



Государственный  
технический университет  
Научно – технический журнал  
Издается с 1995 года  
Выходит шесть раз в год  
**№ 5 (313) 2015**  
Сентябрь – Октябрь

# Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии

Учредитель – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет – учебно–научно–производственный комплекс»  
(ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»)

## Редакционный совет:

Голеников В.А. д-р техн. наук, проф.,  
председатель  
Пилипенко О.В. д-р техн. наук, проф.,  
зам. председателя  
Радченко С.Ю. д-р техн. наук, проф.,  
зам. председателя  
Борзенков М.И. канд. техн. наук, доц.,  
секретарь  
Астафичев П.А. д-р юрид. наук, проф.  
Иванова Т.Н. д-р техн. наук, проф.  
Колчунов В.И. д-р техн. наук, проф.  
Константинов И.С. д-р техн. наук, проф.  
Новиков А.Н. д-р техн. наук, проф.  
Попова Л.В. д-р экон. наук, проф.  
Степанов Ю.С. д-р техн. наук, проф.

## Редколлегия

Главный редактор  
Степанов Ю.С. д-р техн. наук, проф.,  
заслуженный деятель науки Российской  
Федерации

## Заместители главного редактора:

Барсуков Г.В. д-р техн. наук, проф.  
Гордон В.А. д-р техн. наук, проф.  
Подмастерьев К.В. д-р техн. наук, проф.

## Члены редколлегии:

Бабичев А.П. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Бухач А. д-р техн. наук, проф. (Польша)  
Вдовин С.И. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Дьяконов А.А. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Емельянов С.Г. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Зубчанинов В.Г. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Иванов Б.Р. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Киричек А.В. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Клименко С.А. д-р техн. наук, проф. (Украина)  
Колесников К.С. д-р техн. наук, проф.,  
академик РАН (Россия)  
Копылов Ю.Р. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Мяшин В.Г. д-р физ.-мат. наук, проф. (Россия)  
Мирсалимов В.М. д-р физ.-мат. наук, проф.  
(Азербайджан)  
Мулюкин О.П. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Осадчий В.Я. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Панин В.Е. д-р техн. наук, проф., академик  
РАН (Россия)  
Распопов В.Я. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Смоленцев В.П. д-р техн. наук, проф. (Россия)  
Старовойтов Э.И. д-р физ.-мат. наук, проф.  
(Беларусь)  
Хейфец М.Л. д-р техн. наук, проф. (Беларусь)

## Ответственный секретарь:

Тюхта А.В. канд. техн. наук

## Адрес редакции

302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29  
(4862) 54-15-19, 55-55-24, 41-98-48,  
41-98-03, +7(906)6639898  
www.gu-unpk.ru  
E-mail: tiostu@mail.ru

Зарег. в Федеральной службе по  
надзору в сфере связи, информационных  
технологий и массовых коммуникаций.  
Свидетельство ПИ № ФС77-47351  
от 03 ноября 2011 года

Подписной индекс 29504  
по объединенному каталогу  
«Пресса России»

© Госуниверситет – УНПК, 2015

## Содержание

### Естественные науки

Бурлакова Е.А., Копанева А.А. Оценки линейных тригонометрических сумм с простыми числами и проблема Гольдбаха.....	3
Теличко Л.П., Романюк А.Д. К решению задачи изгиба прямоугольной пластины при импульсном воздействии.....	7
Неменко А.В., Никитин М.М. Прогнозная оценка выносливости конструкционных материалов при циклическом нагружении.....	11
Хромов Е.В., Хромов О.В., Хромов И.В. Экспериментальные исследования нелинейного характера функции внутреннего трения для стальной балки.....	24

### Моделирование технологических процессов

Леонтьев В.В., Хромов В.Г. Моделирование процесса упругопластической деформации с учетом температурных изменений механических свойств заготовки.....	29
Кабаков А.М., Мамаев Л.М., Соколов С.А. Математическое моделирование процессов развития усталостных трещин в сварных конструкциях.....	34
Горлов А.С., Губарев А.В. Математическое описание процессов ударного разрушения частиц твердой фазы в камере измельчения вихре-акустического диспергатора.....	40

### Конструирование, расчеты, материалы

Гуреева М.А. Особенности модифицирования алюминиевых сплавов системы al–mg–si.....	46
Учеваткина Н.В. Остаточные напряжения в имплантированных слоях титанового сплава ВТ6 при многоэлементной ионной имплантации.....	50
Кальченко А.Н., Дубовой А.Ю., Разумов М.С., Гречухин А.Н. Анализ силы тяги электромагнита в зависимости от толщины лакокрасочного покрытия кузова автомобиля при беспокрасочном удалении вмятин электромагнитным миницилиндром.....	56
Каримова Л.М. Термодинамическое и теплотехническое обоснование сульфатизирующего обжига медных сульфидных концентратов.....	61
Шумилов А.А., Лунёв В.В., Билоник И.М., Шумилов А.А., Штанько П.К. Исследование влияния процентного содержания гранул наполнителя на диссипативные свойства композита при воздействии ударных нагрузок.....	67

### Машиностроительные технологии и инструменты

Казимиров Д.Ю., Исаченко А.С. Снижение времени перехода на новое изделие путем внедрения быстрой переналадки станков с ЧПУ.....	71
Горелова А.Ю., Кристалль М.Г. Гирроскопическая стабилизация инструмента при обработке глубоких отверстий.....	81
Чигиринский В.В., Ленюк А.А. Определение напряженно-деформированного состояния в зонах перехода объемного течения.....	87

### Приборостроение и биотехнические системы

Кавалерский Г.М., Мурылев В.Ю., Рукин Я.А., Елизаров П.М., Музыченков А.В. Индивидуальные артикулирующие спейсеры в ревизионной хирургии тазобедренного сустава.....	95
Жеребцова А.И. Аналитический обзор математических моделей взаимосвязи параметров кровоснабжения и кожной температуры.....	104
Поляков А.М., Колесова М.А., Бугаев П.А. Приложение гипотез об инвариантных характеристиках руки человека для решения задач планирования движений антропоморфных механизмов.....	114
Никитин А.В., Солдаткин В.М. Бортовая аэрометрическая система измерения параметров вектора ветра на вертолете.....	130
Марусина М.Я., Волгарева А.П. Подходы к разработке методов автоматической сегментации топографических изображений.....	136
Сопин П.К., Гайнуллина Я.Н. Разработка конструкции стенда-симулятора на основе платформы Стюарта-Гауфа.....	142

### Контроль, диагностика, испытания

Богомолов Д.Ю., Порошин В.В., Порошин О.В. Прецизионная измерительная система для контроля топографии рабочих поверхностей механических систем в нанодиапазоне.....	146
Карпенко В.В., Василенко Д.Ю., Яцко С.И. Исследования систем изоляции класса нагревостойкости 220°C тяговых электрических машин на устойчивость к воздействию внешних климатических факторов.....	152



The journal is published since 1995  
The journal is published 6 times a year

**№ 5 (313) 2015**

September –October

# Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology

The founder – The Federal State Higher Educational Professional Institution  
«State University – Education–Scientific–Production Complex»  
(State University ESPC)

## Editorial council

**Golenkov V.A.** Doc. Sc. Tech., Prof.,  
president  
**Pilipenko O.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.,  
vice-president  
**Radchenko S.Y.** Doc. Sc. Tech., Prof.,  
vice-president  
**Borzenkov M.I.** Candidate Sc. Tech.,  
Assistant Prof, secretary  
**Astafichev P.A.** Doc. Sc. Law., Prof.  
**Ivanova T.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.  
**Kolchunov V.I.** Doc. Sc. Tech., Prof.  
**Konstantinov I.S.** Doc. Sc. Tech., Prof.  
**Novikov A.N.** Doc. Sc. Tech., Prof.  
**Popova L.V.** Doc. Sc. Ec., Prof.  
**Stepanov Y.S.** Doc. Sc. Tech., Prof.

## Editorial Committee

**Editor-in-chief**  
**Stepanov Y.S.** Doc. Sc. Tech., Prof., honored  
worker of science of Russian Federation

## Editor-in-chief Assistants

**Barsukov G.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.  
**Gordon V.A.** Doc. Sc. Tech., Prof.  
**Podmasteryev K.V.** Doc. Sc. Tech., Prof.

## Member of editorial board

**Babichev A.P.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Buchach A.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Poland)  
**Vdovin S.I.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Dyakonov A.A.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Emelyanov S.G.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Subchaninov V.G.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Ivanov B.R.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Kirichek A.V.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Klimenko S.A.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Ukraine)  
**Kolesnikov K.S.** Doc. Sc. Tech., Prof.,  
Academician of RAS (Russia)  
**Kopylov Y.R.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Malinin V.G.** Doc. Sc. Ph. - Math., Prof. (Russia)  
**Mirsalimov V.M.** Doc. Sc. Ph. - Math., Prof.  
(Azerbaijan)  
**Mulyukin O.P.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Osadchy V.Ya.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Panin V.E.** Doc. Sc. Tech., Prof. Academician  
of RAS (Russia)  
**Raspopov V.Ya.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Smolenzev V.P.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Russia)  
**Starovoitov A.I.** Doc. Sc. Ph. - Math., Prof.  
(Belarus)  
**Heifets M.I.** Doc. Sc. Tech., Prof. (Belarus)

**Executive secretary:**  
**Tyukhta A.V.** Candidate Sc. Tech.

## Address

302020 Orel,  
Naugorskoe Chosse, 29  
(4862) 54-15-19, 55-55-24, 41-98-48,  
41-98-03, +7(906)6639898  
www.gu-unpk.ru  
E-mail: tiostu@mail.ru

Journal is registered in Federal Agency of  
supervision in sphere of communication,  
information technology and mass  
communications. The certificate of registration  
PI № FS77-47351 from 03.11.2011

Index on the catalogue of the «Pressa  
Rossii» 29504

© State University ESPC, 2015

## Contents

### Natural sciences

<i>Burlakova Ye.A., Kopaneva A.A.</i> Estimates for linear trigonometric sums with prime and Goldbach.....	3
<i>Telipko L.P., Romanyuk A.D.</i> To solve the problem bend rectangular plate in pulse action.....	7
<i>Nemenko A.V., Nikitin M.M.</i> Predictive estimate endurance of constructional materials under cyclic loading.....	11
<i>Khromov E.V., Khromov O.V., Khromov I.V.</i> Experimental study of nonlinear character of the internal friction function for a steel beam.....	24

### Modelling of technological processes

<i>Leontyev V.V., Khromov V.G.</i> Modeling of elastoplastic deformation process taking into account temperature changes of the mechanical properties of the workpiece.....	29
<i>Kabakov A.M., Mamayev L.M., Sokolov S.A.</i> Mathematical modeling of the process of development fatigue cracks in welded structures.....	34
<i>Gorlov A.S., Gubareva V.V.</i> Mathematical description of processes shock destruction solid particles in camera grinding vortices acoustic disperser.....	40

### Designing, calculations, materials

<i>Gureyeva M.A.</i> Features modification of aluminum alloys al-mg-si.....	46
<i>Uchevatkina N.V.</i> Residual stresses in the implanted layers of titanium alloy VT6 multielement at ion implantation.....	50
<i>Kalchenko A.N., Dubovoy A.Yu., Razumov M.S., Grechukhin A.N.</i> Analysis traction electromagnets depending the thickness of the paintwork of frame car in bespokrasochnoe removing dents electromagnetic minilifters.....	56
<i>Karimova L.M.</i> Thermochemical and thermo justification sulphatization roasting copper sulphide concentrates.....	61
<i>Shumilov A.A., Lunyov V.V., Bilonik I.M., Scumilov A.A., Shtanko P.K.</i> Study of granules percentage of filler on the dissipative properties of composites under impact loads.....	67

### Machine building technology and toolware

<i>Kazimirov D.Yu., Isachenko A.S.</i> Reduction of product switchover time by implementation of quick changeover for CNC machines.....	71
<i>Gorelova A.Yu., Kristal M.G.</i> Gyroscopic stabilization tool when machining deep holes.....	81
<i>Chigirinsky V.V., Lenok A.A.</i> Identification of the stress-strain state in transition areas of the volume plastic flow.....	87

### Instrument making and biotechnological system

<i>Kavalerskiy G.M., Murylev V.Yu., Rukin Ya.A., Yelizarov P.M., Muzychenkov A.V.</i> Individual articulating spacers in revision surgery of the hip joint.....	95
<i>Zherebtsova A.I.</i> An analytical review of mathematical models of relationship between blood perfusion and skin temperature parameters.....	104
<i>Poliakov A.M., Kolesova M.A., Bugayov P.A.</i> Application of hypotheses about invariant characteristics of a human arm for solving motion planning tasks of anthropomorphic mechanisms.....	114
<i>Nikitin A.V., Soldatkin V.M.</i> Onboard aerometric measurement system of parameters of the wind vector on the helicopter.....	130
<i>Marusina M.Ya., Volgareva A.P.</i> Approaches to development of methods for automatic segmentation of the tomographic images.....	136
<i>Sopin P.K., Gaynullina Ya.N.</i> Design booth-simulation based on the Stewart-Gough platform.....	142

### Control, diagnostics, tests

<i>Bogomolov D.Yu., Poroshin V.V., Poroshin O.V.</i> Precision measuring system for the control topography working surface mechanical systems at the nanoscale.....	146
<i>Karpenko V.V., Vasilenko D.Yu., Yatsko S.I.</i> Study of isolation thermal class 220 °C traction electric machines resistance to external climatic factors.....	152

## ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

УДК 511.3

Е.А. БУРЛАКОВА, А.А. КОПАНЕВА

### ОЦЕНКИ ЛИНЕЙНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ С ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ И ПРОБЛЕМА ГОЛЬДБАХА

*В данной работе рассмотрено одно из направлений научной деятельности академика И.М.Виноградова относящееся к оценкам линейных тригонометрических сумм и проблеме Гольдбаха. Представлены методы разработанные ученым используемые им при получении новых оценок. Приведены основные этапы решения проблемы Гольдбаха.*

**Ключевые слова:** тригонометрическая сумма; простые числа; оценка сумм.

Иван Матвеевич Виноградов прославил отечественную науку открытием метода тригонометрических сумм и решением проблем, которые были не разрешимы в течение столетий (проблемы Гольдбаха и Варинга). Вся его научная деятельность была связана с исследованиями в области аналитической теории чисел. К оценкам линейных тригонометрических сумм с простыми числами и проблеме Гольдбаха можно отнести более 20 работ И. М. Виноградова [1 – 14].

Одна из основных идей позволивших И. М. Виноградову в 1934 году дать новое решение проблемы Варинга, состояла в том, что тригонометрическая сумма, распространенная на произведение двух сомножителей, каждый из которых независимо пробегает свое множество значений, во многих случаях допускает нетривиальную и можно даже сказать очень хорошую оценку. Для этого достаточно применить неравенство Коши–Шварца, распространяя одно из множеств на сплошной промежуток и далее воспользоваться оценкой тригонометрической суммы по сплошному промежутку. Этот прием нашел широкое применение в теории чисел и получил название «метода сглаживания».

Рассмотрим прием, обеспечивающий необходимое условие применение метода сглаживания. Указанный метод допускает следующую трактовку. Разберем задачу оценки модуля суммы значений функции  $f(x)$  по некоторому промежутку  $E$ , или интеграла от этой функции по данному промежутку. Предположим, что  $E$  является подмножеством другого промежутка  $M$ . Ограничиваясь для определенности случаем суммы, мы можем записать равенство:

$$S = \sum_{x \in E} f(x) = \sum_{x \in M} f(x)\psi(x),$$

где  $\psi(x)$  есть характеристическая функция промежутка  $E$  как подмножества  $M$ , то есть:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & x \in E, \\ 0, & x \in M \setminus E. \end{cases}$$

Теперь функцию  $\psi(x)$  на промежутке  $M$  можно разложить в конечный ряд Фурье вида:

$$\psi(x) = \sum_{m=0}^{|M|-1} c_m e^{2\pi i \frac{mx}{|M|}},$$

где  $|M|$  понимается как длина промежутка  $M$ . При этом величину  $|M|$  можно считать натуральным числом. Тогда коэффициент  $c_m$  можно записать в виде:

$$c_m = \frac{1}{|M|} \sum_{z \in E} e^{\frac{2\pi i m z}{|M|}}.$$

Но поскольку множество  $E$  является сплошным промежутком, то суммирование по  $z$  представляет собой геометрическую прогрессию. Для нее в случае  $0 < m \leq \frac{|M|}{2}$  имеет место оценка вида:

$$\left| \sum_{z \in E} e^{\frac{2\pi imz}{|M|}} \right| \leq \frac{2}{\left| 1 - e^{\frac{2\pi im}{|M|}} \right|} \leq \frac{1}{\left| \sin \frac{\pi m}{|M|} \right|} \leq \frac{|M|}{2m},$$

так как при  $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$  выполняется неравенство  $\frac{1}{\sin x} \leq \frac{\pi}{2x}$ .

Отсюда следует, что:

$$|c_m| \leq \frac{|M|}{2m} \text{ при } 0 < m \leq \frac{|M|}{2},$$

$$c_{|M|-m} \leq \frac{|M|}{2m} \text{ при } 0 < |M|-m \leq \frac{|M|}{2} \text{ и } c_0 = 1.$$

В результате для величины  $S$  приходим к равенству:

$$S = \sum_{x \in E} f(x) = \sum_{m=0}^{|M|-1} c_m \sum_{x \in M} f(x) e^{2\pi i \frac{mx}{|M|}}.$$

Отсюда следует, что:

$$|S| \leq \left| \sum_{x \in M} f(x) \right| + \sum_{0 < |m| \leq \frac{|M|}{2}} \left| \frac{1}{2m} \sum_{x \in M} f(x) e^{2\pi i \frac{mx}{|M|}} \right|.$$

Все суммы в последнем неравенстве можно рассматривать как «полные» в том смысле, что вид промежутка  $M$  выбирается подходящим образом самим исследователем в соответствии с требованиями рассматриваемой задачи. Например, в случае, когда функция  $f(x)$  представляет собой неглавные характеры Дирихле по любому фиксированному значению его  $|D|$ , то в качестве  $M$  удобно рассматривать множество, состоящее из чисел  $1, \dots, D$ . Тогда первая сумма будет равна 0, а вторая будет представлять собой известную сумму Гаусса, модуль которой в точности равен  $\sqrt{D}$ . Подставляя эти значения в последнее неравенство, приходим к оценке вида:

$$|S| \leq 2 \sum_{m=1}^{\frac{D}{2}} \frac{\sqrt{D}}{2m} \leq \sqrt{D} \left( \ln \frac{D}{2} - \gamma \right) \leq \sqrt{D} \ln D.$$

где  $\gamma = 0,577\dots$  – постоянная Эйлера.

Таким образом, изложенный выше прием позволяет при оценке различных сумм интегралов распространять суммирование или интегрирование с более короткого промежутка на другой промежуток произвольной длины за счет появления дополнительного множителя, представляющего собой множитель, который является значением экспоненты от линейной функции.

И.М.Виноградов разработал новую оригинальную форму «метода решета Эратосфена» и выразил тригонометрическую сумму с простыми числами в виде некоторой двойной тригонометрической суммы. При этом важно подчеркнуть, что порядок числа слагаемых в обеих суммах отличался лишь степенью логарифма основного параметра. После этого для получения нетривиальной оценки таких сумм требовалось обеспечить

независимость промежутков суммирования. Для этого И.М.Виноградов по-существу использовал метод исчерпывания, разработанный им ранее для оценок двойных сумм. Далее он применил круговой метод Харди–Литтлвуда, переработанный им для случая конечных тригонометрических сумм и в 1937 году в работе «Представление нечетного числа суммой трех простых чисел» [1] дал полное решение проблемы Гольдбаха о том, что всякое достаточно большое нечетное натуральное число может быть представлено в виде суммы трех простых чисел. Эта знаменитая теорема была поставлена в 1742 году в письме Х.Гольдбаха к Л.Эйлера, и оставалась не решенной в течение почти 195 лет, находясь при этом в центре внимания всех крупнейших математиков мира. Первые нетривиальные результаты по проблеме Гольдбаха были получены Л.Г.Шнирельманом, который в 1930 году с помощью метода «решета Бруна» и введенным им понятием плотности доказал, что всякое достаточно большое натуральное число может быть представлено как сумма очень большого, но фиксированного числа слагаемых. Современные исследования по методу решета и совершенствованию техники Л.Г.Шнирельмана позволили сократить количество слагаемых получаемых по данному методу до нескольких десятков, что пока очень далеко от окончательного результата для нечетных чисел полученных И.М.Виноградовым еще в 1937 году.

В работах, по данной тематике, опубликованных И.М.Виноградовым после 1937 года был разработан намного более совершенный метод оценок тригонометрических сумм с простыми числами. Он позволил получать степенные понижения в оценках этих сумм, вместо довольно слабых логарифмических понижений, которые были получены им в статье [1]. Этот метод стал своеобразным развитием общего «метода решета» и по праву может быть назван «методом решета Виноградова».

