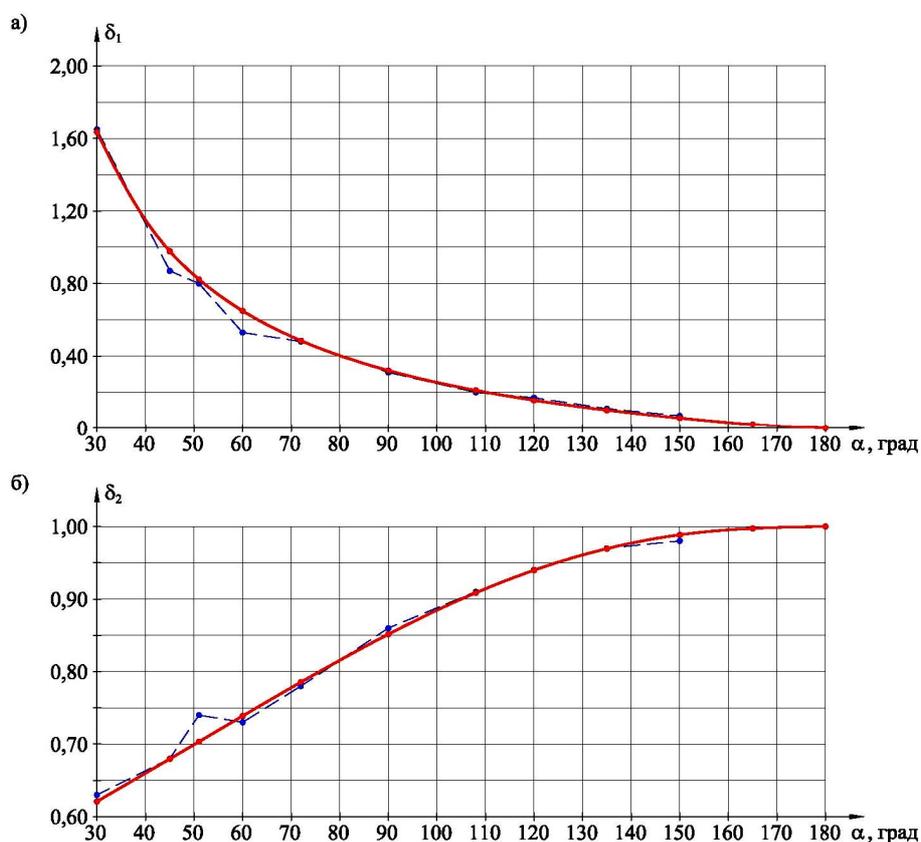


Рисунок 1 – Графики зависимостей  $\delta_1 - \alpha$  и  $\delta_2 - \alpha$

Значения параметров  $\delta_i$ , взятые из таблицы, показаны на графиках пунктирной линией. Как видно из рисунка, характер распределения значений параметров  $\delta_i$  в зависимости от величины угла  $\alpha$  является монотонной кривой. Однако для ряда величин угла  $\alpha$  значения параметров  $\delta_i$  «выпадают» из общего характера распределения данных и тем самым их следует считать недостоверными (ошибочными) из-за неточности вычислений в соответствии с теорией математической статистики. Их следует отбросить и не учитывать при построении аппроксимирующих функций.

Для удобства выполнения практических расчетов по данным таблицы 1 найдены

функциональные зависимости параметров  $\delta_1$  и  $\delta_2$  для угла  $\alpha$ , изменяющегося от 30 до 180 градусов:

$$\delta_1(\alpha) = -0,3371 + \frac{59,1837}{\alpha}; \quad (1)$$

$$\delta_2(\alpha) = \frac{0,4808 - 0,0468\sqrt{\alpha} - 0,0021\alpha}{1 - 0,1259\sqrt{\alpha} + 0,0052\alpha}, \quad (2)$$

где величина угла  $\alpha$  в данных выражениях принимается в градусах.

Таким образом, используя функциональные зависимости (1), (2) можно элементарно просто определять размеры угловых элементов пластинки при различных величинах угла  $\alpha$ .

Для жестко защемленных по контуру пластинок схемы разрушения будут такими же, что и в случае шарнирного опирания, но при этом вдоль защемленных сторон будут образовываться периферийные шарниры текучести.

Используем полученные результаты (аппроксимирующие функции) для определения разрушающих нагрузок и параметров, определяющих схемы разрушения полигональных пластинок при различных однородных граничных условиях.

## 1 Прямоугольная пластинка

### Шарнирное опирание по контуру

Если прямоугольная шарнирно опертая пластинка нагружена равномерно распределенной нагрузкой, то ожидаемую схему ее разрушения можно представить в виде «конверта» (рисунок 2, а) [7, 8].

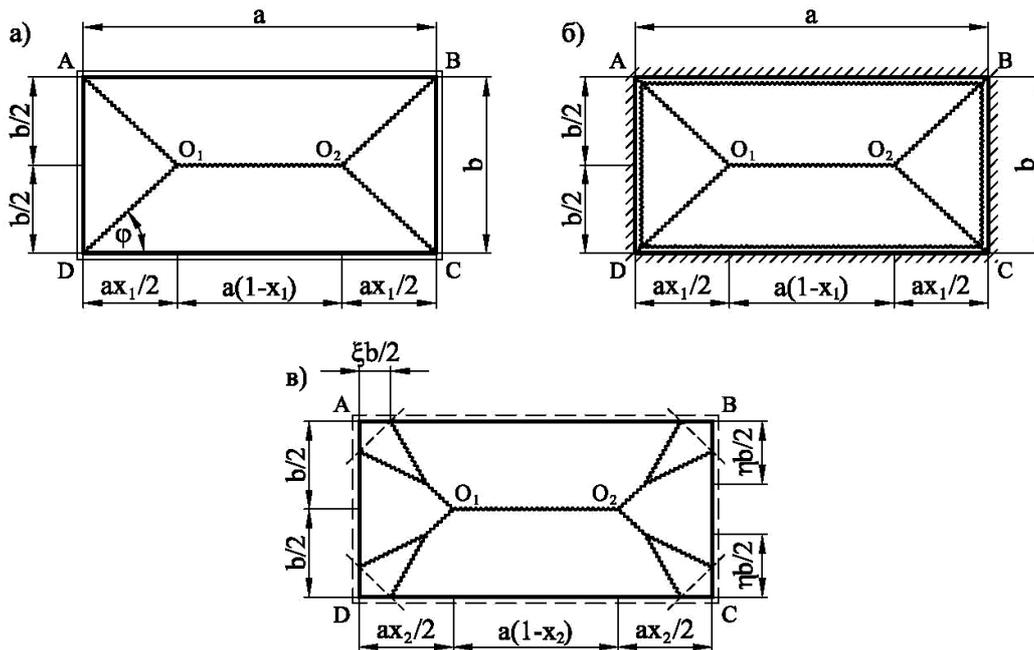


Рисунок 2 – Схемы разрушения прямоугольных пластинок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой

Составляя уравнения работ внешних и внутренних сил, получим формулу для определения разрушающей нагрузки:

$$q_{\text{разр}} = \frac{24m_r [1/(kx_1) + k]}{ab(3 - x_1)}, \quad (3)$$

где  $k = a/b$ , а значение параметра  $x_1$ , определяющего схему разрушения, соответствующую минимальной предельной нагрузке  $q_{\text{разр}}$  (см. рисунок 2, а), находится из выражения:

$$x_1 = \frac{1}{k^2} \left( \sqrt{1+3k^2} - 1 \right). \quad (4)$$

В работе [1] вводится понятие коэффициента контура пластинки  $\varepsilon$ , определив величину которого можно вычислить разрушающую нагрузку. В принятых обозначениях для рассматриваемой схемы разрушения его значение может быть найдено таким образом:

$$\varepsilon_1^{\text{прям}} = \frac{k^2 x_1 (3 - x_1)}{k^2 x_1 + 1}. \quad (5)$$

С учетом введенного обозначения формула (3) примет следующий вид:

$$q_{\text{разр}} = \frac{24m_m}{b^2 \varepsilon_1^{\text{прям}}}. \quad (3^*)$$

Если значение параметра  $\varepsilon_1^{\text{прям}} = 1$  (квадратная пластинка), то шарнир текучести  $O_1 O_2$  вырождается в точку и  $q_{\text{разр}} = 24m_t / b^2$ .

### **Жесткое защемление по контуру**

Как отмечалось выше, для прямоугольной пластинки, жестко защемленной по контуру и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, в предельном состоянии схема излома принимается в виде «конверта», а вдоль защемленных сторон пластинки образуются периферийные шарниры текучести (рисунок 2, б). Составляя уравнения работ внешних и внутренних сил, получим формулу для определения разрушающей нагрузки:

$$q_{\text{разр}} = \frac{48m_t [1/(kx_1) + k]}{ab(3 - x_1)} = \frac{48m_t}{b^2 \varepsilon_1^{\text{прям}}}. \quad (6)$$

Выражения (3\*) и (6) отличаются только коэффициентом пропорциональности (множителем 2), поэтому минимизация последнего приведет к тому же результату, что и для шарнирно опертой пластинки. Из этого следует, что положение точек  $O_1$  и  $O_2$  при схеме разрушения в виде «конверта» не зависит от вида рассматриваемых граничных условий прямоугольной пластинки.

### **Свободное опирание по контуру**

Для прямоугольной свободно опертой пластинки с полностью закрепленными краями, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, в состоянии предельного равновесия схема излома принимается такой же, как и для шарнирно опертой пластинки. В этом случае остается справедливым выражение (3\*). Результаты расчета параметра  $x_1$ , определяющего схему разрушения пластинки, изображенную на рисунке 2, а, при различных соотношениях сторон  $k$  представлены в таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что по мере увеличения отношения  $k$  угол  $\varphi$ , образованный диагональной линией разрушения и большей стороной пластинки, будет стремиться к  $30^\circ$ , а точное его значение может быть найдено из выражения  $\text{ctg}\varphi = kx_1$ . Принимая значение  $\varphi = 30^\circ$ , получим  $kx_1 = 1,732$  или  $x_1 = 1,732/k$ . Подставляя данные соотношения в формулу (5) получим:

$$\varepsilon_1^{\text{прям}} = \frac{1,732k(3 - 1,732/k)}{1,732k + 1}. \quad (5^*)$$

Численные исследования показали, что при  $k \geq 2,093$  значение параметра  $\varepsilon_1^{\text{прям}}$ , входящее в выражение (3\*), можно всегда определять по формуле (5\*). При этом разрушающая нагрузка будет не более чем на 2,12% больше соответствующего значения, найденного при значении  $\varepsilon_1^{\text{прям}}$ , вычисленного по (5).

Таблица 2 – Значения геометрических параметров, определяющих схемы разрушения прямоугольных пластинок

Отношение сторон пластинок $k$	Схема разрушения а), б)			Схема разрушения в)				
	$x_1$	$\varphi_1$ , град	$\varepsilon_1^{\text{прям}}$	$x_2$	$\varphi_2$ , град	$\eta$	$\xi$	$\varepsilon_2^{\text{прям}}$
1	1	45	1	1	45	0,906	0,335	1,090
1,1	0,952	43,684	1,096	0,957	43,535	0,924	0,350	1,195
1,2	0,907	42,567	1,185	0,917	42,280	0,939	0,364	1,292
1,3	0,866	41,609	1,268	0,879	41,198	0,951	0,376	1,379
1,4	0,828	40,781	1,344	0,844	40,257	0,961	0,387	1,458
1,5	0,793	40,059	1,414	0,811	39,434	0,970	0,396	1,531
1,6	0,760	39,424	1,480	0,780	38,710	0,977	0,405	1,596
1,7	0,730	38,862	1,540	0,751	38,068	0,983	0,412	1,657
1,8	0,702	38,362	1,596	0,724	37,497	0,989	0,419	1,712
1,9	0,676	37,913	1,648	0,699	36,986	0,993	0,426	1,764
2,0	0,651	37,510	1,697	0,675	36,526	0,998	0,431	1,811
2,093	0,629	37,144	1,743	0,654	36,137	1,000	0,436	1,852

Если углы свободно опертой пластинки не закреплены, то в предельном состоянии они могут приподниматься, вращаясь вокруг прямых (показанных на рисунке пунктирными линиями), образуя угловые элементы. В этом случае разрушение пластинки будет происходить по схеме, изображенной на рисунке 2, в. Составляя уравнения работ внешних и внутренних сил, получим формулу для определения разрушающей нагрузки:

$$q_{\text{разр}} = \frac{24m_r}{b^2\varepsilon_2^{\text{прям}}}, \quad (7)$$

где

$$\varepsilon_2^{\text{прям}} = \frac{k(3-2x_2) - \xi^2\eta}{k - \xi + \frac{1-\xi}{2kx_2} + \frac{2\xi\eta}{\eta(1+2kx_2) - \xi}}, \quad (8)$$

а значения параметров  $x_2$  и  $\eta$  определяются из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} C\eta^2(AC + 2\xi kx_2) - 2AC\xi\eta + A\xi^2 - 2k^2x_2(3-x_2) = 0, \\ \xi^2\eta^3[(1-\xi)C^2 + 2\xi k^2x_2^2] + \eta^2\{BC^2 - 2C\xi^3(1-\xi) + 2\xi k^2x_2^2[1-k(3-2x_2)]\} - \\ - \xi\eta[2BC - \xi^3(1-\xi) + 2\xi k^2x_2^2] + B\xi^2 = 0, \end{cases} \quad (9)$$

причем  $A = kx_2(k - \xi) - \xi + 1$ ,  $B = k[kx_2^2(k - \xi) - (1 - \xi)(3 - 2x_2)]$ ,  $C = 1 + kx_2$ .

Прямая минимизация выражения (7) по параметру  $\varepsilon_2^{\text{прям}}$  невозможна. Поэтому к анализу закономерностей изменения  $q_{\text{разр}}$  в этом случае следует подходить, используя численные решения. Так как для нахождения параметров угловых элементов пластинок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, использовались геометрические свойства пластинок, симметричных относительно биссектрис углов, то зависимость параметра  $\xi$  в этом случае, определяющего схему образования углового элемента прямоугольной пластинки, может быть принята такой же, как и для квадратной пластинки и найдена из соотношения:

$$\xi = 0,320\sqrt{\varepsilon_2^{\text{прям}}}.$$

Решая совместно уравнения (8) и (9), найдем значения параметров  $x_2$ ,  $\xi$ ,  $\eta$  и  $\varepsilon_2^{\text{прям}}$ , определяющих схему разрушения пластинки, изображенную на рисунке 2, в, при различных соотношениях сторон  $k$ . Результаты вычислений представлены в таблице 2.

Параметр  $\eta$  не может быть больше единицы (иначе рассматриваемая задача не имеет смысла), поэтому значение  $\eta = 1$  является конечным и достигается при значении  $k = 2,093$  (см. таблицу 2). При  $k \geq 2,093$  значение параметра  $\eta$  следует принимать равным единице, а

параметры  $x_2$ ,  $\xi$  и  $\varepsilon_2^{\text{прям}}$  следует определять также, как было показано выше.

## 2 Треугольная пластинка

### Шарнирное опирание по контуру

Если треугольная шарнирно опертая пластинка нагружена равномерно распределенной нагрузкой, то ожидаемую схему ее разрушения можно представить в виде «пирамиды» (рисунок 3, а) [7, 8], вершина которой будет расположена в центре тяжести треугольника. Составляя уравнения работ внешних и внутренних сил, получим формулу для определения разрушающей нагрузки:

$$q_{\text{разр}} = 6m_T [\text{ctg}(\alpha/2) + \text{ctg}(\beta/2) + \text{ctg}(\gamma/2)], \quad (10)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – углы при основании треугольника. Выразив углы треугольника через радиус вписанной окружности  $r$ , из формулы (10) получим:

$$q_{\text{разр}} = 6m_T / r^2. \quad (10^*)$$

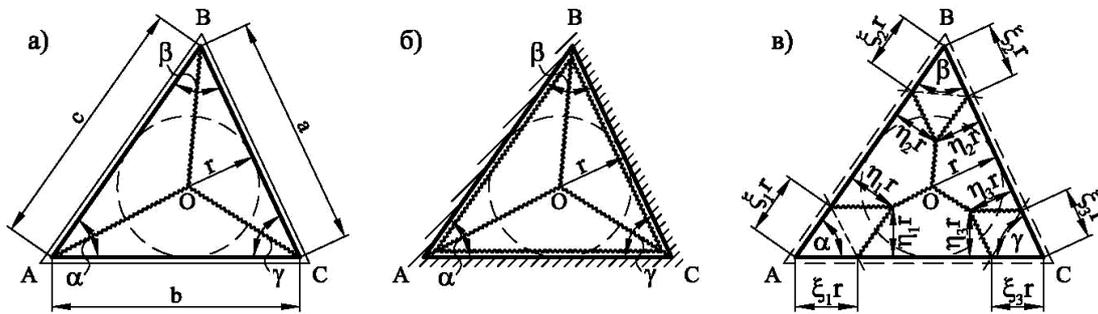


Рисунок 3 – Схемы разрушения треугольных пластинок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой

### Жесткое защемление по контуру

Для треугольной пластинки, жестко защемленной по контуру и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, принимается схема излома, изображенная на рисунке 3, б. Разрушающая нагрузка в этом случае определяется по формуле:

$$q_{\text{разр}} = 12m_T / r^2. \quad (11)$$

### Свободное опирание по контуру

Для треугольной свободно опертой пластинки с полностью закрепленными краями, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, схема излома принимается такой же, как и для шарнирно опертой пластинки. В этом случае остается справедливым выражение (10\*).

Если углы свободно опертой пластинки не закреплены, то разрушение будет происходить по схеме, изображенной на рисунке 3, в. Несущая способность пластинки в этом случае может быть найдена из выражения [1]:

$$q_{\text{разр}} = \frac{6m_T}{r^2 \varepsilon_{\text{треуг}}}, \quad (12)$$

где

$$\varepsilon_{\text{треуг}} = \frac{\sum_{i=1,2,3} [\text{ctg}\varphi_i - \xi_i^2 \eta_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i]}{\sum_{i=1,2,3} \left[ \text{ctg}\varphi_i - \xi_i + \frac{\xi_i \eta_i \sin^2 \varphi_i}{\eta_i - \xi_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i} \right]}, \quad (13)$$

причем  $\varphi_1 = \alpha/2$ ,  $\varphi_2 = \beta/2$ ,  $\varphi_3 = \gamma/2$ . Значения  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  принимаются для каждого из углов треугольника в зависимости от его величины.

### 3 Ромбическая пластинка

#### Шарнирное опирание по контуру

Если ромбическая шарнирно опертая пластинка нагружена равномерно распределенной нагрузкой, то ожидаемую схему ее разрушения можно представить в виде «пирамиды» (рисунок 4, а) [7, 8], вершина которой будет расположена в центре тяжести ромба. Разрушающая нагрузка в этом случае определяется по формуле:

$$q_{\text{разр}} = 24m_{\text{т}}/r^2, \quad (14)$$

где  $r$  – радиус вписанной в ромб окружности.

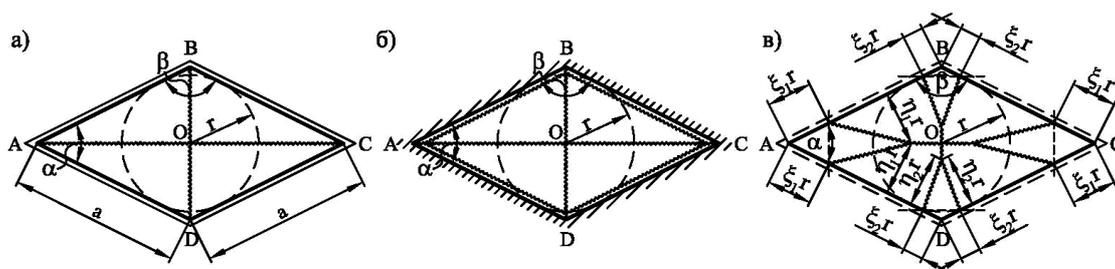


Рисунок 4 – Схемы разрушения ромбических пластинок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой

#### Жесткое защемление по контуру

Для ромбической пластинки, жестко защемленной по контуру и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, принимается схема излома, изображенная на рисунке 4, б. Разрушающая нагрузка в этом случае определяется по формуле:

$$q_{\text{разр}} = 48m_{\text{т}}/r^2. \quad (15)$$

#### Свободное опирание по контуру

Для ромбической свободно опертой пластинки с полностью закрепленными краями, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, схема излома принимается такой же, как и для шарнирно опертой пластинки. В этом случае остается справедливым выражение (14).

Если углы свободно опертой пластинки не закреплены, то разрушение будет происходить по схеме, изображенной на рисунке 4, в. Несущая способность пластинки в этом случае может быть найдена из выражения [1]

$$q_{\text{разр}} = \frac{24m_{\text{т}}}{r^2 \varepsilon_{\text{ромба}}}, \quad (16)$$

где

$$\varepsilon_{\text{ромба}} = \frac{A - \xi_1^2 \eta_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{B - \xi_1 + \frac{\xi_1 \eta_1 \sin^2 \varphi_1}{\eta_1 - \xi_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}}, \quad (17)$$

где  $A = \text{tg} \varphi_2 + \text{ctg} \varphi_2 - \xi_2^2 \eta_2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2$ ,  $B = \text{tg} \varphi_2 + \text{ctg} \varphi_2 - \xi_2 + \frac{\xi_2 \eta_2 \sin^2 \varphi_2}{\eta_2 - \xi_2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2}$ , причем

$\varphi_1 = \alpha/2$ ,  $\varphi_2 = \beta/2$ . Значения  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  принимаются для острого и тупого углов ромба в зависимости от его величины.

### 4 Пластика в форме правильного $n$ -угольника

#### Шарнирное опирание по контуру

Если шарнирно опертая пластинка в форме правильного  $n$ -угольника нагружена равномерно распределенной нагрузкой, то ожидаемую схему ее разрушения можно представить

в виде «пирамиды» (рисунок 5, а) [7, 8], вершина которой будет расположена в центре тяжести  $n$ -угольника. Разрушающая нагрузка в этом случае определяется по формуле (10\*).

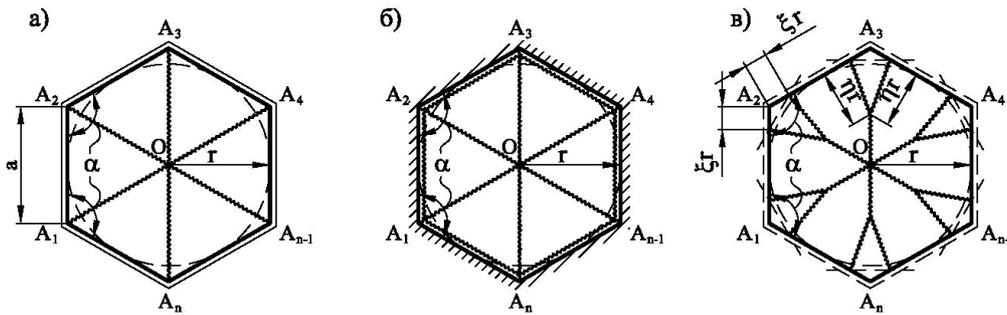


Рисунок 5 – Схемы разрушения пластинок в форме правильных  $n$ -угольников, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой

### Жесткое защемление по контуру

Для правильной  $n$ -угольной пластинки, жестко защемленной по контуру и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, принимается схема излома, изображенная на рисунке 5, б. Разрушающая нагрузка в этом случае определяется по формуле (11).

### Свободное опирание по контуру

Для правильной  $n$ -угольной свободно опертой пластинки с полностью закрепленными краями, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, схема излома принимается такой же, как и для шарнирно опертой пластинки. В этом случае остается справедливым выражение (10\*).

Если углы свободно опертой пластинки не закреплены, то разрушение будет происходить по схеме, изображенной на рисунке 5, в. Несущая способность пластинки в этом случае может быть найдена из выражения [1]:

$$q_{\text{разр}} = \frac{6m_t}{r^2 \varepsilon^{n\text{-угольн}}}, \quad (18)$$

где

$$\varepsilon^{n\text{-угольн}} = \frac{\text{ctg}\varphi - \xi^2 \eta \sin \varphi \cos \varphi}{\text{ctg}\varphi - \xi + \frac{\xi \eta \sin^2 \varphi}{\eta - \xi \sin \varphi \cos \varphi}}, \quad (19)$$

причем  $\varphi = \alpha/2$ . Значения  $\xi$ ,  $\eta$  принимаются в зависимости от величины угла  $n$ -угольника.

Прямая минимизация выражений (12), (16) и (18) по параметру  $\varepsilon$  невозможна. Поэтому к анализу закономерностей изменения  $q_{\text{разр}}$  в этом случае следует подходить, используя численные решения.

Как отмечается в [1], для рассматриваемых видов пластинок при вычислении величин  $\xi_i$  и  $\eta_i$  следует пользоваться коэффициентами  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , полученными при расчете правильных многоугольных и ромбических пластинок (см. таблицу 1). Если величины углов рассчитываемой пластинки не соответствует значениям, представленным в данной таблице, то их можно найти из функциональных зависимостей (1), (2), полученных в этой статье.

В качестве множителя при вычислении величин  $\xi_i$  и  $\eta_i$  входит искомая величина  $\varepsilon$ . В первом приближении принимают характеристику контура пластинки  $\varepsilon = 1$  (как для пластинки с полностью закрепленными углами) и вычисляют коэффициенты  $\xi_i$ ,  $\eta_i$ . Подставляя найденные значения  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  в формулы (13), (17) или (19), уточняют значение  $\varepsilon$ . Последовательными итерациями добиваются, чтобы разность между значениями  $\varepsilon$ , принятым при вычислении  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  и полученным после подстановки этих коэффициентов в (13), (17) или (19),

не превысит установленной погрешности.

Как видим из представленных решений, определение несущей способности пластинки в ряде случаев является очень громоздким и трудоемким процессом. Каждый раз при изменении геометрических размеров пластинки необходимо вновь находить параметры угловых элементов, характеризующих схему разрушения пластинки, и после этого подсчитывать несущую способность. Определение разрушающей нагрузки для трапециевидной пластинки уже будет весьма трудоемким, а для пластинки с произвольным полигональным контуром еще более сложным.

В работе [6] была доказана функциональная зависимость между разрушающей нагрузкой и коэффициентом формы (подробные сведения о коэффициенте формы  $K_f$  приводятся в монографии [5]). Это позволило говорить о том, что все множество значений разрушающих нагрузок для пластинок с однородными граничными условиями будет ограничено сверху и снизу кривыми, которые будут являться опорными решениями при определении интегральных физико-механических характеристик в задачах строительной механики пластинок [5].

В монографии [6] для пластинок с однородными граничными условиями, нагруженных сосредоточенной силой в центре, представлены графические зависимости между разрушающей нагрузкой ( $P_{\text{разр}}$ ) и коэффициентом формы ( $K_f$ ). Поскольку разрушающая нагрузка зависит от вида пластинок и коэффициента формы, то к расчету пластинок с произвольным выпуклым контуром может быть применен метод интерполяции по коэффициенту формы, теоретические основы которого разработаны А.В. Коробко [5].

Применение МИКФ в задачах предельного равновесия пластинок позволит элементарным путем без выбора схем разрушения и определения размеров угловых элементов получать оценки несущей способности пластинок с полигональным контуром с достаточной для инженерных расчетов точностью.