Указанные выше оценки позволили получить асимптотическую формулу в проблеме Гольдбаха в случае, когда слагаемые принимают значения лишь в промежутках, длина которых гораздо короче, чем представленное нечетное число. Следует, однако, заметить, что впоследствии аналогичные результаты были выведены из общей теории  $L$ -функций Дирихле.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов, И.М. Представление нечетного числа суммой трех простых чисел / И.М. Виноградов // Доклады АН СССР. – 1937. – Т. 15. – № 6–7. – С. 291 – 294.
2. Виноградов, И.М. Некоторые новые проблемы теории простых чисел / И.М. Виноградов // Доклады АН СССР. – 1937. – Т. 16. – № 3. – С. 139 – 141.
3. Виноградов, И.М. Новые оценки тригонометрических сумм, содержащих простые числа / И.М. Виноградов // Доклады АН СССР. – 1937. – Т. 17. – № 4. – С. 165 – 166.
4. Виноградов, И.М. Some theorems concerning the theory of primes / И.М. Виноградов // Mat. сб. Нов.сер. – 1937. – Т. 2. – Вып. 2. – С. 179 – 195.
5. Виноградов, И.М. Некоторые новые оценки, относящиеся к аналитической теории чисел / И.М. Виноградов // Доклады АН СССР. – 1938. – Т. 19. – № 5. – С. 339 – 340.
6. Виноградов, И.М. Элементарные оценки одной тригонометрической суммы с простыми числами / И.М. Виноградов // Изв. АН СССР. Сер.мат. – 1939. – № 2. – С. 111 – 122.
7. Виноградов, И.М. A new improvement of the method of estimation of trigonometrical sums with primes / И.М. Виноградов // С. г. Acad. Sci. URSS. – 1939. – V. 22. – № 2. – pp. 59.
8. Виноградов, И.М. Две теоремы, относящиеся к теории распределения простых чисел / И.М. Виноградов // Доклады АН СССР. – 1941. – Т. 30. – № 4. – С. 285 – 286.
9. Виноградов, И.М. Some general property of distribution of products of prime numbers / И.М. Виноградов // С. г. Acad. Sci. URSS. – 1941. – V. 30. – № 8. – pp. 681 – 682.
10. Виноградов, И.М. Уточнение некоторых теорем теории простых чисел / И.М. Виноградов // Доклады АН СССР. – 1942. – Т. 37. – № 4. – С. 135 – 137.
11. Виноградов, И.М. Аддитивные проблемы теории простых чисел / И.М. Виноградов // Юбилейный сборник, посвященный тридцатилетию Великой Октябрьской социалистической революции. – М.– Л., Изд-во АН СССР. – 1947. – Ч. 1. – С. 65 – 79.
12. Виноградов, И.М. Аддитивные проблемы теории простых чисел / И.М. Виноградов // Общее собрание Академии наук СССР, посвященное тридцатилетию Великой Октябрьской социалистической революции. – М. – Л., Изд-во АН СССР. – 1948. – С. 458 – 464.
13. Виноградов, И.М. О распределении произведений простых чисел и значений функций Мебиуса / И.М. Виноградов // Изв. АН СССР. Сер.мат. – 1948. – Т. 12. – № 4. – С. 341 – 350.
14. Виноградов, И.М. Элементарное доказательство одной теоремы теории простых чисел / И.М. Виноградов // Изв. АН СССР. Сер.мат. – 1953. – Т. 17. – № 1. – С. 3 – 12.

**Бурлакова Екатерина Анатольевна**  
ФГБОУ ВПО «Государственный университет – УНПК», г. Орел  
кандидат физико–математических наук, доцент  
кафедры «Высшая математика»  
Тел.: 8(4862) 41–98–48  
E-mail: burlkat@rambler.ru

**Копанева Анна Александровна**  
ФГБОУ ВПО Московский государственный  
университет технологий и управления им. К.Г.  
Разумовского (ПКУ), г. Москва  
кандидат физико–математических наук, доцент  
кафедры «Высшая математика и физика»  
Тел.: 8(495) 915–05–98  
E-mail: kopaneva.a.a@yandex.ru

Ye.A. BURLAKOVA, A.A. KOPANEVA

## ESTIMATES FOR LINEAR TRIGONOMETRIC SUMS WITH PRIME AND GOLDBACH

*In this study, one of the directions of scientific activity of academician I. M. Vinogradov related to the linear estimates of trigonometric sums and the Goldbach problem. The methods developed by scientists used them in getting new estimates. The main steps of the decision of the Goldbach conjecture.*

**Keywords:** *trigonometric sum; prime numbers; the estimated amounts.*

### BIBLIOGRAPHY

1. Vinogradov, I.M. Predstavleniye nechetnogo chisla summoy trekh prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Doklady AN SSSR. – 1937. – T. 15. – № 6–7. – S. 291 – 294.
2. Vinogradov, I.M. Nekotoryye novyye problemy teorii prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Doklady AN SSSR. – 1937. – T. 16. – № 3. – S. 139 – 141.
3. Vinogradov, I.M. Novyye otsenki trigonometricheskikh summ, sodержashchikh prostyye chisla / I.M. Vinogradov // Doklady AN SSSR. – 1937. – T. 17. – № 4. – S. 165 – 166.
4. Vinogradov, I.M. Some theorems concerning the theory of primes / I.M. Vinogradov // Mat. sb. Nov. ser. – 1937. – T. 2. – Vyp. 2. – S. 179 – 195.
5. Vinogradov, I.M. Nekotoryye novyye otsenki, odnosyashchiyesya k analiticheskoy teorii chisel / I.M. Vinogradov // Doklady AN SSSR. – 1938. – T. 19. – № 5. – S. 339 – 340.
6. Vinogradov, I.M. Elementarnyye otsenki odnoy trigonometricheskoy summy s prostymi chislami / I.M. Vinogradov // Izv. AN SSSR. Ser. mat. – 1939. – № 2. – S. 111 – 122.
7. Vinogradov, I.M. A new improvement of the method of estimation of trigonometrical sums with primes / I.M. Vinogradov // C. g. Asad. Sci. URSS. – 1939. – V. 22. – № 2. – pp. 59.
8. Vinogradov, I.M. Dve teoremy, odnosyashchiyesya k teorii raspredeleniya prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Doklady AN SSSR. – 1941. – T. 30. – № 4. – S. 285 – 286.
9. Vinogradov, I.M. Some general property of distribution of products of prime numbers / I.M. Vinogradov // C. g. Asad. Sci. URSS. – 1941. – V. 30. – № 8. – pp. 681 – 682.
10. Vinogradov, I.M. Utochneniye nekotorykh teorem teorii prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Doklady AN SSSR. – 1942. – T. 37. – № 4. – S. 135 – 137.
11. Vinogradov, I.M. Additivnyye problemy teorii prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Yubileynyy sbornik, posvyashchenny tridsatiletiyu Velikoy Oktyabrskoy sotsialisticheskoy revolyutsii. – M.– L., Izd-vo AN SSSR. – 1947. – CH. 1. – S. 65 – 79.
12. Vinogradov, I.M. Additivnyye problemy teorii prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Obshcheye sobraniye Akademii nauk SSSR, posvyashchennoye tridsatiletiyu Velikoy Oktyabrskoy sotsialisticheskoy revolyutsii. – M. – L., Izd-vo AN SSSR. – 1948. – S. 458 – 464.
13. Vinogradov, I.M. O raspredelenii proizvedeniy prostykh chisel i znacheniy funktsiy Mebiusa / I.M. Vinogradov // Izv. AN SSSR. Ser. mat. – 1948. – T. 12. – № 4. – S. 341 – 350.
14. Vinogradov, I.M. Elementarnoye dokazatelstvo odnoy teoremy teorii prostykh chisel / I.M. Vinogradov // Izv. AN SSSR. Ser. mat. – 1953. – T. 17. – № 1. – S. 3 – 12.

**Burlakova Yekaterina Anatolyevna**  
VPO State University–UNPK Orel  
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
Associate Professor of «Higher Mathematics»  
Ph.: 8 (4862) 41–98–48  
E-mail: burlkat@rambler.ru

**Kopaneva Anna Aleksandrovna**  
VPO Moscow State University of Technology and  
management. KG Razumovsky (PKU), Moscow  
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
Associate Professor of «Higher Mathematics and Physics»  
Ph.: 8 (495) 915–05–98  
E-mail: kopaneva.a.a@yandex.ru

## К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ИЗГИБА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

*Рассмотрено решение задачи изгиба пластины при импульсном нагружении, которое представлено в виде отдельных импульсов.*

**Ключевые слова:** пластина, импульсное нагружение, начальные параметры.

Отдельные части технологического оборудования, которые в расчетной схеме могут быть приведены к пластине или плите, а также перекрытия промышленных зданий часто воспринимают воздействие импульсивных нагрузок. Решение задачи при таких воздействиях большей частью отыскивается приближенными или численными методами. Однако для инженерной практики представляют интерес и аналитические решения, относительно простые по форме и реализации. Этому и посвящена предлагаемая работа. В работе [1] решение изгиба пластин на статическое воздействие строится на методе начальных параметров по геометрической переменной. В предлагаемой работе решение задачи изгиба плиты при импульсивном воздействии базируется на методе начальных параметров по временной переменной.

Рассмотрено решение задачи изгиба однородной изотропной пластины постоянной толщины  $h$  и размерами в плане  $axb$  при импульсивном нагружении, которое не зависит от  $x$  и  $y$ . Уравнения движения составляются в линейной постановке с разделением переменных по Фурье. Частное решение отыскивается методом начальных параметров по временной переменной при действии отдельных импульсов. При построении решения будем исходить из следующего:

1. Принимаем одинаковые условия в отношении начальных параметров движения для всей плиты.

2. Все формы главных собственных колебаний, соответствующие спектру частот  $\varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_i < \dots$  совершаются при одних и тех же граничных и начальных условиях.

Для собственных изгибных колебаний пластины согласно метода разделения переменных по Фурье можем записать:

$$w(x, y, t) = w(x, y) \cdot T(t), \quad (1)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 w(x, y) - k^4 w(x, y) = 0, \quad (2)$$

$$T(t) = A \cdot \cos \varphi t + B \sin \varphi t, \quad (3)$$

где

$$k_\varphi^4 = \frac{m\varphi^2}{D}, \quad m = \text{const}, \quad D = \text{const},$$

$w(x, y)$  – прогиб пластины,

$D$  – цилиндрическая жесткость пластины,

$m$  – масса единицы площади срединной плоскости пластины,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Уравнение (2) решаем по методу одинарных рядов (по методу Леви) при следующих граничных условиях:

при  $y=0, y=b$ , шарнирные опоры –  $w=0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$ ;

при  $x=0, x=a$ , произвольные граничные условия.

Принимаем:

$$w(x, y) = \sum_n w_n(x, y), \quad (4)$$

$$w_n(x, y) = w_n(x) \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}. \quad (5)$$

Из (2) при подстановке (5) следует:

$$\frac{d^4 w_n(x)}{dx^4} - 2 \frac{d^2 w_n(x)}{dx^2} \cdot \left(\frac{n\pi}{\epsilon}\right)^2 + w_n(x) \left[ \left(\frac{n\pi}{\epsilon}\right)^4 - K_\varphi^4 \right] = 0, \quad (6)$$

откуда:

$$w_n(x) = A_{n_1} ch\alpha_n x + A_{n_2} sh\alpha_n x + A_{n_3} ch\beta_n x + A_{n_4} sh\beta_n x, \quad (7)$$

где

$$\alpha_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{\epsilon}\right)^2 + K_\varphi^2}, \quad \beta_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{\epsilon}\right)^2 - K_\varphi^2}.$$

Постоянные интегрирования  $A_{nk}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) надлежит определению из граничных условий на гранях  $x = 0$  и  $x = a$ , которые для любого номера  $n$  остаются одинаковыми. Запишем их через начальные параметры, которые как элементы входят в граничные условия и носят достаточно общий характер:

при  $x = 0$   $w_n(x) = w(0)$ ,  $\frac{dw_n(x)}{dx} = \theta(0)$ ,

$$\frac{d^2 w_n(x)}{dx^2} = M(0), \quad \frac{d^3 w_n(x)}{dx^3} = Q(0). \quad (8)$$

Здесь  $M(0)$  и  $Q(0)$  надо понимать как условные обозначения производных  $\frac{d^2 w_n(x)}{dx^2}$  и  $\frac{d^3 w_n(x)}{dx^3}$  при  $x=0$ . Из условия (8) при использовании:

$$A_{n_1} = \frac{1}{\alpha_n^2 - \beta_n^2} (\alpha_n^2 w(0) - M(0));$$

$$A_{n_2} = \frac{1}{\alpha_n^2 - \beta_n^2} (M(0) - \beta_n^2 w(0));$$

$$A_{n_3} = \frac{1}{\alpha_n^2 (\alpha_n^2 - \beta_n^2)} (Q(0) - \beta_n^2 Q(0));$$

$$A_{n_4} = \frac{1}{\beta_n^2 (\alpha_n^2 - \beta_n^2)} (\alpha_n^2 Q(0) - Q(0));$$

Умножаем (7) на  $\sin \frac{n\pi y}{\epsilon}$  и исключаем  $A_{nk}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) с (9) получаем уравнение начальных параметров для  $w_n(x, y)$ :

$$w_n(x, y) = (w(0) \cdot \Phi_{n_1}(x) + \theta(0) \cdot \Phi_{n_2}(x) + M(0) \Phi_{n_3}(x) + Q(0) \cdot \Phi_{n_4}(x)) \sin \frac{n\pi y}{\epsilon}, \quad (10)$$

где

$$\Phi_{n_1}(x) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\beta_n}{\alpha_n}\right)^2} ch\alpha_n x - \frac{1}{\left(\frac{\alpha_n}{\beta_n}\right)^2 - 1} ch\beta_n x$$

$$\Phi_{n_2}(x) = \frac{1}{\alpha_n \left[1 - \left(\frac{\alpha_n}{\beta_n}\right)^2\right]} ch\beta_n x - \frac{1}{\beta_n \left[1 - \frac{\beta_n}{\alpha_n}\right]^2} sh\beta_n x;$$

$$\Phi_{n_3}(x) = \frac{1}{\alpha_n^2 \left[1 - \left(\frac{\beta_n}{\alpha_n}\right)^2\right]} ch\beta_n x - \frac{1}{\beta_n^2 \left[1 - \frac{\alpha_n}{\beta_n}\right]^2} ch\alpha_n x;$$

$$\Phi_{n_4}(x) = \frac{1}{\alpha_n^3 \left[1 - \left(\frac{\beta_n}{\alpha_n}\right)^2\right]} sh\alpha_n x - \frac{1}{\beta_n^3 \left[1 - \frac{\alpha_n}{\beta_n}\right]^2} sh\beta_n x$$

Функции  $\Phi_{n_k}(x)$  играют роль функций влияния (функциональных плеч) по геометрической координате  $x$ .

Для определения спектра частот  $\varphi_n$  (где  $n$  – фиксированное число, а  $i$  пробегает натуральный ряд чисел), составляются уравнения полученные из условия

$$D = 0, \tag{11}$$

где  $D$  – детерминант системы алгебраических линейных, однородных уравнений, вытекающих из граничных условий на гранях  $x = 0$  и  $x = a$ .

Постоянные интегрирования  $a_{ni}$  и  $\epsilon_{ni}$  в временной функции:

$$T_{ni}(t) = a_{ni} \cdot \cos \varphi_i t + \epsilon_{ni} \sin \varphi_i t \tag{12}$$

выражаем через начальные параметры движения  $w_0$  и  $\dot{w}_0$ , сохраняющие неизменные значения для всей плиты при любом номере  $n$  в выражении (10).

Запишем  $w(x, y, t)$  в виде:

$$w(x, y, t) = \sum_n w_n(x, y, t).$$

Принимая во внимание, что:

$$w_n(x, y, t) = \sum_i w_{ni}(x, y) \cdot T_{ni}(t) \tag{13}$$

и

$$w_{ni}(x, y) = w_{ni}(x) \cdot \sin \frac{n\pi y}{\epsilon}, \tag{14}$$

имеем

$$w(x, y, t) = \sum_n \sum_i w_{ni}(x, y) T_{ni}$$

или с учетом (12) и (13):

$$w(x, y, t) = \sum_n \sum_i w_n(x) \sin \frac{n\pi y}{\epsilon} (a_{ni} \cos \varphi_i + \epsilon_{ni} \sin \varphi_i t). \tag{15}$$

Запишем  $w_n(x, y, 0)$  и  $\dot{w}_n(x, y, 0)$  в виде:

$$w_n(x, y, 0) = w_0 \sum_i w_{ni}(x, y),$$

$$\dot{w}_n(x, y, 0) = \dot{w}_0 \sum_{ni} w_{ni}(x, y).$$

Тогда из (15) следует:

$$w_0 \sum_i w_{ni}(x, y) = \sum a_{ni} w_{ni}(x, y), \tag{16}$$

$$\dot{w}_0 \sum_i w_{ni}(x, y) = \sum \epsilon_{ni} w_{ni}(x, y). \tag{17}$$

Равенства (16) и (17) выполняются, если подчинить постоянные интегрирования  $a_{ni}$  и

$\epsilon_{ni}$  условиям  $a_{ni} = a_n$ ,  $\epsilon_{ni} = \frac{\epsilon_n}{\varphi_{ni}}$ .

При этом они представляются в виде:

$$w_0 \sum_i w_{ni}(x, y) = \sum a_{ni} w_{ni}(x, y), \quad \text{откуда} \quad a_n = w_0$$

и

$$\dot{w}_0 \sum_i w_{ni}(x, y) = \sum \epsilon_{ni} w_{ni}(x, y), \quad \text{откуда} \quad \epsilon_n = \dot{w}_0.$$

Тогда согласно (13):

$$w_n(x, y, t) = w_0 \sum_i w_{ni}(x, y) \cos \varphi_{ni} t + \dot{w}_0 \sum_i w_{ni}(x, y) \frac{\sin \varphi_{ni} t}{\varphi_{ni}}. \tag{18}$$

Множители  $\cos \varphi_{ni} t$  и  $\frac{\sin \varphi_{ni} t}{\varphi_{ni}}$  в ряде (15) являются функциями влияния по временной

переменной, определяющие влияние параметров  $w_0$  и  $\dot{w}_0$  после умножения их на  $\bar{w}_{ni}(x, y)$ .

В момент времени  $t > 0$ , параметры  $w_0$  и  $\dot{w}_0$ , рассматриваемые как воздействия, прикладываются к системе не в момент времени  $t = 0$ , а в момент времени  $t > 0$ , поэтому при определении перемещений  $w_{ni}(x, y, t)$  в момент времени  $t > \tau$  в функциях влияния параметр  $t$  нужно заменить на  $t - \tau$ .

Не меняющийся по  $x$  импульс  $S$  приложенный к пластине в момент  $\tau = 0$  определяется произведением интенсивности массы  $m$  и скорости ее движения  $\dot{w}_0$ , одинаковой для всех массовых точек:

$$S = m \cdot \dot{w}_0 \quad (19)$$

откуда следует, что  $w_0 = 0$  и  $\dot{w}_0 = \frac{S}{m}$ .

Тогда из (18) следует:

$$w(x, y, t)_{\text{вынуж}} = \frac{S}{m} \sum \bar{w}_{n_i}(x, y) \cdot \frac{\sin \varphi_{n_i} t}{\varphi_{n_i}} \quad (20)$$

Уравнение (20) описывает лишь вынужденные колебания пластины.

Не меняющуюся по  $x$  и  $y$  и произвольно меняющуюся по времени  $\tau$  нагрузку  $p = F(\tau)$  рассматриваем, как ряд элементарных импульсов  $dS$ , равных  $F(\tau) \cdot d\tau$ .

Из условия равенства элементарного количества движения элементарному импульсу:

$$F(\tau) \cdot d\tau = mdw(\tau)$$

получаем

$$dw(\tau) = \frac{F(\tau)}{m} \cdot d\tau.$$

Тогда из (18) при  $w_0 = 0$  будем иметь:

$$w(x, y, t_{\text{васм.}}) = \int_0^t \frac{F(\tau)}{m} \left[ \sum_i \bar{w}_{n_i}(x, y) \cdot \frac{\sin \varphi_{n_i} (t - \tau)}{\varphi_{n_i}} \right] d\tau. \quad (18)$$

В случае, когда импульс  $S$  и нагрузка являются функциями  $x, y$  необходимо разбить пластину на участки, в пределах которых  $S$  усредняются по переменным  $x$  и  $y$ .

Предлагаемая методика позволяет достаточно просто определить параметры деформирования прямоугольной плиты при импульсном воздействии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киселев, В.А. Расчет пластин / В.А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1973. – 152 с.

**Телипко Леонид Петрович**

Днепродзержинский государственный технический университет, Украина  
кандидат технических наук, доцент  
51918 г. Днепродзержинск, ул. Днепростроевская, 2  
Тел.: (0569)53-85-23  
E-mail: G.Valentina61@mail.ru

**Романюк Александр Дмитриевич**

Днепродзержинский государственный технический университет, Украина  
кандидат технических наук, доцент  
51918 г. Днепродзержинск, ул. Днепростроевская, 2  
Тел.: (0569)53-85-23  
E-mail: G.Valentina61@mail.ru

L.P. TELIPKO, A.D. ROMANYUK

## TO SOLVE THE PROBLEM BEND RECTANGULAR PLATE IN PULSE ACTION

*To solving problems of bending of a rectangular plate with an impulsive effect.  
The solution of the problem of bending plates under impact loading, which is represented in the form of individual pulses.*

**Keywords:** plate, impulse loading, initial parameters.

## BIBLIOGRAPHY

1. Kiselev, V.A. Raschet plastin / V.A. Kiselev. – M.: Stroyizdat, 1973. – 152 s.

**Telipko Leonid Petrovich**

Dneprodzerzhinsk State Technical University, Ukraine  
Ph.D., Associate Professor  
51918 Dneprodzerzhinsk Street. Dneproetroevskaya, 2  
Tel.: (0569) 53-85-23  
E-mail: G.Valentina61@mail.ru

**Romanyuk Aleksandr Dmitriyevich**

Dneprodzerzhinsk State Technical University, Ukraine  
Ph.D., Associate Professor  
51918 Dneprodzerzhinsk Street. Dneproetroevskaya, 2  
Tel.: (0569) 53-85-23  
E-mail: G.Valentina61@mail.ru

А.В. НЕМЕНКО, М.М. НИКИТИН

## ПРОГНОЗНАЯ ОЦЕНКА ВЫНОСЛИВОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

*Рассмотрен метод дальнего прогноза  $\sigma$ - $N$  диаграммы на основании представления функции выносливости в многоцикловой области с помощью частичной суммы асимптотического ряда, коэффициенты которого связаны с коэффициентами разложения функции выносливости в ряд Тейлора в ближней области. Получены достаточные условия применимости предлагаемого способа вычисления коэффициентов асимптотического разложения при точно заданных коэффициентах степенного разложения. Приведены примеры прогнозирования.*

**Ключевые слова:** многоцикловая усталость,  $\sigma$ - $N$  диаграмма, дальний прогноз, асимптотическое разложение.

Эксплуатационные нагрузки разнообразны и их влияние на производственные характеристики агрегата зависят от сочетания множества факторов, которые не всегда можно выявить и конкретизировать. Характер внешних воздействий определяет реорганизацию структуры материала деталей объекта, что, в свою очередь, отражается на рабочем ресурсе. Особенную опасность представляют циклические нагрузки, которые в последовательной переменчивости раскачивают структуру материала, образуя дефектную цепь и, в последующем, магистральную трещину. Отказ в работе происходит внезапно, ибо процесс реструктуризации наблюдать можно только на последнем разрушительном этапе.

Способность материала конструкции противостоять действию циклических нагрузок оценивается функцией выносливости, которая отражает уровень накопленного усталостного повреждения, определяя работоспособность и долговечность объекта.

Стремление осуществить прогноз жизнеспособности агрегата предполагает упреждающую оценку его рабочего состояния, и определяет необходимость перспективной оценки выносливости.

Одним из механизмов решения задачи является построение прогнозной модели, на вход которой подается массив результатов испытаний образцов материала с установлением соответствия между уровнем напряжений и предельным количеством циклов нагружения.

При учете результатов испытаний серии образцов на одном уровне напряжений прогнозная модель будет многозначной функцией, что недопустимо. Поэтому необходимо приведение измеренной  $\sigma$ - $N$  диаграммы к однозначному виду, используя одно из характерных значений количества циклов в серии: наименьшее, математическое ожидание, медиану и др. Критерий выбирается исходя из поставленной задачи.

В такой постановке прогнозная модель может быть реализована в виде экстраполяции, которая производится либо методами регрессионного анализа, либо методами анализа случайных функций. Недостатком первых является необходимость заранее произвольно определить класс функции, относительно которой производится регрессия, что в общем случае не позволяет осуществить предельный переход к производящей функции массива значений при неограниченном увеличении количества точек. Относительно второй группы методов известно, что к нестационарным рядам они ограничено применимы на конечном интервале изменения аргумента, после чего их применение становится невозможным вследствие искусственно создаваемого «среднего», как правило лежащего много выше всех измеренных значений.

В работе [3] был предложен способ нахождения предела выносливости  $\sigma_R$  при циклическом нагружении. Диаграмма после приведения к однозначной зависимости интерполируется непрерывной функцией выносливости  $\sigma(N)$ , полученной любым способом: кусочно-линейной интерполяцией, полиномами, сплайнами и др. Полученная непрерывная зависимость используется не непосредственно для экстраполяции, а для численного нахождения массива коэффициентов разложения её в ряд Тейлора. По

найденным коэффициентам вычисляется искомое значение  $\sigma_R$  как свободный член асимптотического разложения  $\sigma(N)$  в окрестности бесконечности [4]. Проверка в работах [5] и [6] показала практическую применимость такого подхода точностью результатов до нескольких процентов.

Тем не менее, его физическая адекватность требует количественного критерия, которому должна удовлетворять используемая функция выносливости  $\sigma(N)$ .

В настоящей работе получен такой критерий, при рассмотрении поведения функции при неограниченном возрастании аргумента.

**Цель работы.** Установление параметров функции выносливости объекта в дальнем прогнозе при его эксплуатации в режиме циклического нагружения по выборкам оценочных показателей первичного (ближнего) массива экспериментальных данных.

Представим результаты испытаний на выносливость в виде массива фиксированных значений нормальных напряжений в детали  $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_i$ , при которых деталь выдержала  $N_0, N_1, \dots, N_i$  циклов до разрушения ( $\sigma$ - $N$ диаграмма). Аналитическое описание функции выносливости в виде  $\sigma = \sigma(N)$  представим рядом:

$$\sigma(N) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q_n}{(N - N_0)^n}, \quad (1)$$

где  $N_0$  – количество циклов, соответствующее начальной точке  $\sigma$ - $N$ диаграммы;

$q_n$  – коэффициенты, которые требуется найти.

Коэффициенты правой части (1) при определенных условиях связаны с коэффициентами разложения левой части в ряд:

$$\sigma(N) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q'_n}{(N - N_0 + 1)^n}, \quad (2)$$

с помощью формул:

$$\begin{cases} q_0 = q'_0 \\ q_1 = q'_1 \\ q_k = \sum_{i=1}^k (N_0 - 1)^{k-i} \cdot q'_i \cdot \binom{k-1}{i-1} \end{cases} \quad (3)$$

Коэффициенты ряда (2), в свою очередь, связаны с коэффициентами разложения  $\sigma(N)$  в ряд Тейлора в точке  $(N = N_0)$ :

$$\sigma(N) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot (N - N_0)^n. \quad (4)$$

Коэффициенты ряда (2) при определенных условиях могут быть получены также с помощью операций предельного перехода:

$$q'_0 = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot c_n, \quad (5)$$

$$q'_1 = - \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^m \left\{ m \cdot \binom{m}{n} - \binom{m}{n+1} \right\} \cdot c_n, \quad (6)$$

$$q'_k = (-1)^k \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^m c_n \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{n+i}. \quad (7)$$

Практически при заданном массиве зависимости напряжения от количества циклов задача прогнозирования поведения функции выносливости при большом количестве циклов сводится к численному определению коэффициентов ряда (4), затем к приближенному определению заданного количества коэффициентов ряда (2) по формулам (5 – 7), затем к

пересчету по формулам (3) искомым коэффициентам ряда (1). После получения числовых значений  $q_0$  будет пределом выносимости, остальные коэффициенты будут определять форму графика при большом количестве циклов.

Считаем  $\sigma(N)$  функцией, аналитической на полубесконечном интервале. Введём аппроксимацию  $\sigma(N)$  системой функций, пропорциональных первым  $m$  членам ряда (2):

$$a_m(N) = \sum_{k=0}^m \frac{q'_{k,m}}{(N - N_0 + 1)^k}, \quad (8)$$

в которой коэффициенты  $q'_{k,m}$  определяются из условия равенства первых  $(m+1)$  коэффициентов разложения (8) в ряд по положительным степеням  $(N - N_0)$  первым  $(m+1)$  коэффициентам (4). Будем искать коэффициенты (8) в явном виде в зависимости от  $m$  и  $k$ .

Сформулируем условия, при которых разность между коэффициентом фиксированного порядка  $k$  разложения (1) и коэффициентом того же порядка аппроксимации (8) с возрастанием  $m$  стремится к нулю:

**Утверждение 1.** Пусть  $\sigma(N)$  – функция, аналитическая на полубесконечном интервале, содержащем точку  $(N = N_0)$  и  $\lambda(\zeta)$  – функция, заданная соотношением:

$$\lambda(\zeta) = f\left(\frac{1}{\zeta} + N_0 - 1\right), \quad (9)$$

$$\text{где } \zeta = \frac{1}{N - N_0 + 1}, \quad (10)$$

аналитическая в точке  $(\zeta = 0)$ ,

$$\lambda(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} q'_k \zeta^k \quad (11)$$

причем радиус сходимости её разложения в ряд Тейлора в этой точке:

$$R > 2. \quad (12)$$

Тогда, коэффициенты (1) связаны с коэффициентами (2) соотношениями (3) и коэффициенты (2) определяются пределами (5 – 7), конечными для фиксированного  $k$ .

Утверждение 1 эквивалентно системе следующих четырех утверждений, поэтому доказать его можно, доказав их все:

**Утверждение 1.1.** Коэффициенты разложения  $\sigma(N)$  в ряд (2) существуют, для фиксированного  $k$  принимают конечные значения и определяются единственным образом.

**Утверждение 1.2.** Выполняются соотношения (3).

**Утверждение 1.3.** Коэффициенты аппроксимации  $\sigma(N)$  последовательностью (8) определяются соотношениями единственным образом:

$$q'_{0,m} = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot c_n, \quad (13)$$

$$q'_{1,m} = - \sum_{n=1}^m \left\{ m \cdot \binom{m}{n} - \binom{m}{n+1} \right\} \cdot c_n, \quad (14)$$

$$q'_{k,m} = (-1)^k \cdot \sum_{n=1}^m c_n \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{n+i}. \quad (15)$$

**Утверждение 1.4.** При выполнении (12) и неограниченном возрастании  $m$  коэффициенты аппроксимации (8) стремятся к коэффициентам разложения (2).

Докажем каждое из утверждений последовательности 1.1 – 1.4.

**Утверждение 1.1.** Учитывая определение параметра  $\zeta$ , коэффициенты разложения (2) являются коэффициентами разложения  $\lambda(\zeta)$  в ряд по положительным степеням в точке  $(\zeta = 0)$ . По условиям утверждения 1  $\lambda(\zeta)$  аналитична в точке  $(\zeta = 0)$ , следовательно, эти

величины существуют и для коэффициента фиксированного  $k$  принимают конечные значения. Их единственность следует из теоремы о единственности коэффициентов разложения аналитической функции в степенной ряд.

*Утверждение 1.2.*

Обозначим величину:

$$\frac{1}{N - N_0} = \xi \tag{16}$$

и выразим через нее величину  $\varsigma$ , заданную соотношением (10):

$$\varsigma = \frac{\xi}{1 - \xi \cdot (N_0 - 1)}. \tag{17}$$

Соответственно, существующее по условиям утверждения 1 разложение  $\lambda(\varsigma)$  в ряд Тейлора в окрестности ( $\varsigma = 0$ ) представим в виде:

$$\lambda\left(\frac{\xi}{1 - \xi \cdot (N_0 - 1)}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} q'_k \cdot \left(\frac{\xi}{1 - \xi \cdot (N_0 - 1)}\right)^k. \tag{18}$$

Разложив правую часть (18) в ряд:

$$\sum_{k=0}^{\infty} q'_k \cdot \left(\frac{\xi}{1 - \xi \cdot (N_0 - 1)}\right)^k = \sum_{n=0}^{\infty} q_n \cdot \xi^n, \tag{19}$$

и учитывая соотношение:

$$\left(\frac{\xi}{1 - \xi \cdot (N_0 - 1)}\right)^k = \sum_{n=0}^{\infty} (N_0 - 1)^n \cdot \binom{n+k-1}{k-1} \cdot \xi^{n+k}, \tag{20}$$

которое доказывается по индукции, получим коэффициенты ряда (1) в зависимости от коэффициентов ряда (2) в виде соотношений (3).

*Утверждение 1.3.* Запишем формальное разложение:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot (N - N_0)^n = \sum_{k=0}^m \frac{q'_{k,m}}{(N - N_0 + 1)^k}. \tag{21}$$

Разложив правую часть в ряд по положительным степеням  $(N - N_0)$ , получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $q'_{k,m}$ .

$$\begin{cases} c_0 = \sum_{k=0}^m q'_{k,m} \\ \dots \\ c_n = (-1)^n \cdot \sum_{k=1}^m q'_{k,m} \cdot \binom{k+n-1}{n} \\ \dots \\ c_m = (-1)^m \cdot \sum_{k=1}^m q'_{k,m} \cdot \binom{k+m-1}{m} \end{cases} \tag{22}$$

После приведения матрицы (22) к треугольному виду имеем:

$$\begin{cases} c^*_0 = \sum_{k=0}^m q'_{k,m} \\ \dots \\ c^*_n = (-1)^n \cdot \sum_{k=n}^m q'_{k,m} \cdot \binom{k}{n} \\ \dots \\ c^*_m = (-1)^m \cdot q'_{m,m} \end{cases}, \tag{23}$$

где  $c_0^* = c_0, c_1^* = c_1,$

$$c_n^* = \sum_{i=1}^n c_i \cdot \binom{n-1}{i-1}. \tag{24}$$

Учитывая, что прямая и обратная матрицы системы (23) совпадают, что доказывается по индукции, получим решение (23) в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} q'_{0,m} = \sum_{k=0}^m c_k^* \\ \dots \\ q'_{n,m} = (-1)^n \cdot \sum_{k=n}^m c_k^* \cdot \binom{k}{n} \\ \dots \\ q'_{m,m} = (-1)^m \cdot c_m^* \end{array} \right. \tag{25}$$

Путем подстановки (24) в суммы правой части (25) и использования формулы суммирования Абеля, получим формулу для  $q'_{0,m}$ , совпадающую с (13), а также для  $q'_{1,m}$ , совпадающую с (14) и  $q'_{2,m}$ , обобщением которых является (15) при  $k=1, \dots, 2$ . Последнее предположение для произвольного  $k=1, \dots, m$  доказывается по индукции.

Единственность решения (24) следует из того, что для любого  $m$  все элементы главной диагонали треугольной матрицы (23) ненулевые, поэтому матрица (23) невырожденная, и, согласно теореме Кронеккера–Капелли, система (22) имеет единственное решение.

*Утверждение 1.4. Для коэффициента нулевого порядка.*

Запишем формальное разложение  $\sum_{k=0}^{\infty} c_n \cdot (N - N_0)^n = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{q'_k}{(N - N_0 + 1)^k}.$

Разложив правую часть в ряд по положительным степеням  $(N - N_0)$ , выразим  $c_n$  через  $q'_k$ , в результате получим следующие бесконечные суммы:  $c_0 = \sum_{n=0}^{\infty} q'_n,$

$$c_n = (-1)^n \cdot \sum_{k=1}^{\infty} q'_k \cdot \binom{k+n-1}{n}.$$

Удерживая первые  $(m + 1)$  коэффициентов ряда (4), составим из полученных равенств систему линейных алгебраических уравнений, аналогичную (22):

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0 = \sum_{k=0}^m q'_k + R_{0,m} \\ \dots \\ c_n = (-1)^n \cdot \sum_{k=1}^m q'_k \cdot \binom{k+n-1}{n} + R_{n,m} \\ \dots \\ c_m = (-1)^m \cdot \sum_{k=1}^m q'_k \cdot \binom{k+m-1}{m} + R_{m,m} \end{array} \right. \tag{26}$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{0,m} = \sum_{k=m+1}^{\infty} q'_k \\ R_{n,m} = (-1)^n \cdot \sum_{k=m+1}^{\infty} q'_k \cdot \binom{k+n-1}{n} \end{array} \right. \tag{27}$$

Учитывая, что решение системы (22) может быть преобразовано к виду (13 – 15), запишем:

$$q'_0 = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot (c_n - R_{n,m}). \quad (28)$$

Тогда доказательство утверждения 1.4 для коэффициента нулевого порядка сводится к доказательству утверждения:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot R_{n,m} = 0 \quad (29)$$

при выполнении соотношения (9).

Представив суммы правой части (27) как ряды по степеням  $\zeta$  при ( $\zeta = 1$ ) и учитывая, что согласно теореме Абеля и условиям утверждения 1 ряд:

$$\sum_{n=0}^{\infty} q'_n \cdot \zeta^n \quad (30)$$

сходится абсолютно при ( $|\zeta| \leq 2$ ), а также, что отнятие от степенного ряда  $m$  первых его членов не влияет на сходимость, получим, что сумма в правой части первого уравнения (27) сходится абсолютно. Для исследования сходимости ряда во втором уравнении (27) рассмотрим разложение  $\lambda(\zeta)$  в ряд Тейлора (10) и ряд, полученный его ( $m+1$ ) – кратным дифференцированием:

$$\frac{d^{m+1}}{d\zeta^{m+1}} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} q'_k \cdot \zeta^k = (m+1)! \cdot \sum_{k=m+1}^{\infty} \binom{k}{m+1} \cdot q'_k \cdot \zeta^{k-m-1} \quad (31)$$

Согласно свойствам степенных рядов этот ряд также сходится абсолютно при ( $\zeta = 1$ ).

Доказав неравенство

$$(m+1)! \cdot \binom{k}{m+1} > \binom{k+n-1}{n}, \quad (32)$$

где  $k > m+1$ ,  $n \leq m$ ,  $k, n, m$  – целые неотрицательные, получим что и сумма в правой части второго уравнения (27) сходится абсолютно.

Тогда в сумме:

$$S = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot R_{n,m} \quad (33)$$

согласно принципу постоянства суммы абсолютно сходящегося ряда возможно изменить порядок суммирования.

$$S = \sum_{k=m+1}^{\infty} q'_k \cdot \sum_{n=0}^m (-1)^n \cdot \binom{m}{n} \cdot \binom{k+n-1}{n}. \quad (34)$$

Рассмотрим сумму:

$$S_1 = \sum_{n=0}^m (-1)^n \cdot \binom{m}{n} \cdot \binom{k+n-1}{n}, \quad (35)$$

где  $k$  – целое неотрицательное.

Запишем тождество:

$$\sum_{n=0}^k (-1)^n \cdot \binom{m}{n} = (-1)^k \cdot \binom{m-1}{k}, \quad (36)$$

которое доказывается по индукции. С помощью замены индекса суммирования преобразуем (35) к виду:

$$S_1 = \sum_{r=1}^{m+1} (-1)^{r-1} \cdot \binom{k+r-2}{r-1} \cdot \binom{m}{r-1}. \quad (37)$$

Применим к полученной сумме формулу суммирования Абеля, и соотношение (36), получим эквивалентную запись (37) в виде:

$$S_1 = -\sum_{r=1}^m (-1)^{r-1} \cdot \binom{k+r-2}{r} \cdot \binom{m-1}{r-1}. \quad (38)$$

Повторив процесс, получим:

$$S_1 = \sum_{r=1}^{m-1} (-1)^{r-1} \cdot \binom{k+r-2}{r+1} \cdot \binom{m-2}{r-1}. \quad (39)$$

Замечаем, что  $S_1$  до первого суммирования (37), после первого суммирования (38) и после второго суммирования (39) можно представить одной формулой:

$$S_1 = (-1)^a \cdot \sum_{r=1}^{m+1-a} (-1)^{r-1} \cdot \binom{k+r-2}{r-1+a} \cdot \binom{m-a}{r-1}, \quad (40)$$

где  $a$  – номер суммирования.

Справедливость (40) для произвольного  $a < m+1$  доказывается по индукции.

Положив в (40)  $a = k-1$ , получим:

$$S_1 = (-1)^{k-1} \cdot \sum_{n=0}^{m-k+1} (-1)^n \cdot \binom{m-k+1}{n} \equiv (-1)^{k-1} \cdot (1-1)^{m-k+1} = 0. \quad (41)$$

Сумма в (41) имеет смысл при  $m \geq k-1$ . При  $a = m$  получим:

$$S_1 = (-1)^m \cdot \sum_{r=1}^{m-m+1} (-1)^0 \cdot \binom{k+1-2}{1-1+m} \cdot \binom{0}{0} = (-1)^m \cdot \binom{k-1}{m}. \quad (42)$$

(42) имеет смысл при любых целых неотрицательных  $k-1$  и  $m$ , причем, в силу того, что биномиальный коэффициент порядка, большего степени, равен нулю, (41) автоматически получается из (42) при выполнении условия  $m \geq k-1$ . Запишем окончательно:

$$\sum_{n=0}^m (-1)^n \cdot \binom{m}{n} \cdot \binom{k+n-1}{n} = (-1)^m \cdot \binom{k-1}{m}. \quad (43)$$

Учитывая (43), рассмотрим поведение абсолютной величины (34) при больших значениях  $m$ . Из признака сходимости дАламбера получим:

$$R = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{q'_m}{q'_{m+1}} = \lim_{m \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\frac{q'_k}{q'_{m+k}}}. \quad (44)$$

Тогда предел (34) при неограниченном возрастании  $m$  представим в виде

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S = \lim_{m \rightarrow \infty} (-1)^m \cdot q'_{m+1} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+m}{n} \cdot \frac{1}{R^n}, \text{ или, свернув сумму к замкнутому виду:}$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S = \lim_{m \rightarrow \infty} (-1)^m \cdot q'_{m+1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{R}\right)^{m+1}}. \quad (45)$$

При ( $R > 2$ ) имеем:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{R}} < R. \quad (46)$$

Согласно теореме Абеля степенной ряд внутри круга сходимости сходится абсолютно, следовательно, при  $\left(\zeta = \frac{R}{R-1}\right)$  ряд (30) будет абсолютно сходиться. По свойству абсолютно сходящегося ряда при  $\left(\zeta = \frac{R}{R-1}\right)$  выполняется:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (q'_{m+1} \cdot \zeta^{m+1}) = 0, \quad (47)$$

что, согласно (45) достаточно для:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S = 0. \quad (48)$$

Для коэффициента первого порядка аналогично (28) запишем:

$$q'_1 = \sum_{n=1}^m \left\{ \binom{m}{n+1} - m \cdot \binom{m}{n} \right\} \cdot (c_n - R_{n,m}), \quad (49)$$

Тогда доказательство утверждения 1.4 для коэффициента первого порядка сводится к доказательству утверждения при выполнении соотношения (12).