Графики аналогичного вида можно построить и для пластинок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой. Для этого необходимо аналитически описать все граничные кривые. Построение указанных кривых будет произведено в последующих публикациях автора.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайнберг, Д.В. Пластинки, диски, балки-стенки [Текст] / Д.В. Вайнберг, Е.Д. Вайнберг. – Киев: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре УССР, 1959. – 1049 с.
2. Гвоздев, А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия: в 2-х т., Т. 1: Сущность метода и его обоснование [Текст] / А.А. Гвоздев. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.
3. Дубинский, А.М. Расчет несущей способности железобетонных плит [Текст] / А.М. Дубинский. – Киев: Госстройиздат УССР, 1961. – 483 с.
4. Дубинский, А.М. Расчет несущей способности железобетонных плит и оболочек [Текст] / А.М. Дубинский. – Киев: Будівельник, 1976. – 158 с.
5. Коробко, А.В. Геометрическое моделирование формы области в двумерных задачах теории упругости [Текст] / А.В. Коробко. – М.: АСВ, 1999. – 304 с.
6. Коробко, В.И. Изопериметрический метод в строительной механике: в 3-х т., Т. 1: Теоретические основы изопериметрического метода [Текст] / В.И. Коробко. – М.: АСВ, 1997. – 390 с.
7. Ржаницын, А.Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: гос. изд. лит. по стр. и арх., 1954. – 287 с.
8. Ржаницын, А.Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: Наука, 1983. – 288 с.

**Морозов Станислав Александрович**

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел

Аспирант кафедры «Строительные конструкции и материалы»

Тел.: +7 (4862) 73-43-95

E-mail: morozov\_stas\_57@mail.ru

ОРЛОВИЧ Р.Б., ДЕРКАЧ В.Н.

## ПРИМЕНЕНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА КАМЕННОЙ КЛАДКИ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

*Выполнен анализ критериев прочности каменной кладки, основанных на применении классических теорий прочности, используемых при расчете каменных конструкций в условиях сложного напряженно-деформированного состояния.*

**Ключевые слова:** каменная кладка, разрушение, теоретические критерии прочности.

*The analysis of strength conditions of the masonry based on application of classical theories of strength, masonry structures used at calculation in the conditions of the complicated is intense-deformed condition is made.*

**Keywords:** a masonry, destruction, theoretical strength conditions.

До начала XX-го века каменные здания возводились, как правило, из камней либо глиняного кирпича на слабых известковых, глиняных и других растворах. Исключение составляют некоторые здания, построенные в Римской империи на цементном растворе, который был получен благодаря открытию вяжущих свойств пуццолана. Применение слабых кладочных растворов принуждало строителей возводить каменные стены большой толщины и колонны с развитым сечением, чтобы обеспечить достаточные запасы их прочности и устойчивости. Что касается дверных и оконных перемычек, а также перекрытий, то им придавались арочные и сводчатые формы в соответствии с кривыми давления. Каменная кладка в таких конструкциях в основном подвержена действию сжимающих усилий, приложенных к ней с эксцентриситетом. Следует отметить, что применение слабых, в основном известковых, растворов имело и свои положительные стороны. Такие растворы, обладая длительным периодом твердения, а также пластичностью, обеспечивали каменной кладке повышенную деформативность. Благодаря этому каменные кладки на слабых растворах в период твердения и эксплуатации обладали высокой приспособляемостью к вынужденным деформациям, вызванным, например, неравномерными осадками оснований, температурными, сейсмическими и другими воздействиями, о чем свидетельствует многолетний и даже многовековой опыт их эксплуатации.

С появлением цементных кладочных растворов каменная кладка стала более жесткой и хрупкой. Развитие методов расчета каменных конструкций привело к более рациональному проектированию их сечений в сторону уменьшения и снижению коэффициентов безопасности по материалам. Сложные конструктивные формы каменных зданий, большие размеры и этажность, а также технологические воздействия на конструкции потребовали при их проектировании учета не только сжимающих усилий, но и действия изгиба, растяжения и среза. Это предопределило развитие методов расчета каменной кладки не только при одноосном напряженном состоянии, но и в условиях сложного напряженного состояния. На необходимость расчета каменных конструкций в условиях сложного напряженного состояния указывалось в ранних работах Онищика Л.И. [1], Полякова С.В. [2] и других ученых.

Коренным образом ситуация изменилась в начале 70-х годов прошлого века, когда развитые страны Европы и Северной Америки столкнулись с энергетическим кризисом. Это побудило их к созданию кладочных материалов и стеновых ограждающих конструкций, обладающих низкой теплопроводностью. Появились стены из легких бетонных блоков (газосиликатных, пенобетонных, керамзитобетонных), щелевых керамических, силикатных, керамзитобетонных камней. Стены стали возводиться не только однослойными, но и двух-трехслойными с защитным лицевым слоем, воздушной прослойкой, иногда заполненной утеплителем, и внутренним несущим слоем небольшой толщины. Данные стены, обладая хорошими теплофи-

зическими характеристиками, оказались весьма чувствительными к перечисленным выше различного рода вынужденным деформациям. Следствием этого явилось снижение трещиностойкости кладки, а в случае ее локальных перенапряжений – и прочности. Именно в этот период наблюдается повышенный интерес исследователей к оценке прочности и трещиностойкости каменной кладки с учетом ее анизотропии и работы в условиях сложного напряженно-деформированного состояния. В СССР наиболее интенсивные исследования в этом направлении проводились в ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко под руководством Гениева Г.А. [3].

В последнее десятилетие появились новые технологии кладочных работ, позволяющие при высоком качестве кладочных элементов возводить кладку на тонких растворных швах. Благодаря этому уменьшаются мостики холода, которыми являются растворные швы, снижается расход раствора, увеличивается производительность труда, а прочность кладки на сжатие возрастает. Достаточно отметить, что, например, в Германии более 80% стеновых каменных конструкций возводится на тонких растворных швах. Однако такие кладки имеют и весьма существенные недостатки. Обладая более высокой однородностью (гомогенностью) по сравнению с кладками на обычных растворных швах, они по своим механическим характеристикам приближаются к неармированному бетону (в случае применения в качестве кладочных элементов полнотелых блоков из газосиликата, пенобетона или керамзитобетона). В этом смысле данные кладки становятся еще более чувствительными к вынужденным деформациям. Ситуация усугубляется, когда кладка возводится из пустотных щелевых камней, особенно керамических, с высоким (50% и выше) объемом пустот. Такие кладки на тонких растворных швах кроме хрупкости обладают высокой степенью анизотропии. Высокотехнологичные, экономичные и эффективные с точки зрения тепловых и акустических свойств стеновые конструкции с применением данных кладок, к сожалению, имеют низкую трещиностойкость и малую прочность при действии локальных нагрузок, а в случае использования их в качестве наружного стенового заполнения каркасных зданий – высокую чувствительность к перекосам.

Это обстоятельство вызывает необходимость совершенствования методик расчета и конструирования каменных конструкций с учетом анизотропных свойств кладки и работы ее в условиях сложного напряженно-деформированного состояния [4]. В этом направлении в развитых странах Европы и Северной Америки ведутся интенсивные исследования. Некоторым из них была посвящена часть наших публикаций [5].

Совершенствование методов расчета каменной кладки в условиях сложного напряженно-деформированного состояния ведется по двум основным направлениям:

- построение эмпирических критериев прочности каменной кладки;
- разработка теоретических критериев, в том числе основанных на применении классических теорий прочности.

Применение критериев прочности, наряду с современными методами статических расчетов, позволяет выявить в каменных конструкциях наиболее уязвимые (слабые) зоны, достоверно оценить влияние различных факторов на эксплуатационную надежность конструкций, выполнить правильное их конструирование. При этом необходимо отметить, что на сегодняшний день отсутствует единый универсальный критерий прочности каменной кладки, и его построение вряд ли возможно. Причиной этому является влияние множества факторов на прочность каменной кладки: вид и механические свойства кладочных элементов и растворов, виды воздействий и напряженных состояний, климатические условия возведения каменных конструкций, квалификация рабочего персонала, выполняющего кладку, «рука каменщика» и т.д. Кроме того, задача усложняется необходимостью проведения большого количества сложных испытаний образцов каменной кладки в условиях двухосного нагружения. В связи с этим для расчета прочности каменных конструкций в условиях сложного напряженного состояния часто используют адаптированные для этой цели известные классические теории прочности.

На рисунке 1 представлена зависимость модифицированного критерия прочности Кулона-Мора для оценки прочности каменной кладки по неперевязанным сечениям при одновременном действии среза в плоскости горизонтальных швов и перпендикулярных им сжи-

мающих или растягивающих нормальных напряжений. Области действия этих напряжений ограничены прочностью кладки на сжатие  $f_c$  и растяжение  $f_t$ .

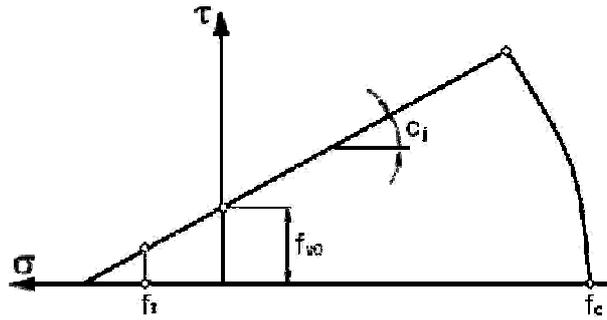


Рисунок 1 – Модифицированный критерий прочности Кулона-Мора

В работе [6] приводится описание критерия прочности, согласно которому каменная кладка рассматривается как композитный материал, состоящий из камня и растворных швов, соединенных между собой контактными элементами (сцеплением). Критерий прочности в области двусосного сжатия описывается зависимостью, полученной на основе гипотезы удельной энергии формоизменения (гипотеза Губера-Мизеса-Генки) (1):

$$\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} - f_c = 0, \tag{1}$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  – соответственно главные напряжения растяжения и сжатия;  $f_c$  – предел прочности кладки на одноосное сжатие.

В областях двусосного растяжения, а также растяжения со сжатием предложен модифицированный критерий прочности Кулона-Мора. Кроме того, в области двусосного сжатия, наряду с зависимостью (1), принят дополнительный критерий граничных деформаций (предельных деформаций) для кирпича и раствора (2):

$$\sqrt{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2} - \varepsilon_{cu} = 0, \tag{2}$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – соответственно главные деформации растяжения и сжатия;  $\varepsilon_{cu}$  – предельная деформация для камня и раствора.

Для пользования этим критерием прочности достаточно знать экспериментальные значения прочности камня и раствора на сжатие  $f_c$  и растяжение  $f_t$ , а также их предельные деформации  $\varepsilon_{cu}$  во время разрушения. С помощью критерия прочности в плоскости контакта камня и раствора определена граница поверхности прочности, зависящая от величины нормальных напряжений и угла наклона главных напряжений относительно горизонтальных растворных швов. Графическое изображение критерия прочности приведено на рисунке 2.

В работах [7...9] предложен критерий прочности, в котором область двусосного сжатия описывается поверхностью Хилла, а области растяжения с сжатием – поверхностью Рэнкина.

Для этого критерия прочности необходимо определение семи параметров прочности –  $f_{cx}, f_{cy}, f_{tx}, f_{ty}, \alpha, \beta, \gamma$  и пластических параметров кладки –  $G_{f_{tx}}, G_{f_{ty}}, G_{f_{cx}}, G_{f_{cy}}, k_p$ . Параметры прочности –  $f_{cx}, f_{cy}, f_{tx}, f_{ty}, \alpha, \beta, \gamma$  определяются путем испытаний образцов кладки, показанных на рисунке 3.

Пластические параметры кладки  $G_{f_{tx}}, G_{f_{ty}}, G_{f_{cx}}, G_{f_{cy}}$  или то же, что и энергия разрушения вдоль и поперек растворных швов, а также деформации кладки при переходе в пластическое состояние  $k_p$  устанавливаются на основе экспериментальных исследований зависимости напряжения-деформации при растяжении и сжатии (рисунок 4). В рассматриваемом критерии прочности в области растягивающих напряжений поверхность прочности определяется законом текучести (пластичности) Рэнкина (3):

$$f_1 = \frac{(\sigma_x - f_{tx}) + (\sigma_y - f_{ty})}{2} \sqrt{\left(\frac{(\sigma_x - f_{tx}) + (\sigma_y - f_{ty})}{2}\right)^2 + \alpha \tau_{xy}}, \quad (3)$$

где  $\alpha = \frac{f_{tx} f_{ty}}{\tau_u^2}$  – параметр, характеризующий влияние касательных напряжений на разрушение кладки;  $f_{tx}, f_{ty}$  – пределы прочности кладки на одноосное растяжение перпендикулярно вертикальным и горизонтальным швам соответственно;  $\tau_u$  – предел прочности кладки на сдвиг.

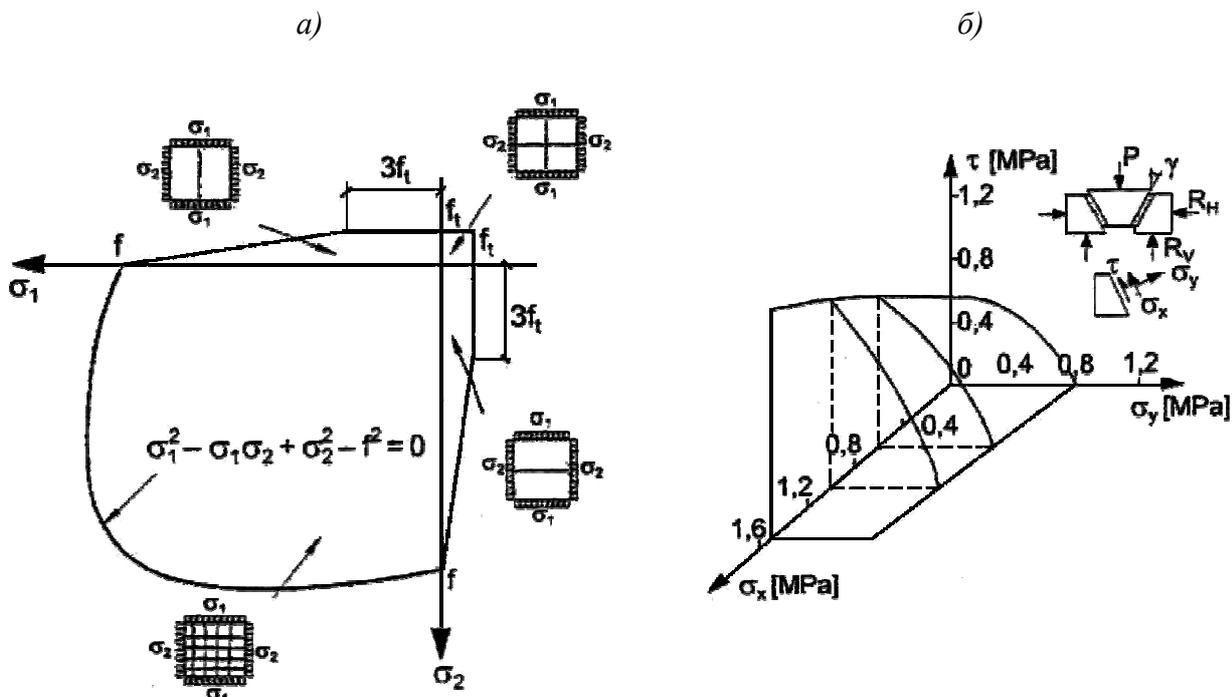


Рисунок 2 – Критерий прочности кладки согласно [6]; а – для хрупких материалов (каменя и раствора); б – для контакта между камнем и раствором

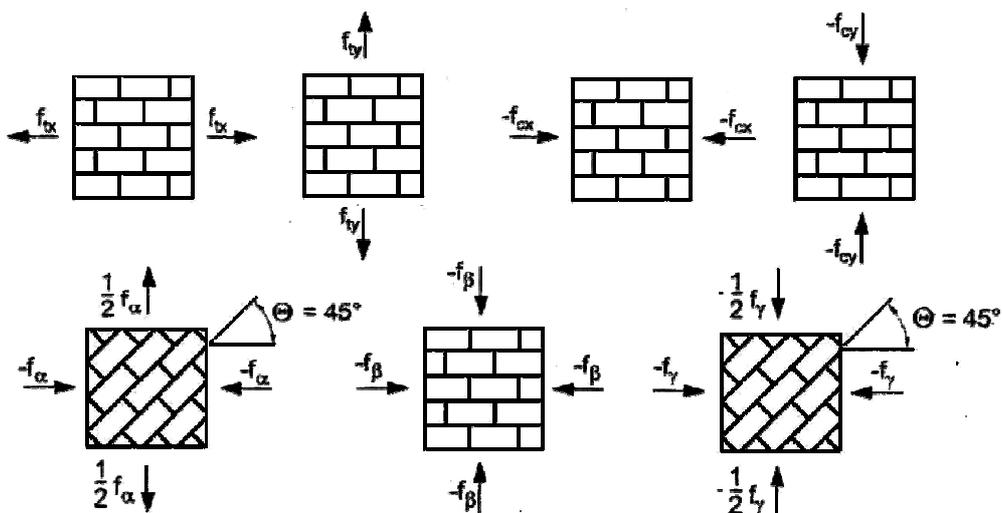


Рисунок 3 – Опытные образцы кладки для определения параметров  $f_{cx}, f_{cy}, f_{tx}, f_{ty}, \alpha, \beta, \gamma$

В области сжимающих напряжений поверхность прочности описывается законом пластичности (текучести) Хилла (4).

$$f_2 = A\sigma_x^2 + B\sigma_x\sigma_y + C\sigma_y^2 + D\tau_{xy}^2 - 1 = 0, \quad (4)$$

где

$$A = \frac{1}{f_{cx}^2}; \quad B = \frac{\beta}{f_{cx}f_{cy}}; \quad C = \frac{1}{f_{cy}^2}; \quad D = \frac{\gamma}{f_{cx}f_{cy}}; \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{1}{9} \left(1 + 4 \frac{f_{fx}}{f_\alpha}\right) \left(1 + 4 \frac{f_{fy}}{f_\alpha}\right); \quad (6)$$

$$\beta = \left(\frac{1}{f_\beta^2} - \frac{1}{f_{cx}^2} - \frac{1}{f_{cy}^2}\right) f_{cx}f_{cy}; \quad (7)$$

$$\gamma = \left(\frac{16}{f_\gamma^2} - 9\left(\frac{1}{f_{cx}^2} + \frac{\beta}{f_{cx}f_{cy}} + \frac{1}{f_{cy}^2}\right)\right) f_{cx}f_{cy}, \quad (8)$$

$f_{cx}, f_{cy}$  – пределы прочности кладки на одноосное сжатие перпендикулярно вертикальным (перевязанным) и горизонтальным (неперевязанным) швам соответственно.

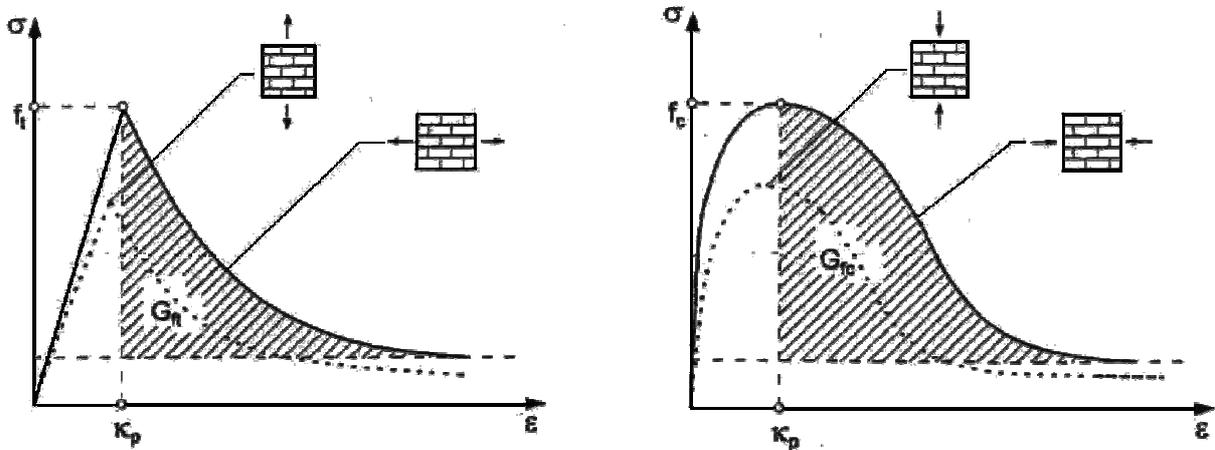


Рисунок 4 – Графическое представление экспериментальных зависимостей для определения параметров  $G_{f_{cx}}, G_{f_{cy}}, G_{f_{cx}}, G_{f_{cy}}, k_p$

Критерии прочности (3) и (4) были проверены экспериментально в условиях двухосного напряженного состояния. Результаты исследований представлены на рисунке 5. Их анализ показывает хорошую сходимость экспериментальных и теоретических результатов в области двухосного сжатия, а также сжатия с растяжением.

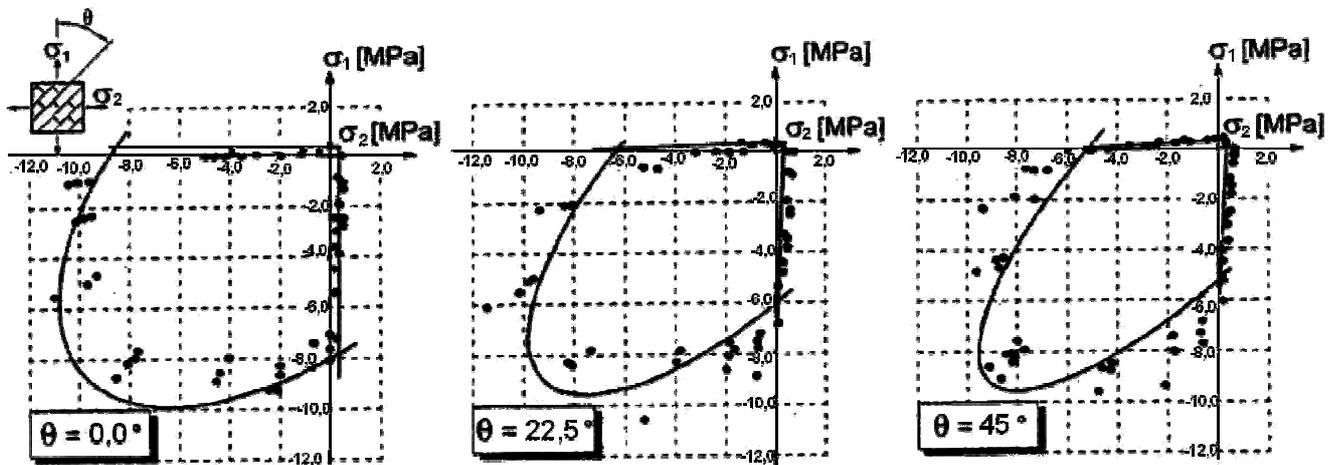


Рисунок 5 – Результаты экспериментальной проверки критериев прочности (3), (4)

В заключение следует отметить, что использование перечисленных критериев прочности каменной кладки в отечественной практике возможно лишь после корректировки исходных параметров, определение которых требует для каждого вида кладки трудоемких и дорогостоящих экспериментов. В то же время не подлежит сомнению необходимость критериальной оценки прочности каменной кладки в условиях сложного напряженного состояния. Оптимальным подходом на сегодняшний день, по нашему мнению, является разработка новых или совершенствование известных критериев прочности для конкретных видов каменных кладок, находящихся в определенных условиях напряженно-деформированного состояния.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Онищик, Л.И. Каменные конструкции [Текст] / Л.И. Онищик. – М: Стройиздат, 1939. – 125 с.
2. Поляков, С.В. Сцепление в кирпичной кладке [Текст] / С.В. Поляков. – М: Госстройиздат, 1959. – 134 с.
3. Гениев Г.А. Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов [Текст] / Г.А. Гениев, А.С. Курбатов, Ф.А. Самедов. – М: Интербук, 1994. – 187 с.
4. Jasinski R., Drobiec L., Piekavczyk A. Kryteria wytrzymałości muru w złożonym stanie naprężenia // Materiały Budowlane. – №12. – 2008. – s. 18-23.
5. Деркач, В.Н. Эмпирические критерии прочности каменной кладки в условиях сложного напряженного состояния [Текст] / В.Н. Деркач, Р.Б. Орлович // Строительство и реконструкция. – Орел: ОрелГТУ. – 2010. – №6 (32). – С. 8-12.
6. Page A.W. The strength of brick masonry under biaxial compression-tension. Int. J. Masonry Constr. 3(1), 1983. – s. 26-31.
7. Lourenco P.B. Computational Strategies for Masonry Structures. Dissertation, Delfi University of Technology, Delfi, The Netherlands, 1996. – 210 s.
8. Lourenco P.B., Rots J.G. Multisurface interface model for analysis of masonry structures // Journal of Engineering Mechanics, ASCE. – 123(7). – 1997. – s. 660-668.
9. Lourenco P.B., Rots J.G. On the Use of Homogenisation Techniques for the Analysis of Masonry Structures. Masonry International. – 11(1). – 1997. – s. 26-32.

#### **Орлович Ромуальд Болеславович**

Западно-Поморанский технологический университет, Республика Польша, г. Щецин  
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Строительные конструкции»  
E-mail: orlowicz@mail.ru

#### **Деркач Валерий Николаевич**

Филиал Республиканского унитарного предприятия «Институт БелНИИС», «Научно-технический центр», Республика Беларусь, г. Брест  
Кандидат технических наук  
Тел.: +375 (162) 41-19-61  
E-mail: v-derkatch@yandex.ru

СЕМЕНОВ В.Н.

## СОВРЕМЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ И РАЗВИТИЕ СИСТЕМ КОММУНАЛЬНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ И ЕЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ОБЪЕКТОВ С УЧАСТИЕМ СОБСТВЕННИКОВ И МУНИЦИПАЛЬНЫХ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ

*Описывается взаимодействие и структурирование деятельности по обеспечению устойчивого функционирования и развития жилищно-коммунальной сферы в рыночных условиях органов государственной и муниципальной власти, девелоперов, риэлторов и частных операторов, осуществляющих управление многоквартирными домами и объектами коммунальной инфраструктуры в процессе организации энергоресурсосбережения для определения научно-обоснованных социально-экономических целей и выбора наилучших способов их достижения на основе полного выявления требуемых рынком видов, объемов и сроков производства и потребления энергетических ресурсов, выполнения работ и оказания услуг по управлению, содержанию и ремонту жилищного фонда.*

**Ключевые слова:** *жилищно-коммунальный комплекс, системы коммунальной инфраструктуры, муниципальные органы управления, управление и содержание недвижимости, муниципальное образование, многоквартирный дом, собственник помещения, энергоресурсосбережение, организация.*

*Interaction and activity structurization on maintenance of steady functioning and development of housing-and-municipal sphere in market conditions of bodies state and municipal authority, developers, realtors and the private operators exercising administration by apartment houses and objects of a municipal infrastructure in the course of the organization of energy's and resource's saving for definition of the scientifically-proved social and economic purposes and a choice of the best ways of their achievement on the basis of full revealing of kinds demanded by the market of volumes and terms of manufacture and consumption of power resources, performance of works and rendering of services in management, the maintenance and available housing repair is described.*

**Keywords:** *a housing-and-municipal complex, systems of a municipal infrastructure, municipal controls, management and the real estate maintenance, municipal union, an apartment house, the proprietor of a premise, energy's and resource's saving, the organization.*

В современных условиях развития общества обеспечение устойчивого функционирования жилищно-коммунальной сферы, направленное на удовлетворение возрастающих жилищных потребностей населения, осуществляется с использованием рыночных механизмов ее воспроизводства на основе определения системы перспективных и текущих целей, приоритетов, в том числе за счет организации энерго- и ресурсосбережения.

При этом роль государства ограничивается регулированием отношений в области осуществления прав на недвижимость в жилищно-коммунальной сфере, установлением строительных и эксплуатационных норм и правил и основных принципов градорегулирования.

На муниципальном уровне осуществляется организационная работа по обеспечению устойчивого функционирования жилищного и коммунального комплексов, разрабатываются программы воспроизводства жилья и коммунальных объектов инженерной инфраструктуры, создаются условия для их реализации.

Субъекты предпринимательства, осуществляющие свою деятельность в сфере создания, оборота и использования жилой недвижимости, сами стремятся к наиболее полному и эффективному удовлетворению своей продукцией и услугами потребителей на рынке жилья, жилищных и коммунальных услуг, запросы которых становятся по существу будущими планами производственной деятельности этих предприятий и организаций.

Взаимное проникновение и структурирование деятельности по обеспечению устойчивого функционирования и развития жилищно-коммунальной сферы, которую ведут в рыночных условиях органы государственной и муниципальной власти, девелоперы, риэлторы и частные операторы, осуществляющие управление многоквартирными домами и объектами инженерной инфраструктуры, в значительной степени облегчает процессы организации энерго- и ресурсосбережения (ОЭиР) для достижения искомого результата [1].

Исходя из этого сущность ОЭиР в жилищно-коммунальной сфере заключается в научном обосновании социально-экономических целей и выборе наилучших способов их достижения на основе наиболее полного выявления требуемых рынком видов, объемов и сроков производства воды, тепла, электроэнергии, газа, выполнения работ и оказания услуг по управлению, содержанию и ремонту и установления таких показателей их производства, распределения и потребления, которые при полном использовании ограниченных производственных ресурсов могут привести к достижению прогнозируемых в будущем качественных и количественных результатов.

Жилые здания служат для выполнения различных функций, в том числе для проживания, размещения объектов социальной и коммерческой инфраструктуры (нежилые помещения), а также являются объектами инвестиций и получения дохода. Коммунальная инфраструктура является связующим звеном между жилыми зданиями и землей.

В то же время здания, коммунальная инфраструктура и земля как объекты недвижимости в муниципальном образовании составляют разные формы и виды рыночных отношений. Земля в них может рассматриваться как недвижимость-полуфабрикат, на которой могут возводиться здания и объекты инфраструктуры.

Участие государства в развитии жилищно-коммунальной сферы осуществляется как через совершенствование законодательной и нормативно-правовой базы и стимулирование проведения на местах ряда организационных мероприятий по воспроизводству и управлению объектами жилищно-коммунального комплекса (ЖКК), так и через непосредственное использование средств консолидированного бюджета для решения некоторых основных задач.

Классическим примером государственного планирования развития жилищной сферы является Федеральная целевая программа «Жилище» [2].

Основная цель программы – комплексное решение проблемы перехода к устойчивому функционированию и развитию жилищно-коммунальной сферы, обеспечивающее доступность жилья для граждан, безопасные и комфортные условия проживания в нем.

Основными задачами программы являются:

- обеспечение устойчивого и эффективного функционирования и развития жилищно-коммунального комплекса Российской Федерации и усиление адресной социальной поддержки населения, связанной с оплатой жилья и коммунальных услуг;
- развитие эффективного рынка жилья и финансовых механизмов, обеспечивающих доступность приобретения жилья для граждан с достаточной платежеспособностью, а также поддержка малоимущих граждан в улучшении жилищных условий за счет средств местных бюджетов в пределах установленных социальных стандартов;
- обеспечение роста темпов жилищного строительства и реконструкции объектов жилищно-коммунального комплекса, приведение структуры и технических характеристик жилья и инженерной инфраструктуры в соответствие со спросом и потребностями населения, повышение качества и эффективности энерго- и ресурсосберегающих мероприятий и технологий и др.

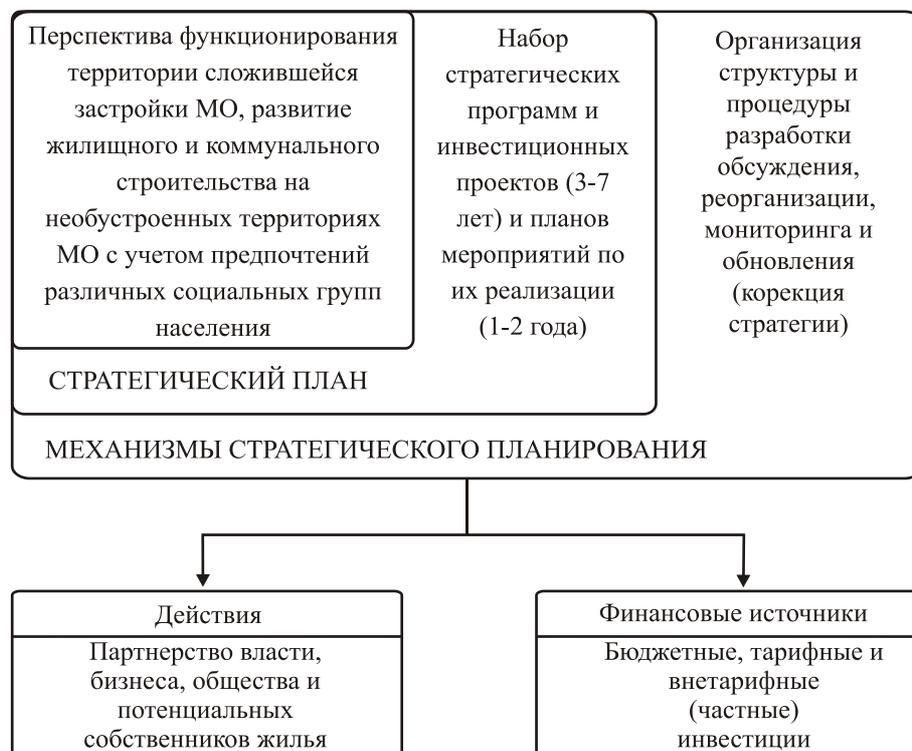
Для этого в рамках программы предусмотрена реализация ряда федеральных подпрограмм с определенным объемом их финансирования.

Программно-целевой метод предусматривает, что за органами местного самоуправления закрепляется ответственность за содержание и использование муниципального жилищного фонда, организацию функционирования и развития муниципальных объектов коммунального хозяйства, создание условий для жилищного строительства.

Наличие стратегии развития жилищной сферы необходимо как муниципальной власти

для согласования действий отдельных подразделений администрации и выбора приоритетных направлений распределения средств, так и для хозяйствующих субъектов (девелоперов-застройщиков, управляющих компаний) и внешних инвесторов, принимающих решения о своем развитии на перспективу и выдвигающих долгосрочные проекты (рисунок 1).

При этом важен не только стратегический план развития жилищно-коммунальной сферы как итоговый документ, но и механизм, и процесс его разработки и обновления как важнейший инструмент аккумуляции знаний, выявления идей и инициатив, достижения общественного согласия.



**Рисунок 1 – Механизмы стратегического планирования развития жилищно-коммунальной сферы**

Как следует из рисунка 1 механизм стратегического планирования развития жилищно-коммунальной сферы, основанный на партнерстве власти, бизнеса, общества и потребителей жилищно-коммунальных услуг, не сразу и не обязательно напрямую трансформируется в текущие планы и задачи, но ее идеология, став известной и общепризнанной, будет влиять на принятие ответственных решений, принимаемых как властью – городскими чиновниками и обществом, так и бизнесом – предпринимателями и потенциальными собственниками жилых помещений [3].

Структура стратегического планирования воспроизводства жилищного фонда может быть представлена в виде схемы (рисунок 2), дающей представление о методах анализа текущей ситуации в жилищно-коммунальной сфере и прогнозирования последствий реализации предусмотренных планами мероприятий.

Участие в развитии жилищно-коммунальной сферы различных субъектов экономической деятельности (государства, предпринимателей, населения) определяет многоуровневый (комплексный) подход к планированию мероприятий по устойчивому функционированию и развитию этих объектов ЖКК муниципального образования.

Кроме того, соблюдение интересов каждого из участников процесса воспроизводства жилищной коммунальной недвижимости позволяет на условиях государственно-частного партнерства решать важнейшие задачи муниципального сообщества – обеспечение жильем социально-незащищенных групп населения, модернизация инженерной инфраструктуры, благоустройство территорий и др. (рисунок 3) [3].

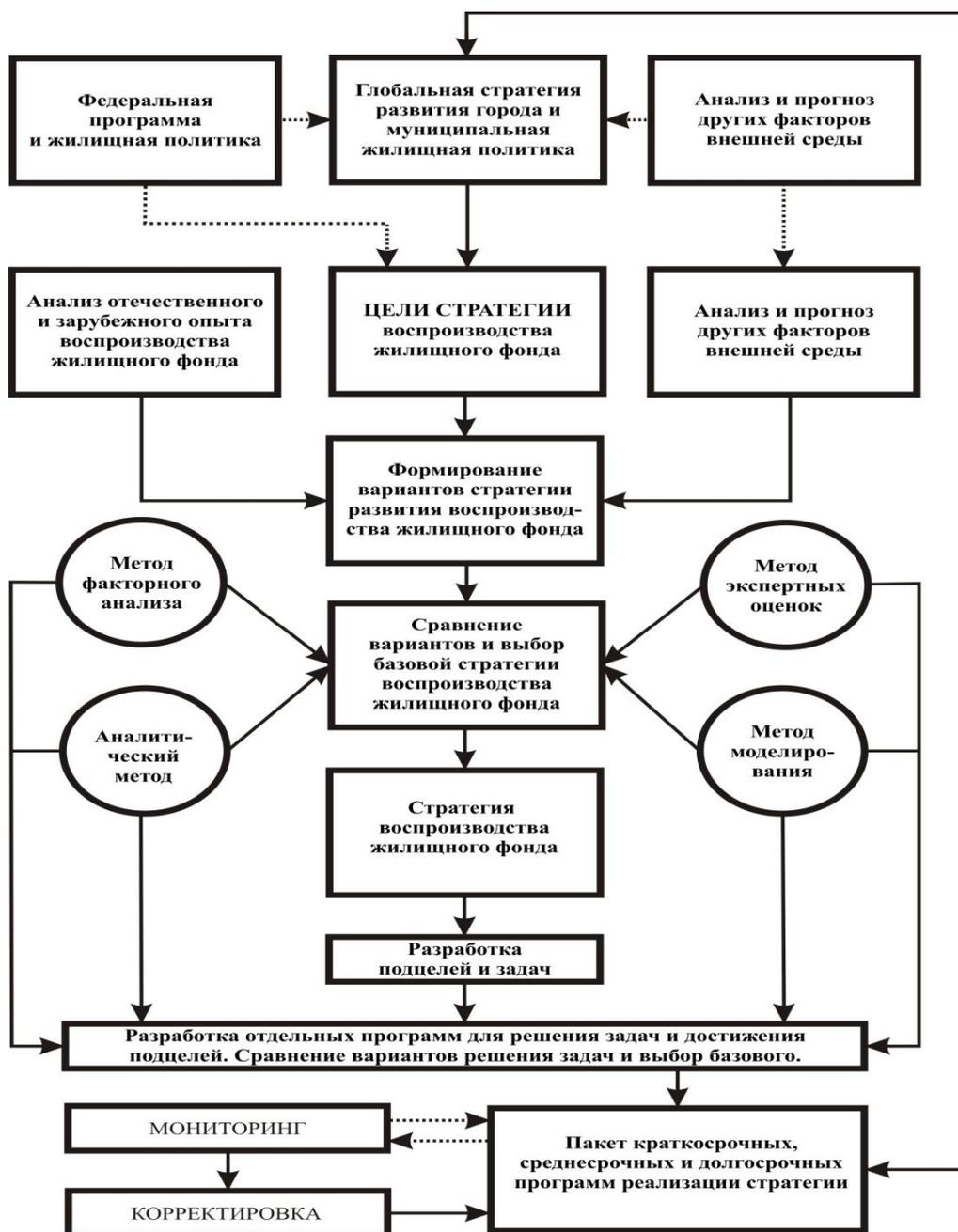
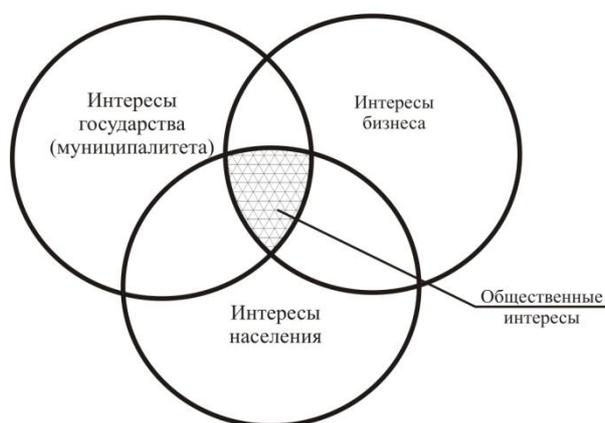


Рисунок 2 – Схема стратегического планирования воспроизводства жилищного фонда муниципального образования

Таким образом, достижение искомых результатов в этом секторе экономики основывается как на разработке и реализации соответствующих программ (планов) развития территорий (муниципальных образований), включающих производство жилой недвижимости, так и на планировании деятельности субъектов предпринимательства, осуществляющих управление жилой недвижимостью и объектами коммунальной инфраструктуры.

Планы социально-экономического и градостроительного развития территории концентрируются в основном на ключевых, наиболее перспективных направлениях, выявленных на основе анализа потенциала, сильных и слабых сторон муниципального образования и возможных сценариев развития региона. Как правило, план содержит идеи и принципы.

Ключевым условием социально-экономического и градостроительного развития территории является обеспечение построенных или реконструированных объектов недвижимости соответствующими энергетическими ресурсами, необходимыми для нормального функционирования данных объектов.



*Рисунок 3 – Общая модель государственно-частного партнерства, обеспечивающее динамическое развитие жилищно-коммунальной сферы*

Любая инфраструктура, в том числе коммунальная, создается не ради самой себя, а с целью обеспечения потребностей соответствующей территории в необходимых ресурсах. Планирование развития инфраструктурных объектов носит вторичный, зависимый характер.

Как отмечалось ранее, развитие коммунальной инфраструктуры (КИ) должно определяться на основе планирования развития городских территорий и поселений. Приращение мощности и трассировка коммунальной инфраструктуры являются функцией от планируемых объемов строительства, реконструкции и мест их расположения. В связи с этим возникает непростая коллизия. С точки зрения планирования развития сначала необходимо определиться с новыми объектами – потребителями коммунальных ресурсов и теми нагрузками, которые этим объектам будут нужны. С точки зрения строительства ситуация выглядит «с точностью до наоборот»: к моменту завершения строительства (а фактически несколько раньше) коммунальная инфраструктура должна быть подведена к строящемуся объекту недвижимости, чтобы в нужный момент обеспечить его нормальную эксплуатацию. Причем принципиально важная задача – в максимальной степени синхронизировать этот процесс. Если подведение инфраструктуры запоздает, то возведенный объект недвижимости невозможно нормально эксплуатировать, а это грозит серьезными убытками застройщику.

Если необходимая инфраструктура будет подведена к строительной площадке, а объект строительства еще долго будет незавершенным, то убытки понесет организация коммунального комплекса, которая не только не сможет вернуть вложенные в строительство сетей средства, но из-за отсутствия ожидаемых новых потребителей и проста созданных для них мощностей не получит возможную денежную выручку. Поэтому процесс управления системами КИ и объектом жилищного фонда требует не только обеспечить развитие коммунальной инфраструктуры, но и синхронизировать этот процесс с работой строительного комплекса. При рассогласовании этих процессов возникают проблемы, которыми характеризуется текущее состояние инфраструктуры во многих муниципальных образованиях Российской Федерации, а именно: многомесячные задержки подключения готовых к эксплуатации объектов недвижимости к системам коммунальной инфраструктуры; повсеместные жалобы застройщиков на рост стоимости 1 м<sup>2</sup> жилья из-за дороговизны подключения построенных объектов к соответствующим сетям инженерно-технического обеспечения и др. [4].

Согласно действующему законодательству к вопросам местного значения относятся организация электро-, тепло-, газо- и водоснабжения, а также водоотведения. Однако в муниципальных образованиях Российской Федерации обязанности по развитию инфраструктуры для новых строительных участков по-прежнему часто перекладываются на застройщиков.

Механизм передачи ответственности достаточно прост: застройщикам выдают технические условия (ТУ) для подключения к объектам коммунальной инфраструктуры. Обычно они содержат технические требования к точке подключения и стоимость работ по непосредственному присоединению объекта строительства к коммунальной инфраструктуре. Однако

зачастую технические условия обременены дополнительными обязательствами по строительству и/или модернизации объектов коммунальной инфраструктуры. Другими словами, застройщика обязывают построить всю необходимую коммунальную инфраструктуру для обеспечения своего объекта. Процесс выдачи ТУ в этой ситуации не регламентирован. Это позволяет коммунальным предприятиям перекладывать на застройщика обязанности по развитию и модернизации коммунальной инфраструктуры. Кроме того, поскольку во многих городах до настоящего времени градостроительные планы являются устаревшими и не отражают сегодняшних реалий, то и распределение участков для строительства носит стихийный характер. В результате инфраструктура также развивается стихийно, что приводит к множеству проблем, связанных как с финансированием, так и с разделением собственности и ответственности за содержание новых участков коммунальной инфраструктуры. Рассмотрим основные из этих проблем.

Анализ сложившейся ситуации показывает, что система развития коммунальной инфраструктуры для нужд нового жилищного строительства характеризуется тремя серьезными недостатками:

- формируются неравные конкурентные условия для участников рынка жилья и сдерживаются масштабы жилищного строительства;
- создаются проблемы в отношении собственности и эксплуатации вновь построенных коммунальных объектов;
- процесс развития коммунальной инфраструктуры не связан с процессом городского планирования.

Следствием этого является ограничение развития жилищного строительства и ухудшение качества коммунальных услуг. Масштаб проблемы заставляет серьезно отнестись к ее рассмотрению, поскольку, как показывает практика, при строительстве жилых домов примерно 20% всей стоимости строительства составляют расходы на обеспечение доступа нового здания к коммунальной инфраструктуре.

Перечисленные проблемы определили необходимость развития законодательной базы в вопросах взаимодействия строительного комплекса, коммунального комплекса и органов местного самоуправления.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ресурсо- и энергосбережение как фактор устойчивого развития городов и территорий. Сборник научных статей / Российская академия архитектуры и строительства – М.: ООО «М-ПРИНТ», 2004. – 243 с.
2. Исследование и разработка финансово-кредитных механизмов реализации стратегий управления недвижимостью (том II) // Монография. – М.: «Содружество», 2002. – 182 с.
3. Жилищная политика местных властей: уроки западноевропейского опыта и реформы в России. – СПб: Наука, 1998.
4. Исследование и разработка финансово-кредитных механизмов реализации стратегий управления недвижимостью (том I) // Монография. – М.: Содружество, 2002. – 220 с.

#### **Семенов Виктор Николаевич**

Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, г. Воронеж

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Городское строительство и хозяйство»

Тел.: +7 (4732) 77-90-30

E-mail: svn@vgasu.vrn.ru

RAIMUND HERZ

**METHODEN UND STRATEGIEN ZUR  
EFFIZIENTEN ERNEUERUNG VON WASSER-  
UND ABWASSERNETZEN****1. Alterung und Werterhaltung**

Anlagen der Wasserversorgung und der Abwasserentsorgung unterliegen einer materiellen und immateriellen Alterung, ihr Zustand verschlechtert sich und ihre Funktionserfüllung lässt nach, so dass Rehabilitationsmaßnahmen erforderlich werden. In Deutschland werden normalerweise jährlich weniger als 1 Prozent der Gesamtlänge der Wasserversorgungsleitungen und Abwasserkanäle erneuert, doch vereinzelt wurden auch schon mehr als 3 Prozent der Rohrnetzlänge pro Jahr erneuert. Dafür gab es gute Gründe, die im Folgenden noch zu erörtern sein werden.

Oft wird argumentiert, eine Netzerneuerungsrate von 1 Prozent entspräche einer Nutzungsdauer von 100 Jahren, und so lange müssten die Rohre und Kanäle im Durchschnitt liegen. Dies ist eine sehr grobe Vereinfachung, denn sie geht davon aus, dass in den letzten 100 Jahren jedes Jahr ungefähr gleich viele Rohre und Kanäle verlegt worden sind. In Wirklichkeit spiegeln sich in den Jahrgangslängen der Rohre Kriege und Rezessionen ebenso wie Phasen des Wachstums und der Stadterweiterung. Es gibt auch Jahrgänge, in denen minderwertige Rohre weniger sorgfältig verlegt wurden als in anderen Jahren, und in manchen Netzen wurde in der Vergangenheit sehr viel, in anderen nur sehr wenig für die Erhaltung und Erneuerung getan.

Die Netze sollten daher einer differenzierten Alterungsprognose unterzogen werden, damit die für den Erhalt der Infrastrukturnetze Verantwortlichen entscheiden können, ob Leitungen noch weiter genutzt und weiterhin allfällige Wartungs- und Reparaturmaßnahmen durchgeführt werden sollen oder ob der Zeitpunkt gekommen ist für eine grundlegende Sanierung oder Ersatzerneuerung, die bekanntlich mit erheblichen Investitionskosten verbunden sind.

Dabei sind die mittel- bis langfristigen Auswirkungen auf den Versorgungsstandard, auf das Anlagevermögen und eine kostendeckende Gebührenentwicklung zu beachten. Erneuerungsprojekte sind nicht nur nach Dringlichkeit, etwa im Hinblick auf ihren baulichen und hydraulischen Zustand, sondern nach ihrer Kosteneffizienz zu beurteilen, wobei sich Effizienz keineswegs nur auf betriebswirtschaftliche Kostenersparnisse beschränken sollte. Auch soziale Kosten im weitesten Sinn gilt es zu vermeiden.

In Anbetracht der Komplexität dieser Aufgabe erscheint es ratsam, in zwei Stufen vorzugehen [2]. Zunächst einmal sollte die Größenordnung des jährlichen Erneuerungsbedarfs mittel- bis langfristig auf Netzebene ermittelt werden, um hieraus eine Erneuerungsstrategie zu entwickeln, die finanzierbar ist und zur Verstetigung des Erneuerungsbedarfs beiträgt. Anhand einer solchen langfristigen Erneuerungsstrategie, die nur in größeren Abständen zu überprüfen und gegebenenfalls zu modifizieren wäre, sind die jährlichen Erneuerungsbudgets, zumindest mittelfristig, d. h. auf 5 bis 15 Jahre, festzulegen. Ohne Vorgabe eines sachlich fundierten Budgetrahmens bliebe die Auswahl kosteneffizienter Erneuerungsprojekte Stückwerk; denn generell gibt es sehr viel mehr Kandidaten für Erneuerungsprojekte als in einem relativ kurzen zeitlichen Rahmen finanziert werden können.

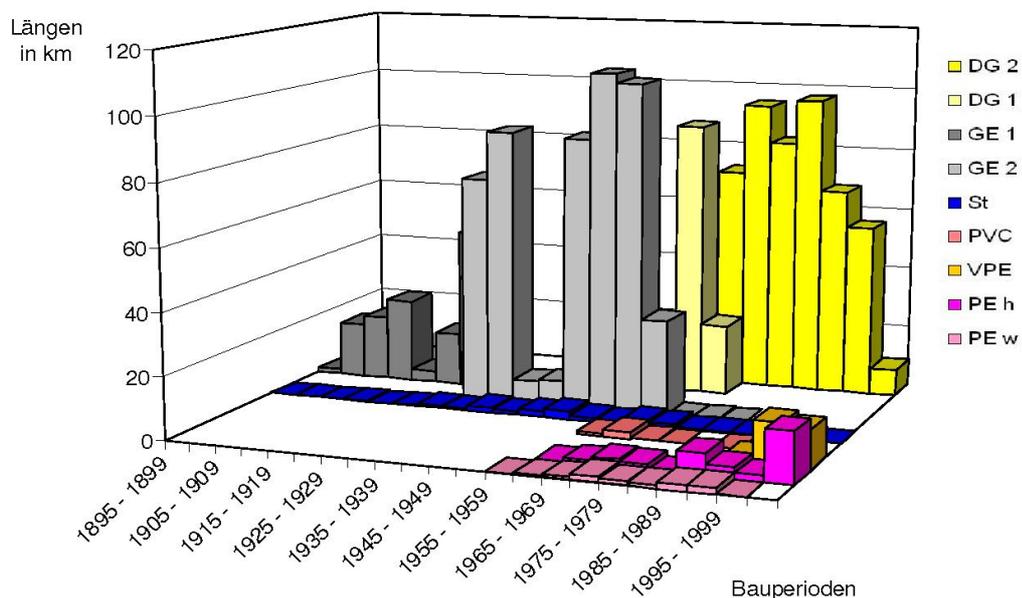
Innerhalb eines vorgegebenen Budgetrahmens ist auf einer zweiten Stufe zu entscheiden, welches die kosteneffizientesten Erneuerungsprojekte sind, also welche Leitungsabschnitte mit welchem Rehabilitationsverfahren erneuert werden sollten. Hierzu lassen sich einige ökonomische Ent-

scheidungsregeln angeben, anhand derer beurteilt werden kann, ob sich eine Rehabilitationsmaßnahme rechnet. Andererseits entziehen sich jedoch manche Entscheidungskriterien einer monetären Bewertung, so dass zur Entscheidungsvorbereitung multikriterielle Bewertungsverfahren eingesetzt werden sollten.

## 2. Langfristiger Erneuerungsbedarf von Infrastrukturnetzen

Der jährliche Erneuerungsbedarf eines Infrastrukturnetzes lässt sich mit Hilfe von Annahmen zur Nutzungsdauer der Netzelemente aus dem nach Baujahr untergliederten Bestand von Netzelementen mit einer Methode berechnen, die in der Demographie seit den 40er Jahren des letzten Jahrhunderts angewandt wird, der Kohortenüberlebensanalyse [3]. Mit Hilfe altersspezifischer Überlebensfunktionen bzw. Ausfallraten wird der Bestand Jahr für Jahr reduziert. Dabei stellen die ausgefallenen Elemente den Erneuerungsbedarf dar. Durch die Erneuerung entstehen neue, junge Kohorten, die dann ebenfalls altern. So wird der Netzbestand erneuert und beliebig weit in die Zukunft fortgeschrieben. In diesen Prozess lassen sich auch neue Elemente einfügen, die aus Netzerweiterungen resultieren, oder im Fall einer Netzschrumpfung Elemente entfernen.

Abbildung 1 zeigt die Material- und Altersstruktur des Wasserversorgungsnetzes von Stuttgart. Der jährliche Erneuerungsbedarf wurde mit Hilfe des Programmsystems KANEW bis zum Jahr 2050 berechnet, wobei rohrtypspezifische Überlebensfunktionen in Bandbreiten zugrunde gelegt wurden. Bei Annahme einer mittleren Nutzungsdauer der jeweiligen Rohrtypen ergibt sich der in Abbildung 2 dargestellte jährliche Erneuerungsbedarf. Die Netzerneuerungsraten differieren bei mehr oder weniger optimistischen Annahmen bezüglich der Nutzungsdauer der Rohrtypen (Abbildung 3). Dies zeigt den Entscheidungsspielraum für Erneuerungsstrategien.