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^m \left\{ \binom{m}{n+1} - m \cdot \binom{m}{n} \right\} \cdot R_{n,m} = 0 \quad (50)$$

Учитывая доказанную абсолютную сходимость  $R_{n,m}$ , в сумме:

$$S_2 = \sum_{n=1}^m \left\{ \binom{m}{n+1} - m \cdot \binom{m}{n} \right\} \cdot R_{n,m} \quad (51)$$

согласно принципу постоянства суммы абсолютно сходящегося ряда можно изменить порядок суммирования.

$$S_2 = \sum_{k=m+1}^{\infty} q'_k \cdot \sum_{n=1}^m (-1)^n \cdot \left\{ \binom{m}{n+1} - m \cdot \binom{m}{n} \right\} \cdot \binom{k+n-1}{n}. \quad (52)$$

Аналогично выводу (43) получаем тождество:

$$\sum_{n=1}^m (-1)^n \cdot \binom{m}{n+1} \cdot \binom{k+n-1}{n} = (-1)^{m-1} \cdot \binom{k-2}{m-1} - m, \quad (53)$$

и учитывая (35):

$$m \cdot \sum_{n=1}^m (-1)^n \cdot \binom{m}{n} \cdot \binom{k+n-1}{n} = m \cdot (-1)^m \cdot \binom{k-1}{m} - m. \quad (54)$$

В результате, после сворачивания сумм, предел (52) при неограниченном возрастании  $m$  представим в виде:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} (-1)^m \cdot q'_{m+1} \cdot \left\{ \frac{m}{\left(1 - \frac{1}{R}\right)^{m+1}} + \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{R}\right)^m} \right\}. \quad (55)$$

Аналогично доказательству (48) получим:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} q'_{m+1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{R}\right)^m} = 0. \quad (56)$$

Запишем первую производную (30):

$$\frac{d}{d\zeta} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} q'_n \cdot \zeta^n = \sum_{n=1}^{\infty} q'_n \cdot n \cdot \zeta^{n-1}.$$

Учитывая, что внутри круга сходимости степенного ряда все его производные сходятся абсолютно, и принимая во внимание, что при выполнении (12) справедливо неравенство:

$$\left(1 - \frac{1}{R}\right)^2 \cdot \frac{1}{R} < 1$$

Получим:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{q'_{m+1} \cdot m}{\left(1 - \frac{1}{R'}\right)^{m+1}} = 0. \quad (57)$$

Вследствие дистрибутивности операции предельного перехода, из (55), (56) и (57) следует:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_2 = 0.$$

Для коэффициента порядка  $k$  аналогично (28) и (49) запишем

$$q'_k = (-1)^k \cdot \sum_{n=1}^m (c_n - R_{n,m}) \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{n+i}. \quad (58)$$

Тогда доказательство утверждения 1.4 для коэффициента порядка  $k$  сводится к доказательству утверждения:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^m R_{n,m} \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{n+i} = 0. \quad (59)$$

Учитывая доказанную абсолютную сходимость  $R_{n,m}$ , в сумме:

$$S_3 = \sum_{n=1}^m R_{n,m} \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{n+i} \quad (60)$$

согласно принципу постоянства суммы абсолютно сходящегося ряда можно изменить порядок суммирования.

$$S_3 = \sum_{r=m+1}^{\infty} q'_r \cdot \sum_{n=1}^m \left\{ (-1)^n \cdot \binom{r+n-1}{n} \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{n+i} \right\}. \quad (61)$$

С помощью формулы суммирования Абеля и тождественных преобразований сумм, содержащих биномиальные коэффициенты, приведем (61) к виду:

$$S_3 = (-1)^m \cdot \sum_{i=0}^k \binom{m-i}{m-k} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} q'_{n+m+1} \cdot \binom{n+m-i}{m-i} - \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{i} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} q'_{n+m+1}. \quad (62)$$

Предел (62) при неограниченном возрастании  $m$  представим в виде:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_3 = \lim_{m \rightarrow \infty} S_4 - \lim_{m \rightarrow \infty} S_5, \quad (63)$$

где

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_4 = \sum_{s=0}^k \lim_{m \rightarrow \infty} (-1)^m \cdot q'_{m+1} \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{R}\right)^{m-i+1}}, \quad (64)$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_5 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R}}.$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R}} \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^i \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} q'_{m+1} \cdot \binom{m-i}{k-i} \cdot \binom{m}{i} \quad (65)$$

Стремление к нулю (64) и (65) при неограниченном возрастании  $m$  устанавливается аналогично ранее рассмотренным случаям для коэффициентов нулевого (45) и первого (55) порядков. Таким образом, мы доказали систему утверждений 1.1–1.4, эквивалентную утверждению 1, и можем использовать его для практического прогнозирования функций выносливости.

Рассмотрим возможность вычисления коэффициентов разложения функции выносливости  $\sigma(N)$  в ряд (2) по коэффициентам разложения ее же в ряд (4), если функция состоит из конечного числа членов ряда (2).

$$\sigma(N) = \sum_{n=0}^m \frac{q'_n}{(N - N_0 + 1)^n} \quad (66)$$

Согласно утверждению 1,  $\sigma(N)$  должна быть аналитической на полубесконечном интервале, содержащем  $N_0$ , и ряд  $\lambda(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} q'_n \zeta^n$  должен иметь радиус сходимости  $R > 2$ .

Первое условие выполняется ввиду того, что каждый член исследуемой последовательности обладает им на интервале  $N \in (N_0 - 1, \infty]$ , количество членов конечно.

Для рассмотрения второго условия учтем, что в рассматриваемом случае вспомогательный ряд (11) вырождается в полином:

$$\lambda(\zeta) = \sum_{n=0}^m q'_n \cdot \zeta^n, \quad (67)$$

радиус сходимости которого по определению бесконечен. Следовательно, второе условие также выполняется и аппроксимация функции выносливости конечным количеством членов последовательности (2) позволяет согласно утверждению 1 найти все её коэффициенты  $q'_0, \dots, q'_m$  по известным коэффициентам ряда (4) с помощью формул (5 – 7).

**Пример 1.** Установить функцию выносливости для стали 30ХГСА по результатам усталостных испытаний образцов при знакопеременном изгибе с вращением. Данные взяты в [7], которые содержат зависимость медианы, количества циклов нагружения в серии от уровня напряжений представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Медианные значения долговечности по уровням напряжений.

$\sigma_{-1}$ , МПа	608	569	589	549	530	510	490	471	451	432
$10^3 \cdot N$ цикл	32,4	63,5	64,6	64,9	84,2	147	182	364	630,2	1680

Установим коэффициенты  $q_0$  и  $q_1$  зависимости:

$$\sigma_{-1}(N) = q_0 + \frac{q_1}{N}. \quad (68)$$

Порядок действий: получим коэффициенты условного разложения функции выносливости в ряд Тейлора (4), по ним с помощью (13 – 15) получим приближенные коэффициенты аппроксимирующей функции (8), по ним найдем радиус сходимости ряда (11), если полученная величина удовлетворяет соотношению (12) – используем первые два найденных коэффициента в качестве искомым. Для поиска коэффициентов ряда Тейлора построим 60 равноотстоящих значений в диапазоне 40 – 580 тыс. циклов с помощью линейной интерполяции между соседними парами точек.

Для устойчивости вычислительной схемы, при численном дифференцировании массива введем аргумент  $N^* = 10^3 \cdot N$ , относительно которого и рассчитаем первые 60 коэффициентов ряда (4) для  $N_0 = 40$  по [3], где  $\Delta N = 9$ .

При использовании формул (5 – 7) в сочетании с данными таблицы (1) вычислим по способу, изложенному в [8], значение параметра суммирования, обеспечивающего наибольшую точность результата  $m=162$ . Используя этот параметр, рассчитаем по формуле (15) первые 150 коэффициентов аппроксимации (8)  $q_{k,162}$ . Радиус сходимости  $R$  ряда (11) определим по формуле, следующей из (44):

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} 10 \sqrt[n]{\frac{q'_{k,162}}{q'_{k+10,162}}}. \quad (69)$$

Начиная с  $k=120$  неравенство (12) для радиуса, рассчитанного по (71), устойчиво выполняется, что, согласно утверждению 1, дает сходимость пределов (5 – 7) к искомым коэффициентам.

Применив его, получим следующие значения:  $q'_0 = 425,0$ ,  $q'_1 = 10109$ .

Учитывая (3), получим  $q_0 = q'_0$ ,  $q_1 = q'_1$ , значения количества циклов в формуле (48) с этими коэффициентами должно быть в тысячах. Полученная аппроксимация при 1680 тыс. циклах принимает значение 431, что отличается от не использованного для ее построения последнего значения таблицы 1 на единицу последнего знака или на 0,23%.

Функция выносливости стали 30ХГСА и первые две частичные суммы разложения ее в ряд (1) показана на рисунке 1.

**Пример 2.** Установить функцию выносливости модельных образцов из полимерного материала типа капрлон «В» при циклическом знакопеременном изгибе [9].

Применим ту же вычислительную схему, которая была использована в примере 1 и найдем первые два коэффициента  $q_0$  и  $q_1$  разложения в ряд функции выносливости. Математическое ожидание количества циклов в зависимости от уровня напряжений представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Математическое ожидание количества циклов нагружения в зависимости от уровня напряжений для материала типа капролон «В».

$\sigma_{-1}$ , МПа	60,00	53,88	51,06	47,76	44,94	41,88	39,05	32,94	30,12
$10^3 \cdot N$ -цикл	21,544	47,957	72,728	86,332	137,499	239,570	391,019	522,499	692,509

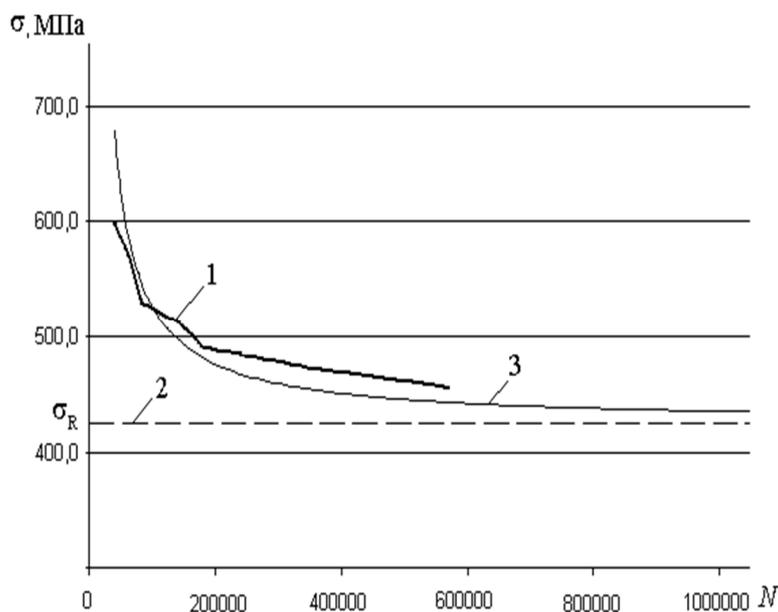


Рисунок 1 – Функция выносливости  $\sigma_{-1}(N)$  для стали 30ХГСА:

1 – по результатам медианных экспериментальных данных;

2 – предел выносливости по результатам расчета  $\sigma_R = q_0$ ;

3 – представление функции  $\sigma_{-1}(N)$  в виде первых двух членов асимптотического ряда

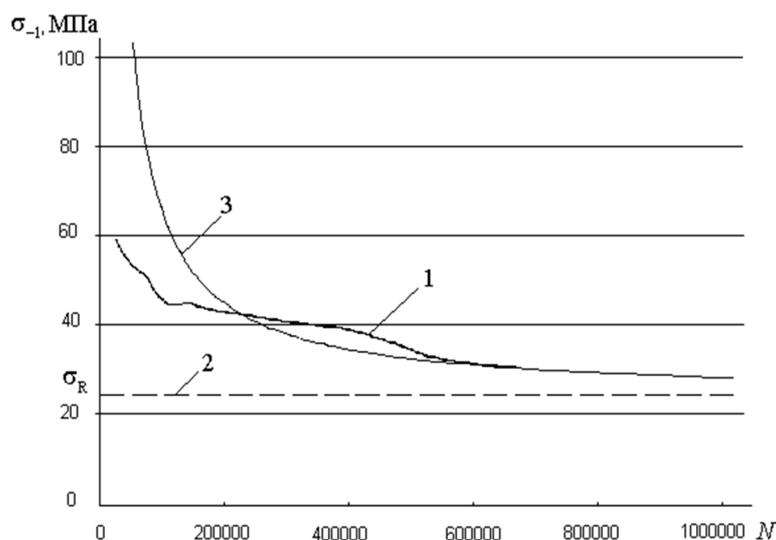


Рисунок 2 – Функция выносливости  $\sigma_{-1}(N)$  для полимерного материала типа капролон «В»:

1 – по результатам натуральных замеров;

2 – предел выносливости по результатам расчета  $\sigma_R = q_0$ ;

3 – представление функции  $\sigma_{-1}(N)$  в виде первых двух членов асимптотического ряда  $\sigma_{-1}(N) = q_0 + \frac{q_1}{N}$

Исключив многозначность зависимости  $N$  от  $\sigma_{-1}$  с помощью усреднения, мы можем перейти к условно непрерывной обратной функции  $\sigma_{-1}(N)$  с помощью интерполяции, используя данные таблицы 2 как опорные. Эти точки используем для построения 100 равноотстоящих значений в диапазоне 25000 – 675000.

Действуя аналогично предыдущему случаю, положим  $N^* = 10^3 \cdot N$  и вычислим 100 первых коэффициентов ряда (4) для  $N_0 = 25$  и  $\Delta N = 6,5$ .

Применим формулы (5) и (6) при расчетном значении параметра суммирования  $m=208$ .

В результате получим следующие коэффициенты:  $q'_0 = 23,81$ ,  $q'_1 = 4176$ , которые, как и в предыдущем случае совпадают с искомыми.

Функция выносливости для капролона «В» и первые две частичные суммы разложения ее в ряд (1) представлена на рисунке 2.

В настоящей работе предложен алгоритм установления параметров функции выносливости в дальнем прогнозе при его эксплуатации в режиме циклического нагружения по объективным выборкам оценочных показателей первичного (ближнего) массива экспериментальных данных. В работах [3 – 6] предложен метод дальнего прогноза функции выносливости с помощью частичных сумм ряда (1). Существенное упрощение метода и повышение его точности в виде вычисления коэффициентов ряда (1) с помощью бесконечных сумм (5 – 7) возможно при выполнении ряда условий, касающихся допустимости разложения функции выносливости в ряд Тейлора.

Примером функции, удовлетворяющей этим условиям, являются сами частичные суммы ряда (8), что дает теоретическое обоснование применимости метода к большинству известных реализаций функции выносливости в виде монотонно убывающих кривых

На основании проведенных аналитических исследований получены уточненные рекомендации применения алгоритма дальнего прогноза долговечности объекта, эксплуатируемого в режиме циклического нагружения по оценке его функции выносливости, составленной на основе показателей эксперимента в ближнем измерении. Проведенная расчетная апробация предложенного алгоритма прогноза экспериментальных данных, полученных при испытаниях на усталость образцов из стали 30ХГСА и конструкционного полимера типа капролон «В» показала целесообразность его применения для объектов, эксплуатируемых циклически ритмично, монотонно, при мало изменяемом характере нагружения. Реализация такого подхода особенно оправдана во встроенных системах автоматического контроля. В случае, когда объект нагружается непостоянной, а нагрузкой с различными характеристиками циклов, вводится линия информации о параметрах изменения нагрузок, что обеспечивает обратную связь на основании гибкого образа состояния объекта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Школьник, Л.М. Методика усталостных испытаний. Справочник / Л.М. Школьник. – М.: Металлургия, 1978. – 301 с.
2. Nicholas, T. High cycle fatigue. A mechanics of materials perspective / T. Nicholas. – Elsevier, 2006. – 656 p.
3. Неменко, А.В. Экстраполяция кривой выносливости за пределы диапазона измерений / А.В. Неменко, М.М. Никитин // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. – Севастополь. – 2010. – Вып. 110 – С. 288 – 290.
4. Nikitin, M.M. Asymptotic expansion of a function defined by power series / M.M. Nikitin // arXiv.Math/1006.0178.
5. Неменко, А.В. Применение асимптотических методов к задаче прогнозирования усталостной повреждаемости деталей судовых машин / А.В. Неменко, М.М. Никитин // Водний транспорт. Збірник наукових праць Київської державної академії водного транспорту імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного. – К.: КДАВТ. – 2012. – № 1(13). – С. 147 – 150.
6. Неменко, А.В. Прогнозная оценка технического состояния зубчатой передачи / А.В. Неменко, М.М. Никитин // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Проблемы механического привода. – Х.: НТУ «ХПИ». – 2014. – № 31(1074). – С. 125 – 131.
7. Почтенный, Е.К. Кинетика усталости машиностроительных конструкций / Е.К. Почтенный. – Минск: Арти-Фекс, 2002. – 168 с.
8. Неменко, А.В. Применение асимптотических методов к задаче прогнозирования тепловых переходных процессов в судовой энергетической установке / А.В. Неменко, М.М. Никитин // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. – Севастополь. – 2011. – Вып. 119. – С. 66 – 70.
9. Неменко, А.В. Оценка циклической прочности капролона для элементов судовых механизмов / А.В. Неменко // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. – Севастополь. – 2011. – Вып. 120. – С. 350 – 354.

**Неменко Александра Васильевна**  
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»  
Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра «Техническая механика и машиноведение»  
ул. Университетская 33, г. Севастополь, 299053  
Тел.: + 7(978)8330519  
E-mail: valesan@listl.ru

**Никитин Михаил Михайлович**  
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»  
Инженер кафедры «Техническая механика и машиноведение»  
ул. Университетская 33, г. Севастополь, 299053  
Тел.: + 7(978)0621579  
E-mail: m.nikitin.1979@gmail.com

A.V. NEMENKO, M.M. NIKITIN

## PREDICTIVE ESTIMATE ENDURANCE OF CONSTRUCTIONAL MATERIALS UNDER CYCLIC LOADING

*We consider method of  $S-N$  diagram far prognosis based on approximation of fatigue strength function in high cycle region with partial sum of asymptotic series with coefficients depending on coefficients of fatigue strength function Taylor expansion in near region. We present sufficient correctness conditions of method proposed to calculate asymptotic expansion coefficients using exactly defined Taylor expansion coefficients. We show examples of method.*

**Keywords:** high cycle fatigue,  $S-N$  diagram, far prognosis, asymptotic expansion.

### BIBLIOGRAPHY

1. Shkolnik, L.M. Metodika ustalostnykh ispytaniy. Spravochnik / L.M. Shkolnik. – M.: Metallurgiya, 1978. – 301 s.
2. Nicholas, T. High cycle fatigue. A mechanics of materials perspective / T. Nicholas. – Elsevier, 2006. – 656 p.
3. Nemenko, A.V. Ekstrapolyatsiya krivoy vynoslivosti za predely diapazona izmereniy / A.V. Nemenko, M.M. Nikitin // Vestnik SevNTU. Ser. Mekhanika, energetika, ekologiya: sb. nauch. tr. – Sevastopol. – 2010. – Vyp. 110 – S. 288 – 290.
4. Nikitin, M.M. Asymptotic expansion of a function defined by power series / M.M. Nikitin // arXiv. Math / 1006.0178.
5. Nemenko, A.V. Primeneniye asimptoticheskikh metodov k zadache prognozirovaniya ustalostnoy povrezhdayemosti detaley sudovykh mashin/ A.V. Nemenko, M.M. Nikitin // Vodniy transport. Zbirknik naukovikh prats Kif'vskoi' derzhavnoi' akademii' vodnogo transportu imeni getmana Petra Konashevich Sagaydachnogo. – K.: KDAVT. – 2012. – № 1(13). – S. 147 – 150.
6. Nemenko, A.V. Prognoznaya otsenka tekhnicheskogo sostoyaniya zubchatoy peredachi / A.V. Nemenko, M.M. Nikitin // Vestnik NTU «KHPI». Seriya: Problemy mekhanicheskogo privoda. – KH.: NTU «KHPI». – 2014. – № 31(1074). – S. 125 – 131.
7. Pochtenny, Ye.K. Kinetika ustalosti mashinostroitelnykh konstruksiy / Ye.K. Pochtenny. – Minsk: Arti-Feks, 2002. – 168 s.
8. Nemenko, A.V. Primeneniye asimptoticheskikh metodov k zadache prognozirovaniya teplovykh perekhodnykh protsessov v sudovoy energeticheskoy ustanovke / A.V. Nemenko, M.M. Nikitin // Vestnik SevNTU. Ser. Mekhanika, energetika, ekologiya: sb. nauch. tr. – Sevastopol. – 2011. – Vyp. 119. – S. 66 – 70.
9. Nemenko, A.V. Otsenka tsiklicheskoy prochnosti kaprolona dlya elementov sudovykh mekhanizmov./ A.V. Nemenko // Vestnik SevNTU. Ser. Mekhanika, energetika, ekologiya: sb. nauch. tr. – Sevastopol. – 2011. – Vyp. 120. – S. 350 – 354.

**Nemenko Aleksandra Vasilevna**  
FSAEI IN «Sevastopol State University»  
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor  
Department of «Technical Mechanics and Engineering»  
st. University 33, Sevastopol, 299,053  
Ph.: + 7 (978) 8330519  
E-mail: valesan@listl.ru

**Nikitin Mihail Mihaylovich**  
FSAEI IN «Sevastopol State University»  
The engineer of the department «Technical Mechanics and Engineering»  
st. University 33, Sevastopol, 299,053  
Ph.: + 7 (978) 0621579  
E-mail: m.nikitin.1979@gmail.com

Е.В. ХРОМОВ, О.В. ХРОМОВ, И.В. ХРОМОВ

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ХАРАКТЕРА ФУНКЦИИ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ДЛЯ СТАЛЬНОЙ БАЛКИ

*Выполнен сравнительный анализ осциллограмм колебаний стальной балки, полученных на основе эксперимента и численных решений для различных вариантов функции внутреннего трения. Показано, что использование комбинированной нелинейной функции трения позволяет максимально сблизить расчетную и экспериментальную осциллограммы колебаний.*

**Ключевые слова:** внутреннее трение, осциллограмма колебаний, комбинированная функция трения.

Для математического моделирования колебательных процессов, в том числе, изгибных колебаний упругих несущих элементов традиционно используют одну из следующих простых функций трения [1, 2]:

$$\text{– сухое трение } f_1 = -b_1 \cdot \text{sign}(\dot{y}); \quad (1)$$

$$\text{– вязкое трение } f_2 = -b_2 \cdot \dot{y}; \quad (2)$$

$$\text{– трение пропорциональное квадрату скорости } f_3 = -b_3 \cdot \dot{y}^2 \cdot \text{sign}(\dot{y}). \quad (3)$$

При этом вопрос о том, какую из данных функций и по какому критерию целесообразно принимать в задачах для конкретного вида исследуемого объекта, в известных источниках не обсуждается. В связи с этим указанный вопрос является актуальным.

Целью данной работы является разработка методики выбора функции трения на основе комплексного сравнительного анализа экспериментальной и расчетной осциллограмм свободных колебаний.

Эксперименты выполнялись на лабораторной установке согласно схеме, представленной на рисунке 1. Исследуемый объект – консольно закрепленная стальная балка 1 с прямоугольной формой поперечного сечения. На балке установлены тензодатчики 2, которые фиксируют деформацию балки в заданном сечении. Конец балки отклоняют на некоторую величину  $y_0$  и отпускают. Балка совершает свободные затухающие колебания. Сигнал от тензодатчиков усиливается, обрабатывается с помощью АЦП и передается в компьютер 3 для записи осциллограммы колебаний.