Die definierten neun Rohrtypen sind:

GE 1 Grauguss bis 1929	PVC Polyvinylchlorid
GE 2 Grauguss ab 1930	VPE Polyethylen vernetzt
DG 1 Duktiguss bis 1970	PE w Polyethylen weich
DG 2 Duktiguss ab 1971	PE h Polyethylen hart
St Stahl	

Abb. 1: Material- und Altersstruktur eines Wasserversorgungsnetzes

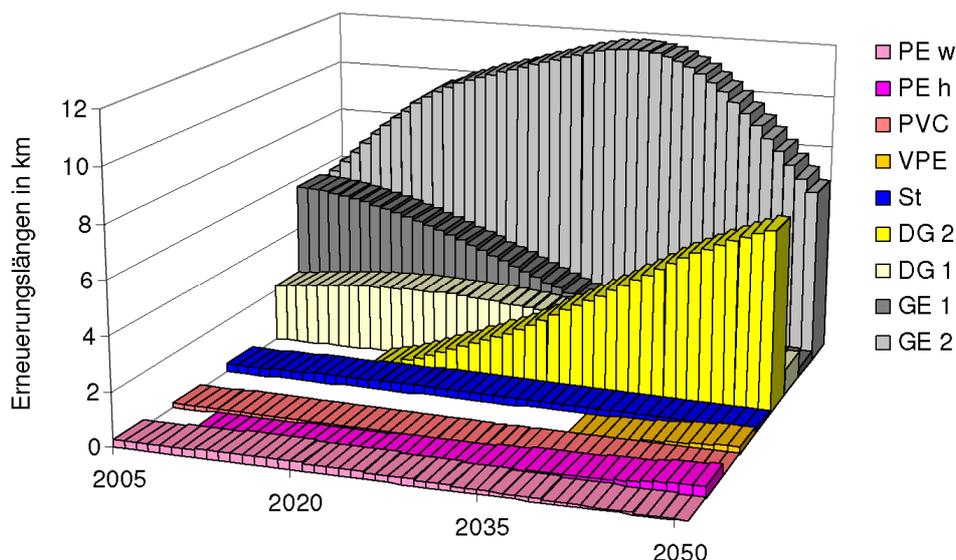


Abb. 2: Erneuerungsbedarf bei mittleren Nutzungsdauerannahmen

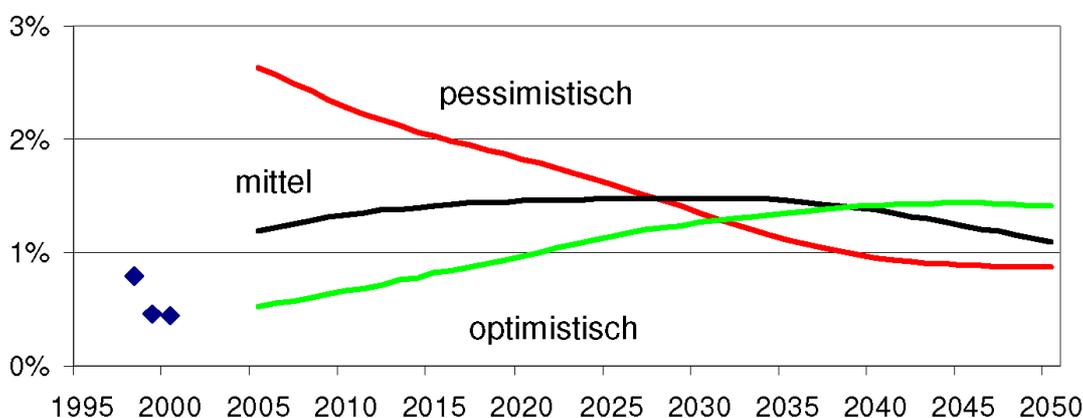


Abb. 3: Bisherige und künftige Netzerneuerungsraten bei optimistischen, mittleren und pessimistischen Nutzungsdauerannahmen

Während bei Versorgungsleitungen für Wasser und Gas im Wesentlichen aus der Häufigkeit von Schadensfällen (Rohrbrüche und Leckagen) auf den Zustand der Leitung geschlossen wird und üblicherweise kritische Schadensraten pro km und Jahr festgesetzt werden, bei denen eine Ersatzerneuerung sinnvoll wäre, liegen für Abwasserkanäle im Allgemeinen aus der Kanalinspektion sehr detaillierte Zustandsinformationen vor. Dies erlaubt die Bestimmung nicht nur einer Überlebensfunktion beim Eintritt in eine nicht mehr akzeptable Zustandsklasse, sondern einer Schar von Übergangsfunktionen von der besten bis zur schlechtesten Zustandsklasse, wobei die Zustandsklassen nach Dringlichkeit (größter Einzelschaden) und Substanzwert (Gesamtzustand einer Haltung) gebildet werden.

Abbildung 4 zeigt exemplarisch für eine kleine Stadt in Süddeutschland, wie sich ihr Kanalnetz (ca. 150 km) mit 6 Zustandsklassen im Zeitraum von 2005 bis 2050 verändern würde, wenn keine Sanierungsmaßnahmen ergriffen werden [5]. Der Wert von Alterungsmodellen liegt allerdings vor allem darin, dass mit ihnen verschiedene Rehabilitations- und Sanierungsstrategien durchgerechnet werden können, die anschließend (ökonomisch) bewertet werden können.

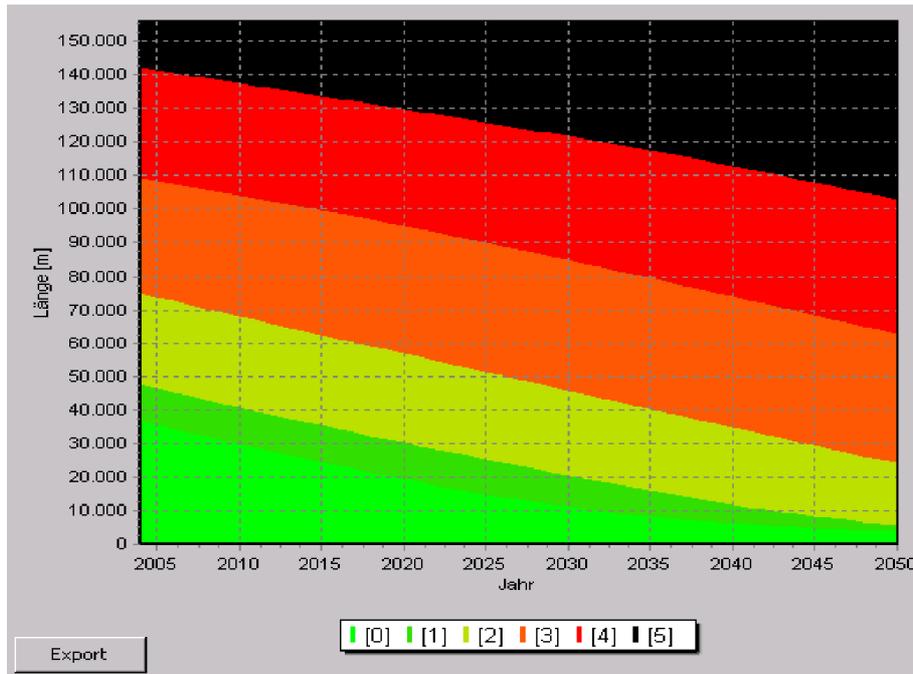


Abb. 4: Zustandsverschlechterung eines Abwassernetzes im Nullfall  
6 Zustandsklassen ( 0 = sehr gut → 5 = sehr schlecht)

### 3. Analyse von Netzerneuerungsstrategien mit Alterungsmodellen

Strategieuntersuchungen für Versorgungsnetze wurden bisher nahezu ausschließlich mit dem im EU-Projekt CARE-W (Computer Aided REhabilitation of Water systems) (weiter-) entwickelten KANEW-Modell durchgeführt [2]. Bei Abwassernetzen stellt sich die Situation etwas komplizierter dar, weshalb zunächst auf Rehabilitationsstrategien für Versorgungsnetze eingegangen wird.

#### 3.1 Rehabilitationsstrategien für Versorgungsnetze

Der KANEW-Ansatz ist in Abbildung 5 dargestellt. Er ist im Programmsystem KANEW implementiert [2] und erlaubt dort, für bestimmte Zeiträume jährliche Rehabilitationslängen bzw. -raten einzugeben. Es ist auch festzusetzen, durch welchen Rohrtyp (Material, Ersatz oder Relining) das alte Rohr abgelöst werden soll, und welche Einheitskosten damit verbunden sind. Ein Erneuerungsbedarf, der nach den Strategievorgaben nicht erfüllt werden kann, bleibt im Bestand und altert weiter, wobei die Schadensrate und die Schadenskosten steigen, während von den erneuerten Rohrleitungen angenommen wird, dass sie zunächst schadensfrei bleiben und erst nach ihrer Resistenzzeit beginnen, einen sekundären Erneuerungsbedarf erzeugen.

Bei der Fortschreibung berechnet KANEW Jahr für Jahr die Altersverteilung der Rohrtypen, ihr mittleres Alter und ihre mittlere Restnutzungsdauer, außerdem die Investitionskosten der Rehabilitation, die Reparatur- und Wartungskosten sowie, als Nutzen der Strategie, die vermiedenen Schadenskosten aus Reparaturen und Leckageverlusten.

Die vermiedenen Leckagekosten werden aus den Leckagemengen und deren Grenzkosten, üblicherweise dem variablen Kostenanteil der Wasserproduktion (ca. 15 Prozent des Wasserpreises) ermittelt. Externe Kosten können ebenfalls berücksichtigt werden, üblicherweise durch Zuschläge auf die direkten Kosten. Da die Nutzen aus den Rehabilitationsinvestitionen erst später auftreten und sich im Laufe der Jahre aufsummieren, ist eine ökonomische Bewertung nur mit Hilfe der dynamischen Investitionsrechnung möglich. KANEW berechnet den Kapitalwert (Net Present Value) für beliebige Zinssätze (üblicherweise zwischen 3% und 6%) und den internen Zinsfuß.

Die Entwicklung einer optimalen, robusten Rehabilitationsstrategie für ein Versorgungsnetz ist ein iterativer (Lern-)Prozess, bei dem Vor- und Nachteile verschiedener Strategievarianten miteinander verglichen werden, bis schließlich eine Strategie gefunden wird, die von allen Beteiligten akzeptiert wird.

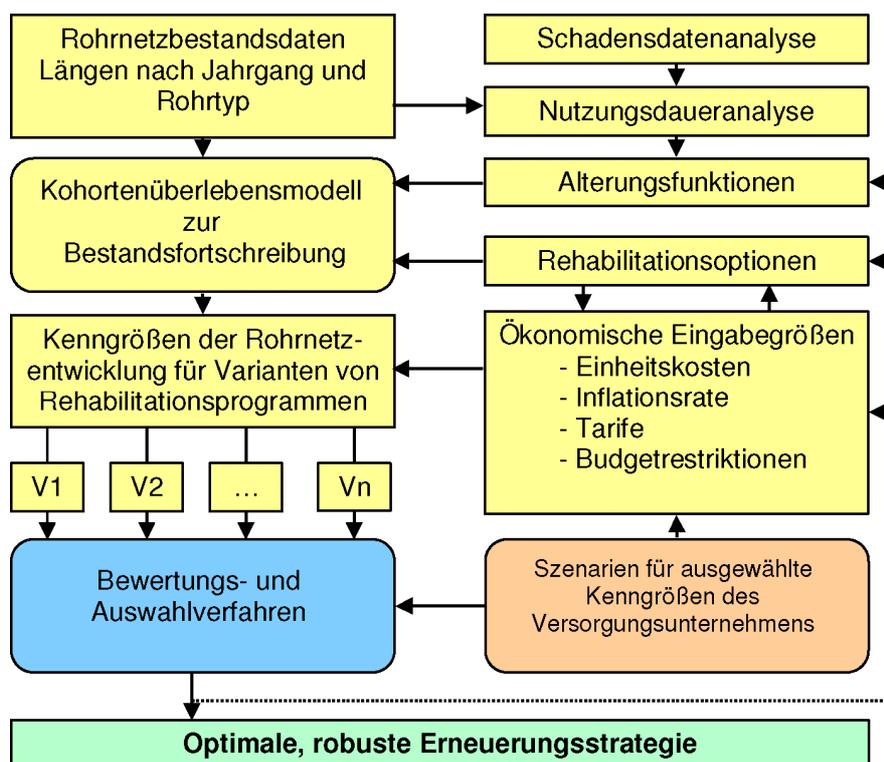


Abb. 5: Der KANEW-Ansatz

### 3.2 Rehabilitationsstrategien für Abwassernetze

Alterungsmodelle müssen die verschiedenen Szenarien, die vom Netzbetreiber vorgegeben sind, abbilden können und zum Beispiel deren Auswirkungen auf den Zustand des Kanalnetzes und die technische und kaufmännische Restnutzungsdauer berechnen können für die Fälle, dass

- nicht saniert wird (Nullfall),
- jährlich eine bestimmte Kanallänge (im jeweils schlechtesten Zustand) saniert wird,
- jährlich bestimmte Anteile mit Verfahren saniert werden, die eine unterschiedliche Nutzungsdauer(-verlängerung) bewirken.

Alterungsmodelle sollen für einen Zeitraum von 1 bis 5 Jahren Entscheidungshilfen für eine haltungsscharfe Festlegung der Sanierungsarten liefern. Für Ausführungsentwürfe zur konkreten Objektplanung sind die Ergebnisse von Alterungsmodellen jedoch durch Ergebnisse zeitnaher Inspektionen zu ergänzen. Modellaussagen zur mittelfristigen Budgetplanung, differenziert in investive und Aufwandspositionen, sind für ein Zeitfenster von 5 bis 10 Jahren zu erstellen. Mit dem Modell sollen hierzu auch Varianten untersucht werden können. Langfristige Auswirkungen dieser Varianten auf die Entwicklung des Substanzwertes und der Gebühren sind mit Alterungsmodellen in einem Zeitfenster von 10 bis 30 Jahren abzuleiten.

Für eine Sanierungsstrategie, die sich am Substanzwert der Kanalisation orientiert, ist der Einsatz von Kanalalterungsmodellen unerlässlich. Denn die Substanzwertentwicklung lässt sich nur mit Hilfe von Alter, Zustand und Nutzungsdauer der Kanalhaltungen berechnen. Dabei ergibt sich der Substanzwert eines Netzes formal aus:

$$SW_{\text{Netz}} = \sum_{i=1}^n WBW_i \cdot (Restnutzungsdauer_i / Nutzungsdauer_i)$$

mit      SW      Substanzwert  
           WBW      Wiederbeschaffungswert  
           n        Anzahl der Haltungen i des Netzes

Die Nutzungsdauer besteht aus Alter und Restnutzungsdauer. Vereinfacht kann sie auch als betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer angesetzt werden. Wenn diese mit der Abschreibungsdauer identisch ist, dann entspricht der Substanzwert dem Restbuchwert des Netzes. Doch mit Kanalzustandsdaten lässt sich die Restnutzungsdauer der einzelnen Haltungen genauer bestimmen als aus der Differenz von betriebsgewöhnlicher Nutzungsdauer und Alter, und es zeigt sich, dass die Restnutzungsdauer als Zufallsgröße aufgefasst werden muss. Der Mittelwert der Restnutzungsdauer stellt einen in-

interessanten Indikator für den Zustand des Kanalnetzes dar, der noch an Aussagekraft gewinnt, wenn die Restnutzungsdauer der Haltungen mit deren Wiederbeschaffungswert gewichtet wird.

#### 4. Auswahl effizienter Sanierungsprojekte

Anlagen der Wasserversorgung und der Abwasserbeseitigung unterliegen wie gesagt einer materiellen und immateriellen Alterung. Im Laufe der Zeit treten bauliche und hydraulische Mängel auf, die zu Schäden führen und den Ver- und Entsorgungsstandard gefährden. Zunächst werden diese Mängel durch intensivere Wartung und Reparaturen behoben, bis sich die Frage stellt, ob es nicht günstiger wäre, das Anlagenteil zu sanieren bzw. gründlich zu rehabilitieren.

##### 4.1 Bestimmung des optimalen Erneuerungszeitpunktes

Der optimale Erneuerungszeitpunkt lässt sich anhand der «Liegestuhlkurve» in Abbildung 6 leicht erklären. Dargestellt sind die Barwerte der Erneuerungsinvestition und der summierten alterungsbedingten Schadenskosten für Wartung, Reparaturen und Verluste. Je weiter die Erneuerung hinausgeschoben wird, umso kleiner wird ihr Barwert, doch bis dahin fallen immer mehr Schadenskosten an. Das Gesamtkostenoptimum wird erreicht, wenn ein Aufschub der Erneuerung um ein weiteres Jahr genau dem Zuwachs an Schadenskosten in diesem Jahr entspricht.

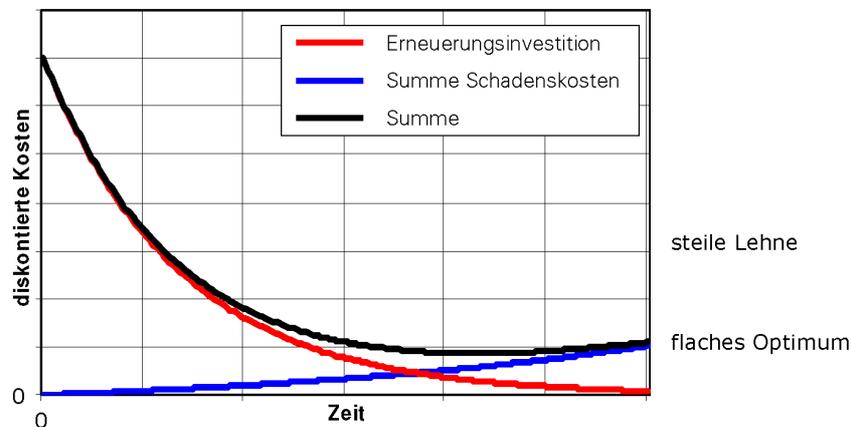


Abb. 6: Liegestuhlkurve

Diese Bedingung ist erfüllt bei

$$I_0[(1+i)^{-n} - (1+i)^{-(n+1)}] = R_{n+1} (1+i)^{-(n+1)}$$

mit  $I_0$  Erneuerungsinvestition zum Zeitpunkt 0 (Wiederbeschaffungswert)

$i$  Diskontierungssatz, üblicherweise zwischen 3 und 6% p.a.

$R_{n+1}$  alterungsbedingte Mehrkosten im Jahr  $n+1$

Durch Multiplikation der Gleichung mit  $(1+i)^{n+1}$  ergibt sich

$$I_0 [(1+i) - 1] = R_{n+1} = I_0 \cdot i \text{ (zugleich Annuität der Infrastrukturinvestition)}$$

Die Erneuerungsinvestition sollte also in dem Jahr getätigt werden, in dem die alterungsbedingten Mehrkosten an Wartung, Reparaturen und Leckageverlusten den Wert von Wiederbeschaffungswert mal Diskontsatz erreicht. Wann dies der Fall sein wird, lässt sich durch Extrapolation des bisherigen Trends schätzen.

Das Verhältnis der jährlichen alterungsbedingten (Mehr-)Kosten zum Wiederbeschaffungswert ist beim Monitoring ein nützlicher Indikator zur Beurteilung des Erneuerungsbedarfs. Im Angloamerikanischen wird er «Asset Condition Index» (ACI) genannt. Mit ihm lassen sich die Projektkandidaten nach ihrer Sanierungswürdigkeit ordnen. Solange der ACI unter 3% liegt, besteht kein Handlungsbedarf: Je höher er ist, umso besser lässt sich die Erneuerung der Anlage ökonomisch rechtfertigen.

Aus Abbildung 6 wird außerdem ersichtlich, dass eine zu frühe Rehabilitation ökonomisch stärker bestraft wird als eine zu späte. Die Kurve wird also ihrem Namen gerecht. Anhand dieser Abbildung lässt sich auch zeigen, dass der optimale Erneuerungspunkt schon früher eintritt, wenn die sozialen Kosten der Reparaturmaßnahmen und Leckageverluste in Rechnung gestellt werden, und dass eine Senkung des Wiederbeschaffungswertes, etwa durch technische Fortschritte bei grabenlosen Rehabilitationstechniken, ebenfalls zu einer früheren Erneuerung von Leitungen führen sollte.

## 4.2 Multikriterielle Bewertung von Sanierungsprojekten

Neben den genannten alterungsbedingten Mehrkosten an Wartung, Reparaturen und Leckageverlusten gibt es eine Reihe weiterer Kriterien, die eine Sanierung auslösen können, z.B. hydraulische Mängel, ökologische Risiken, Risiken der Ver- und Entsorgungssicherheit, insbesondere öffentlicher Einrichtungen wie Krankenhäuser und Schulen, soziale Kosten der eingeschränkten Erreichbarkeit von Standorten während der Baumaßnahme, vor allem im innerstädtischen Bereich.

Hierfür wird hier das so genannte «interaktive Eliminationsverfahren» von Hochstrate [4] vorgeschlagen, das inzwischen weiterentwickelt und speziell für die Auswahl von Rehabilitationprojekten im Rahmen von Budgetvorgaben programmiert und mehrfach erfolgreich angewandt wurde [1]. Es hat den Vorteil, dass alle Entscheidungskriterien in ihrer ursprünglich gemessenen Dimension, zugleich auch auf niedrigeren Maßskalen, einbezogen werden können, ohne komplizierte Monetarisierung und formale Gewichtung, und dass auch Projektvarianten, z.B. mit unterschiedlichen Rehabilitationstechniken Eingang in das Verfahren finden können.

Das Prinzip dieses Verfahrens besteht darin, Projektkandidaten durch Setzen von Grenzwerten für Kriterien schrittweise aus dem Lösungsraum zu eliminieren. Dies geschieht endgültig allerdings erst, nachdem die Auswirkungen eines solchen Eliminationsschritts bei den eliminierten Projekten analysiert wurden. Unter Umständen ist ein Eliminationsschritt auch einmal zurückzunehmen und ein neuer Grenzwert (bei einem anderen Kriterium) zu setzen. Die Auswahlentscheidungen werden protokolliert. Das Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis die verbleibenden Projekte den vorgegebenen Budgetrahmen erfüllen. Dieser interaktive Eliminations- und Lernprozess kann im Programmsystem KANEW durch SpareNet wirkungsvoll unterstützt werden [1].

## 5. Ansätze einer nachhaltigen Infrastrukturerneuerung

Der demographische Wandel mit seinen langfristigen Veränderungen der Bevölkerungsstruktur lenkt unsere Aufmerksamkeit auch auf die langfristigen Prozesse der Infrastrukturalterung und -erneuerung und auf die Notwendigkeit einer Anpassung der Infrastruktur an künftige Bedarfslagen, an räumliche Wachstums- und Schrumpfungsprozesse. Anlagen der siedlungswasserwirtschaftlichen Infrastruktur weisen eine ähnliche (steigende) Lebenserwartung auf wie die von Menschen und sie erfordern auch steigende Aufwendungen, um ältere Jahrgänge noch in einem akzeptablen Zustand zu erhalten. Ohne diese Analogie überstrapazieren zu wollen, liegt doch auf der Hand, dass demographische Konzepte der Alterungsmodellierung und Simulation von (Rest-)Lebenserwartungen sowie langfristige Prognoserechnungen therapeutischer Strategien nicht nur im Gesundheits-, Versicherungs- und Finanzwesen sondern auch im Infrastrukturmanagement sinnvoll angewandt werden können. Einige dieser Methoden sind in diesem Aufsatz vorgestellt worden. Sie können dazu beitragen, die Effizienz der Mittel zu erhöhen, die in die Erhaltung und Anpassung der Infrastruktur investiert werden müssen. Erneuerungsinvestitionen sollten - trotz Liegestuhl-Effekt - nicht auf die lange Bank geschoben werden. Denn wir wollen doch künftige Generationen nicht über Gebühr belasten.

## LITERATURHINWEISE

1. Baur, R. (2003): Bestimmung kosteneffizienter Rehabilitationsprojekte - dargestellt am Beispiel städtischer Wasserrohrnetze. Dissertation am Lehrstuhl Stadtbauwesen, Technische Universität Dresden.
2. Herz, R. Hrsg. (2002): Computer Aided Rehabilitation of Water Networks. Proceedings of international CARE-W Conference, Dresden, 264 S. Technische Universität Dresden, Lehrstuhl Stadtbauwesen.
3. Herz, R. (1994): Alterung und Erneuerung von Infrastrukturbeständen - ein Kohortenüberlebensmodell. Jahrbuch für Regionalwissenschaft 14/15, 5-29.
4. Hochstrate, K. (1986): Interaktives lösungsraumorientiertes Entscheidungsverfahren für Infrastrukturinvestitionen. Dissertation. Schriftenreihe des Instituts für Städtebau und Landesplanung, Heft 19. Universität Karlsruhe.
5. Schmidt, T. (2009): Modellierung von Kanalalterungsprozessen auf der Basis von Zustandsdaten. Dissertation am Lehrstuhl Stadtbauwesen, Technische Universität Dresden.

**Raimund Herz**

TU Dresden

Prof. Dr.-Ing., Lehrstuhl Stadtbauwesen

E-mail: Raimund.Herz@tu-dresden.de

УДК 691.746:620.192.422

ГУЮМДЖЯН П.П., КОКАНИН С.В., ПИСКУНОВ А.А.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТАРЕНИЯ ПЕНОПОЛИСТИРОЛА ПОД ВЛИЯНИЕМ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

*В статье приведены теоретические сведения, касающиеся старения пенополистирола под действием низких температур. Представлены результаты экспериментальных исследований влияния попеременного замораживания и оттаивания пенополистирола на его физико-механические свойства.*

**Ключевые слова:** пенополистирол, морозостойкость, водопоглощение, потеря массы, поверхностная эрозия материала, инфильтрация, агрессивная среда.

*The theoretical data concerning ageing of expanded polystyrene under the influence of low temperatures are resulted in article. There are presented the results of experimental researches of influence of alternate galciating and thawing of expanded polystyrene on its physical and mechanical properties.*

**Keywords:** expanded polystyrene, frost resistance, water absorbing, weight shrinkage, surface erosion of material, infiltration, corrosive medium.

### Постановка задачи исследования

Современный уровень развития строительной индустрии немислим без применения теплоизоляционных материалов органического происхождения. Так, 25% российского рынка теплоизоляции строительного назначения занимает термопластичный материал – стирольный пенопласт, условия эксплуатации и области применения которого чрезвычайно разнообразны.

Сейчас остро стоит вопрос, касающийся исследования поведения данного материала в конструкциях зданий и сооружений. Проблемы недолговечности, пожароопасности и токсичности пенополистирола затрагиваются вновь и вновь [1-5]. Поэтому исследования в этой области с целью определения этих параметров являются весьма актуальной задачей.

Результаты исследований фото- и термодеструкции пенополистирола коллективом авторов Ивановского государственного архитектурно-строительного университета были представлены в предыдущем выпуске настоящего издания [6]. В данной статье приведены результаты исследования по старению стирольного пенопласта при попеременном замораживании и оттаивании.

Для пенопластов наиболее характерными являются условия эксплуатации, при которых материал не испытывает непосредственного воздействия погодных факторов. В этой связи весьма важными являются исследования в области старения пенополистирола при низких температурах для прогнозирования сроков их службы.

### Сведения о старении пенопластов при низких температурах

Проведенные научной школой Дементьева А.Г. натурные исследования старения пенопластов в условиях неотапливаемого помещения в районах с умеренно холодным климатом и в районах с экстремальными значениями климатических факторов позволяют сделать следующие выводы. Так, после 10 лет экспонирования в неотапливаемом помещении внешний вид образцов большинства пеноматериалов заметно не изменяется, образцы не коробятся и их форма не изменяется. Повышенная деформируемость легких образцов пенопластов обусловлена релаксацией деформации материала под действием перепада давления газа внутри и сна-

ружи замкнутых ячеек. Результаты определения стабильности размеров образцов показали, что при 10-летнем экспонировании в условиях неотапливаемого помещения определяющее влияние на стабильность пеноматериалов повышенной кажущейся плотности оказывают свойства полимера-основы. У легких же ( $\rho < 40 \text{ кг/м}^3$ ) закрытопористых пенопластов основное влияние оказывает ячеистая структура, поскольку в этом случае перепад давления газа внутри и снаружи замкнутых ячеек соизмерим с прочностью пеноматериала при сжатии. Стабильность линейных размеров легких открытопористых пенопластов полностью определяется стабильностью используемого полистирола. Результаты определения механической прочности пенопластов при старении в неотапливаемом помещении показали, что на поведение материалов повышенной кажущейся плотности определяющее влияние оказывают свойства их матрицы, а у легких закрытопористых пенопластов – их ячеистая структура. Основными причинами изменения физических свойств легких пенопластов при длительных климатических испытаниях являются диффузия воздуха и влаги через стенки ячеек, растворение газообразователя и убыль вспенивающего агента вследствие разрушения стенок замкнутых ячеек [7].

Для исследования свойств и структуры пенопластов в лабораторных условиях используют ускоренные методы определения морозостойкости и атмосферостойкости материалов с целью прогнозирования долговечности изделий на их основе.

В России не существует установленного регламента определения долговечности пенополистирольных материалов по данным испытаний циклических температурно-влажностных воздействий. Хотя в мировой практике существуют стандарты, оценивающие долговечность пенополистирола по изменению его физико-механических характеристик в процессе 300 циклов попеременного замораживания-оттаивания [8]. Материал считают удовлетворяющим требованиям ASTM C151207 и EN 12091 [9], если его свойства снижаются не более чем на 10% при прохождении испытаний. В НИИСФ РААСН испытания пенополистирола по определению долговечности проводят по методике, один цикл которой включает двукратное понижение температуры до  $-40^\circ\text{C}$ , чередующееся с нагревом образцов до  $+40^\circ\text{C}$  и последующей их выдержкой в воде, что соответствует 1 условному году эксплуатации теплоизоляционного материала в многослойной ограждающей конструкции [8].

### Методы и материалы исследования

Исследования процесса старения пенополистирола при низких температурах проводились с использованием криостата компрессионно-термоэлектрического «Миконта – МТ» испытательной лабораторией АНО «Ивановостройиспытания».

Диапазон автоматического поддержания температуры в рабочей камере криостата при температуре окружающего воздуха  $+20^\circ\text{C}$  составляет от  $-60^\circ\text{C}$  до  $-40^\circ\text{C}$  с отклонением температуры от установленного значения внутри камеры с тепловой нагрузкой не более  $\pm 2^\circ\text{C}$  в режиме автоматического поддержания.

Отобранные согласно ГОСТ 15588-86 пенополистирольные образцы при различных условиях криостатирования (окружающая среда и температура) подвергались попеременному замораживанию и оттаиванию с количеством циклов 75, 100 и 150.

В качестве условий криостатирования применялись следующие виды окружающей среды:

- в сухом состоянии (температура испытаний  $-54^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ );
- в водонасыщенном состоянии (температура испытаний  $-45^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ );
- в 5% водном растворе NaCl (температура испытаний  $-52^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ ).

Для исследования были отобраны образцы беспрессового пенополистирола марок ПСБ-С М15У (ЗАО «Мосстрой-31»), ПСБ-С-25 (ООО «ТРЕС+») и ПСБ-С-35 (ЗАО «Мосстрой-31»). Экструдированный пенополистирол был представлен марками URSA N-III («URSA D-land GmbH») и Полиспен-Стандарт (ООО «Полиспен»).

В экспериментальных исследованиях использовались образцы с линейными размерами  $[(50 \times 50 \times 40 \dots 50) \pm 0,5]$  мм. Для всех образцов выполнялся контроль внешнего вида и определялись плотность, потеря массы при попеременном замораживании-оттаивании, водо-

поглощение, прочность на сжатие при 10% линейной деформации и твердость по Шору методом вдавливания [10].

### Исследование физико-механических свойств пенополистирола при испытании его на морозостойкость в сухом состоянии

Результаты исследования величины потери массы при попеременном замораживании-оттаивании пенополистирольных образцов в сухом состоянии представлены на рисунке 1.

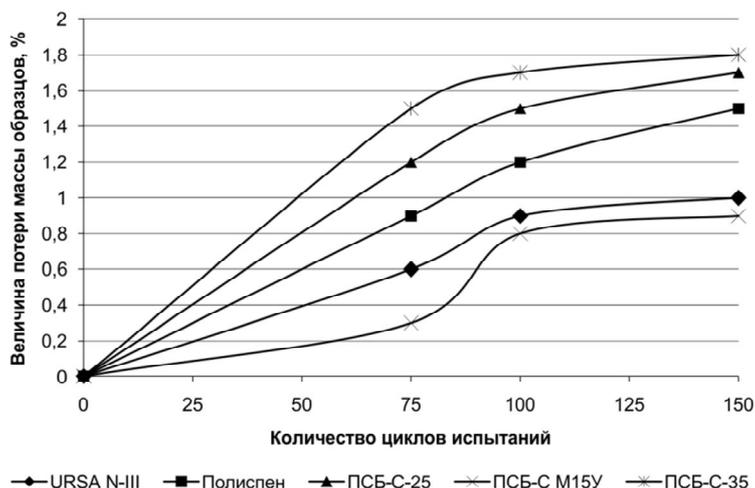


Рисунок 1 – Зависимость величины потери массы пенополистирольных образцов от количества циклов испытаний на морозостойкость в сухом состоянии

Согласно полученным экспериментальным данным плотность экструзионного пенополистирола URSA N-III, исследованного в сухом состоянии, после 75 циклов попеременно-го замораживания-оттаивания уменьшается на 4,45%, а к 150 циклам – на 8,61%. Плотность экструзионного пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов испытания уменьшается на 8,33%, а к 150 циклам – на 15,23%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У плотность к 75 циклам уменьшается на 15,85%, а к 150 циклам – на 29,27%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение плотности составило 7,47%, а к 150 циклам – 14,94%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам замораживания-оттаивания плотность уменьшилась на 1,44%, а к 150 циклам – на 3,96%.

Величина водопоглощения пенополистирола URSA N-III к 75 циклам испытания возрастает на 5,56%, а к 150 циклам – на 19,05%. Водопоглощение экструзионного пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов возрастает на 8,33%, а после 150 циклов – на 13,16%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У водопоглощение к 75 циклам попеременно-го замораживания-оттаивания увеличивается на 2,95%, а к 150 циклам – на 5,05%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний рост величины водопоглощения составил 0,9%, а к 150 циклам – 1,34%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам замораживания-оттаивания водопоглощение возросло на 2,86%, а к 150 циклам – на 4,23%.

Произошло изменение механических свойств пенополистирола. Так, прочность на сжатие при 10% линейной деформации экструзионного пенополистирола URSA N-III после 75 циклов снизилась на 6,9%, а после 150 циклов – на 13,79%. Прочность на сжатие пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов уменьшилась на 14,5%, а после 150 циклов испытания – на 29%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У прочность на сжатие при 10% линейной деформации к 75 циклам снизилась на 40%, а к 150 циклам – на 60%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение прочности на сжатие составило 33%, а к 150 циклам – 40%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам прочность на сжатие уменьшилась на 28,5%, а к 150 циклам – на 42,8%.

Твердость пенополистирола URSA N-III после 75 циклов уменьшается на 5,38%, а к 150 циклам – на 12,9%. Твердость образцов марки «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов

падает на 10,13%, а после 150 циклов испытания – на 19%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У показатель твердости к 75 циклам снижается на 50%, а к 150 циклам – на 80%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение твердости составило 33%, а к 150 циклам – 74%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам твердость образцов уменьшилась на 12,9%, а к 150 циклам – на 32,26%.

Таким образом, понижение температуры и цикличность замораживания и оттаивания приводит к значительным изменениям свойств всех вышеуказанных пенополистиролов.

### Исследование физико-механических свойств пенополистирола при испытании его на морозостойкость в водонасыщенном состоянии

Результаты исследования величины потери массы при попеременном замораживании-оттаивании пенополистирольных образцов в водонасыщенном состоянии представлены на рисунке 2.

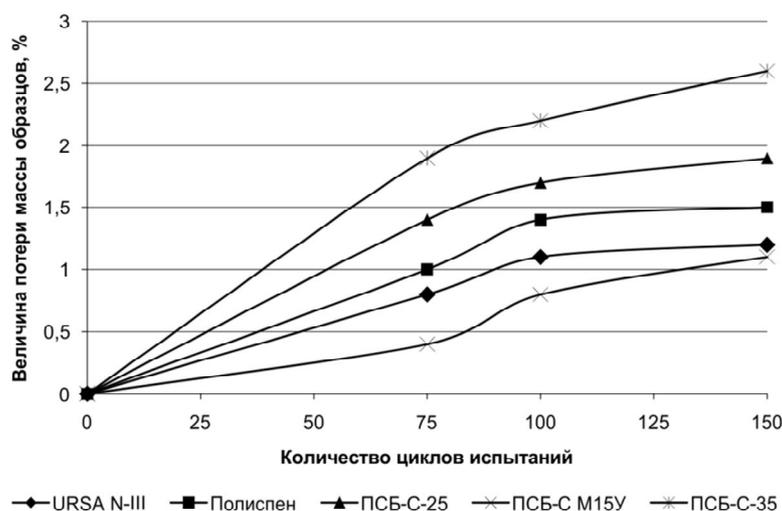


Рисунок 2 – Зависимость величины потери массы пенополистирольных образцов от количества циклов испытаний на морозостойкость в водонасыщенном состоянии

Из представленного экспериментального материала видно, что плотность экструзионного пенополистирола URSA N-III, исследованного в водонасыщенном состоянии, после 75 циклов попеременного замораживания-оттаивания уменьшается на 9,2%, а к 150 циклам – на 15,43%. Плотность экструзионного пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов испытания уменьшается на 9,48%, а к 150 циклам – на 23,28%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У плотность к 75 циклам уменьшается на 36,59%, а к 150 циклам – на 59,76%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение плотности составило 8,62%, а к 150 циклам – 28,74%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам плотность уменьшилась на 7,91%, а к 150 циклам – на 15,11%.

Величина водопоглощения пенополистирола URSA N-III к 75 циклам испытания возрастает на 15%, а к 150 циклам – на 22,73%. Водопоглощение экструзионного пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов возрастает на 13,16%, а после 150 циклов – на 15,38%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У водопоглощение к 75 циклам увеличивается на 7,39%, а к 150 циклам – на 11,74%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний рост величины водопоглощения составил 2,64%, а к 150 циклам – 5,96%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам водопоглощение возросло на 3,77%, а к 150 циклам – на 6,42%.

Прочностные испытания в водонасыщенном состоянии показали следующее. Прочность на сжатие при 10% линейной деформации экструзионного пенополистирола URSA N-III после 75 циклов упала на 5,17%, а после 150 циклов – на 12,07%. Прочность на сжатие пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов уменьшилась на 17,14%, а после

150 циклов испытания – на 31,43%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У прочность на сжатие при 10% линейной деформации к 75 циклам снизилась на 40%, а к 150 циклам – на 60%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение прочности на сжатие составило 22,5%, а к 150 циклам – 33%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам прочность на сжатие уменьшилась на 14,29%, а к 150 циклам – на 45%.

Твердость пенополистирола URSA N-III после 75 циклов уменьшается на 4,3%, а к 150 циклам – на 10,75%. Твердость образцов марки «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов падает на 7,59%, а после 150 циклов испытания – на 13,92%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У показатель твердости к 75 циклам снижается на 40,91%, а к 150 циклам – на 68,18%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение твердости составило 32,2%, а к 150 циклам – 62,96%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам твердость уменьшилась на 3,23%, а к 150 циклам – на 12,9%.

### Исследование физико-механических свойств пенополистирола на морозостойкость в 5% водном растворе хлорида натрия (NaCl)

На рисунке 3 приведены результаты исследования потери массы при попеременном замораживании-оттаивании пенополистирольных образцов в 5% водном растворе хлорида натрия.

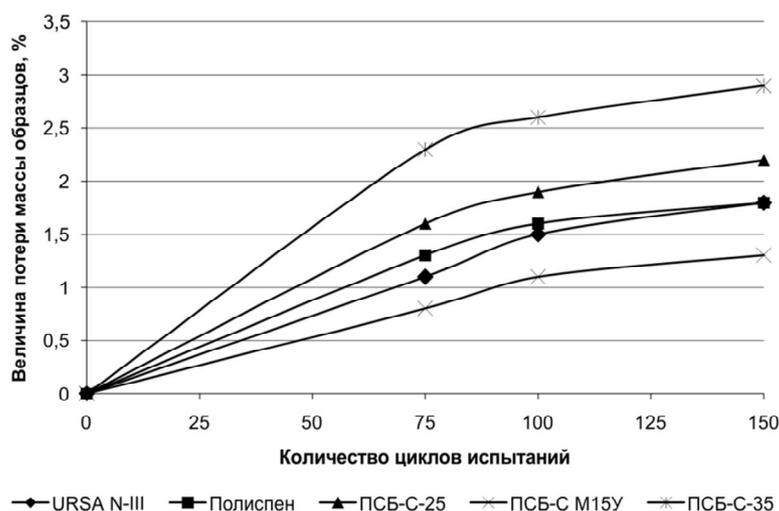


Рисунок 3 – Зависимость величины потери массы пенополистирольных образцов от количества циклов испытаний на морозостойкость в 5% водном растворе NaCl

Согласно полученным экспериментальным данным плотность экструзионного пенополистирола URSA N-III, исследованного в 5% водном растворе NaCl, после 75 циклов попеременного замораживания-оттаивания уменьшается на 12,76%, а к 150 циклам – на 21,96%. Плотность экструзионного пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов испытания уменьшается на 16,38%, а к 150 циклам – на 26,72%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У плотность к 75 циклам уменьшается на 56,1%, а к 150 циклам – на 81,71%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение плотности составило 14,94%, а к 150 циклам – 25,29%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам плотность уменьшилась на 8,62%, а к 150 циклам – на 16,23%.

Величина водопоглощения пенополистирола URSA N-III к 75 циклам испытания возрастает на 29,17%, а к 150 циклам – на 43,33%. Водопоглощение экструзионного пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов возрастает на 19,51%, а после 150 циклов – на 32,65%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У водопоглощение к 75 циклам увеличивается на 6,74%, а к 150 циклам – на 20,54%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний рост величины водопоглощения составил 26,82%, а к 150 циклам –

29,17%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам водопоглощение возросло на 11,69%, а к 150 циклам – на 24,16%.

Прочность пенополистирола после испытания его на морозостойкость в 5% водном растворе хлорида натрия изменилась следующим образом. Прочность на сжатие при 10% линейной деформации экструзионного пенополистирола URSA N-III после 75 циклов упала на 3,45%, а после 150 циклов попеременного замораживания-оттаивания – на 6,9%. Прочность на сжатие пенополистирола «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов уменьшилась на 18%, а после 150 циклов испытания – на 25,71%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У прочность на сжатие при 10 % линейной деформации к 75 циклам снизилась на 40%, а к 150 циклам – на 60%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение прочности на сжатие составило 22%, а к 150 циклам – 35%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам прочность на сжатие уменьшилась на 16,39%, а к 150 циклам – на 26,74%.

Твердость пенополистирола URSA N-III после 75 циклов уменьшается на 11,83%, а к 150 циклам – на 23,66%. Твердость образцов марки «Полиспен-Стандарт» после 75 циклов падает на 15,19%, а после 150 циклов испытания – на 25,32%. Для беспрессового пенополистирола ПСБ-С М15У показатель твердости к 75 циклам снижается на 54,5%, а к 150 циклам – на 86,36%. У пенополистирола марки ПСБ-С-25 к 75 циклам испытаний падение твердости составило 33,3%, а к 150 циклам – 81,48%. Для пенополистирола марки ПСБ-С-35 к 75 циклам твердость образцов уменьшилась на 19,35%, а к 150 циклам – на 41,94%.

### Выводы

Степень изменения внешнего вида образцов является первичной оценкой стабильности пенопластов при климатических испытаниях. После проведения испытаний на морозостойкость оказалось, что у пенополистирола испытанного в 5% водном растворе хлорида натрия, увеличилась величина открытой пористости образцов, что подтверждается уменьшением твердости в результате поверхностной эрозии. После испытания образцы не подверглись короблению, их форма не изменилась, окраска материалов сохранилась в первоначальном виде. У образцов беспрессового пенополистирола произошло отслоение поверхностной пленки, которая образуется при вспенивании материала и отщепления макроячеек – вспененных гранул.

Повышенная деформируемость легких образцов ППС обусловлена релаксацией деформации пенопластов под действием перепада давления газа внутри и снаружи замкнутых ячеек.

Изменение массы образцов после испытаний свидетельствует о разрушении поверхности материала и отторжении вспененных гранул. Причем наибольшая величина потери массы наблюдается у образцов беспрессового пенополистирола с меньшими размерами гранул.

Наиболее существенное влияние на пенополистирол оказывает водный раствор натриевой соли. Экспериментальные данные свидетельствуют о росте водопоглощения и уменьшении прочности на сжатие, что вызвано разрушением структуры пеноматериала.

Экспериментально доказано снижение твердости стирольных пластиков. Влияние низких температур приводит к разрушению ячеистой структуры материала с появлением поверхностных пустот, что вызвано образованием открытой пористости. В связи с этим ухудшаются прочностные свойства органического материала, причем экспериментальные исследования показывают наибольшее ухудшение механических свойств при испытании в сухом состоянии. По мнению авторов, это происходит за счет деформации скелета поропласта вследствие перепада давления газа внутри и снаружи замкнутых ячеек, как было отмечено ранее.

Ухудшение механических характеристик, что вызвано разрушением ячеистой структуры материала и образованием открытой пористости, приводит к изменению теплофизических свойств пенопласта, в частности, увеличению его теплопроводности [7]. Сильное влияние на эти свойства оказывает влажность, и, в частности, водопоглощение, величина которого увеличивается в результате старения пенополистирола при циклических воздействиях низких температур.

Таким образом, при испытании пенополистирола на действие низких температур экспериментальные данные свидетельствуют о потере массы материала и ухудшении его физико-механических свойств.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Итоги круглого стола «Безопасность зданий и сооружений» (ведущие академики В.М. Бондаренко, В.И. Колчунов) [Текст] / Строительство и реконструкция. – 2010. – №3. – С. 76-78.
2. Баталин, Б.С. Эксплуатационные свойства пенополистирола вызывают опасения [Текст] / Б.С. Баталин, Л.Д. Евсеев // Строительные материалы. – 2009. – №10. – С. 55-58.
3. Ясин, Ю.Д. Пенополистирол. Ресурс и старение материала. Долговечность конструкций [Текст] / Ю.Д. Ясин, В.Ю. Ясин, А.В. Ли // Строительные материалы. – 2002. – №5. – С. 33-35.
4. Андрианов, К.А. Пенополистирол для ограждающих конструкций [Текст] / К.А. Андрианов, В.П. Ярцев // Жилищное строительство. – 2004. – №2. – С. 12-15.
5. Каранаева, Р.З. Работа пенополистирола в составе теплоэффективных наружных стен зданий по системе фасадной теплоизоляции [Текст] / Р.З. Каранаева, В.В. Бабков, Г.С. Колесник, Д.А. Сеницин // Строительные материалы. – 2009. – №8. – С. 26.
6. Гуюмджян, П.П. Влияние температуры, влажности, ультрафиолетового и инфракрасного облучений на старение пенополистирола [Текст] / П.П. Гуюмджян, С.В. Коканин // Строительство и реконструкция. – 2010. – №6. – С. 77-83.
7. Дементьев, А.Г. Структура и свойства пенопластов [Текст] / А.Г. Дементьев, О.Г. Тараканов – М.: Химия, 1983. – 176 с.
8. Бек-Булатов, А.И. Борьба с пенополистиролом – борьба с прогрессом? [Текст] / А.И. Бек-Булатов // Строительный эксперт. – 2010. – №17-18 (310). – С. 14-15.
9. DIN EN 12091 Thermal insulating products for building applications – Determination of freeze-thaw resistance. – Aug. 1, 1997 – Deutsches Institut Fur Normung E.V.
10. Википедия – свободная энциклопедия [Электронный ресурс] / Метод Шора. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>.

#### **Гуюмджян Перч Погосович**

ГОУВПО «Ивановский государственный архитектурно-строительный университет», г. Иваново  
Доктор технических наук, профессор кафедры «Производство строительных материалов»  
Тел.: +7 (4932) 41-39-06

#### **Коканин Сергей Владимирович**

ГОУВПО «Ивановский государственный архитектурно-строительный университет», г. Иваново  
Аспирант кафедры «Производство строительных материалов», ассистент кафедры «Строительная механика»  
Тел.: +7 (960) 513-34-24  
E-mail: s.kokanin@yandex.ru

#### **Пискунов Александр Альбертович**

Ивановский институт государственной противопожарной службы МЧС России, г. Иваново  
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Пожарная профилактика»  
Тел.: +7 (915) 832-53-21

ЕРОШКИНА Н.А.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЖУЩИХ, ПОЛУЧЕННЫХ ПРИ ЩЕЛОЧНОЙ АКТИВИЗАЦИИ МАГМАТИЧЕСКИХ ГОРНЫХ ПОРОД

*В статье рассмотрены результаты исследований вяжущих, полученных щелочной активацией магматических горных пород с добавкой и без добавки доменного шлака при различных режимах твердения. В качестве основного компонента вяжущего изучены базальт, перидотит, габбро, дацит, гранит. Установлено, что прочность таких вяжущих может достигать 40-80 МПа. Добавка шлака позволяет получить гидравлическое вяжущее из воздушного на основе исследованных горных пород.*

**Ключевые слова:** вяжущие, активированные щелочью, магматические горные породы, отходы добычи, доменный шлак.

*The results of studies of binders, obtained by alkali activation of magmatic rocks with and without additives blast furnace slag under different regimes of hardening is considered in the article. As the main component of the binder were studied basalt, peridotite, gabbro, dacite and granite. Established that the strength of these binders can reach 40-80 MPa. Due to the introduction of slag additives on the basis of studies of rocks from an air binder can be obtained hydraulic binder.*

**Keywords:** alkali-activated binders, magmatic rocks, mining waste, blast furnace slag.

Одно из важных направлений развития технологии строительных материалов – разработка вяжущего, способного полностью или частично заменить портландцемент, который уже не вполне удовлетворяет современным требованиям [1]. Наиболее критичным параметром технологии портландцемента является ее высокая энергоемкость. Другим существенным недостатком этого производства считаются значительные выбросы в атмосферу углекислого газа, сопоставимые по массе с выпуском готовой продукции. Эмиссия этого парникового газа при производстве портландцемента составляет около 5% от общемировых промышленных выбросов углекислого газа [1].

Наиболее перспективным направлением создания альтернативы портландцементу можно считать исследования шлакощелочных и геополимерных вяжущих. Первые работы по шлакощелочным и грунтосиликатным вяжущим были выполнены В.Д. Глуховским в конце пятидесятых годов прошлого века [2, 3]. Это направление в настоящее время продолжают развивать его ученики и последователи [4-6 и др.]. Несмотря на значительные результаты, достигнутые в ходе этих исследований, широкого промышленного распространения технологии шлакощелочных вяжущих по различным причинам не получили.

За рубежом активно ведутся исследования по получению бесклинкерного вяжущего. Французский исследователь Дж. Давидович, учитывая опыт разработки шлакощелочных вяжущих, создал геополимерные вяжущие [7]. Для получения этих материалов он использовал термически активированное природное сырье – каолинит, полевошпатные породы или промышленные отходы – шлаки и золы ТЭЦ. Синтез геополимеров протекает в щелочной среде: на первой стадии происходит растворение алюмосиликатного сырья, а на второй – его уплотнение и полимеризация [7].

Технология геополимеров отличается низкой энергоемкостью и эмиссией углекислого газа, а сами геополимерные материалы характеризуются высокими эксплуатационными свойствами – прочностью, коррозионной стойкостью, жаростойкостью [7].

В настоящее время разработкой геополимеров и их промышленным использованием занимаются научные центры Франции, Японии, Германии, США, Австралии, Китае и других промышленно развитых стран. В нашей стране исследования геополимеров не получили такого широкого распространения как за рубежом; над проблемой их совершенствования работают лишь отдельные исследователи – В.И. Калашников [8], А.П. Зосин [9] и др. [10-12].

Анализ научно-технической литературы [2, 7, 8] и результатов ранее проведенных исследований [13-16] показал, что в качестве алюмосиликатного сырья для получения бесклинкерных вяжущих могут применяться наиболее распространенные в земной коре магматические горные породы. При добыче и переработке только нерудных полезных ископаемых ежегодно складывается в отвалы 12...15 млн. м<sup>3</sup> магматических пород различной дисперсности [17]. В некоторых случаях для применения этих отходов в технологии вяжущего требуется лишь их незначительное доизмельчение.

В настоящей работе приводятся результаты исследований минерально-щелочных вяжущих с добавкой доменного шлака и без добавки. В отличие от шлакощелочных материалов, где доменный шлак – это основной компонент [2], в предлагаемых вяжущих содержание шлака не превышает 20...30% [13-16]. Важным преимуществом технологии исследуемых вяжущих в сравнении с технологией геополимеров является то, что для их получения не требуется термической активизации алюмосиликатного сырья.

Были исследованы вяжущие, изготовленные на основе различных горных пород: базальта, дацита, габбро-диабазы, перидотита, гранита розового, гранита биотитового, гранита с роговой обманкой, Хребетского гранита, а также гранита Павловского месторождения, измельченных до удельной поверхности  $S_{уд}=350$  м<sup>2</sup>/кг. Для модифицирования свойств вяжущего использовался доменный шлак производства ОАО «Новолипецкий металлургический комбинат», измельченный до дисперсности 380 м<sup>2</sup>/кг. В составах вяжущего с добавкой шлака его содержание составляло 25% от веса сухих компонентов вяжущего. Активизатором процесса твердения служили соединения щелочных металлов, которые вводились с водой затворения. Во всех составах расход активизатора составлял 6% в пересчете на R<sub>2</sub>O.

При получении вяжущего горная порода с добавкой шлака или без нее затворялась раствором щелочного активизатора при В/Т = 0,4 и перемешивалась в течение 5 минут.

Для определения прочности и других характеристик вяжущего изготавливались образцы-кубики с размерами 20×20×20 мм. Образцы твердели в нормально-влажностных условиях в течение 28 суток, а также при трех режимах тепловой обработки – 60, 80 и 105°С. Каждый режим тепловой обработки включал период подъема температуры продолжительностью 2 часа, период изотермической выдержки – 8 часов, период охлаждения – 4...6 часов.

После твердения определялись прочность вяжущего, водопоглощение и коэффициент длительной водостойкости. Исследование водопоглощения и водостойкости проводилось на образцах, насыщавшихся водой в течение 90 суток.

Результаты эксперимента показали, что вяжущие на основе магматических горных пород без добавки шлака в нормальных условиях, а также после тепловой обработки при 60°С характеризуются низкой прочностью, не превышающей 0,5... 2 МПа.

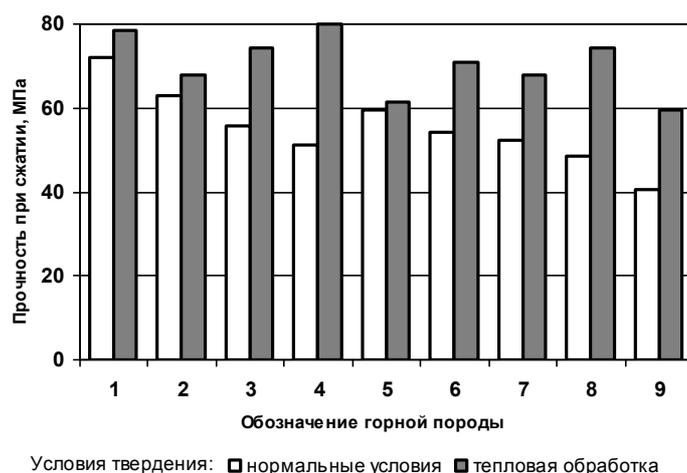
Из рисунка 1 видно, что добавка шлака повышает прочность вяжущего до 40... 70 МПа при твердении в нормальных условиях. Наибольший прирост прочности отмечен у вяжущих на основе перидотита и базальта.