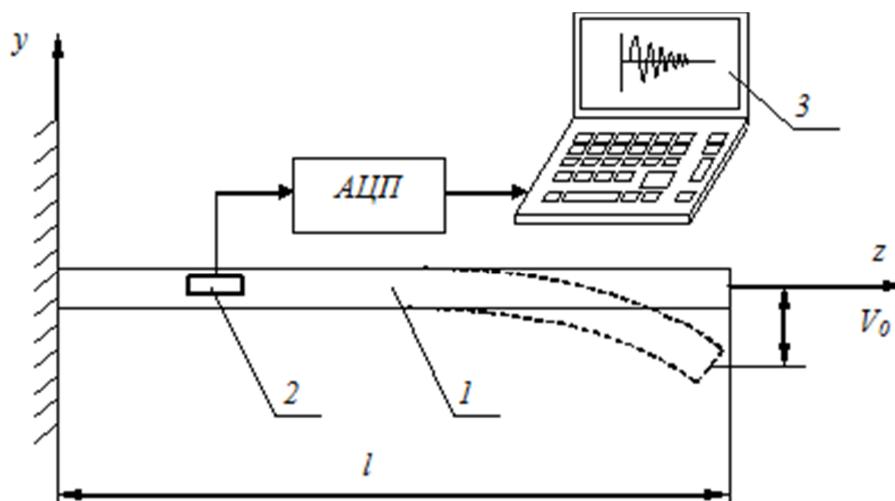


Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки

В эксперименте использована стальная балка со следующими характеристиками:

– плотность и модуль упругости материала  $\rho = 7580 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,  $E = 2,06 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ ;

– размеры и геометрические характеристики поперечного сечения балки

$$b = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad h = 0,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad F = b \cdot h = 1,35 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad J = \frac{b \cdot h^3}{12} = 9 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4;$$

– длина балки  $l = 0,295 \text{ м}$ .

На рисунке 2 показан пример экспериментальной осциллограммы колебаний при начальных условиях:  $y_0 = 0,003 \text{ м}$ ,  $\dot{y}_0 = 0$ . Видно, что балка совершает затухающие колебания с периодом  $T_0 = 0,012 \text{ с}$ , полное затухание происходит за  $\Delta \approx 0,08 \text{ с}$ .

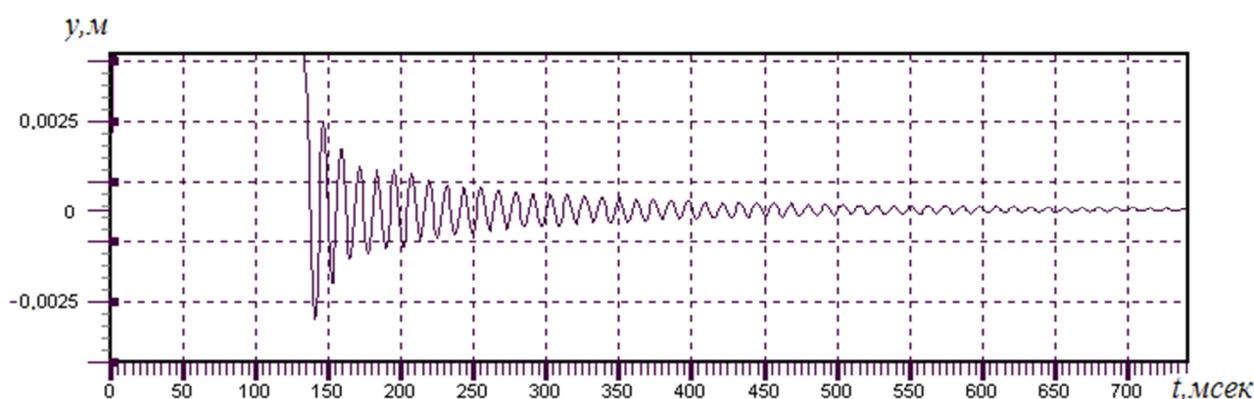


Рисунок 2 – Экспериментальная осциллограмма колебаний

Для теоретического анализа собственных колебаний балки используем известное дифференциальное уравнение [3]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial \tilde{z}^4} = -\Phi_{mp}, \quad (4)$$

где  $a^2 = \frac{EJ}{m} \cdot \frac{1}{l^4}$ ;

$\Phi_{mp}$  – удельная сила внутреннего трения;

$m = \rho \cdot b \cdot h$  – удельная масса балки;

$\tilde{z} = \frac{z}{l}$  – безразмерная координата,

Согласно методу Фурье прогиб балки в произвольном сечении  $y(\tilde{z}, t)$  представляют в виде произведения двух функций:

$$y(\tilde{z}, t) = y_1(t) \cdot y_2(\tilde{z}), \quad (5)$$

где  $y_1(t)$  – функция, определяющая колебательный характер движения балки;

$y_2(\tilde{z})$  – функция, описывающая форму изогнутой оси балки в процессе колебаний.

В эксперименте выполняется анализ колебаний концевое сечения балки при  $\tilde{z} = 1$ , тогда  $y_2(1)$  некоторая константа, зависящая от начального прогиба  $y_0$ .

Функция  $y_1(t)$  должна удовлетворять уравнению:

$$\ddot{y}_1 + k^2 y_1 = -f_{mp}(\dot{y}_1), \quad (6)$$

где  $k = p^2 \cdot a$  – круговая частота собственных колебаний;

$p$  – коэффициент, зависящий от формы колебаний [3];

$f_{mp}(\dot{y}_1)$  – неизвестная функция трения.

Предполагалось, что в эксперименте реализуется первая форма собственных колебаний, тогда теоретическое значение круговой частоты  $k$  и периода  $T$  собственных колебаний можно рассчитать по известным формулам [3]:

$$k = 1,875 \cdot \frac{1}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}, \quad T = \frac{2\pi}{k}.$$

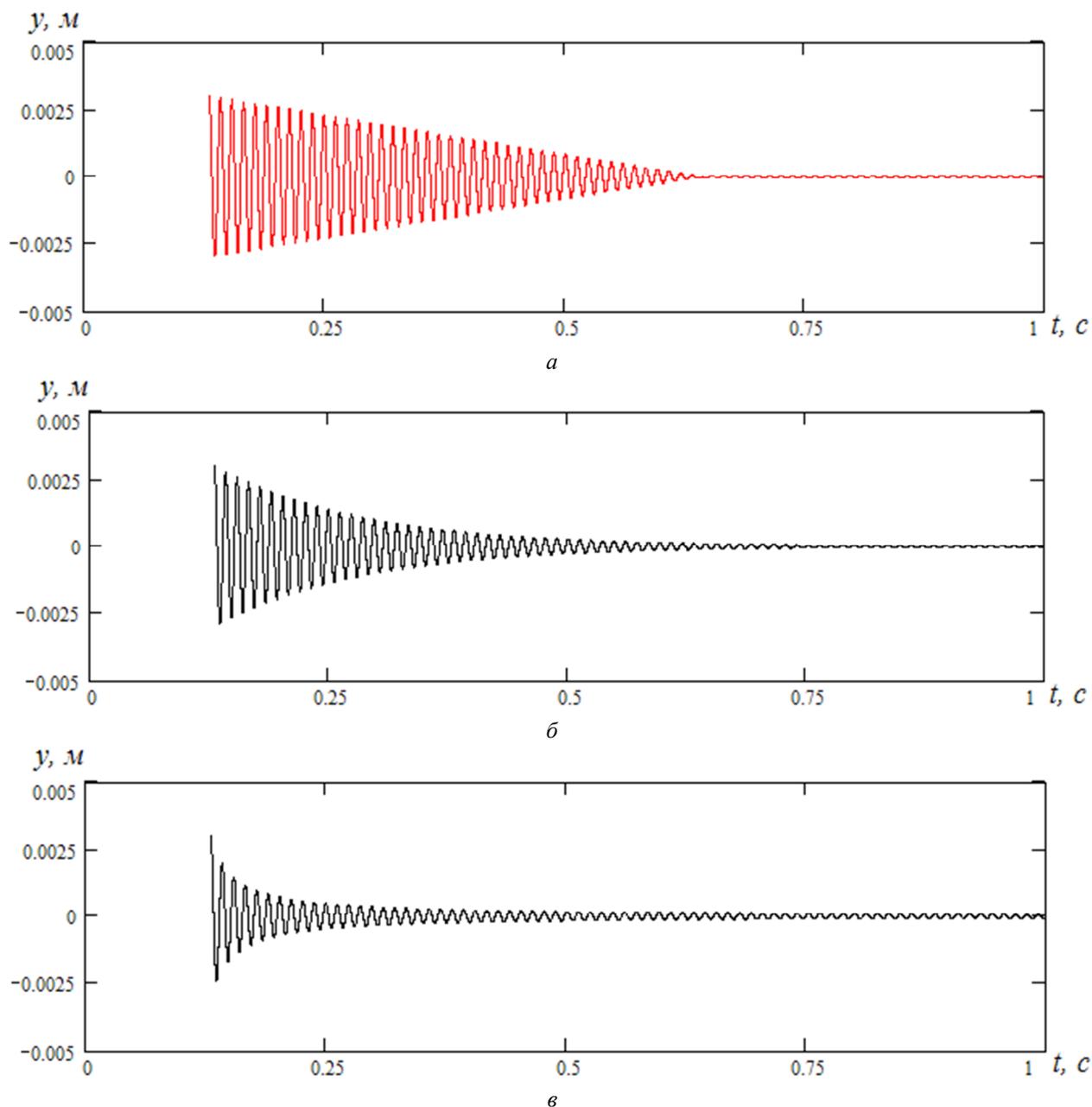


Рисунок 3 – Расчетные графики колебаний балки в случае простых функций трения

Для выбора неизвестной функции трения  $f_{mp}(\dot{y}_1)$  выполнена серия численных экспериментов в MathCAD по решению уравнения (6) для различных видов и параметров функции трения.

В процессе обработки численных результатов использовали следующие критерии:

– соответствие теоретического и экспериментального значения частоты и периода колебаний;

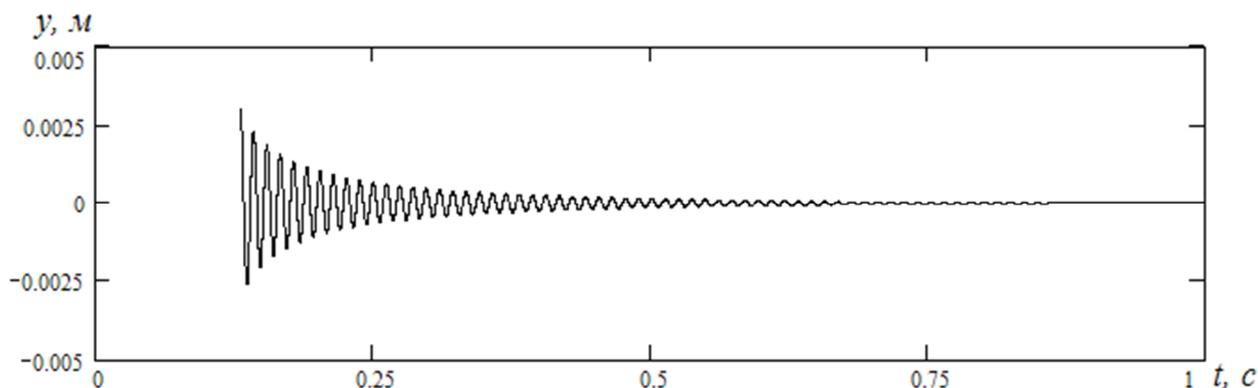
– соответствие времени затухания  $\Delta t \approx 0,08$ с;

– соответствие формы огибающих линий теоретической и экспериментальной осциллограмм колебаний.

Для приведенных выше исходных характеристик балки получим следующие расчетные значения частоты и периода:  $k = 534 \frac{1}{с}$ ,  $T = 0,01175 с$ , что достаточно хорошо согласуется с экспериментом и не зависит от вида функции трения.

Для стандартных вариантов функций трения (1), (2), (3) коэффициенты  $b_i$  подбирались с учетом времени полного затухания  $\Delta t = 0,08с$ . В результате получены следующие значения коэффициентов  $b_1=5$ ,  $b_2=13$ ,  $b_3=64$ . Расчетные графики колебаний  $y(t)$  для этих значений показаны на рисунке 3. Из графиков видно, что характер огибающей линии колебаний во всех трех случаях существенно отличается от формы огибающей линии на экспериментальной осциллограмме (рисунок 2). Например, для функции трения вида (1) огибающая имеет форму прямой линии (рисунок 3, а), а для функции (3) колебания балки при малых амплитудах практически не затухают (рисунок 3, в). Таким образом, действительный вид функции трения, очевидно, имеет более сложный вид, чем принятые выше (1)÷(3).

Дальнейшие численные эксперименты выполнены для комбинированной функции трения вида:  $f(\dot{y}) = k_1 \cdot f_1 + k_2 \cdot f_2 + k_3 \cdot f_3$ . Анализ показал, что с помощью подбора весовых коэффициентов  $k_i$  можно обеспечить соответствие теоретической и экспериментальной осциллограмм колебаний одновременно по всем указанным выше критериям. Для исследуемой балки, как показали численные эксперименты, достаточно высокая степень соответствия достигается при  $k_1 = 0,04$ ,  $k_2 = 0,4$ ,  $k_3 = 0,5$  (рисунок 2, 4).



*Рисунок 4 – Расчетный график колебаний балки в случае комбинированной функции трения*

Действительная зависимость силы внутреннего трения имеет более сложный вид, чем обычно применяемые простые показательные функции. Использование комбинированной функции для описания силы трения позволяет сблизить расчетную и экспериментальную осциллограммы колебаний, как по времени, так и по характеру огибающей линии. Предложенная методика выбора функции трения может быть использован для построения уточненных моделей любых осцилляторов с внутренним трением.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пановко, Я.Г. Основы прикладной теории колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1967. – 313 с.
2. Тимошенко, С.П. Теория колебаний в инженерном деле / С.П. Тимошенко. – М.–Л.:ОНТИ, 1931.–344 с.
3. Моисеев, А.А. Конструирование и расчет прочности судовых ТЗА / А.А. Моисеев, А.Н. Розенберг. – Л.: Судостроение, 1964. – 510 с.

**Хромов Егор Владимирович**  
ФГАОУ ВО Севастопольский  
государственный университет,  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры «Энергоустановок  
морских судов и сооружений»  
г. Севастополь  
Тел.: +7 978 744 64 65  
E-mail: ev.khromov@mail.ru

**Хромов Олег Владимирович**  
г. Севастополь  
кандидат технических наук,  
Тел.: +7 978 012 12 94  
E-mail: o.v.khromov@bk.ru

**Хромов Илья Владимирович**  
ФГАОУ ВО Севастопольский  
государственный университет,  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры «Машиноведение и  
техническая механика»  
г. Севастополь,  
Тел.: +7 978 006 93 17  
E-mail: i.v.khromov@mail.ru

---

E.V. KHROMOV, O.V. KHROMOV, I.V. KHROMOV

## EXPERIMENTAL STUDY OF NONLINEAR CHARACTER OF THE INTERNAL FRICTION FUNCTION FOR A STEEL BEAM

*A comparative analysis of vibration oscillogram for a steel beam has been conducted based on experiments and numerical solutions for a variety of internal friction functions. It is shown that the application of combined non-linear function of friction better bring together computational and experimental oscillogram of vibration.*

**Keywords:** internal friction, vibration oscillogram, combined friction function.

### BIBLIOGRAPHY

1. Panovko, YA.G. Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy / YA.G. Panovko. – M.: Mashinostroyeniye, 1967. – 313 s.
2. Timoshenko, S.P. Teoriya kolebaniy v inzhenernom dele / S.P. Timoshenko. – M.–L.: ONTI, 1931. – 344 s.
3. Moiseyev, A.A. Konstruirovaniye i raschet prochnosti sudovykh TZA / A.A. Moiseyev, A.N. Rozenberg. – L.: Sudostroyeniye, 1964. – 510 s.

**Khromov Egor Vladimirovich**  
Sevastopol State University  
PhD, Associate Professor of the  
Department «Ship power plants and  
structures»  
Sevastopol  
Ph.: +7 978 744 64 65  
E-mail: ev.khromov@mail.ru

**Khromov Oleg Vladimirovich**  
Sevastopol  
PhD  
Ph.: +7 978 012 12 94  
E-mail: o.v.khromov@bk.ru

**Khromov Ilya Vladimirovich**  
Sevastopol State University  
PhD, Associate Professor of the  
Department «Machines and Technical  
Mechanics»  
Sevastopol  
Ph.: +7 978 006 93 17  
E-mail: i.v.khromov@mail.ru

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ** **ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

УДК 621.7

В.В. ЛЕОНТЬЕВ, В.Г. ХРОМОВ

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ С УЧЕТОМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЗАГОТОВКИ**

*С помощью программы ANSYS методом конечных элементов моделируется процесс упругопластической деформации стальной заготовки с учетом изменения свойств материала. В качестве примера исследуется напряженно-деформированное состояние проволоки в процессе ее волочения с учетом изменения свойств материала при нагревании. Полученные результаты позволяют дать рекомендации по совершенствованию процесса волочения с целью уменьшения числа промежуточных этапов деформирования при увеличении обжатия на каждом из них.*

**Ключевые слова:** пластическое течение металла, волочение, нагрев, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов.

Как известно [1], в результате упругопластической деформации материала происходит его нагрев. В случае, когда деформирование происходит в матрице при движении заготовки, общее изменение температуры складывается из двух составляющих: деформационный нагрев и нагрев от трения. Рост температуры приводит к изменению механических свойств материала заготовки, в частности, снижению его предела текучести.

Особенно значительно температура заготовки повышается при быстром деформировании, которое происходит, в частности, при волочении. Задача об исследовании напряженного состояния заготовки при волочении сводится к решению задачи пластического течения металла в конической матрице – волоке. Она рассматривалась многими авторами, в частности, в [1, 3], однако их решения сводились в основном к определению усилия вытяжки, но не давали полной картины напряженно-деформированного состояния проволоки в очаге деформации. Эти решения приводят к достаточно сложным зависимостям, затрудняющим их практическое использование. В то же время результаты получаются приближенными, поскольку аналитическими методами затруднительно учесть сложный характер формоизменения металла в волоке.

Следует отметить, что в процессе волочения, особенно высокоскоростного, происходит значительный (до 700°C, как отмечено в [2]) разогрев зоны контакта проволоки с матрицей. При этом меняются механические характеристики материала проволоки, в частности, его предел текучести. Кроме того, возникают температурные деформации и напряжения. Существующие решения не учитывают и этих особенностей волочения.

**Цель исследования** – численное моделирование напряженно-деформированного состояния заготовки с учетом температурных изменений свойств ее материала при глубокой упругопластической деформации в процессе волочения.

**Постановка задачи.** В данной статье приведено решение задачи о напряженно-деформированном состоянии стальной канатной проволоки, учитывающее ее нагрев в процессе волочения, методом конечных элементов с помощью широко известной и хорошо зарекомендовавшей себя программы ANSYS. Приняты следующие основные допущения:

- 1) задача решается в статической постановке;
- 2) задача является осесимметричной;
- 3) между матрицей и проволокой возникает кулоновское трение с коэффициентом 0,005;

- 4) материал проволоки изотропный, упруго–пластический; модель упрочнения – нелинейная кинематическая; материал матрицы – изотропный, упругий;  
 5) противонапряжение проволоки отсутствует.  
 Схема конструкции показана на рисунке 1. Здесь  $F$  – усилие вытяжки.

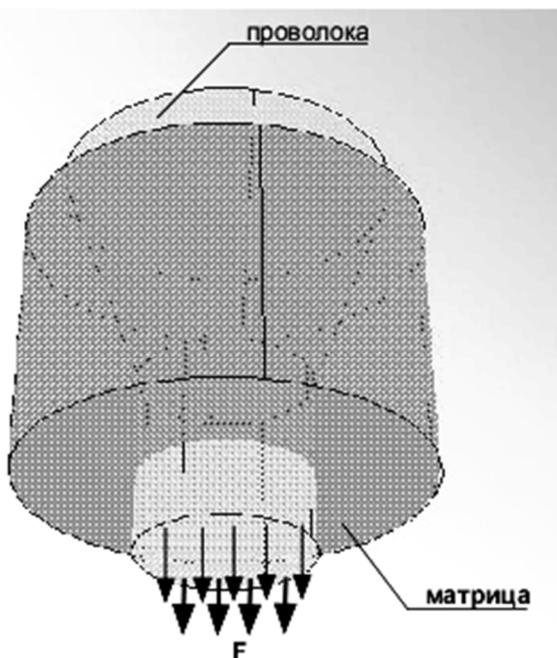


Рисунок 1 – Схема волочения

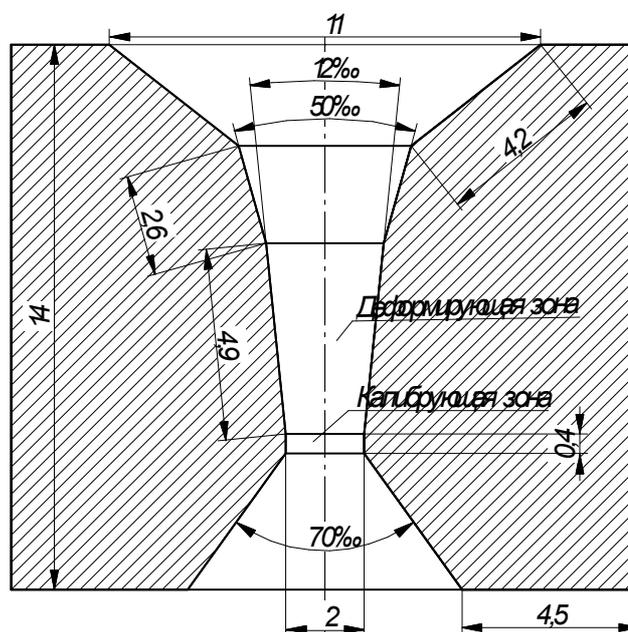


Рисунок 2 – Чертеж проволоки

При моделировании процесса волочения использовалась реальная проволока по ГОСТ 9453–75 форма 8. Чертеж проволоки приведен на рисунке 2. Проволока выполнена из вольфрамокобальтового сплава ВК–6 с пределом прочности 1500 МПа и модулем продольной упругости 630 ГПа.

При описании свойств проволоки использовалась нелинейная диаграмма деформирования, полученная по зависимости, приведенной в [4]. Учет же влияния температуры на предел текучести материала проволоки проводился по следующей зависимости:

$$\sigma_T = 1775,8 \varepsilon_{cp}^{0,4001} (\exp(-0,0007739t)),$$

где:  $\varepsilon_{cp}$  – среднее значение интенсивности деформаций;

$t$  – температура, С.