Установлено, что на прочность вяжущего значительное влияние оказывает режим тепловой обработки. Изотермическая выдержка при 80°С позволила получить вяжущие без добавки шлака прочностью от 38 до 46 МПа. При этом наибольшая прочность характерна для вяжущего на основе гранита Павловского месторождения и базальта, а наименьшая – для состава с использованием гранита биотитового. Повышение температуры твердения с 80 до 105°С увеличивает прочность вяжущих без добавки шлака на 25...60% (рисунок 2). Обезвоживание композиций, происходящее при 105°С, приводит к снижению прочности вяжущих, содержащих добавку доменного шлака, на 20...40% по сравнению с прочностью аналогичных вяжущих, твердевших при 80°С (рисунок 2).

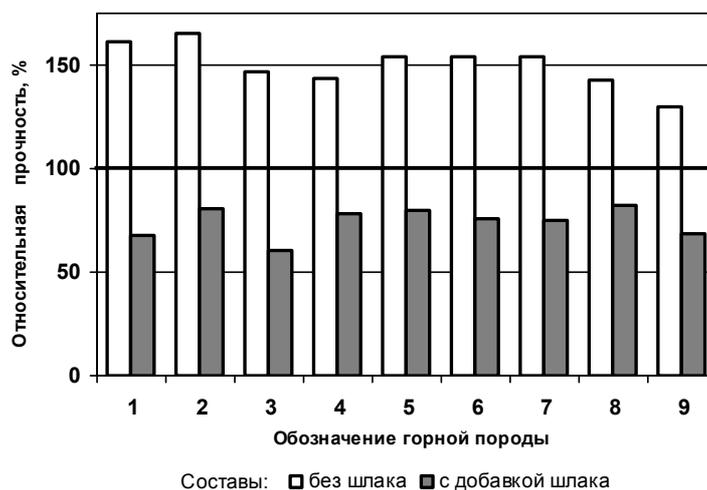
Эксперимент по оценке водопоглощения показал, что вяжущие, изготовленные без добавки шлака, характеризуются меньшим водопоглощением, чем вяжущие с добавкой шлака (рисунок 3). При этом водопоглощение всех исследованных вяжущих не превышает 8%, за исключением вяжущего на основе гранита Павловского месторождения без шлака.

Данные, приведенные на рисунке 4, свидетельствуют о том, что вяжущие без добавки шлака не водостойки, т.к. коэффициент размягчения составов находится в пределах от 0,3 до 0,5. Вяжущие, приготовленные с добавкой 25% шлака, являются водостойкими: они не толь-

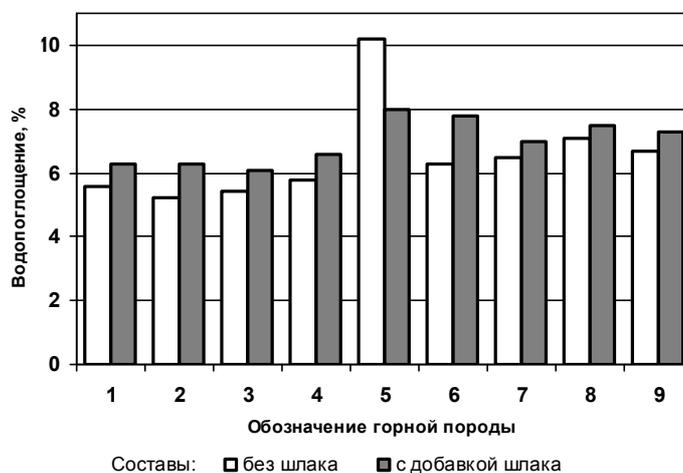
ко не теряют своей прочности после насыщения водой, но и продолжают набирать ее, т.к. значения коэффициентов размягчения этих составов находятся в интервале от 1 до 1,4.



**Рисунок 1 – Прочность вяжущих с добавкой шлака после тепловой обработки при 80°C и твердения в нормальных условиях при использовании в качестве основного компонента вяжущего: 1 – перидотита; 2 – базальта; 3 – габбро; 4 – дацита; 5 – гранита Павловского; 6 – гранита Хребетского; 7 – гранита розового; 8 – гранита с роговой обманкой; 9 – гранита биотитового**



**Рисунок 2 – Изменение прочности вяжущих, твердевших при 105°C, в сравнении с аналогичными составами, прошедшими тепловую обработку при 80°C. Обозначение горных пород принято по рисунку 1**



**Рисунок 3 – Водопоглощение вяжущих на основе различных горных пород через 90 суток. Обозначение горных пород принято по рисунку 1**

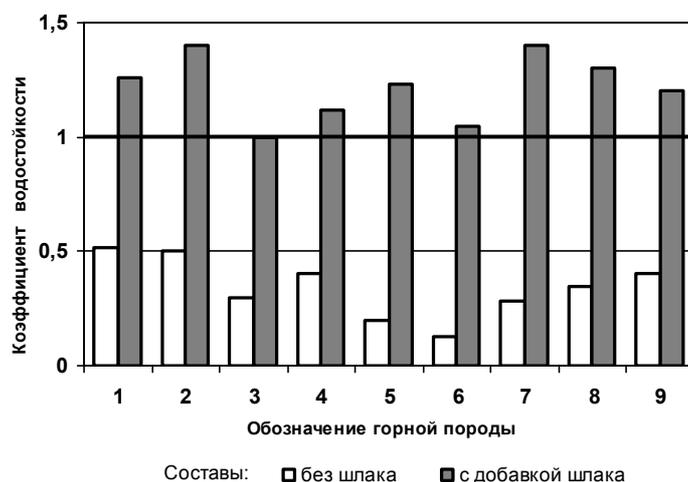


Рисунок 4 – Водостойкость вяжущих на основе различных горных пород через 90 суток. Обозначение горных пород принято по рисунку 1

### Выводы

Проведенные исследования показали, что на основе измельченных до удельной поверхности  $350 \text{ м}^2/\text{кг}$  магматических горных пород с добавкой шлака и без нее при щелочной активизации могут быть получены вяжущие с высокими прочностными характеристиками.

Установлено, что составы без добавки шлака твердеют только при тепловой обработке. Повышение температуры с  $80$  до  $105^\circ\text{C}$  приводит к возрастанию прочности с  $38...46$  до  $55...80$  МПа, что характеризует их как вяжущие воздушного твердения. Этот вывод подтверждается также низким коэффициентом размягчения.

Вяжущие, изготовленные с применением 25% добавки доменного шлака, твердеют как в нормальных условиях, так и при тепловой обработке. Повышение температуры до  $105^\circ\text{C}$  приводит к снижению прочности на  $20...40\%$ , что, наряду с высокими значениями коэффициентов размягчения, свидетельствует о гидратационном характере твердения вяжущего. Вяжущие с добавкой доменного шлака характеризуются высокой водостойкостью в отличие от составов без добавки шлака. Добавка шлака позволяет получить на основе исследованных горных пород гидравлическое вяжущее из воздушного.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Worrell E., Price L., Martin N., Hendriks C., Meida L.O. Carbon dioxide emissions from the global cement industry // Annual Review of Energy and the Environment, 2001, Vol. 26 – P. 303-329.
2. Глуховский, В.Д. Шлакощелочные цементы и бетоны [Текст] / В.Д. Глуховский, В.А. Пахомов. – Киев: Будівельник, 1978. – 184 с.
3. Глуховский В.Д. Грунтосиликаты [Текст] / В.Д. Глуховский. – Киев: Госстройиздат, 1959. – 127 с.
4. Кривенко, П. В. Моделирование складу антикоррозійного покриття для захисту бетонних конструкцій від агресивних факторів [Текст] / П.В. Кривенко, С.Г. Гузій, Д.В. Карась // Сучасні будівельні матеріали, 2009, Випуск 1 (75). – С.157-164.
5. Гончар, В.П. Зносо-термостійкі композиційні матеріали на основі щелочних алюмосиликатних вяжущих [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 2000. – 20 с.
6. Станецкий, Г.С. Жароустойчивые щелочные вяжущие и бетоны повышенной термостойкости [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев: Нац. ун-т буд-ва и архит., 2000. – 21 с.
7. Davidovits J. 30 Years of Successes and Failures in Geopolymer Applications. Market Trends and Potential Breakthroughs [электронный ресурс] // Geopolymer 2002 Conference (Melbourne, Australia). – 2002. – October 28-29. URL: [http://www.geopolymer.org/fichiers\\_pdf/30YearsGEOP.pdf](http://www.geopolymer.org/fichiers_pdf/30YearsGEOP.pdf).
8. Калашников, В.И. Новые геополимерные материалы из горных пород, активированные малыми добавками шлака и щелочей [Текст] / В.И. Калашников, В.Л. Хвастунов, Н.И. Макридин, А.А. Карташов // Строительные материалы. – 2006. – №6. – С. 93-95.

9. Зосин, А.П. Геоцементный камень на основе магнезиально-железистых шлаков цветной металлургии – устойчивый материал для иммобилизации радиоактивных отходов [Текст] / А.П. Зосин, Т.И. Примаик, Х.Б. Авсарагов и др. // Вестник МГТУ, 2008. – Т. 11. – №3. – С. 506-511.
10. Рахимова, Н.Р. Состояние и перспективные направления развития исследований и производства композиционных шлакощелочных вяжущих, растворов и бетонов [Текст] / Н.Р. Рахимова // Строительные материалы. – 2008. – №9. – С. 77-80.
11. Петрова, Т.М. Бетоны для транспортного строительства на основе бесцементных вяжущих [Текст]: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – СПб., 1997. – 42 с.
12. Акопян, А.Ф. Исследование механических и технологических свойств шлакощелочных вяжущих, полученных с использованием добавки комплексного действия [Текст] / А.Ф. Акопян // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия Технические науки / – 2010/ – №4. – С. 65-68.
13. Ерошкина, Н.А. Перспективность горных пород в качестве сырья для производства геополимеров в зависимости от их генезиса [Текст] / Н.А. Ерошкина, М.О. Коровкин, А.А. Мишанов, В.Я. Кудашов // Композиционные строительные материалы. Теория и практика: сб. науч. тр. / Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза, 2007. – С. 92-95.
14. Ерошкина, Н.А. Влияние шлака на свойства геополимерных вяжущих на основе изверженных горных пород [Текст] / Н.А. Ерошкина, М.О. Коровкин, А.П. Соломатин // Новые энерго-и ресурсосберегающие наукоемкие технологии в производстве строительных материалов: сб. ст. Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза: Приволжский дом знаний, 2007. – С. 80-84.
15. Ерошкина, Н.А. Исследование свойств минерально-щелочных вяжущих на основе магматических горных пород [Текст] / Н.А. Ерошкина, М.О. Коровкин, А.П. Соломатин // Наука и инновации в строительстве. Том 1. Современные проблемы строительного материаловедения и технологии: Материалы Междунар. конгресса. – Воронеж, 2008. – С. 158-162.
16. Ерошкина Н.А., Калашников В.И., Коровкин М.О. Пат. РФ №2395469 Минерально-щелочное вяжущее на основе габбро-диабазы. №2009117013/03; заявл.04.05.2009; опубл. 27.07.2010. Бюл. №21. – 4 с.
17. Харо, О.Е. Использование отходов переработки горных пород при производстве нерудных строительных материалов [Текст] / О.Е. Харо, Н.С. Левкова, М.И. Лопатников, Т.А. Горностаева // Строительные материалы. – 2003. – №9. – С. 18-19.

**Ерошкина Надежда Александровна**

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза

Инженер, соискатель, старший лаборант кафедры «Технологии бетонов, керамики и вяжущих»

Тел.: +7 927 094 1008

E-mail: n\_eroshkina@mail.ru

ЛУКУТЦОВА Н.П., ЧУДАКОВА О.А., ХОТЧЕНКОВ П.В.

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ РАСТВОРЫ С НАНОДИСПЕРСНОЙ ДОБАВКОЙ ДИОКСИДА ТИТАНА

*Исследованы физико-механические свойства строительных растворов, модифицированных нанодисперсной добавкой диоксида титана.*

**Ключевые слова:** нанотехнологии, нанопорошки, строительные растворы, диоксид титана, ультразвуковое диспергирование.

*Physico-mechanical properties of mortars modified nanodispersed addition of titanium dioxide.*

**Keywords:** nanotechnology, nanopowders, mortars, titanium dioxide, ultrasonic dispersion.

Изменение фундаментальных свойств традиционных материалов в нанодисперсном состоянии открывает широкий диапазон применения нанопорошков в области создания новейших материалов и технологий, принципиально новых приборов и устройств.

Перспективы использования нанопорошков с особыми свойствами связаны с отработкой технологии их получения. Среди них эффективно применяется метод ультразвукового диспергирования твердых частиц, связанных между собой силами слипания, спекания или спайности. При этом дисперсность продукта увеличивается на несколько порядков по сравнению с традиционным механическим измельчением [1].

В настоящее время в природе известны 80 минералов, благодаря которым можно получить  $TiO_2$ , но промышленную ценность имеют лишь рутилы, ильмениты и лейкоксены. Наиболее богатыми являются рутилы. В них содержится от 93 до 96% диоксида титана, в ильменитах – от 44 до 70%, а концентраты лейкоксенов могут содержать до 90%  $TiO_2$  [2].

Строительные материалы, содержащие добавки  $TiO_2$ -наночастиц, широко применяются в красках, специальных цементах, строительных растворах, самоочищающихся керамических плитках, дорожных покрытиях (как бетонных, так и битумных), самоочищающихся и воздухоочищающих, антибактериальных материалах и конструкциях, составах и отделочных материалах для наружных и внутренних работ и т.д. [3].

Под воздействием ультрафиолета модифицированный  $TiO_2$  работает как фотокатализатор, выделяя атомарный кислород из паров воды или атмосферного кислорода. Выделенного активного кислорода достаточно для окисления и разложения органических загрязнений, дезодорирования помещений, уничтожения бактерий. Это обуславливает все большее практическое применение фотокатализаторов на основе  $TiO_2$  в самых различных областях, в частности, для очистки сточных вод и воздуха, в фототерапии, солнечных батареях, противотуманных мероприятиях, самоочищающихся зеркалах и стеклах, электроосветительном оборудовании и, прежде всего, в различных областях строительства, где применение строительных материалов, обладающих фотокаталитическими свойствами, позволяет снизить загрязняющее воздействие окружающей среды, что особенно важно в условиях мегаполисов [4, 5].

В природе диоксид титана встречается в виде трех минералов – рутила, анатаза, брукита.

В стройиндустрии обычно используется два минерала диоксида титана: анатаз и рутил.

Химический состав этих элементов одинаков, но они имеют различную кристаллическую решетку (рисунок 1).

Целью данного исследования являлось изучение влияния нанодисперсной добавки на основе диоксида титана на свойства строительных растворов. В работе использовались следующие материалы: портландцемент марки ПЦ 500 Д0 ОАО «Мальцовский портландцемент», намывной кварцевый песок (П) с модулем крупности 1,2 (п. Свень, Брянская обл.) и вода. Нанодобавка в виде суспензии из диоксида титана (таблица 1) вводилась в количестве 0,1-1%.

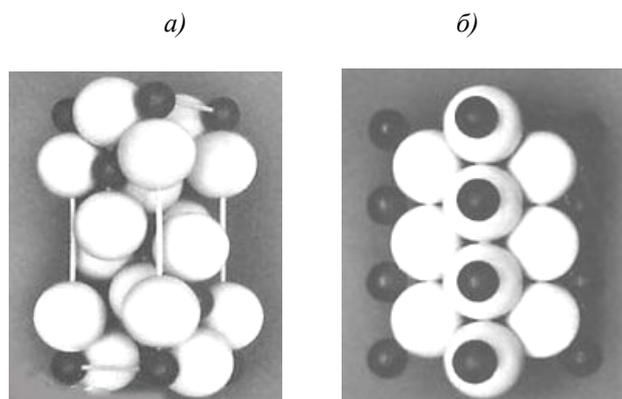


Рисунок 1 – Кристаллическая решетка диоксида титана: а – анатаз; б – рутил

Таблица 1 – Эксплуатационные характеристики диоксида титана

Артикул	Диоксид титана анатазной формы	Диоксид титана рутильной формы
Содержание $TiO_2$ , %	93	94
Влажность, %	0,5	0,5
Удельное сопротивление, Ом·см	10000	11100
Остатки фильтровки, %	0,05	0,00
pH водного раствора	5,5	8,4
Впитываемость масла, г/100-г	24,0	22,9
Дисперсность частиц, мкм	30	30
Осветляющая способность, точка	1720	1860
Содержание $Al_2O_3$ , %	3,5	3,5
Содержание $SiO_2$ , %	2,1	2,1

Суспензии наночастиц получали в условиях ультразвукового диспергирования (УЗД), в основе которого лежит эффект акустической кавитации микроскопических пузырьков [6].

Методом лазерной спектроскопии были проведены исследования дисперсности разработанных суспензий частиц титана. В результате установили, что ультразвуковое диспергирование диоксида титана в органическом растворителе способствует измельчению его частиц до диаметра 167,58-187,40 нм (рисунок 2).

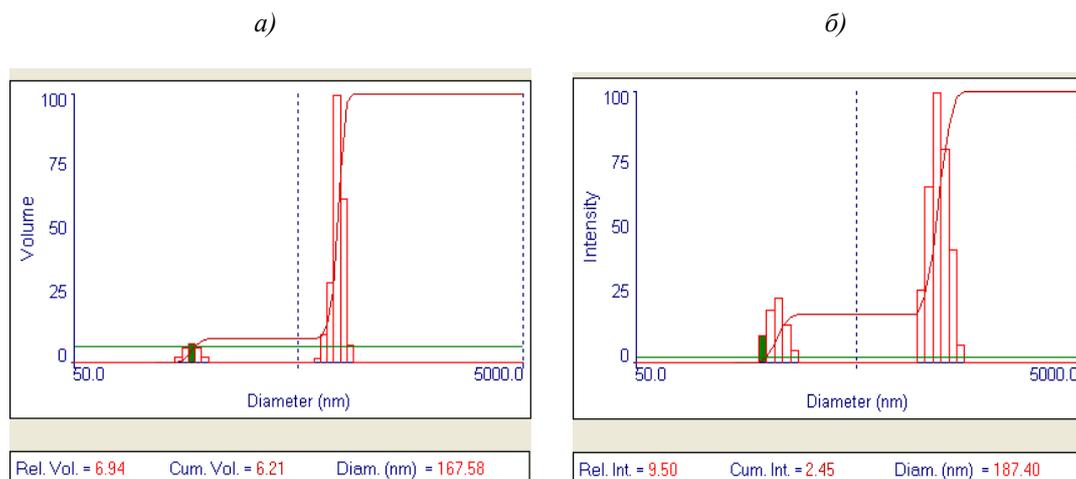


Рисунок 2 – Гистограмма распределения частиц диоксида титана по размерам после УЗД органическим растворителем: а – диоксид титана в анатазной форме; б – диоксид титана в рутильной форме

Как видно из рисунка 2, частицы диоксида титана в анатазной форме имеют меньший размер, чем в рутильной. В первом случае частицы имеют диаметр 167,58 нм с полидисперс-

ностью 0,297, во втором – 187,40 нм с полидисперсностью 0,317. Прочность строительных растворов определяли на образцах размером 40×40×160 мм через 28 суток нормального твердения. Полученные после испытания на изгиб шесть половинок-балочек испытали на сжатие. Из полученных данных (рисунок 3, 4) видно, что предел прочности при сжатии образцов с добавкой диоксида титана превышает прочность контрольного образца при введении в состав строительного раствора  $TiO_2$  как анатазной, так и рутильной формы.

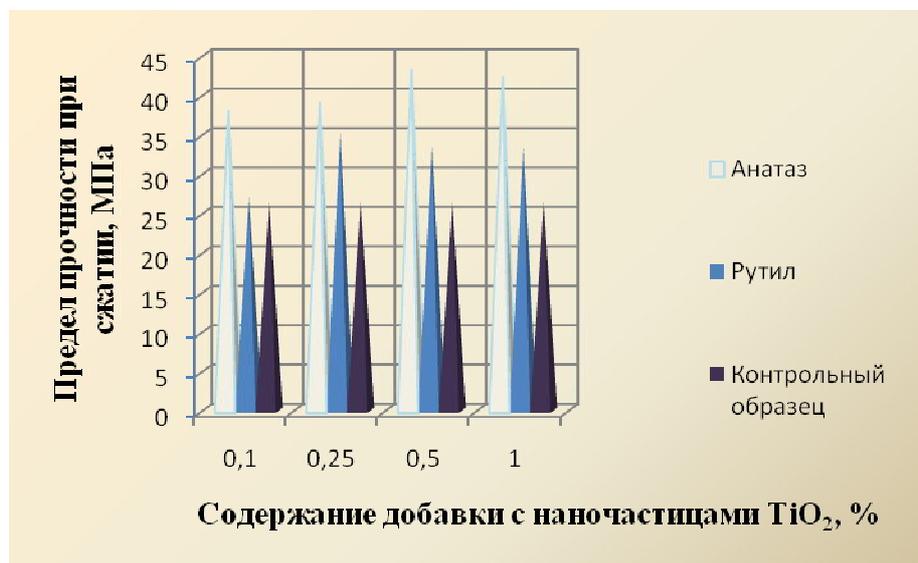


Рисунок 3 – Прочностные характеристики строительных растворов, модифицированных наночастицами диоксида титана после 10 мин. УЗД

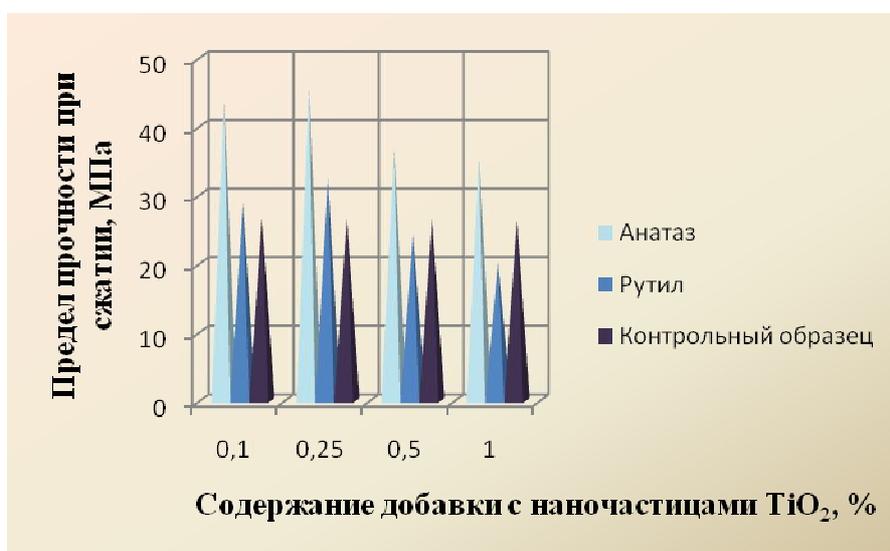


Рисунок 4 – Прочностные характеристики строительных растворов, модифицированных наночастицами диоксида титана после 15 мин. УЗД

При модифицировании строительных растворов наноразмерными частицами диоксида титана в анатазной форме после 10 мин. УЗД в количестве 0,1-0,25% от массы вяжущего прочность на сжатие увеличивается от 26,46 МПа до 39,2 МПа, а при введении 0,5-1% – до 43,4 МПа.

Установлено повышение прочности образцов от 26,46 МПа до 35,2 при введении добавки диоксида титана в количестве 0,1-0,25% в рутильной форме после ультразвукового диспергирования в течение 10 мин., а при 0,5-1% – до 33,52 МПа.

При добавлении в состав строительных растворов 0,1-0,25% водной суспензии частиц диоксида титана в рутильной форме после 15 мин. УЗД их прочность при сжатии в 28-

суточном возрасте возрастает от 26,46 МПа до 32,32 МПа, т.е. 1,2 раза, а при введении 0,5-1% снижается от 24,2 МПа до 20,2 МПа.

Наибольшей прочностью при сжатии в 28-суточном возрасте раствор обладает при добавлении в его состав 0,25% нанодисперсной добавки диоксида титана в анатазной форме после 15 мин. УЗД, при этом его прочность повышается от 26,46 МПа до 46 МПа, т.е. в 1,7 раза.

Улучшение свойств строительных растворов, наблюдаемое при использовании наночастиц, связано со снижением дефектности структуры и доли открытых пор, повышением плотности и др.

Таким образом, диоксид титана может применяться не только как пигмент, но и как нанодисперсная добавка в строительные растворы, которая позволяет повысить их прочностные характеристики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоткин, И.М. Использование кавитации в технологических процессах [Текст] / И.М. Федоткин, А.Ф. Немчин. – Киев: Виша школа, 1984. – 68 с.
2. Лидин, Р.А. Реакции неорганических веществ: справочник [Текст] / Р.А. Лидин, В.А. Молочко, Л.Л. Андреева. – М., 2007. – 637 с.
3. Чудакова, О.А. Влияние наноразмерных частиц диоксида титана на прочностные характеристики строительных растворов [Текст] / О.А. Чудакова // Молодежь и научно-технический прогресс: Сбор. трудов, Выпуск I. – Брянск: БГИТА, 2010. – С. 207-210.
4. Фаликман, В.Р. Об использовании нанотехнологий и наноматериалов в строительстве. Часть 1 [Текст] / В.Р. Фаликман // Нанотехнологии в строительстве: науч. Интернет-журн. – 2009. – №1. – С. 24-34.
5. Лукутцова, Н.П. Наномодифицированный мелкозернистый бетон [Текст] / Н.П. Лукутцова, Е.Г. Матвеева, А.А. Пыкин, О.А. Чудакова // Надежность и долговечность строительных материалов, конструкций и оснований фундаментов: материалы V Международной научно-технической конференции, г. Волгоград, 23-24 апреля 2009 г. Часть I. – Волгоград: Волг-ГАСУ, 2009. – С. 166-170.
6. Толочко, Н.К. Ультразвуковое диспергирование углеродных наноматериалов [Текст] / Н.К. Толочко, П.Г. Становой, С.А. Жданок, А.В. Крауклис // Перспективные материалы. – 2008. – №2. – С. 5-9.

### **Лукутцова Н.П.**

Брянская государственная инженерно-технологическая академия, г. Брянск  
Доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой «Производство строительных конструкций»  
Тел.: +7 8(4832) 74-05-13  
E-mail: natluk58@mail.ru

### **Чудакова О.А.**

Брянская государственная инженерно-технологическая академия, г. Брянск  
Аспирант кафедры «Производство строительных конструкций»  
Тел.: +7 (4832) 53-13-23  
E-mail: Chudakovachka@mail.ru

### **Хотченков П.В.**

Брянская государственная инженерно-технологическая академия, г. Брянск  
Аспирант кафедры «Производство строительных конструкций»  
Тел.: +7 (4832) 74-05-13  
E-mail: bgita@mail.ru

СОЛОМЕНЦЕВ А.Б., БАРАНОВ И.А., ЖАРИНОВ Ю.Б.

## ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВОЛЛАСТОНИТОВОГО МИНЕРАЛЬНОГО ПОРОШКА В КАЧЕСТВЕ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕЙ ДОБАВКИ ДЛЯ ЩЕБЕНОЧНО-МАСТИЧНОГО АСФАЛЬТОБЕТОНА

*Определены свойства асфальтовязующего на доломитовом минеральном порошке с добавками волластонитового порошка. Отмечена незначительная битумоемкость. Проведена сравнительная оценка битумоудерживающей способности волластонитового минерального порошка в щебеночно-мастичном асфальтобетоне. Показано, что волластонитовый порошок не обладает стабилизирующими, битумоудерживающими свойствами.*

**Ключевые слова:** волластонитовый порошок, доломитовый порошок, стабилизирующие добавки, асфальтовязующее.

*Defined properties asphaltvyazhushego on dolomite mineral powder with additives wollastonite powder. A slight bitumoeemkost. A comparative evaluation of the ability bitumouderzhivayushey wollastonite mineral powder in a crushed stone mastic asphalt concrete. It is shown that wollastonite powder does not have the stabilizing bitumouderzhivayuschimi properties.*

**Keywords:** wollastonite powder, dolomite powder, stabilizing additives, asphaltvyazhushee.

Волластонитовые минеральные порошки различной дисперсности получают в результате дробления и помола горной породы волластонита. Волластонит – это природный силикат кальция белого или светло-серого цвета с химической формулой  $\text{CaSiO}_3$ . Волластонит не растворяется в воде и органических растворителях, но взаимодействует с соляной кислотой.

Для природного волластонита характерна вытянутая по длине структура кристаллов, при раскалывании которых образуются зерна игольчатой формы [1]. Игольчатая форма зерна волластонита определяет основное направление его использования в качестве микроармирующего наполнителя. Волластонит является единственным чисто белым наполнителем, имеющим форму столбчатого продолговатого кристалла с отношением длины волокна к его диаметру в зависимости от марки (L:D) от 3:1 и выше. Игольчатость является определяющим свойством для упрочнения покровных пленок лакокрасочных материалов и для повышения их долговечности и износостойкости. Твердость волластонита по шкале Мооса составляет 4,5-5,0, истинная плотность – 2,9 г/см<sup>3</sup>. Волластонитовые порошки используются как наполнители в промышленности.

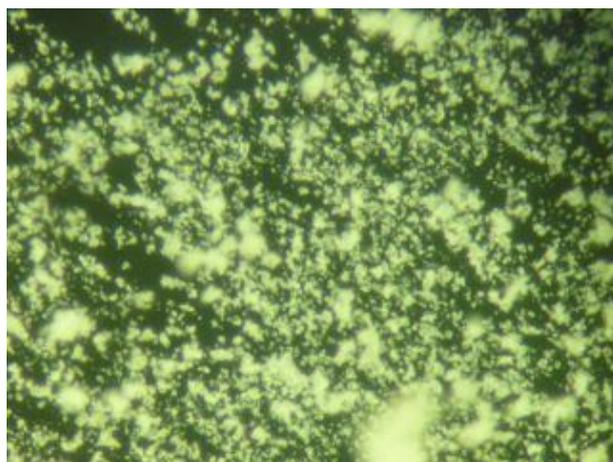
Стабилизирующие добавки в ЩМА предназначены для удерживания (фиксирования) битума в межзерновом пространстве щебеночного каркаса щебеночно-мастичной асфальтобетонной смеси с помощью образующейся в результате ее приготовления мастики, т.е. асфальтовязующего, состоящего из битума, минерального порошка, стабилизирующей добавки с битумоудерживающими свойствами, а также с использованием других модифицирующих добавок (адгезионных, структурирующих и т.д.)

Оценка битумоудерживающей способности волластонитового минерального порошка была проведена в три этапа. На первом этапе были проведены микроскопические исследования структуры доломитового и волластонитового минеральных порошков. На втором этапе оценивались характеристики микроструктуры ЩМА, т.е. характеристики асфальтовязующего. На третьем этапе оценивались характеристики щебеночно-мастичной асфальтобетонной смеси и асфальтобетона по ГОСТ 31015-2002 [2], в том числе по показателю стекания, который характеризует битумоудерживающую способность применяемой стабилизирующей добавки в ЩМА.

Для исследований микроструктуры использовался микроскоп Axioskop 2 MAT с новой серией объективов улучшенной цветовой коррекции «ЕС Eriplan-Neofluars». Такое оборудование кафедры «Приборостроение, метрология и сертификация» позволяет производить исследования современными методами. Для анализа микроструктуры на предметное стекло наносилось небольшое количество порошка. Затем предметное стекло с образцом помещалось под объектив микроскопа для микрофотографирования. Из рисунков 1-2 видно, что волластонит в отличие от доломитового минерального порошка имеет игольчатую форму зерен. Согласно исследованиям [3] волластонит марки Воксил 100 характеризуется крайне высоким содержанием частиц удлиненной формы. Степень игольчатости (С.И.) исходного волластонитового порошка составляет 30%. Она определяется путем статического подсчета частиц удлиненной формы в ограниченном поле микроскопа и соотношении полученного результата с общим количеством видимых частиц в этом же поле.



*Рисунок 1 – Микрофотография волластонитового минерального порошка увеличение X 100*



*Рисунок 2 – Микрофотография доломитового минерального порошка увеличение X 100*

Для дальнейшего изучения микроструктуры традиционно используется модельная система «битум + минеральный порошок», т.е. асфальтовяжущее вещество. Исследуя зависимости физико-механических свойств асфальтовяжущего от количества битума в нем, сравнивая между собой свойства асфальтовяжущего оптимальной структуры с добавкой волластонита, можно предварительно оценить, в каком направлении будут изменяться свойства микроструктуры асфальтобетона, и как это будет влиять на свойства асфальтобетона.

Для приготовления асфальтовяжущего использовался битум БНД 60/90 Московского НПЗ, доломитовый минеральный порошок Витебского ОАО «Доломит» Республики Беларусь и волластонитовый минеральный порошок марки Воксил 071, произведенный в Алтайском крае. Зерновой состав доломитового и волластонитового минеральных порошков приведен в таблице 1. Приготовление асфальтовяжущего производилось в 10-литровом лабораторном смесителе с подогревом смесительной камеры. Волластонитовый порошок вводился в разогретый до 150-160°C битум и перемешивался в нем до однородного распределения. Минеральный порошок нагревался до 160°C и засыпался в смеситель, затем вводился битум с волластонитовым порошком и проводилось перемешивание в течение 40-60 секунд до однородного распределения битума с волластонитовым минеральным порошком в доломитовом минеральном порошке. Образцы асфальтовяжущего изготавливались с использованием форм для асфальтобетона  $d=50,5$  мм по технологии приготовления асфальтобетонных образцов. Далее определяли физико-механические свойства асфальтовяжущего.

Были изготовлены четыре партии образцов асфальтовяжущего с различным количеством битума в смеси: без добавления волластонитового порошка и с добавлением 4, 7 и 20% волластонитового порошка.

В каждой партии требовалось выбрать асфальтовяжущее с оптимальным количеством битума, которое имело бы оптимальную структуру и максимальное количество ориентиро-

ванного битума в битумных пленках. При этом достигается максимальное значение средней плотности и прочности при 50°C, водонасыщение близко к минимальному значению.

Зависимость средней плотности асфальтовяжущего от количества битума приведена на рисунке 3, водонасыщения от количества битума – на рисунке 4, прочности при сжатии при 50°C от количества битума в асфальтовяжущем – на рисунке 5. Оказалось, что для асфальтовяжущего без волластонитового порошка оптимальное количество битума составляет 12,4%, для асфальтовяжущего с добавкой 4% волластонитового порошка также 12,5%, с добавкой 7% – 13%, а с добавкой 20% волластонитового порошка – 16% (таблица 2). Таким образом, можно сделать вывод, что добавка от 4 до 7% волластонитового порошка незначительно увеличивает битумоемкость (0,5-1%), а при добавлении 20% – на 4%. В щебеночно-мастичной асфальтобетонной смеси волластонитовый порошок возможно будет проявлять битумоудерживающую способность.

При опробовании волластонитового порошка в качестве стабилизирующей добавки в щебеночно-мастичной асфальтобетонной смеси для сравнения была также использована стабилизирующая добавка Viator 66 [4], которая представляет собой гранулы на 67% состоящие из технической целлюлозы и на 33% из битума.

Таблица 1 – Зерновой состав доломитового и волластонитового минеральных порошков

Зерновой состав, % по массе	Вид порошка		
	доломитовый	волластонитовый	Значения по ГОСТ 52129-2003
Мельче 1,25	-	-	Не менее 100
- 0,315	100(26,14)	100(28,7)	Не менее 90
- 0,071	73,86	71,3	От 70 до 80

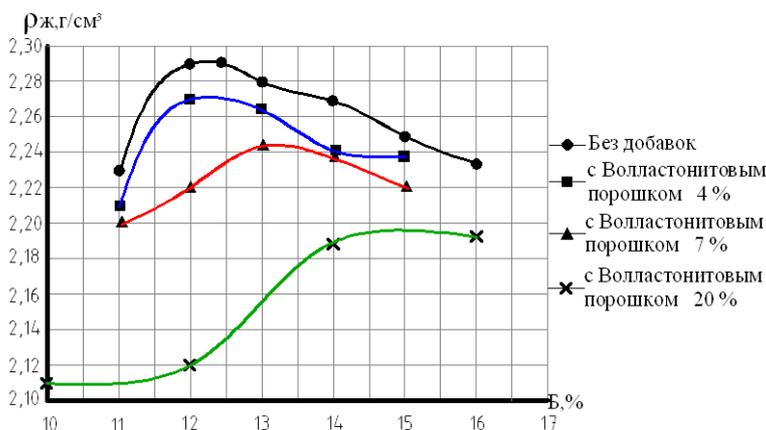


Рисунок 3 – Зависимость средней плотности асфальтовяжущего от количества битума

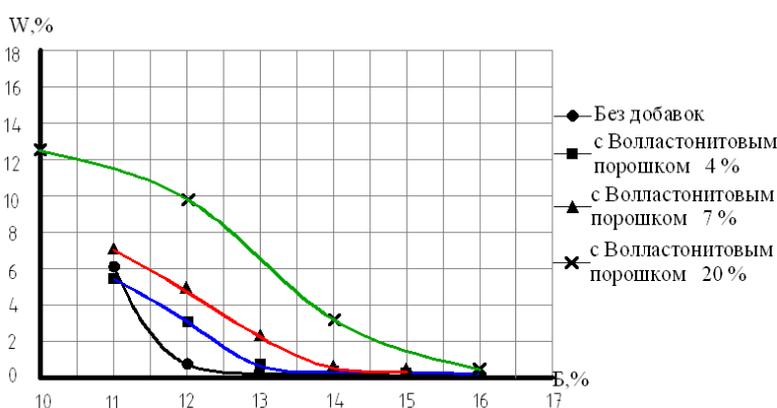


Рисунок 4 – Зависимость водонасыщения асфальтовяжущего от количества битума

от количества битума

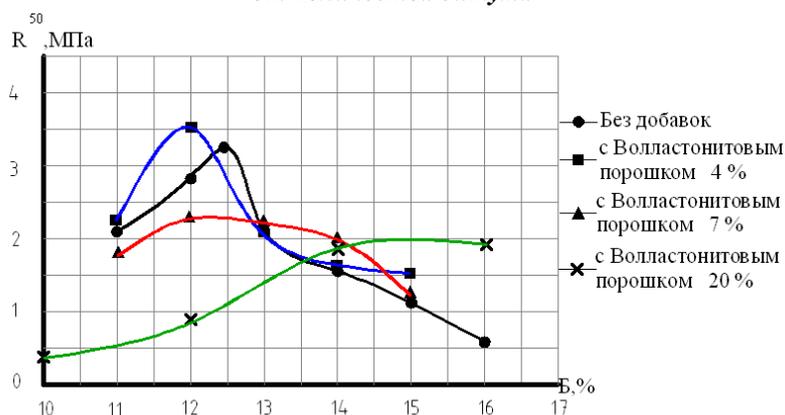


Рисунок 5 – Зависимость прочности при сжатии при 50°С асфальтовяжущего от количества битума

Таблица 2 – Показатели физико-механических свойств асфальтовяжущего оптимальной структуры с волластонитовым порошком

№ п/п	Состав асфальтовяжущего, %	Физико-механические показатели						Водостойкость
		Средняя плотность, г/см <sup>3</sup>	Водонасыщение, в % по объему	Предел прочности при сжатии, (МПа)				
				при 20°С в водонасыщенном состоянии	при 20°С	при 50°С	при 0°С	
1	Мин. порошок – 100%, битум – 12,4% от массы мин. части	2,29	0,09	4,36	6,68	1,97	9,94	0,65
2	Мин. порошок: доломитовый – 96%, волластонитовый – 4%, битум – 12,5% от массы мин. части	2,27	1,09	5,45	5,88	3,55	6,31	0,93
3	Мин. порошок: доломитовый – 93%, волластонитовый – 7%, битум – 13% от массы мин. части	2,24	0,09	5,13	6,01	2,00	6,63	0,85
4	Мин. порошок: доломитовый – 80%, волластонитовый – 20%, битум – 16% от массы мин. части	2,19	0,3	5,07	5,44	1,99	6,17	0,93

Для приготовления щебеночно-мастичной асфальтобетонной смеси ЩМАС-15 использовался битум БНД 60/90 Московского НПЗ, известняковый минеральный порошок ОАО «Гурово-бетон», щебень гранитный фракции 10-15 мм, щебень гранитный фракции 5-10 мм и отсев гранитный фракции 0-5 мм. Состав ЩМАС-15 был подобран с использованием вышеназванных материалов. Зерновой состав минеральной части ЩМАС-15 соответствует ГОСТ 31015-2002. Состав смеси следующий: гранитный щебень фр. 10-15 мм – 42%, гранитный щебень фр. 5-10 мм – 30%, отсев гранитный фр. 0-5 мм – 15%, известняковый минеральный порошок – 13%, Viator 66 – 0,42%, битум – 5,5% от массы минеральной части. Приготовление асфальтобетонной смеси производилось в 10-литровом лабораторном смесителе с подогревом смесительной камеры. Стабилизирующая добавка Viator 66 и волластонитовый порошок вводились в разогретый до 150-160°С битум, и перемешивались в нем до однородного распределения. Минеральные материалы нагревались до 160°С и засыпались в смеситель, затем вводился битум с добавками и проводилось перемешивание в течение 40-60 се-

кунд до полного покрытия битумом минеральных материалов. Образцы щебеночно-мастичного асфальтобетона изготавливались в соответствии с ГОСТ 12801-98.

Результаты определения физико-механических показателей свойств ЩМАС-15 приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Физико-механические показатели свойств ЩМАС-15

№ п/п	Состав щебеночно-мастичной асфальтобетонной смеси, %	Физико-механические показатели							Водостойкость
		Стекание В, %	Средняя плотность, г/см <sup>3</sup>	Водонасыщение, в % по объему	Предел прочности при сжатии, (МПа)				
					при 20°С в водонасыщенном состоянии	при 20°С	при 50°С	при 0°С	
1	Требования ГОСТ 31015-2002	Не более 0,2	-	1,0-4,0	-	Не менее 2,2	Не менее 0,65	-	-
2	Щебень гранит. фр. 10-15 мм – 42%, щебень гранит. фр. 5-10 мм – 30%, отсев гранитн. фр. 0-5мм – 15%, известняковый минеральный порошок – 12,58%, Viator 66 – 0,42%, битум – 5,5% от массы мин. части	0,16	2,38	2,77	5,26	5,46	1,57	7,18	0,96
3	Щебень гранит. фр. 10-15 мм – 42%, щебень гранит. фр. 5-10 мм – 30%, отсев гранитн. фр. 0-5 мм – 15%, известняковый минеральный порошок – 13%, битум – 5,5% от массы мин. части	0,88	2,40	2,52	4,69	5,01	1,46	6,48	0,94
4	Щебень гранит. фр. 10-15 мм – 42%, щебень гранит. фр. 5-10 мм – 30%, отсев гранитн. фр. 0-5 мм – 15%, известняковый минеральный порошок – 12,58%, волластонитовый минеральный порошок – 0,42%, битум – 5,5% от массы мин. части	0,89	2,39	3,05	4,79	4,99	1,49	6,12	0,96
5	Щебень гранит. фр. 10-15 мм – 42%, щебень гранит. фр. 5-10 мм ОАО – 30%, отсев гранитн. фр. 0-5 мм – 15%, известняковый минеральный порошок – 12,28%, волластонитовый минеральный порошок – 0,72%, битум – 5,5% от массы мин. части	0,85	2,41	2,42	4,75	4,76	1,36	6,53	0,998

Согласно ГОСТ 31015-2002 значения показателя стекания вяжущего должен быть не более 0,20% по массе, а при подборе состава смеси рекомендуется, чтобы показатель стекания вяжущего находился в пределах от 0,07% до 0,15% по массе. Из таблицы видно, что по показателю стекания только смесь с Viator 66 удовлетворяет требованиям ГОСТ 31015-2002, т.е. стекание менее 0,2. Смесь с волластонитовым порошком в количестве 0,42% имеет показатель стекания выше требуемого в 4,5 раза, а при его содержании в смеси 0,72% показатель

стекания выше в 4,3 раза. Таким образом, можно сделать вывод, что волластонитовый порошок в ЦМАС не проявляет битумоудерживающих свойств. Это объясняется высокой степенью игольчатости и гладкой поверхностью зерен. В результате не происходит механического вхождения расплавленного битума в пустоты и поры и дальнейшего взаимодействия. Волластонит ведет себя как обычный минеральный порошок, что видно по физико-механическим показателям свойств ЦМАС-15, приведенным в таблице 3.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тюльнин, В.А. Волластонит уникальное минеральное сырье многоцелевого назначения [Текст] / В.А. Тюльнин, В.И. Ткач, Н. Эйрих и др. – М.: Издательский дом «Руда и металлы», 2003. – 144 с.
2. ГОСТ 31015-2002. Смеси асфальтобетонные и асфальтобетон щебеночно-мастичные. Технические условия [Текст]. – М.: Госстрой России, 2003. – 13 с.
3. Коробщикова, Т.С. Оценка влияния способа и продолжительности измельчения волластонита на его фактор анизотропии [Текст] / Т.С. Коробщикова, Н.А. Орлова // Тезисы и доклады IV Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Прикладные аспекты химической технологии, полимерных материалов и наносистем» (Полимер-2010): Сб. тез. докл. – 2010. – С. 79 – 83.
4. ТУ 5718-001-18268513-01. Стабилизирующая добавка Viator 66. Технические условия [Текст].

#### **Соломенцев Александр Борисович**

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел  
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительство автомобильных дорог»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-67  
E-mail: oantc@ostu.ru

#### **Баранов Игорь Александрович**

ФГОУВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел  
Ассистент кафедры «Строительство автомобильных дорог»  
Тел.: +7 (4862) 73-43-67  
E-mail: Igbaranow@yandex.ru

#### **Жаринов Юрий Борисович**

Бийский технологический институт (филиал) ГОУВПО «АлтГТУ им. И.И. Ползунова», г. Бийск  
Доктор технических наук  
Тел.: +7 (3854) 30-59-29;  
E-mail: \_zharinow\_@mail.ru

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА АНТИКОРРОЗИОННОЙ ЗАЩИТЫ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ МЕТОДОМ АВТООСАЖДЕНИЯ. ЧАСТЬ II

*Приводятся три последовательные стадии механизма автоосаждения олигомерных покрытий на поверхность алюминиевого сплава. Описываются основные факторы, оказывающие влияние на процесс образования качественного олигомерного покрытия, обосновываются области получения доброкачественных автофорезных пленок. Излагается универсальная технология нанесения антикоррозионных покрытий на поверхность алюминиевого сплава, адаптированная для строительной индустрии.*

**Ключевые слова:** антикоррозионная защита, алюминиевые сплавы, автоосаждение.

*There are presented three successive stages of the auto-precipitation mechanism in oligomeric coatings on a surface of aluminum alloy. The basic factors affecting the formation process of qualitative oligomeric coating are described, fields of sound auto-phoresis film manufacturing are substantiated. A universal technology for anticorrosive plating on a surface of aluminum alloy, adapted to construction engineering, is stated.*

**Keywords:** anticorrosive protection, aluminum alloys, autosedimentation.

Ранее авторами было показано [1], что применение автоосаждения является перспективным методом борьбы с коррозией строительных конструкций из алюминиевых сплавов. В I части статьи установлено, что в нейтральных и близких к ним средах раствора полиэлектролита различной концентрации происходит окисление алюминиевой поверхности с образованием ионов гидроксония, позволяющее сделать вывод о влиянии коррозионных процессов на зарождение новой олигомерной фазы на металлической поверхности. На основании результатов ранее полученных [2] данных, изложенных в первой части работы [1], и сведений о структуре полимерных водных растворов [3-7], можно описать предполагаемый механизм процесса автоосаждения олигомерных пленок на алюминиевом сплаве АМг2П. С точки зрения коллоидно-химических растворов, частицы водоразбавляемого лака КЧ-0125 можно представить в виде  $(RCOOH)_z$ , где

$$R=R_1+R_2, \quad (1)$$

где  $R_1$  – макромолекула маленизированного полибутадиена;  $R_2$  – макромолекула фенолформальдегидной смолы.

При введении нейтрализатора (водного 25% раствора аммиака) формула 1 примет вид:

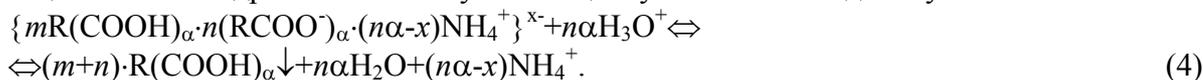
$$\{mR(COOH)_\alpha \cdot nR(COO^-)_\alpha \cdot (n\alpha-x) \cdot NH_4^+\}^x \cdot NH_4^+, \quad (2)$$

где  $R$  – полирадикал;  $NH_4^+$  – катион нейтрализатора;  $m$  – число молекул пленкообразователя в ядре мицеллы;  $n$  – число потенциалопределяющих полиионов;  $\alpha$  – число функциональных групп в молекуле олигомера;  $(n\alpha-x)$  – число противоионов нейтрализатора в непосредственной близости от ядра;  $x$  – число противоионов в диффузионной области;  $n\alpha$  – число потенциалопределяющих полиионов в агрегате мицеллы.

При погружении алюминия в водные растворы лака КЧ-0125 образование новой фазы происходит следующим образом. В нейтральных и близких к ним средах за счет анодного процесса:



образующиеся ионы гидроксония «атакуют» мицеллу «вблизи» анодных участков:



За счет реакции (4) олигомер в виде гелеобразной нерастворимой кислой формы осаждается на поверхности металла. Причем соблюдается неравенство:



В целом реакция (4) смещена вправо, как результат взаимодействия высвободившихся катионов аммония с гидроксильными ионами, генерируемыми в катодном цикле.

На катодных участках осуществляется процесс восстановления молекул воды:



При более высоких значениях  $\text{pH}=(10-11)$  процесс коррозии протекает с большей скоростью, и выделяющийся водород снимает гелеобразную пленку с поверхности алюминия.

Выше предложенный механизм автоосаждения можно разделить на три последовательные и взаимосвязанные стадии:

- Первая стадия начинается с миграции отрицательно заряженных мицелл к поверхности алюминиевого сплава, их ориентации полярными группами по отношению к полярным группам оксида металла. Как только расстояние между молекулами становится меньше 0,5 нм, что подтверждается данными атомно-адсорбционного анализа и спектрофотометрическими исследованиями, то устанавливается адсорбционное равновесие, и начинают действовать молекулярные силы с последующим образованием фазового полимолекулярного слоя. Об адсорбции карбоксилсодержащих пленкообразующих можно судить по величине электродного потенциала алюминия, смещающегося в отрицательную сторону [1].

- Вторая стадия характеризуется протеканием химических реакций на анодных и катодных участках поверхности соответственно. Причем коррозионные процессы на алюминиевом сплаве протекают с сильным торможением на катодных участках поверхности, а анодные – сопровождаются генерацией ионов гидроксония. Образование полимолекулярного фазового слоя возможно потому, что согласно теории возникновения стационарных потенциалов анодные и катодные участки на металлической поверхности чередуются во времени и на обновленных поверхностях образуются все новые адсорбционные слои [8].

- Третья стадия – стадия формирования фазового адсорбционного слоя в виде геля или студня по механизму «кислой» формы в результате взаимодействия адсорбционных частиц олигомера с ионами гидроксония по схеме химической реакции (4). После образования первичного слоя на обновленной поверхности образуется второй слой и т.д.

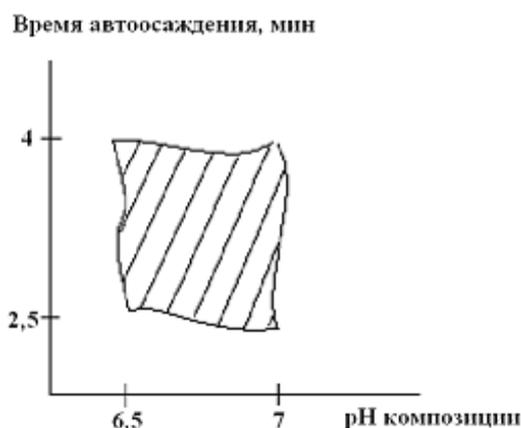
Таким образом, автоосаждение пленки лака КЧ-0125 на поверхность алюминиевого сплава АМг2П идет по механизму «кислой формы», как было показано в ранних работах по автоосаждению [2, 9], о чем свидетельствует отсутствием следов трехвалентного алюминия в пленках, соответствие кислотного числа олигомерных осадков кислотному числу исходного лака КЧ-0125, гравиметрические и потенциометрические исследования, «закисление» при электродного пространства в начальный момент времени процесса [1].

Анализ данных, представленных в I части статьи, и изложенных выше, позволяет сделать вывод о том, что на процесс образования качественного автоосажденного олигомерного покрытия основное влияние оказывают следующие факторы: pH автофорезной композиции; время процесса; концентрация пленкообразователя.

Границы интервала pH полиэлектrolита определялись, с одной стороны, неустойчивостью лакокрасочной композиции, приводящей к осаждению лака в объеме ванны и получению неравномерных гелеобразных осадков, а, с другой, – подрастворением образующегося гелеобразного покрытия, приводящим к получению тонких пленок с пониженной коррозионной стойкостью. Из рисунка 1 следует, что область качественных покрытий лежит в интервале pH 6,5-7,0.

Большое влияние на качество олигомерных покрытий оказывает время процесса автоосаждения. При продолжительности автофореза более 4 минут имеет место снижение стойкости покрытия к воздействию агрессивных растворов. При увеличении времени процесса в результате выравнивания концентрации ионов  $\text{H}^+$  вблизи поверхности изделий и объеме раствора наблюдается обратный процесс подрастворения образовавшегося покрытия.

При уменьшении времени процесса менее 2 минут из растворов лака КЧ-0125 низких концентраций (2-4%) покрытия не образуются (рисунок 1).



*Рисунок 1 – Диаграмма «продолжительность автоосаждения – pH композиции». Заштрихованная область – область получения доброкачественных покрытий*

В работах, опубликованных ранее [2, 9], установлено, что покрытия удовлетворительного качества осаждаются на поверхности сложнопрофилированных изделий из «чистого» алюминия марки А-99 при высоком содержании олигомера в растворе композиции (27-31 г/100 мл) без потерь радиотехнических параметров. Причем применение высококонцентрированных растворов (более 31 г/100 мл) нецелесообразно, т.к. приходится чаще корректировать лакокрасочную композицию по главному компоненту (лака КЧ-0125), и их использование приводит к получению неравномерных, «шагренистых» покрытий. Оптимальной концентрацией олигомера КЧ-0125 для защиты от коррозии алюминиевого сплава АМг2П, применяемого в строительной индустрии, можно считать 3-6 г/100 мл (рисунок 2).



*Рисунок 2 – Диаграмма «продолжительность автофореза – концентрация лака КЧ-0125». Заштрихованная область – область получения доброкачественных покрытий*

Таким образом, на основании данных о влиянии различных факторов на процесс формирования автофорезных защитных покрытий был разработан состав универсальной лакокрасочной композиции и технология ее нанесения, отраженные в заявках на патенты РФ от 19.07.2010 №2010130247, №2010130248.

Технологический процесс получения покрытий состоит из следующих основных операций: подготовка поверхности изделий; автоосаждение лаковой пленки; промывка; термотверждение пленки при 130°C в течение 30 минут.

Для удаления с деталей технических загрязнений применялись органические растворители – уайт-спирит или ксилол. Детали обрабатывались в этих растворителях погружением в ванну. Обезжиренные детали сушились при комнатной температуре и после этого передавались на щелочное травление – обезжиривание. Обезжиривание проводилось в 10% растворе NaOH при комнатной температуре в течение 0,5-1 мин. Для снятия черного налета составляющих алюминиевых деформируемых сплавов проводили операцию осветления в азотной

кислоте (1:1) при 15-25°C. После травления детали промывали водой. Далее детали переносили в ванну фосфатирования следующего состава (г/л):  $H_3PO_4$  (75%) – 64, NaF – 50,  $CrO_3$  – 10. При температуре 18-23°C в течение 5-7 мин. на поверхности алюминиевого сплава образуется пленка голубого цвета. После фосфатирования изделия промывали водой. После непосредственного осаждения на алюминии автофорезной пленки и промывки следует термоотверждение покрытия при  $t=130^\circ C$  в течение 30 мин. В таблице приведены основные физико-механические свойства олигомерных (термоотвержденных) автофорезных покрытий.

Таблица 1 – Физико-механические и защитные свойства олигомерных покрытий (лабораторные испытания)

Показатель	Численное значение
Адгезия	$I_1$
Солестойкость	более 700 г
Тропикостойкость	более 700 г
Толщина	5 мкм
Твердость по «карандашу»	более 2Т
Прочность на удар	выше 50 кгс/см <sup>2</sup>
Внешний вид	гладкие, прозрачные
Термоудар (-60°C÷+85°C)	3 цикла
«Морской» туман	120 ч (далее не проводились)
«Тропическая» влага	240 ч (далее не проводились)
«turn-over»	более 2-х циклов

Таким образом, высокие защитные свойства автофорезных покрытий позволяют использовать предложенную технологию защиты алюминия во многих отраслях промышленности, в том числе и строительном производстве.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосов, С.В. Теория и практика антикоррозионной защиты строительных конструкций из алюминиевых сплавов методом автоосаждения [Текст] / С.В. Федосов, В.Е. Румянцева // Строительство и реконструкция. – Орел: ОрелГТУ. – 2010. – №6 (32). – С. 94-100.
2. Румянцева, В.Е. Автоосаждение коррозионно-стойких покрытий на алюминиевые сплавы из раствора олигомера КЧ-0125 [Текст] / В.Е. Румянцева: дис. канд. техн. наук. – Иваново, 1997. – 123 с.
3. Флори, П. Статистическая механика цепных молекул [Текст] / П. Флори. – М.: Мир, 1971. – 317 с.
4. Кревелин, Ван. Свойства и химическое строение полимеров [Текст] / Ван Кревелин. – М.: Химия, 1976. – 416 с.
5. Воюцкий, С.С. Курс коллоидной химии [Текст] / С.С. Воюцкий // 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Химия, 1975. – 512 с.
6. Гордон, Д. Органическая химия растворов электролитов [Текст] / Д. Гордон // Пер. с англ. под ред. И.П. Белицкой. – М.: Мир, 1979. – 712 с.
7. Мител, К. Мицеллообразование, солюбилизация и микроэмульсии [Текст] // Под. ред. К. Миттела: пер. с англ. / Под ред. В.Н. Измайловой. – М.: Мир, 1980. – 644 с.
8. Томашов, Н.Д. Теория коррозии металлов [Текст] / Н.Д. Томашов. – М.: Metallurgia, 1978. – 200 с.
9. Румянцева, В.Е. Основы механизма автоосаждения [Текст] / В.Е. Румянцева, В.К. Горшков, О.Ю. Буланова // Сборник тезисов докладов: «Ученые записки ИТФ». – Вып. 3. – Иваново: ИГАСА. – 2000. – С. 176.

**Федосов Сергей Викторович**

ГОУВПО «Ивановский государственный архитектурно-строительный университет», г. Иваново  
 Академик РААСН, доктор технических наук, профессор  
 Тел.: +7 (4932) 32-85-40

**Румянцева Варвара Евгеньевна**

ГОУВПО «Ивановский государственный архитектурно-строительный университет», г. Иваново  
 Кандидат технических наук, доцент кафедры «Химии и охраны окружающей среды»  
 Тел.: +7 (4932) 37-34-36

ХРИСТОФОРОВ А.И., ХРИСТОФОРОВА И.А., КУЗЬМИН Д.И.

## МЕХАНИЗМ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕЛКОЗЕРНИСТОГО БЕТОНА

*В статье представлены теоретические воззрения на процесс гидратации вяжущего и влияния модифицирующих добавок на этот процесс. Отражены исследования по модификации воды добавкой органических соединений  $Na^+$  с целью интенсификации процессов, протекающих при твердении мелкозернистого бетона.*

**Ключевые слова:** мелкозернистый бетон, органические соединения  $Na^+$ , поверхностное натяжение, модифицирование воды.

*In article presents theoretical views on process of hydration knitting and influences of modifying additives on this process. Researches on updating of water by an additive of organic connections  $Na^+$ , for the purpose of an intensification of processes proceeding at harden fine-grained concrete.*

**Keywords:** fine-grained concrete, organic connections  $Na^+$ , a superficial tension, water modifying.

Ученые по-разному объясняют механизм схватывания и твердения бетонов. К началу XX века четко оформились физико-химические теории схватывания и твердения, связанные с именами А.Л. Ле-Шателье, В. Михаэлиса и А.А. Байкова.

Процесс твердения по В. Михаэлису заключается в том, что вначале под действием воды в поверхностных слоях цементных зерен образуется рыхлая масса геля, обеспечивающая первую стадию – склеивание зерен. По А.Л. Ле-Шателье процесс протекает путем растворения исходного силиката с образованием в дальнейшем пересыщенного раствора, из которого выделяются гидраты в виде кристаллов новообразований. А.А. Байков считает, что всякое твердеющее вещество обязательно проходит стадию коллоидного состояния, причем растворимость гидратных продуктов является важным условием твердения. Процесс твердения он рассматривает как единый кристаллохимический процесс, имеющий стадии растворения, образования коллоидных растворов и кристаллизации [1].

Современные представления о процессах гидратационного твердения неорганических вяжущих веществ опираются на теоретические положения физико-химической механики, разработанные П.А. Ребиндером. Согласно этим представлениям в твердеющем цементе возможно существование коагуляционных, кристаллизационных и конденсационных структур. Конденсационные структуры характеризуются пространственной сеткой, образованной в результате возникновения химических связей за счет валентностей. Кристаллизационный механизм твердения неорганических вяжущих веществ связан с положением о том, что прочность образующихся кристаллизационных структур определяется прочностью отдельных кристаллов и их срастаний, а также связями коагуляционного типа [2].

В трудах В.В. Тимашева и его учеников вопросы синтеза цементного камня увязываются с ролью в этом процессе отдельных клинкерных минералов. Цементный камень рассматривается с точки зрения «теории микробетона» В.Н. Юнга, согласно которой зерна клинкера и отдельных клинкерных минералов, гидратируясь с поверхности, становятся узлами пространственной решетки цементного камня, а кристаллические и гелевидные новообразования, возникающие в твердеющем цементном камне, являются диффузными оболочками вокруг негидратированных частиц [3, 4].

Механизм процессов, обуславливающих гидрофобизацию цементных материалов путем применения гидрофобизирующих добавок. В основу теоретических воззрений о механизме действия гидрофобизирующих добавок положены представления о возможности взаимодействия гидрофобизатора и других ингредиентов модификатора с неорганическими

соединениями (цемент) при наличии в этих соединениях реакционно-способных групп. Взаимодействие цемента с поверхностно-активным веществом и водой затворения идет с поверхности зерен цемента. Но, как утверждает М.И. Хигерович [5], на разнородных клинкерных минералах, составляющих зерно цемента, этот процесс идет по-разному, в зависимости от природы ПАВ: гидрофобизирующий компонент прочно фиксируется на четырехкальциевом алюмоферрите ( $C_4AF$ ), двухкальцевом силикате ( $C_2S$ ) и трехкальцевом силикате ( $C_3S$ ), но совершенно не осаждается на трехкальцевом алюминате ( $C_3A$ ). По данным В.Н. Юнга и Б.Д. Тринкера [4] по адсорбционной способности в отношении лигносульфоната кальция минералы располагаются в следующий ряд:  $C_3A$ ,  $C_4AF$ ,  $C_2S$ ,  $C_3S$ .

В связи с противоречивыми сведениями в научно-технической литературе о механизме действия химических добавок профессором В.И. Соловьевым были проведены исследования о влиянии химических добавок на свойства цементных материалов [6].

При этом рассмотрены научно-теоретические воззрения о влиянии гидрофобизации на цементные системы. Гидрофобизацией называется придание поверхности гидрофильного материала свойства несмачиваемости водой, т.е. «обратным» свойством гидрофобизации является смачиваемость материала [5].

Смачиваемость твердых тел жидкостью – результат взаимодействия на границе раздела трех фаз: твердой, жидкой и газообразной. Она характеризуется степенью растекания капли жидкости на поверхности твердого тела, которая, в свою очередь, определяется соотношением между адгезией, т.е. сцеплением жидкости и твердого тела, и когезией самой жидкости, т.е. силами притяжения между ее молекулами. Количественной оценкой смачиваемости служит краевой угол (или его косинус), образованный касательной к поверхности капли с поверхностью твердого тела в точке соприкосновения трех фаз: жидкой, твердой и газообразной. Для смачиваемых жидкостью материалов краевой угол острый, для несмачиваемых – тупой. Степень смачиваемости водой зависит главным образом от химической природы твердой поверхности, ее структуры, наличия гидрофобизирующих веществ.

М.И. Хигерович в результате экспериментов по измерению краевого угла смачивания показал, что на зернах гидрофобного цемента имеются оболочки из ориентированных крупных асимметрично полярных молекул, которые обращены углеводородными радикалами наружу. Наибольшую гидрофобность обнаружили цементы с добавками олеиновой кислоты и асидолмылонафта. Цементы без добавок, а также с добавкой сульфитно-спиртовой барды оказались абсолютно гидрофильными. Промежуточное положение между ними заняли цементы, изготовленные с добавками масляных отходов промышленности, а также канифолиного мыла.

Такие явления изучал П.А. Ребиндер при хемосорбции ПАВ на поверхности гидрофильных твердых тел. Им было развито ставшее классическим учение Ленгмюра об ориентированном расположении молекул и установлено влияние химической фиксации полярных групп на эту ориентацию. Направленные наружу углеводородные цепи взаимодействуют друг с другом, создавая гидрофобные оболочки [2].

При анализе результатов исследований о влиянии гидрофобизирующих добавок на цементные материалы следует увязать их с современными представлениями о процессах гидратационного твердения неорганических вяжущих веществ.

Механизм действия суперпластификаторов, как видно из трудов Ю.М. Баженова [7], В.Г. Батракова [8], М. Коллепарди, имеет свою специфику. В.Г. Батраков механизм действия суперпластификаторов различных классов в цементных системах связывает с протеканием ряда процессов, в число которых вошли: а) адсорбция моно- или полимолекулярных ПАВ на поверхности, главным образом, гидратных новообразований; б) коллоидно-химические явления на границах раздела фаз в присутствии ПАВ; в) величина  $\zeta$ -потенциала.

Адсорбционная способность органических соединений зависит, в первую очередь, от длины углеводородной цепи и молекулярной массы соединения. В.Г. Батраков, исходя из того, что суперпластификаторы представляют собой смесь олигомеров и полимеров, содержащих молекулы различной степени полимеризации, установил большую адсорбционную активность высокомолекулярных соединений на поверхности цементных частиц [8].

Положение В.Г. Батракова о возможных типах образования хемосорбционных слоев на поверхности цементных частиц в зависимости от расположения реакционно-способных групп в молекуле поверхностно-активного вещества в связи с величиной «посадочной площадки» на частицах цемента и толщины монослоя от молекулярной массы олигомера.

Исследование модификатора на основе органических соединений  $\text{Na}^+$ , первоначально свелось к ограничению оптимальных границ концентраций. Данное исследование заключалось в определении поверхностного натяжения водных растворов методом максимального давления в пузырьке воздуха (рисунок 1).

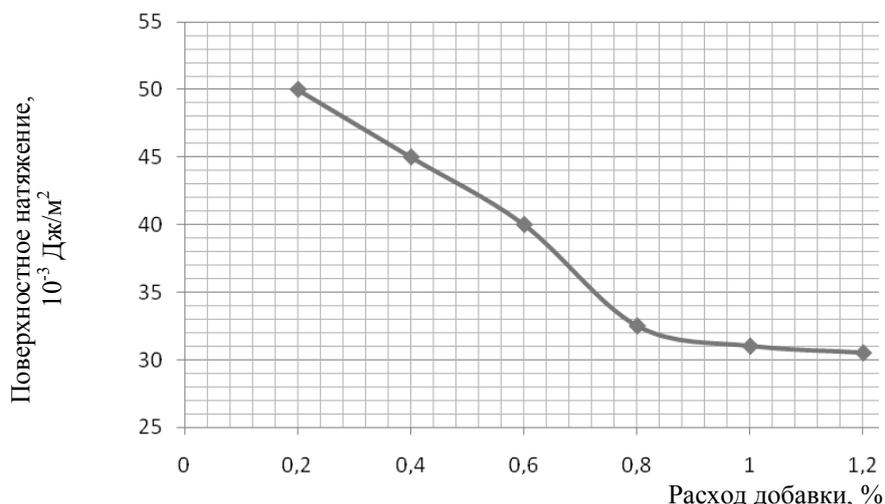


Рисунок 1 – Зависимость поверхностного натяжения от расхода добавки органических соединений  $\text{Na}^+$

Это исследование позволяет определить предел растворимости ПАВ, с достижением которого при добавлении ПАВ в раствор концентрация на границе раздела фаз остается постоянной, но в то же время происходит самоорганизация молекул ПАВ в объеме раствора – процесс мицеллообразования. Отличительным признаком мицеллообразования служит помутнение раствора ПАВ, за счет преломления света мицеллами.

Найденная по излому зависимости, представленной на рисунке 1, величина критической концентрации мицеллообразования составляет 0,6%.

С помощью уравнений Гиббса и Ленгмюра была рассчитана адсорбция на границе раствор – воздух. Найдено, что максимальная адсорбция составляет  $3,5 \cdot 10^{-6}$  моль/м<sup>2</sup>; площадь на молекулу в насыщенном слое 0,48 нм<sup>2</sup>.

Далее было проведено уточнение поверхностного натяжения в пределах расхода добавки от 0,3 до 0,5 методом отрыва платинового кольца, в дополнение определены водородный показатель и  $\zeta$  – потенциал (таблица 1).

Таблица 1 – Параметры модифицированной воды затворения

№ п/п	Расход добавки	Поверхностное натяжение, Дж/м <sup>2</sup> · 10 <sup>-3</sup>	Водородный показатель	$\zeta$ -потенциал, мВ
1	0,3	50	7,8	-5
2	0,35	45	8,4	-8
3	0,4	40	8,7	-12
4	0,45	32,5	8,7	-15
5	0,5	31	8,9	-17

Результаты, представленные в таблице 1, можно интерпретировать следующим образом. Введение добавки органических соединений  $\text{Na}^+$  в воду затворения обуславливает адсорбцию ПАВ на поверхности новообразований, приводящее к уменьшению величины межфазовой энергии, выраженной в снижении поверхностного натяжения, что облегчает деаг-

регацию частиц вяжущего. При этом высвобождается большая часть воды, которая и обеспечивает пластифицирующий эффект. Кроме того, образовавшиеся адсорбционные слои способны сглаживать микрошероховатость частиц, уменьшая коэффициент трения между ними. Вследствие адсорбции ПАВ частицы твердой фазы приобретают одноименный заряд, что приводит к их отталкиванию и затруднению их коагуляции.

Для подтверждения интенсификации процесса гидратации были исследованы образцы немодифицированного мелкозернистого бетона (рисунок 2) и модифицированного добавкой органических соединений  $\text{Na}^+$  (рисунок 3) с помощью аппарата ДРОН-3 М.

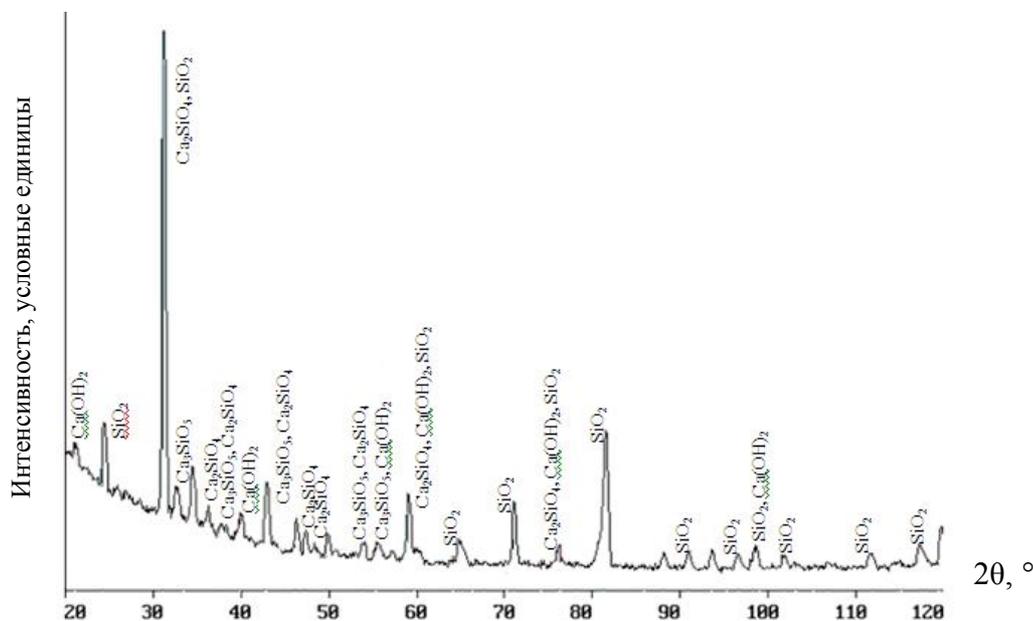


Рисунок 2 – Рентгенограмма мелкозернистого бетона при В/Ц – 0,5

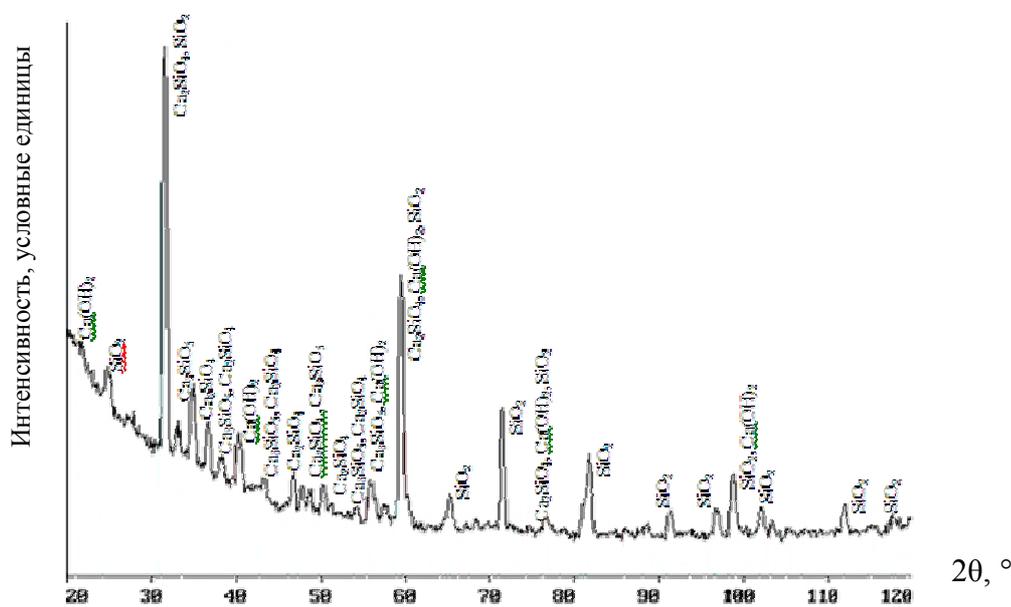


Рисунок 3 – Рентгенограмма модифицированного мелкозернистого бетона при В/Ц – 0,5 и расходе добавки – 0,4% от массы цемента

Анализ рисунков 2 и 3 позволяет сделать вывод, что наибольшей степенью гидратации портландцемента, определенной по содержанию  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ , обладает модифицированный бетон с расходом добавки на уровне 0,4% от массы цемента (в среднем увеличение составило 50%).

Данные, представленные выше, позволяют говорить, что использование добавки органических соединений  $\text{Na}^+$  позволяет получить пластичную бетонную смесь с улучшенными показателями процесса гидратации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ратинов, В.Б. Классификация добавок по механизму их действия на цемент [Текст] / В.Б. Ратинов // Шестой междунар. конгресс по химии цемента в Москве, 1974. – М.: Стройиздат, 1976. – Т.2. – С. 18-21.
2. Ребиндер, П.А. Поверхностно-активные вещества [Текст] / П.А. Ребиндер. – М.: Знание, 1961. – 43 с.
3. Тимашев, В.В. Агломерация порошкообразных силикатных материалов [Текст] / В.В. Тимашев, М.М. Сулименко, Б.С. Альбац. – М.: Стройиздат, 1978. – С. 3-80.
4. Юнг, В.Н. Поверхностно-активные гидрофильные вещества и электролиты в бетонах [Текст] / В.Н. Юнг, Б.Д. Тринкер. – М.: Госстройиздат, 1960. – 38 с.
5. Хигерович, М.И. Гидрофобный цемент [Текст] / М.И. Хигерович. – М.: Промстройиздат, 1957. – С. 7-10.
6. Соловьев, В.И. Бетоны с гидрофобизирующими добавками [Текст] / В.И. Соловьев. – Алма-Ата: Наука, 1990. – 112 с.
7. Баженов, Ю.М. Технология бетона [Текст] / Ю.М. Баженов. – М.: АСВ, 2002. – 49 с.
8. Батраков, В.Г. Модифицированные бетоны [Текст] / В.Г. Батраков. – М.: Стройиздат, 1998. – С. 5-18.

#### **Христофоров Александр Иванович**

ГОУ ВПО «Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых», г. Владимир

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Химической технологии стекла и керамики»

Тел.: +7-920-929-01-82

E-mail: khristoforov@mail.ru

#### **Христофорова Ирина Александровна**

ГОУ ВПО «Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых», г. Владимир

Доктор технических наук, профессор кафедры «Химической технологии стекла и керамики»

Тел.: +7-910-774-54-26

E-mail: khristoforova-i@mail.ru

#### **Кузьмин Дмитрий Игоревич**

ГОУ ВПО «Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых», г. Владимир

Аспирант кафедры «Химической технологии стекла и керамики»

Тел.: +7-920-620-28-53

E-mail: Kuzmin\_Dimitriy@mail.ru

## Уважаемые коллеги!

В научном журнале «Строительство и реконструкция» Вы можете опубликовать свои статьи по широкому спектру проблем в следующих областях:

### Строительство

- эффективные архитектурно-конструктивные решения зданий и сооружений;
- энергосберегающие технологии в строительном комплексе;
- развитие теории расчета сооружений и элементов строительных конструкций, оснований и фундаментов;
- вопросы безопасности зданий и сооружений;
- строительные технологии, материалы и изделия;
- теория архитектуры и градостроительства;
- архитектурно-строительное проектирование;
- синтез искусств в архитектуре и др.

Журнал открыт для рекламы, оплата – на договорной основе.

Объем статьи, как правило, не должен превышать 7 стр., рекламного объявления – не более 1 стр. Материал принимается в файловом виде: по электронной почте, на дискетах 3,5 дюйма или на CD-диске, выполненный в любом из текстовых редакторов Word, с приложением распечатки. С аспирантов плата за публикацию не взимается.

### ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЬИ:

- Объем материала, предлагаемого к публикации, измеряется страницами текста на листах формата А4 и содержит от 3 до 7 страниц (заполнение последней страницы – не менее 75 процентов; все страницы рукописи должны иметь сплошную нумерацию. Объем рекламного объявления не должен превышать 1 страницу).
- Статья предоставляется в 1 экземпляре на бумажном носителе и в электронном виде (по электронной почте или на любом электронном носителе).
- В одном сборнике может быть опубликована только одна статья одного автора, включая соавторство.
- Статьи должны быть набраны шрифтом Times New Roman, размер 12 pt с одинарным интервалом, текст выравнивается по ширине; абзацный отступ – 1,25 см, правое поле – 2 см, левое поле – 2 см, поля внизу и вверху – 2 см.
- Название статьи, а также фамилии и инициалы авторов обязательно дублируются на английском языке.
- К статье прилагается перечень ключевых слов на русском и английском языке.
- В тексте статьи желательно:
  - не применять обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы;
  - не применять для одного и того же понятия различные научно-технические термины, близкие по смыслу (синонимы), а также иностранные слова и термины при наличии равнозначных слов и терминов в русском языке;
  - не применять произвольные словообразования;
  - не применять сокращения слов, кроме установленных правилами русской орфографии, соответствующими государственным стандартам.
- Сокращения и аббревиатуры должны расшифровываться по месту первого упоминания (вхождения) в тексте статьи.

### ПОСТРОЕНИЕ СТАТЬИ

- УДК (сверху слева) с абзацным отступом.
  - С пропуском одной строки – выровненные по центру страницы и набранные прописными буквами светлым шрифтом прямого начертания инициалы и фамилии авторов (ИВАНОВ И.И.).
  - С пропуском одной строки – название статьи, набранное без абзацного отступа прописными буквами полужирным шрифтом 14 pt и расположенное по центру страницы.
  - С пропуском одной строки – краткая (не более 10 строк) аннотация, набранная с абзацного отступа курсивным шрифтом 10 pt на русском языке.
  - Краткая (не более 10 строк) аннотация, набранная с абзацного отступа курсивным шрифтом 10 pt на английском языке, отделенная от предыдущей аннотации одинарным интервалом.
  - Основной текст статьи. Заголовки подразделов набирают с абзацным отступом полужирным шрифтом прописными буквами (размер 12 pt), выравнивание по левому краю. Заголовки и подзаголовки отделяют от основного текста одинарным интервалом сверху.
-

*Адрес учредителя журнала*

Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет –  
учебно-научно-производственный комплекс»  
(ФГОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»)  
302020, г. Орел, ул. Наугорское шоссе, 29  
+7 (4862) 42-00-24  
www.ostu.ru  
E-mail: unpk@ostu.ru

*Адрес редакции*

Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет –  
учебно-научно-производственный комплекс»  
(ФГОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»)  
302020, г. Орел, ул. Московская, 77.  
+7 (4862) 73-43-49  
www.ostu.ru  
E-mail: oantc@ostu.ru

Технический редактор С.В. Солопов  
Компьютерная верстка С.В. Солопов

Подписано в печать 15.02.2011 г.

Формат 70x108 1/16. Печ. л. 3,58.

Тираж 400 экз.

Заказ № \_\_\_\_\_

Отпечатано с готового оригинал-макета на полиграфической  
базе ФГОУВПО «Госуниверситет – УНПК»  
302030, г. Орел, ул. Московская, 65.