При принятых размерах проволоки среднее значение интенсивности деформаций, подсчитанное по методике, описанной в [2], составляет 0,7554.

График изменения предела текучести от температуры приведен на рисунке 3. Из него видно, что с ростом температуры предел текучести существенно уменьшается и при температуре 700 С составляет 923 МПа против 1500 МПа для комнатной температуры.

При решении задачи использовался треугольный осесимметричный конечный элемент PLANE2 с 6 узловыми точками (три – в вершинах и по одной – в середине каждой из сторон). Число конечных элементов сетки – 6017. Конечно–элементная модель изображена на рисунке 4.

Граничные условия формулировались следующим образом: радиальные перемещения точек продольной оси проволоки отсутствуют, что естественно для осесимметричной задачи; проволока неподвижна; температура наружного слоя проволоки в деформирующей зоне принималась равной 700 С.

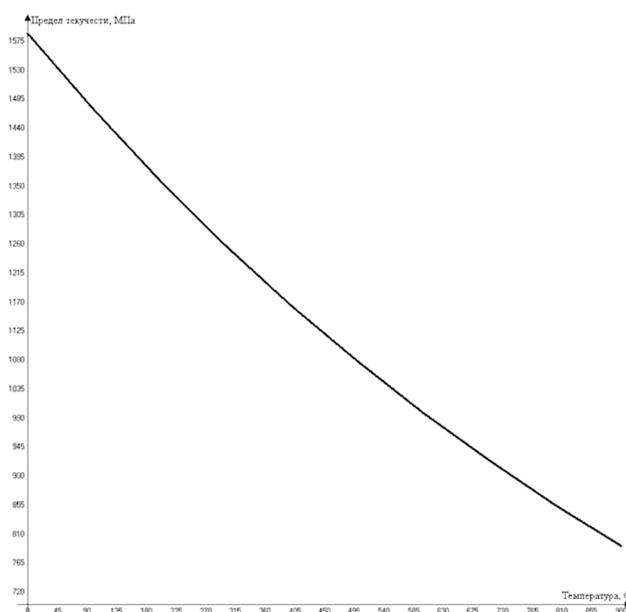


Рисунок 3 – Зависимость предела текучести материала проволоки от температуры

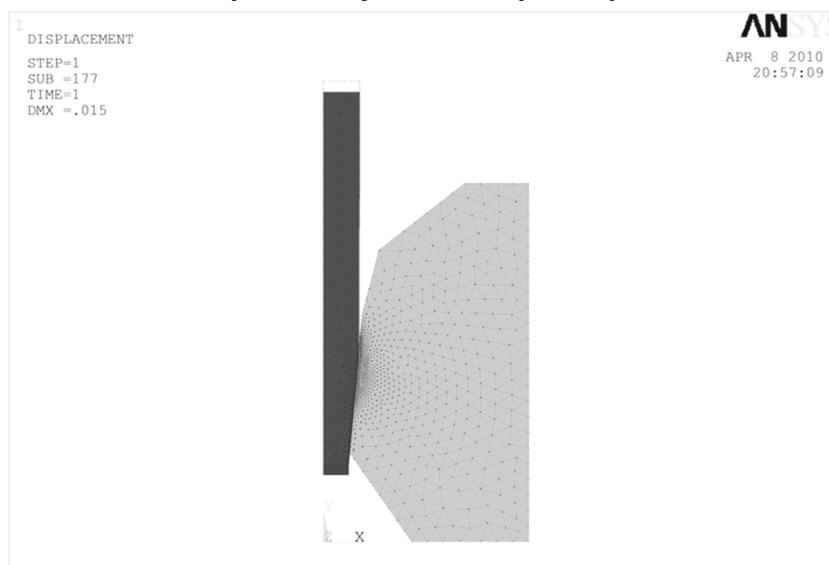


Рисунок 4 – Конечно-элементная модель волочения

Для того, чтобы исследовать напряженное состояние проволоки в процессе волочения, необходимо, чтобы вся ее недеформированная цилиндрическая часть прошла через деформирующую и калибрующую зоны. Поэтому, исходя из размеров матрицы (суммарная длина деформирующей и калибрующей зон около 8 мм), вертикальное перемещение нижнего (деформированного) конца проволоки принято равным 15 мм. Такой способ задания граничных условий на вытягиваемом конце проволоки отличается от традиционного, при котором задается усилие вытяжки (рисунок 1). Как показывает анализ, принятый подход позволяет точнее описать напряженно-деформированное состояние проволоки в процессе ее движения внутри матрицы.

При выполнении расчета начальный диаметр  $d_0$  проволоки был принят 2,8 мм, конечный  $d_1$  – 2,0 мм; таким образом, обжатие  $d_0/d_1$  составляет 1,4. Такое обжатие обычно возникает на последнем этапе маршрута волочения. Механические характеристики проволоки в этом случае существенно превышают соответствующие параметры исходной катанки и соответствуют принятым при расчете.

**Анализ результатов.** В полученном численном решении основной интерес представляют напряжения в радиальном и осевом направлении в сравнении с результатами, полученными без учета влияния температуры [5]. На рисунке 5 показано распределение радиальных напряжений  $\sigma_x$  для проволоки, прошедшей сквозь волоку, а на рисунке 6 – распределение осевых напряжений  $\sigma_y$ . Анализ этих эпюр показывает, что при учете температуры наибольшие радиальные напряжения возникают в начале деформирующей зоны, достигая 910 МПа против 1440 МПа без учета температуры, и убывают к ее концу до 360 МПа против 612 МПа. Осевые же напряжения возрастают к концу деформирующей зоны, достигая 920 МПа против 1460 МПа, полученных без учета разогрева проволоки. Такое распределение осевых напряжений, очевидно, связано с уменьшением диаметра проволоки при ее движении сквозь волоку. По сечению проволоки осевые напряжения распределяются в целом равномерно. Такое распределение напряжений вполне соответствует физическому смыслу задачи и подтверждает адекватность модели реальной конструкции.



Рисунок 5 – Радиальные напряжения

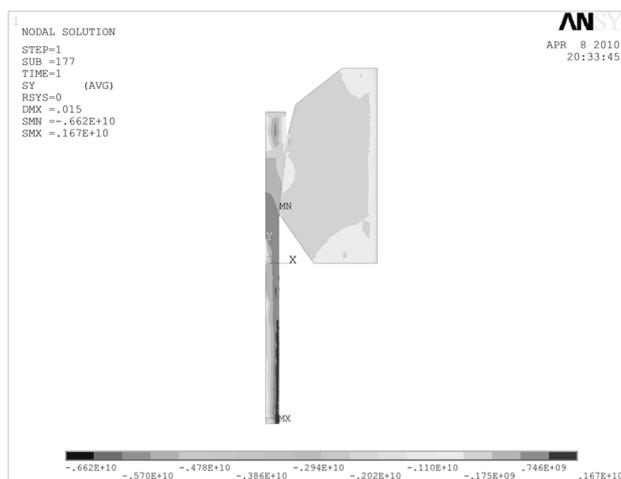


Рисунок 6 – Осевые напряжения

### Выводы:

1. Учет разогрева проволоки при волочении показывает, что напряжения в ней оказываются существенно (на 40–50%) меньше получаемых без учета разогрева. Это связано, очевидно, с уменьшением предела текучести ее материала с ростом температуры.

2. Анализ результатов конечноэлементного моделирования выявил наиболее напряженные зоны проволоки и позволил получить адекватное представление о ее поведении в процессе волочения с учетом разогрева.

Полученные результаты позволяют дать рекомендации по совершенствованию процесса волочения с целью уменьшения числа промежуточных этапов деформирования при увеличении обжатия на каждом из них. Кроме того, представляется возможным уменьшить усилие вытяжки. Основной же задачей является изучение напряженно-деформированного состояния проволоки на всем маршруте волочения (от исходной катанки до готовой проволоки) с учетом изменения ее механических характеристик на каждом из этапов. Это даст возможность оптимизировать процесс волочения и предложить новые конструкции волок и способы смазки, снижающие износ и увеличивающие срок службы этого инструмента.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов, Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов.– М.: Наука, 1969. – 420 с.
2. Колмогоров, В.Л. Гидродинамическая подача смазки / В.Л. Колмогоров, С.И. Орлов, Г.Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1975. – 256 с.

3. Шилц, Р. Пластическое движение в сходящемся коническом канале / Р. Шилц // Механика – М.: Изд-во АН СССР. – 1960. – С. 183 – 191.

4. Хромов, В.Г. Выбор аппроксимирующей функции для диаграммы растяжения материала в задачах технологической механики стержня / В.Г. Хромов, И.В. Хромов // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. – Севастополь. – 2007. – Вып. 80. – С. 20 – 22.

5. Леонтьев, В.В. Моделирование процесса волочения стальной канатной проволоки методом конечных элементов с помощью ANSYS / В.В. Леонтьев // Динамика, надежность и долговечность механических и биомеханических систем и элементов их конструкций. – Севастополь. – 2009. – С. 160 – 163.

**Леонтьев Вячеслав Владимирович**  
Севастопольский государственный университет,  
г. Севастополь  
Кандидат технических наук, доцент  
E-mail: leonardo1967@yandex.ua

**Хромов Владимир Гаврилович**  
Севастопольский государственный университет,  
г. Севастополь  
Доктор технических наук, профессор  
E-mail: v.g.khromov@mail.ru

V.V. LEONTYEV, V.G. KHROMOV

## MODELING OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION PROCESS TAKING INTO ACCOUNT TEMPERATURE CHANGES OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF THE WORKPIECE

*By ANSYS finite element simulated the process of elastoplastic deformation of steel billets to reflect changes in material properties. As an example, we study the stress-strain state of the wire during the process of drawing to reflect the changes in material properties when heated. The obtained results allow to make recommendations for improving the drawing process to reduce the number of intermediate stages of deformation with increasing compression on each of them.*

**Keywords:** plastic current of metal, drawing, heat, stress-deformed state, finite element method.

### BIBLIOGRAPHY

1. Kachanov, L.M. Osnovy teorii plastichnosti / L.M. Kachanov. – М.: Nauka, 1969. – 420 s.
2. Kolmogorov, V.L. Gidrodinamicheskaya podacha smazki / V.L. Kolmogorov, S.I. Orlov, G.L. Kolmogorov. – М.: Metallurgiya, 1975. – 256 s.
3. Shilts, R. Plasticheskoye dvizheniye v skhodyashchemsya konicheskom kanale / R. Shilts // Mekhanika – М.: Izd-vo AN SSSR. – 1960. – S. 183 – 191.
4. Khromov, V.G. Vybor approksimiruyushchey funktsii dlya diagrammy rastyazheniya materiala v zadachakh tekhnologicheskoy mekhaniki stержnya / V.G. Khromov, I.V. Khromov // Vestnik SevNTU. Ser. Mekhanika, energetika, ekologiya: sb. науч. тр. – Sevastopol. – 2007. – Vyp. 80. – S. 20 – 22.
5. Leontyev, V.V. Modelirovaniye protsessa volocheniya stalnoy kanatnoy provoloki metodom konechnykh elementov s pomoshchyu ANSYS / V.V. Leontyev // Dinamika, nadezhnost i dolgovechnost mekhanicheskikh i biomekhanicheskikh sistem i elementov ikh konstruktsiy. – Sevastopol. – 2009. – S. 160 – 163.

**Leontyev Vyacheslav Vladimirovich**  
Sevastopol National University, Sevastopol  
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor  
E-mail: leonardo1967@yandex.ua

**Khromov Vladimir Gavrilovich**  
Sevastopol National University, Sevastopol  
Doctor of Technical Sciences, Professor  
E-mail: v.g.khromov@mail.ru

А.М. КАБАКОВ, Л.М. МАМАЕВ, С.А. СОКОЛОВ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

*В работе создана и экспериментально проверена комплексная математическая модель процесса развития усталостной трещины в сварном узле, пригодная для решения достаточно широкого круга практических задач. Эта модель учитывает влияние остаточных сварочных напряжений, а также характер распределения напряжений в узле.*

**Ключевые слова:** концентрация напряжения, эюра, пластическая деформация, характеристика напряжения, остаточные напряжения.

Прогнозирование процессов развития усталостных трещин имеет большое значение для оценки живучести крановых, экскаваторных, строительных подкрановых и других интенсивно нагруженных конструкций. Решение этой проблемы может быть осуществлено на базе методов механики разрушения.

Методика расчета базируется на следующих допущениях:

а) траектория трещины, а также поля напряжений вдоль нее, от внешней нагрузки и остаточных, в исходном состоянии без трещины, известны;

б) процесс развития трещины на любой стадии нагружения описывается кинетической диаграммой усталостного разрушения (КДУР), построенной с учетом характеристик трещиностойкости металла, по которому развивается трещина;

в) при нестационарном нагружении эффекты последствия не учитываются и скорость развития трещины зависит только от текущего значения эффективного размаха коэффициента интенсивности напряжений (КИН);

г) изменение и стабилизация поля остаточных напряжений в результате пластических деформаций при суммировании с напряжениями от внешней нагрузки происходит до возникновения трещины, условно за один цикл нагружения.

Указанные допущения в значительной степени ориентированы на расчет тонкостенных балочных и ферменных конструкций. Для этих конструкций, как правило, известны место зарождения трещины, траектория ее развития, а также распределение напряжений в данном районе (допущение а.). Пренебрежение эффектом задержки трещины при переходе от больших напряжений к меньшим при нестационарном нагружении идет в запас надежности [1], потому допустимо для инженерной методики (допущение в.). В течение первого периода эксплуатации, до возникновения трещины (> 5...10 лет), конструкция многократно подвергается воздействию максимальных нагрузок, при работе с максимальными грузами, при регулярных испытаниях, аварийных ситуациях и т.п. Поэтому при рассмотрении процесса развития трещины вполне можно допустить, что все процессы местного пластического деформирования происходят за один цикл нагружения (допущение г.).

Для описания эюр распределения напряжений вдоль траектории трещины используются следующие зависимости. Распределение напряжений от внешней нагрузки  $\sigma(y)$  описывается выражением:

$$\sigma_p(y) = \sigma_1 \left[ \frac{\alpha - 1}{1 - \beta} e^{-\frac{2y}{r}} + 1 - \beta \frac{\alpha - 1}{1 - \beta} - \left( 1 - s - \frac{3}{2} \beta \frac{\alpha - 1}{1 - \beta} \frac{y}{t} \right) \frac{y}{t} \right] \quad (1)$$

где  $\beta = 2 \frac{r}{t}$ ;  $s = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ ;

$\alpha$  – коэффициент концентрации напряжений;

$r$  – радиус концентратора, из которого развивается трещина;

$\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – значения номинальных напряжений при  $y=0$  (в точке зарождения трещины) и  $y=t$ ;

$t$  – ширина сечения в направлении развития трещины.

Это выражение позволяет приближенно учесть концентрацию напряжений и удовлетворить условия статики:

$$\int_0^t \sigma_p(y) dy \cong 0,5(\sigma_2 + \sigma_1)t$$

$$\int_0^t \sigma_p(y)(0,5t - y) dy \cong \frac{t^2}{12}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

Для описания эпюры остаточных сварочных напряжений в программе RAUT предусмотрено два варианта. Параболическая зависимость вида:

$$\sigma_o(y) = 2(\sigma_{01} - 2\sigma_{02} + \sigma_{03})\left(\frac{y}{t}\right)^2 - (3\sigma_{01} - 4\sigma_{02} + \sigma_{03})\frac{y}{t} + \sigma_{01}, \quad (2)$$

описывает распределение напряжений от продольных швов. Здесь  $\sigma_{01}, \sigma_{02}$  и  $\sigma_{03}$  – значения остаточных напряжений, соответственно, при уравнивании  $0,05t$  и  $t$  (рисунок 1).

Второй вариант получен аппроксимацией распределений поперечных остаточных напряжений по толщине элемента, вычисленных методом конечных элементов (МКЭ). Он имеет вид:

$$\sigma_o(y) = \sigma_{01} \left[ (1 - s_2) \exp\left(\frac{y - d}{y_0}\right) + s_2 \right] (Hy^{1,5} + 1), \quad (3)$$

$$d = \ln\left(\frac{s_2}{s_2 - 1}\right);$$

$$H = t^{-1,5} \left[ s_3 \left( (1 - s_2) \exp\left(\frac{t - d}{y_0}\right) + s_2 \right)^{-1} - 1 \right],$$

где  $s_2 = \frac{\sigma_{02}}{\sigma_{01}}, s_3 = \frac{\sigma_{03}}{\sigma_{01}}$ .

$\sigma_{02} (< 0)$  – параметр, определяющий прогиб аппроксимирующей кривой в области отрицательных значений напряжений;  $y_0$  – координата первой нулевой точки эпюры (рисунок 1). Остальные обозначения даны выше.

Учет изменения эпюры остаточных сварочных напряжений в результате местных пластических деформаций, возникающих при суммировании напряжений остаточных и от внешней нагрузки, производится приближенно с помощью двух корректировочных операций. Первая из них учитывает общее понижение уровня остаточных напряжений в результате пластических деформаций в объемах швов. Она применяется только к расчету крупных (натурных) конструкций, в которых остаточные напряжения в швах достигают предела текучести, и заключается в том, что напряжения в каждой точке поля умножаются на понижающий коэффициент, то есть  $\sigma'_0(y) = \varepsilon_0 \sigma_0(y)$ , где

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{\sigma_{pw}}{\sigma_T} \quad (4)$$

где  $\sigma_0$  – исходные остаточные напряжения после сварки;

$\sigma_{pw}$  – максимальные напряжения процесса нагружения в области сварного шва.

Результаты расчета по формуле (4) хорошо согласуются с результатами эксперимента на образцах и конструкциях с продольными швами [2].

Вторая корректировка, учитывающая локальные пластические деформации в области концентрации напряжений у шва, производится с помощью теоремы о разгрузке [3]. Расчет выполняется методом последовательных приближений.

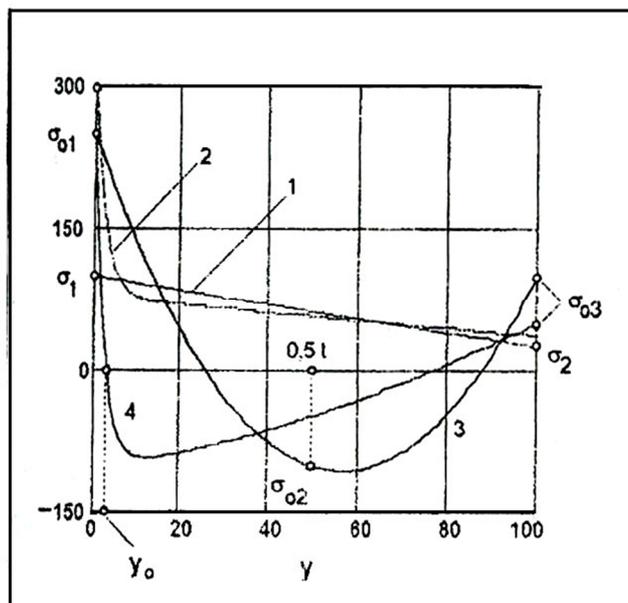


Рисунок 1. Примеры расчетных эпюр напряжений от внешней нагрузки, номинальных (кривая 1) и по формуле (1) (кривая 2), остаточных, по формуле (3) (кривая 4)

Остаточные напряжения в сварном соединении после первого полуцикла нагружения определяются как:

$$\sigma_0''(y) = \sigma_0'(y) + \Delta\sigma_0'(y) \quad (5)$$

где  $\Delta\sigma_0'(y)$  – изменение остаточных напряжений в результате местных пластических деформаций при первом полуцикле нагружения.

Согласно теореме о нагрузке можно записать:

$$\Delta\sigma_0'(y) = \sigma'_{\Sigma \rho}(y) - \sigma'_{\Sigma y}(y),$$

где  $\sigma'_{\Sigma m}(y)$  – суммарные напряжения, от внешней нагрузки ( $\sigma'(y)$ ) и остаточные, в первом полуцикле, вычисленные для упругопластического напряжения при идеально упругом материале.

Таким образом, подставив приведенные напряжения в (5) найдем остаточные напряжения после первого полуцикла:

$$\Delta\sigma_0''(y) = \sigma'_{\Sigma \rho}(y) - \sigma(y).$$

Аналогичным образом вычисляются остаточные напряжения после второго полуцикла:

$$\sigma_0'''(y) = \sigma_0''(y) + \Delta\sigma_0''(y),$$

где

$$\Delta\sigma_0''(y) = \sigma''_{\Sigma \rho}(y) - \sigma''_{\Sigma y}(y).$$

Обозначения имеют тот же смысл, но для второго полуцикла.

При построении КДУР в качестве аргумента используется эффективный размах КИН ( $\Delta K$ ), вычисляемый следующим образом:

$$\text{при } R \leq 0, \quad \Delta K = K_{\max};$$

$$\text{при } 0 < R < 1, \quad \Delta K = K_{\max} - K_{\min};$$

где  $R = K_{\min} / K_{\max}$  – коэффициент асимметрии фактического цикла нагружения от внешней нагрузки и остаточных напряжений;

$$K_{\max} = K_{s,\max} + \rho K_0;$$

$$K_{\min} = K_{s,\min} + \rho K_0, \quad (6)$$

где  $K_{s,\max}$  и  $K_{s,\min}$  – максимальное и минимальное значение КИН от внешней нагрузки;  
 $K_0$  – значение КИН от внешней нагрузки в поле стабилизированных остаточных напряжений ( $\sigma_0'''(y)$ );

$\rho$  – редуционный коэффициент, отражающий особенности влияния остаточных напряжений на нагруженность материала в районе вершины трещины.

Для вычисления значений КИН как от внешней нагрузки, так и от остаточных сварочных напряжений справочные решения не пригодны, поскольку эпюры распределения этих напряжений описываются кусочными функциями. В данном случае используется подход, основанный на принципе суперпозиций и заключающийся в численном интегрировании решения для случая загрузки берегов одиночными симметричными силами [4] по заданной эпюре напряжений ( $\sigma(y)$ ), то есть:

$$K_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi a}} \int_0^a \Lambda(y, a) \sigma(y) dy,$$

где

$$\Lambda(y, a) = 3,52 \frac{1 - \frac{y}{a}}{\left(1 - \frac{a}{t}\right)^{1,5}} - \frac{4,35 - 5,28 \frac{y}{a}}{\left(1 - \frac{a}{t}\right)^{0,5}} + \left[ \frac{1,3 - 0,3 \left(\frac{y}{a}\right)^{1,5}}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{a}\right)^2}} + 0,83 - 1,76 \frac{y}{a} \right] \left(1 - \left(1 - \frac{y}{a}\right) \frac{a}{t}\right)$$

$a$  – размер трещины;

$\sigma(y)$  – исходная, то есть вычисленная без учета трещины, эпюра напряжений вдоль траектории трещины.

Приведенные формулы справедливы при  $0 \leq a/t \leq 0,5$ . Данное решение соответствует плоской задаче и пригодно, например, для краевой трещины в пластине. Чтобы сохранить структуру решения для пространственных задач, например с поверхностной эллиптической трещиной, введен коэффициент эллиптичности, выражение для которого получено путем аппроксимации справочных решений для эллиптической трещины с различных полей напряжений [5].

Редуционный коэффициент  $\rho$  в формуле (3) отражает особенности влияния остаточных напряжений на процесс развития усталостной трещины. В предлагаемой методике редуционный коэффициент учитывает градиент распределения остаточных напряжений в зоне развития трещины. Как показали расчеты, выполненные МКЭ, распределение напряжений у вершины трещины, находящейся в поле остаточных напряжений, в ряде случаев имеет существенно больший градиент, чем теоретическое распределение, построенное по классической сингулярной зависимости. При этом на сравнительно малых расстояниях от вершины трещины происходит резкое снижение напряжений, и переход их в отрицательную область. Вычисление текущего значения скорости развития трещины производится по КДУР, описываемой моделью [4]

$$\text{при } \Delta K < \Delta K_{th} : \quad v_a = 0$$

$$\text{при } \Delta K_{th} < \Delta K_{fc} : \quad v_a = \frac{da}{dn} = 10^{-7} \left( \frac{F(\Delta K)}{\Delta K_*} \right)^q$$

$$\text{при } \Delta K > \Delta K_{fc} : \quad v_a = \infty.$$

где  $\Delta K$  – эффективный размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН) от внешней нагрузки и остаточных напряжений;

$\Delta K_{th}$  и  $\Delta K_{fc}$  – соответственно, пороговый и критический КИН;

$\Delta K_*$  – параметр КДУР, равен значению КИН, соответствующему скорости развития трещины  $10^{-7}$  м/цикл;

$q$  – показатель степени линейного участка КДУР.

Функция  $F(\Delta K)$  вычисляется следующим образом:

при  $\Delta K < \Delta K_g$  :

$$F(\Delta K) = \Delta K_g \left( \frac{\Delta K_j - \Delta K_{th}}{\Delta K_g - \Delta K_{th}} \right)^{1 - \Delta K_{th} / \Delta K_g} ;$$

при  $\Delta K > \Delta K_g$  :  $F(\Delta K) = \Delta K$ .

Граничное значение  $\Delta K_g$  определено как:

$$\Delta K_g = \sqrt{\Delta K_{th} \cdot \Delta K_*}$$

Текущее значение размера трещины находится как:

$$a_{i+1} = a_i + \Delta a_i = a_i + v_{a_i} \Delta n_i,$$

где  $\Delta n_i$  – количество циклов  $i$ -той ступени нагружения, в пределах которой характеристики нагружения постоянны.

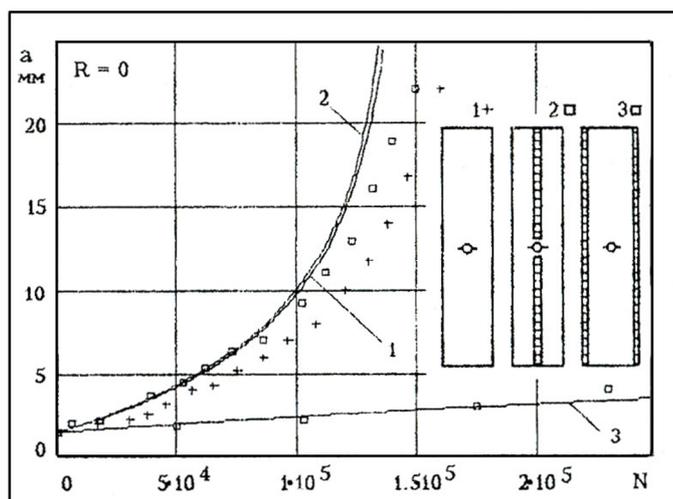


Рисунок 2. Сопоставление результатов расчета по программе RAUT с экспериментом ИЭС им. Е.О. Патона

Остальные обозначения ясны из предыдущего.

Все перечисленные положения реализованы в программе RAUT, которая в существующем виде предназначена для расчета процессов развития краевых и поверхностных трещин при нестационарном блочном нагружении. Результаты расчета представляются на двух экранах. На первом приводится схема заданного блочного нагружения в координатах [число циклов – максимальные/минимальные напряжения], эпюры напряжений от внешней нагрузки и остаточных, исходных и скорректированных, а также дается постепенно подрастающий в процессе расчета график развития трещины. На втором экране после окончания расчета выдаются графики  $\Delta K_{I-a}$ ,  $\Delta K_{I-n}$ ,  $v_{a-a}$ ,  $v_{a-\Delta K_{I-a}}$ .

Сопоставление результатов расчета по программе RAUT с экспериментальными данными, полученными на различных сварных образцах показало удовлетворительную сходимость. В частности сравнение с результатами известного эксперимента ИЭС им. Е.О.Патона [2] представлено на рисунке 2.

Данная программа использована для прогнозирования процессов развития трещин в крановых конструкциях, а также в элементах шахтных вентиляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Злочевский, А.Б. Факторы, тормозящие рост усталостных трещин в металлах после разгрузок / А.Б. Злочевский // Физ.– хим. механ. материалов. – 1985. – Т. 21. – № 2. – С. 41 – 46.
2. Труфяков, В.И. Роль остаточных напряжений в изменении сопротивления усталости сварных соединений на стадии зарождения и развития трещины // В.И. Труфяков, П.П. Михеев, О.И. Гуца // Механическая усталость металлов: Матер. VI Междунар. коллокви. – Киев: Наук.думка. – 1983. – С. 184–189.
3. Александров, А.В. Основы теории упругости и пластичности / А.В. Александров, В.Д. Потапов. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.
4. Механика разрушения и прочность материалов: Справ.пособие: В 4–х т. / Под общей ред. Панасюка В.В. – Киев: Наук.думка. – 1990. – 680 с.
5. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: в 2–х т. Пер. с англ. / Под ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – Т. 1, 2. – 1016 с.

**Кабакوف Анатолий Моисеевич**  
 Днепродзержинский государственный  
 технический университет, Украина  
 кандидат технических наук, доцент  
 51918 г. Днепродзержинск, ул.  
 Днепростроевская, 2  
 Тел.: (0569)53–85–23  
 E-mail: G.Valentina61@mail.ru

**Мамаев Леонид Михайлович**  
 Днепродзержинский государственный  
 технический университет, Украина  
 кандидат технических наук,  
 профессор  
 51918 г. Днепродзержинск, ул.  
 Днепростроевская, 2  
 Тел.: (0569)53–85–23  
 E-mail: G.Valentina61@mail.ru

**Соколов Сергей Алексеевич**  
 Санкт–Петербургский  
 политехнический университет  
 Петра Великого  
 доктор технических наук  
 профессор  
 195251, Россия, г. Санкт–  
 Петербург, Политехническая  
 ул., 29.  
 E-mail: sokolov-sa@rambler.ru

A.M. KABAКOV, L.M. MAMAYEV, S.A. SOKOLOV

**MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF DEVELOPMENT  
 FATIGUE CRACKS IN WELDED STRUCTURES**

*A complex mathematical model of development of a fatigue crack in a welded assembly, suitable for solving a wide of practical problems was created and experimentally verified. The model takes into account the effect of residual welding stresses and strains in the nature of the stress distribution in the node.*

**Keywords:** stress concentration, diagram, plastic deformation, stress response, residual stress.

**BIBLIOGRAPHY**

1. Zlochevskiy, A.B. Faktory, tormozyashchiye rost ustalostnykh treshchin v metallakh posle razgruzok / A.B. Zlochevskiy // Fiz.– khim. mekhan. materialov. – 1985. – Т. 21. – № 2. – С. 41 – 46.
2. Trufyakov, V.I. Rol ostatochnykh napryazheniy v izmenenii soprotivleniya ustalosti svarnykh soyedineniy na stadii zarozhdeniya i razvitiya treshchiny // V.I. Trufyakov, P.P. Mikheyev, O.I. Gushcha // Mekhanicheskaya ustalost metallov: Mater. VI Mezhdunar. kollokv. – Kiyev: Nauk. dumka. – 1983. – С. 184–189.
3. Aleksandrov, A.V. Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti / A.V. Aleksandrov, V.D. Potapov. – М.: Vyssh. shk., 1990. – 400 s.
4. Mekhanika razrusheniya i prochnost materialov: Sprav. posobiye: V 4–kh t. / Pod obshchey red. Panasyuka V.V. – Kiyev: Nauk. dumka. – 1990. – 680 s.
5. Spravochnik po koeffitsiyentam intensivnosti napryazheniy: v 2–kh t. Per. s angl. / Pod red. YU. Murakami. – М.: Mir, 1990.

**Kabakov Anatoliy Moiseyevich**  
 Dneprodzerzhinsk State Technical  
 University, Ukraine  
 Ph.D., Associate Professor  
 51918 Dneprodzerzhinsk Street.  
 Dneprostrokevskaya 2  
 Tel.: (0569) 53–85–23  
 E-mail: G.Valentina61@mail.ru

**Mamavev Leonid Mikhavlovich**  
 Dneprodzerzhinsk State Technical  
 University, Ukraine  
 candidate of technical sciences,  
 professor  
 51918 Dneprodzerzhinsk Street.  
 Dneprostrokevskaya 2  
 Tel.: (0569) 53–85–23  
 E-mail: G.Valentina61@mail.ru

**Sokolov Sergey Alekseyevich**  
 St. Petersburg Polytechnic University,  
 Peter the Great  
 Doctor of Technical Sciences,  
 Professor  
 195251, Russia, Saint–Petersburg, the  
 Polytechnical Str., 29.  
 E-mail: sokolov-sa@rambler.ru

А.С. ГОРЛОВ, А.В. ГУБАРЕВ

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ УДАРНОГО РАЗРУШЕНИЯ ЧАСТИЦ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ В КАМЕРЕ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ ВИХРЕ–АКУСТИЧЕСКОГО ДИСПЕРГАТОРА

*Рассмотрены особенности процесса ударного разрушения твердых частиц в камере измельчения вихре–акустического диспергатора. Предложено математическое описание разрушения частиц твердого материала при их соударении в камере измельчения. Представлены результаты имитационного моделирования движения частиц в камере измельчения. Приведены полученные экспериментальным путем значения скоростей, необходимые для разрушения частиц различных размеров.*

**Ключевые слова:** вихре–акустический диспергатор; измельчение частиц; математическое моделирование; имитационное моделирование

Управление процессом измельчения материалов в вихревых аппаратах позволяет получать высокодисперсные материал с заданной дисперсностью. К таким аппаратам относится вихре–акустический диспергатор [1]. Основная камера измельчения вихре–акустического диспергатора (ВАД) имеет форму короткого вертикального цилиндра с центральным отверстием для выхода готового продукта. Подача газообразного энергоносителя в вихревую камеру осуществляется через один или несколько тангенциальных каналов, расположенных по внешней окружности камеры измельчения. Твердый дисперсный материал может подаваться непосредственно в камеру или поступает вместе с потоком газа.

Система уравнений, описывающая движение твердой частицы в камере измельчения в полярной системе координат, имеет вид:

$$\frac{dW_r}{d\tau} = \xi \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_1 (V_r - W_r)^2}{2m_p} + \frac{W_\varphi^2}{r} + \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \omega^2 r,$$

$$\frac{dW_\varphi}{d\tau} = 2\omega W_r - \xi \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_1 (V_\varphi - W_\varphi)^2}{2m_p} + \frac{W_r W_\varphi}{r}.$$

где  $\xi$  – коэффициент сопротивления;

$d_p$  – средний диаметр частиц дисперсной фазы, м;

$\rho_1, \rho_2$  – плотность частиц и газа, кг/м<sup>3</sup>;

$V_r, V_\varphi$  – радиальная и тангенциальная составляющие скорости газа, м/с;

$W_r, W_\varphi$  – радиальная и тангенциальная составляющие скорости частицы в камере измельчения, м/с;

$\omega$  – угловая скорость вращения среды, с<sup>-1</sup>;

$m_p$  – масса частицы, кг.

Коэффициент сопротивления определяется по формуле Стокса (или по какой–либо другой формуле, справедливой в более широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса):

$$\xi = \frac{24\mu_g}{\rho_g (V_\varphi - W_\varphi) d_p},$$

где  $\mu_g = 18 \cdot 10^{-6}$  Па·с – вязкость газа;

$\rho_g$  – плотность газа, кг/м<sup>3</sup>.

Для вращающегося потока окружная и радиальная составляющие скорости газа в общем случае могут быть определены следующими зависимостями [2]:

$$V_r r = const ;$$

$$V_\varphi r^n = const .$$

В работе [2] найдено, что показатель степени  $n$  зависит от радиуса  $R$  вихревой камеры и с достаточной точностью аппроксимируется функцией:

$$n = 0,7 - \frac{0,4}{(R/r)^3}.$$

Уравнение количества движения для смеси будет иметь вид:

$$dV_r + \gamma_r dW_r = 0;$$

$$dV_\varphi + \gamma_\varphi dW_\varphi = 0,$$

где  $\gamma_r, \gamma_\varphi$  – относительная масса твердого материала, движущегося в радиальном и тангенциальном направлениях, кг/кг.

Причем сумма этих масс представляет собой относительную массу материала в камере измельчения, т.е.:

$$\gamma = \gamma_r + \gamma_\varphi = G_p / G_g,$$

где  $G_p, G_g$  – массовый расход твердого материала и газа в камере измельчения, кг/с.

В радиальном направлении под действием центробежных сил движутся частицы материала, достигшие определенных размеров в процессе разрушения.

Область измельчения имеет сложное неоднородное строение, а сам процесс измельчения характеризуется совокупностью различных факторов, параметров.

В периферийной зоне камеры измельчения движение газового потока имеет квазипотенциальный характер, при котором его скорость возрастает от периферии к центру. Результаты моделирования и численных расчетов для скорости, давления, плотности энергоносителя (воздуха) в камере измельчения вихре-акустического диспергатора представлены в работе [3].

Важными характеристиками вихре-акустических диспергаторов являются их удерживающая способность, определяющая среднее время пребывания измельчаемого материала в камере измельчения. Время пребывания измельчаемого материала в камере измельчения зависит от нескольких факторов: от физико-механических характеристик частиц материала и от аэродинамических показателей энергоносителя в камере измельчения, влияющих на процесс измельчения частиц материала. В основной камере измельчения ВАД частицы твердой фазы проходят несколько этапов разрушения, прежде чем покинуть камеру через центральный сток. Механизм разрушения зависит от размеров частиц исходного материала, от характера движения их в камере измельчения вихре-акустического диспергатора.

Кинетическая энергия твердых частиц может служить критерием, позволяющим не только судить об эффективности процесса измельчения, но и моделировать его. В результате скачкообразного движения частиц в камере работает ударный механизм разрушения.

При упругом ударе часть кинетической энергии частицы расходуется на упругую и пластическую деформацию частицы, на образование дислокаций, дефектов в ней, часть передается материалу камеры измельчения, а часть возвращается самой частице. Количество ударов частицы о стенку, необходимых для ее разрушения, определяется аэродинамическими параметрами камеры измельчения, физико-механическими характеристиками частиц, характером предизмельчения.

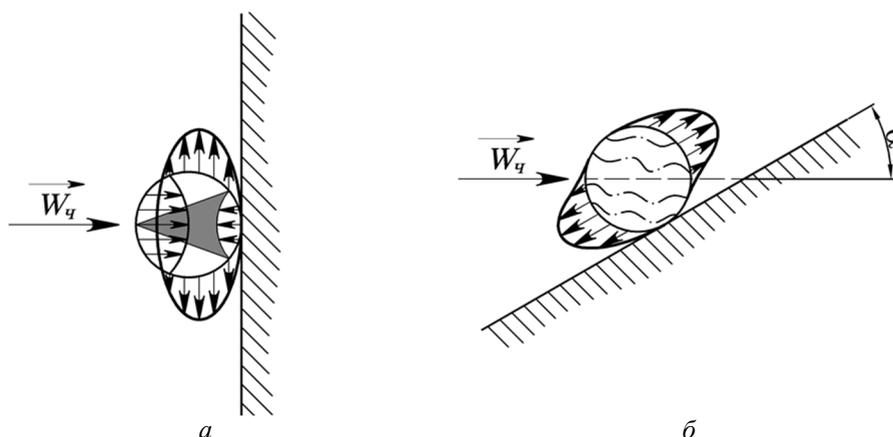
Лобовой удар характеризуется тем, что ударный импульс проходит через центр частицы, а при касательном ударе в частице формируется сдвиговый импульс.

Поля напряжений, действующих на частицу при лобовом ударе о стенку камеры, представлены на рисунке 1, а, а при касательном ударе – на рисунке 1, б.

При прямом или касательном ударе частицы в преграду, а так же при взаимном соударении частиц основным видом разрушения является раскол по меридиональным плоскостям микротрещин и откол от нее нескольких относительно крупных осколков.

Сжимающие напряжения направлены в момент лобового удара частицы параллельно скорости движения частицы (перпендикулярно преграде). Растягивающие напряжения направлены перпендикулярно скорости частицы. При ударе сферической частицы

напряжения образуют взаимно перпендикулярную систему, под действием которой в результате предельных деформаций произойдет разрушение частицы (рисунок 1, а).



**Рисунок 1 – Поля напряжений действующих на частицу:**  
 а – при лобовом ударе о стенку камеры; б – при касательном ударе о стенку камеры

Прочность на сжатие и растяжение отличаются для большинства измельчаемых материалов. В таблице 1 представлены их значения для некоторых материалов.

Таблица 1 – Значения прочности для некоторых материалов

Порода	Прочность на сжатие $\sigma_{сж}$ , МПа	Прочность на растяжение $\sigma_r$ , МПа
Кварцит	313,0	11,2
Песчаник	237,5	10,0
Известняк	78,0	3,9

Часть материала частицы в конусе разрушения (затушеванная область на рисунке 1, а) распадается на множество мельчайших частичек, остальная часть материала распадается на мелкие осколки.

В результате касательного удара (рисунок 1, б) о стенку камеры измельчения элементарные акты разрушения осуществляется созданием в частицах предельных напряжений сдвига путем удара. Эффективность разрушения в этом случае зависит от поступательной скорости частицы и угла  $\alpha$  между вектором скорости и плоскостью, в которую ударяет частица. От структуры материала частицы также зависит скорость удара, при которой происходит разрушение.

Поступательная скорость вращающейся частицы после отскока может уменьшаться или увеличиваться. Это зависит от направления ее вращения в момент удара о стенку камеры. Часть кинетической энергии вращения переходит в энергию поступательного движения частицы.

При наложении напряжений на частицу число разорванных связей увеличивается, и при некотором критическом усилии их концентрация становится достаточной для разрушения.

Эти представления были положены в основу кинетической теории прочности, согласно которой прочность твердых тел зависит от температуры и времени действия силы:

$$t = t_0 \exp[(U_0 - \gamma\sigma)KT] \quad (1)$$

где  $t$  – время, в течение которого частица находится в неразрушенном состоянии;  
 $\gamma, U_0$  – постоянные величины, определяемые физико-химической природой тела и его структурой;

$\sigma$  – напряжение, приложенное к частице в момент удара;

$K$  – постоянная Больцмана;

$T$  – температура твердого тела.

Энергетический барьер  $U_0$ , вычисленный по формуле (1) из данных по времени, в течение которого частица находится в неразрушенном состоянии, близок к энергии связи атомов в кристаллах.

Константа  $t_0$ , равная  $(10^{-13} \dots 10^{-12})$  секунд, не зависит от природы твердого тела.

Для описания разрушения, наблюдаемого при соударении частиц материала, предлагается использовать интеграл повреждений Гулера–Бучера, который в одномерном случае можно записать:

$$\int_0^t \frac{dt}{\tau(\sigma)} = 1,$$

где  $t$  – время, затрачиваемое на разрушение при заданном законе нагружения;  
 $\tau = \tau[\sigma(t)]$  представляет собой неубывающую функцию напряжения, которая имеет смысл времени разрушения материала при  $\sigma = const$ .

Для твердых материалов в качестве  $\tau = \tau(\sigma)$  принимается степенная функция:

$$\tau(\sigma) = K\sigma^{-\alpha} (\sigma > 0),$$

где  $K$  и  $\alpha$  – константы материала, которые могут изменяться при изменении его температуры и структуры.

Разрушающее напряжение при хрупком разрушении:

$$\sigma = \frac{\left[ \frac{2\gamma'G}{\pi(1-\mu)} \right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2l}},$$

где  $\gamma'$  – эффективная поверхностная энергия;

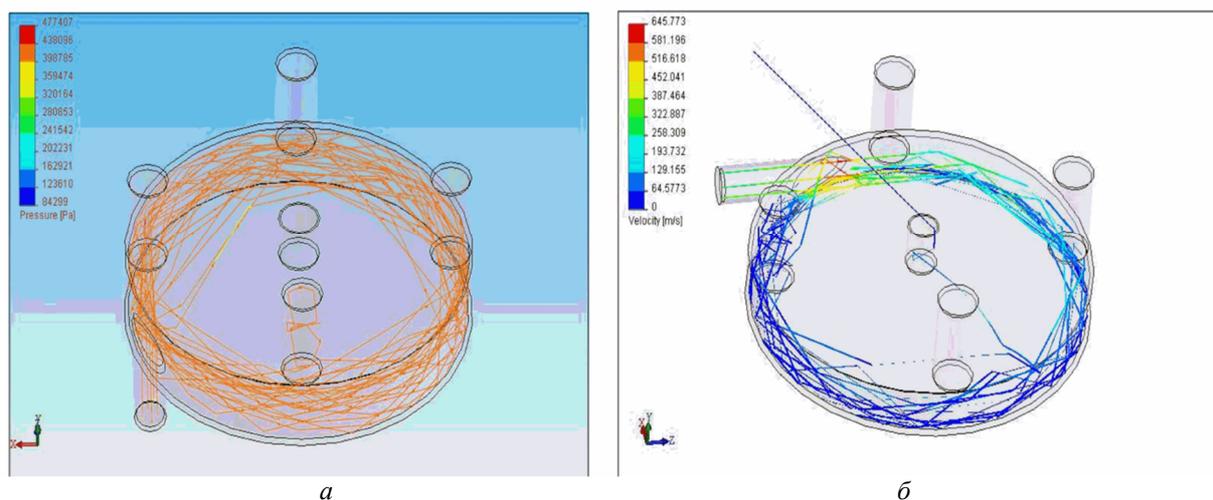
$G$  – модуль сдвига;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$2l$  – длина трещины.

Разрушающее напряжение с уменьшением размера частицы материала возрастает быстрее, чем предел текучести.

На рисунке 2 представлен результат имитационного моделирования средствами SolidWorks движения частиц в камере ВАД.



**Рисунок 2 – Результат имитационного моделирования скачкообразного движения частиц в камере измельчения ВАД:**

*а – движение частиц; б – момент удаления частицы из камеры измельчения через центральный сток*

Мелкие частицы, полученные в результате ударного разрушения, под действием центробежной силы вылетают в центральное выходное отверстие камеры измельчения (рисунок 2, б).

Проводились эксперименты по измельчению частиц разных размеров железорудного концентрата. Значения скоростей, необходимые для разрушения частиц различных размеров  $d_p$ , приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения скоростей, необходимые для разрушения частиц железорудного концентрата.

Диаметр частиц $d_p$ , мм	8,0...5,0	5,0...3,0	3,0...1,2	1,2...0,9	0,9...0,5	0,5...0,3	0,3...0,1
Скорость $W_{ч}$ , м/с	20...50	25...70	35...90	45...130	80...200	110...220	120...250

Значения скоростей движения частиц материала на разных участках камеры измельчения существенно различаются. Об этом можно судить по неравномерному износу участков боковой поверхности камеры измельчения [4].

Дальнейшее измельчение осколков затруднено влиянием масштабного эффекта упрочнения материала, согласно которому, чем меньше размеры частиц  $d_p$ , тем больше должны быть скорости их соударения для реализации откольно–раскольного разрушения.

Изменяя диаметр центрального выходного отверстия, можно управлять аэродинамическими параметрами камеры измельчения, тем самым оказывая влияние на время пребывания частиц в ней для достижения необходимой дисперсности материала. При определенном расходе энергоносителя в камере измельчения ВАД будет находиться некоторое количество измельчаемого материала  $M_1$ . Величина удерживающей способности является важнейшей характеристикой камеры измельчения, поскольку определяет среднее время пребывания дисперсного материала в аппарате:

$$T = M_1 / M_2,$$

где  $M_2$  – расход твердого материала при установившемся процессе.

Путем варьирования аэродинамическими параметрами камеры измельчения ВАД и производительности по твердому материалу можно добиться оптимального времени измельчения материала в камере, достигнув, в частности, требуемой дисперсности материала.

Проведенные исследования показали, что, изучая характер движения частиц, исследуя механизмы их разрушения в камере измельчения вихре–акустического диспергатора различными средствами такими, как имитационное моделирование и математическое моделирование, можно получить более полную информацию для технического совершенствования вихре–акустических диспергаторов, а также возможность управлять процессом измельчения в вихревых аппаратах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. 2250138 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup>В02С19/06 Вихре–акустический диспергатор / Гридчин А.М., Севостьянов В.С., Лесовик В.С., Горлов А.С., Перельгин Д.Н., Федоренко Б.З.; заявитель и патентообладатель Белгородский гос. технол. ун–т им. В.Г. Шухова. – №2003123664/03; заявл. 25.07.03; опубл. 20.04.05, Бюл. №11. – 8 с.
2. Акунов, В.И. Струйные мельницы. Элементы теории и расчета / В.И. Акунов. – 2–е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1967. – 262 с.
3. Горлов, А.С. Вихре–акустический диспергатор комплексного воздействия на частицы измельчаемого материала: дисс. ... канд. техн. наук / А.С. Горлов. – Белгород: БГТУ им. В.Г. Шухова, 2006. – 203 с.
4. Горлов, А.С. Условия износа рабочей камеры вихре–акустического диспергатора / А.С. Горлов, С.Б. Булгаков, А.В. Губарев, С.В. Рябцева // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2013. – № 4. – С. 87 – 90.

#### Горлов Александр Семенович

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, г. Белгород  
Кандидат технических наук, зав. кафедрой высшей математики  
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46,  
Тел.: 8 (4722) 30–99–06,  
E–mail: belgoras@mail.ru

#### Губарев Артем Викторович

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, г. Белгород  
Доцент кафедры энергетики теплотехнологии  
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46,  
Тел.: 8 (4722) 55–41–03,  
E–mail: artwo0248@mail.ru

A.S. GORLOV, A.V. GUBAREV

## MATHEMATICAL DESCRIPTION OF PROCESSES SHOCK DESTRUCTION SOLID PARTICLES IN CAMERA GRINDING VORTICES ACOUSTIC DISPERSER

*There was considered the features of the process shock destruction solid particles in grinding camera vortex–acoustic disperser. There was offered the mathematical description of the destruction of the solid particles of material during their collision in grinding camera. There was presented the results of particles motion in grinding camera simulation modeling. There was given the received experimentally values of velocities, which required for the various sizes particles destruction.*

**Keywords:** vortex–acoustic disperser; grinding of the particles; mathematical simulation; simulation modeling.

### BIBLIOGRAPHY

1. Pat. 2250138 Rossiyskaya Federatsiya, MPK7 B02C19/06 Vihre–akusticheskiy dispergator / Gridchin A.M., Sevostyanov V.S., Lesovik V.S., Gorlov A.S., Perelygin D.N., Fedorenko B.Z.; заявитель и патентообладатель Белгородский гос. технол. ун–т им. V.G. Shukhova. – №2003123664/03; заявл. 25.07.03; опubl. 20.04.05, Byul. №11. – 8 s.
2. Akunov, V.I. Struynnye melnitsy. Elementy teorii i rascheta / V.I. Akunov. – 2–ye izd., pererab. – M.: Mashinostroyeniye, 1967. – 262 s.
3. Gorlov, A.S. Vihre–akusticheskiy dispergator kompleksnogo vozdeystviya na chastitsy izmelcha-yemogo materiala: dis. ... kand. tekhn. nauk / A.S. Gorlov. – Belgorod: BGTU im. V.G. Shukhova, 2006. – 203 s.
4. Gorlov, A.S. Usloviya iznosa rabochey kamery vikhre–akusticheskogo dispergatora / A.S. Gorlov, S.B. Bulgakov, A.V. Gubarev, S.V. Ryabtseva // Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova. – 2013. – № 4. – S. 87 – 90.

#### **Gorlov Aleksandr Semenovich**

Belgorod State Technological University them.  
VG Shukhov, Belgorod  
Candidate of Technical Sciences, Head. Department of  
Mathematics  
308012, Belgorod, ul. Kostyukova, 46,  
Tel.: 8 (4722) 30-99-06,  
E-mail: belgoras@mail.ru

#### **Gubarev Artem Viktorovich**

Belgorod State Technological University them.  
VG Shukhov, Belgorod  
Associate Professor, Department of Energy  
thermotehnologi  
308012, Belgorod, ul. Kostyukova, 46,  
Tel.: 8 (4722) 55-41-03,  
E-mail: artwo0248@mail.ru

# **КОНСТРУИРОВАНИЕ,** **РАСЧЕТЫ, МАТЕРИАЛЫ**

УДК 669.715

М.А. ГУРЕЕВА

## **ОСОБЕННОСТИ МОДИФИЦИРОВАНИЯ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ AL–MG–SI**

*В работе рассмотрен один из наиболее важных для деформируемых алюминиевых сплавов видов модифицирования – измельчение матричной фазы. Показано два способа введения модификатора в сплав: в виде лигатуры вместе с другими составляющими шихты и путем непрерывной подачи при литье слитков лигатурного прутка в кристаллизатор. Изучены первичные и вторичные интерметаллиды, их средний приведенный диаметр, объемная доля, а также массовая доля первичных и вторичных интерметаллидов.*

***Ключевые слова:** деформируемый алюминиевый сплав, модифицирование, кальций, структура слитка, первичные и вторичные интерметаллиды.*

Формирование мелкозернистой равномерной структуры в слитках из алюминиевых сплавов является одним из наиболее важных условий получения высококачественных полуфабрикатов. В результате многочисленных исследований изучены особенности кристаллизации слитков и разработаны способы получения мелкозернистой структуры – способы модифицирования структуры. Различают три вида модифицирования [1]:

1 – измельчение первичных зерен–дендритов и других продуктов первичной кристаллизации (применительно к деформируемым алюминиевым сплавам матричной фазы – зерен первичного твердого раствора);

2 – изменение внутреннего строения первичных зерен–дендритов;

3 – изменение структуры эвтектик (например, в силумине).

В данной статье рассмотрен один из наиболее важных для деформируемых алюминиевых сплавов видов модифицирования – измельчение матричной фазы. Ранее было показано, что измельчение матричной фазы в литых сплавах является результатом зародышевого действия частей интерметаллидных фаз, образующихся в жидком сплаве или специально введенных перед кристаллизацией основной (матричной) фазы.

Определены многие технологические факторы, влияющие на эффект модифицирования: способ введения модификатора, температура литья, температура перегрева перед литьем.

В настоящее время наибольшее распространение получили два способа введения модификатора в сплав [2]:

1 – в виде лигатуры (в чушках) вместе с другими составляющими шихты (алюминием, чистыми металлами) в плавильную печь, где готовится гомогенный расплав – жидкий раствор всех легирующих компонентов в алюминии, в том числе и компонентов–модификаторов (содержание которых обычно не превышает сотых долей процента);

2 – путем непрерывной подачи при литье слитков лигатурного прутка в кристаллизатор или в распределительную коробку.

Принципиальное различие между этими двумя способами введения модификатора заключается в следующем. При первом способе частицы интерметаллидных фаз, служащие зародышами зерен твердого раствора, образуются в сплаве в процессе его кристаллизации, в первую очередь выделяясь из жидкой фазы. При втором способе частицы интерметаллидных фаз, играющие роль центров кристаллизации, поступают в расплав непосредственно перед кристаллизацией твердого раствора из лигатурного прутка в готовом виде. Их размер определяется размером интерметаллидных частиц в прутке и сравнительно мало зависит от

взаимодействия с расплавом, так как температура расплава низкая (температура литья), а время контакта невелико (измеряется секундами). Отсюда понятно, почему одинаковый эффект модифицирования структуры при введении лигатуры в виде прутка достигается при меньшем содержании элемента в сплаве, чем при его включении в общую шихту. Во втором случае практически весь модификатор находится в лигатурном прутке в виде дисперсных интерметаллидных частиц, которые являются центрами кристаллизации. Количество интерметаллидных частиц легко регулируется скоростью подачи лигатурного прутка.

При первом способе (введении модификатора в шихту) интерметаллидные частицы в условиях неравновесной кристаллизации выделяются не полностью, часть модификатора остается в жидком растворе, переходя затем в твердый раствор, при этом интерметаллидные частицы выделяются при высокой температуре в более грубой форме.

Следует учитывать, что переходные металлы, служащие модификаторами, имеют склонность образовывать с алюминием при кристаллизации пересыщенные твердые растворы, т.е. по мере повышения скорости охлаждения при кристаллизации все большая часть модификатора остается в твердом растворе и все меньшая часть (в виде выделившихся интерметаллидов) работает в качестве центров кристаллизации.

Процесс модифицирования структуры слитков из алюминиевых сплавов лигатурным прутком, поступающим в жидкий металл непосредственно перед кристаллизацией, имеет отмеченные выше преимущества и применение его безусловно будет расширяться. Однако этот процесс не сможет полностью заменить модифицирование сплавов путем введения модификатора в шихту, поэтому задачи усовершенствования такой технологии остаются актуальными.

Сплавы алюминия, легированные кальцием, выплавляли с использованием в качестве основы алюминиевый сплав марки АВ. Из каждого сплава отливали в толстостенную изложницу цилиндрические слитки диаметром 15 мм, охлаждали на воздухе при нормальных условиях. Температура литья во всех случаях на 25–50 °С превышала температуру ликвидуса. При этом первично кристаллизуются фазы переменного состава  $Al_3Si_2Ca$  и  $Al_{12}Si_4Mg_3Ca$ , являющихся центрами зарождения новых зерен и препятствующих их росту в процессе рекристаллизации.

При кристаллизации сплава системы Al–Mg–Si часть кальция выделяется из расплава в виде первичных интерметаллидов, которые способствуют измельчению структуры слитков.

Кальций, оставшийся в пересыщенном твердом растворе после кристаллизации, частично выделяется при гомогенизации в виде мелких вторичных интерметаллидов, кристаллическая решетка которых на ранней стадии зарождения и роста полностью когерентна решетке матрицы. Наличие такой мелкодисперсной фазы существенно повышает механические свойства сплава АВ и способствует измельчению зерна при последующей деформации [3, 4].

После выделения вторичных интерметаллидов в твердом растворе сплава остается некоторое количество кальция. В соответствии с равновесной диаграммой состояния оно примерно составляет 0,05% [5].

Следовательно, распределение кальция в фазах сплава характеризуется суммарной массовой долей  $C_{\Sigma}$ , которая складывается из массовой доли кальция в первичных и вторичных интерметаллидах  $C_1$  и  $C_2$  и концентрации кальция в твердом растворе  $C_p$ .

Исследовали слитки из сплава АВ с содержанием 0,18% кальция. При выплавке сплавов использовали лигатуру Al–2%Si. Температура литья 720–730 °С. Слитки гомогенизировали при  $560 \pm 10$  °С в течение 8 ч.

Размер зерна определяли методом секущих. Размер первичных интерметаллидов оценивали на нетравленных шлифах. Рассчитывали средний приведенный диаметр по результатам измерения частиц на каждом шлифе.

Размер зерна определяли методом секущих. Размер первичных интерметаллидов оценивали на нетравленных шлифах. Рассчитывали средний приведенный диаметр по результатам измерения частиц на каждом шлифе.

Объемную долю первичных интерметаллидов определяли как среднее по результатам исследований десяти полей зрения на каждом шлифе. Средний диаметр включений  $D_i$  определяли по результатам измерений частиц на фольге. Объемную долю частиц вторичных интерметаллидов рассчитывали как среднее по данным анализа десяти полей на каждой фольге.

Результаты исследований показали что, несмотря на различие в размерах первичных интерметаллидов и расстояния между ними, средняя по сечению объемная доля интерметаллидов в различных слитках практически одинакова (таблица 1). Это можно объяснить тем, что количество фазы определяется диаграммой состояния и при одинаковой температуре литья должно быть одинаковым независимо от формы и размера слитка.

Таблица 1 – Основные величины интерметаллидов.

Слиток	Расстояние от оси	$D_3$	$D_1$	$L_1$	$V_1$	$D_2$	$L_2$	$V_2$
		МКМ				МКМ		
Сплошной	0	74,2	15,0	103,8	0,0015	10,5	82,1	0,0012
	0,5R	72,3	13,2	95,1	0,0013	11,3	85,2	0,0014
	R	68,1	12,1	99,2	0,0009	11,8	83,4	0,0016
Польный	$R_{вн}$	42,1	8,6	67,4	0,0010	11,2	79,8	0,0015
	$R_{ср}$	31,3	10,7	72,1	0,0018	10,3	80,1	0,0012
	$R_{н}$	45,9	9,1	69,3	0,0011	9,9	77,2	0,0011

Примечание:  $D_3$  – размер зерна;  $D_1, D_2$  – размер частиц первичных и вторичных интерметаллидов соответственно;  $L_1, L_2$  – расстояние между частицами; R – радиус сплошного слитка;  $R_{вн}, R_{ср}, R_{н}$  – внутренний, средний и наружный радиусы полого слитка.

Количественный анализ микроструктуры (таблица 1) показал, что максимальное число первичных интерметаллидов наблюдается в центре сечений слитков. Эти результаты согласуются с данными химического анализа (таблица 2).

Таблица 2 – Химический и металлографический анализ сплава АВ.

Слитки	Расстояние от оси	Са	$C_1$	$C_2$	$C_p$
		%			
		Химический анализ		Металлографический анализ	
Сплошной	0	0,184	0,097	0,069	0,217
	0,5R	0,163	0,088	0,076	0,213
	R	0,162	0,058	0,088	0,195
Польный	$R_{вн}$	0,157	0,063	0,088	0,200
	$R_{ср}$	0,172	0,108	0,076	0,233
	$R_{н}$	0,165	0,071	0,069	0,191

Такая неравномерность распределения первичных интерметаллидов по сечению может быть обусловлена особенностями кристаллизации сплава.

Распределение кальция по сечению слитка, а также между первичными и вторичными интерметаллидами приведено в таблице 2. Видно, что расчетное содержание кальция выше, чем его концентрации, определенные по результатам химического анализа. Это может быть следствием неточности определения размеров мелкодисперсных частиц, поскольку измеряется не сама частица, а ее деформационный контраст.

По-видимому, размеры вторичных выделений несколько меньше измеренных при электронно-микроскопическом анализе. Кроме того, можно предположить, что на ранней стадии распада частицы имеют форму диска, а не сферы, как принималось в расчетах.

Для модификации структуры алюминиевого сплава АВ для мелких слитков необходимо большее содержание кальция, чем для модификации структуры крупных слитков.

Таким образом, в условиях используемой технологии литья независимо от формы слитка на формирование упрочняющей фазы расходуется примерно 50% вводимого в сплав модификатора. Остальное количество модификатора входит в состав первичных интерметаллидов.

Неравномерность распределения интерметаллидов по сечению слитков обуславливает необходимость разработки эффективных методов перемешивания расплава.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мальцев, М.В. Модифицирование структуры металлов и сплавов / М.В. Мальцев. – М.: Metallurgiya, 1964. – 211 с.
2. Cibula, A. Grain resize in Al alloys / A. Cibula // J. Inst. Metals. – 1949. – V.76. – № 4. – pp.321–360.
3. Хансен, М. Структура двойных сплавов / М. Хансен, К. Анберко. – М.: Metallurgizdat, 1962. – Т 1. – 1487 с.
4. Ваучский, В.А. О механизме формирования недендритной структуры сплавов системы Al–Mg–Sc / В.А. Ваучский // Вопросы авиационной науки и техники. Сер. Технология легких сплавов. – 1985. – Вып. 4. – С. 119.
5. Дриц, М.Е. Влияние дисперсности фазы Al<sub>3</sub>Sc на упрочнение сплава Al – 6,3% Mg – 0,21% Sc / М.Е. Дриц, Ю.Г. Быков, Л.С. Торопова // MiTOM. – 1985. – № 4. – С. 48 – 50.

**Гуреева Марина Алексеевна**

ФГОУ ВПО «Московский государственный индустриальный университет» (ФГБОУ ВПО «МГИУ»),

Кандидат технических наук, доцент

г. Москва, 115280, ул. Автозаводская, д.16

E-mail: mag1706@mail.ru

M.A. GUREYEVA

### FEATURES MODIFICATION OF ALUMINUM ALLOYS AL–MG–SI

*The work is considered one of the most important for wrought aluminium alloy of Modification rinding matrix phase. Shows two ways of modifier in the alloy: as ligatures, together with other components of the charge and by continuous flow when casting ingots ligaturnogo steel bar in the Crystallizer. Studied primary and secondary intermetallic compounds, their average diameter, the volume fraction and fraction of primary and secondary data intermetallidov.*

**Keywords:** deformable aluminum alloy, modification, calcium, structure of round ingot of intermetallic compounds, primary and secondary.

### BIBLIOGRAPHY

1. Maltsev, M.V. Modifitsirovaniye struktury metallov i splavov / M.V. Maltsev. – М.: Metallurgiya, 1964. – 211 s.
2. Cibula, A. Grain resize in Al alloys / A. Cibula // J. Inst. Metals. – 1949. – V. 76. – № 4. – pp. 321 – 360.
3. Khansen, M. Struktura dvoynykh splavov / M. Khansen, K. Anberko. – М.: Metallurgizdat, 1962. – Т 1. – 1487 s.
4. Vauchskiy, V.A. O mekhanizme formirovaniya nedendritnoy struktury splavov sistemy Al–Mg–Sc / V.A. Vauchskiy // Voprosy aviatsionnoy nauki i tekhniki. Ser. Tekhnologiya legkikh splavov. – 1985. – Vyp. 4. – S. 119.
5. Drits, M.Ye. Vliyaniye dispersnosti fazy Al<sub>3</sub>Sc na uprochneniye splava Al – 6,3% Mg – 0,21% Sc / M.Ye. Drits, YU.G. Bykov, L.S. Toropova // MiTOM. – 1985. – № 4. – S. 48 – 50.

**Gureeva Marina Alekseevna**

Federal State Educational Institution of Higher Professional Education

«Moscow State Industrial University» (VPO «MGIU»)

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Moscow, 115280, st. Avtozavodskaya, 16

E-mail: mag1706@mail.ru

Н.В. УЧЕВАТКИНА

## ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ИМПЛАНТИРОВАННЫХ СЛОЯХ ТИТАНОВОГО СПЛАВА VT6 ПРИ МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ ИОННОЙ ИМПЛАНТАЦИИ

*Анализируются результаты экспериментального измерения уровня остаточных напряжений в поверхностном слое титанового сплава VT6 после ионной имплантации с использованием полиионных пучков.*

**Ключевые слова:** ионная имплантация, титановые сплавы, многоэлементные ионные пучки, механические напряжения.

В процессе ионной имплантации в мишени происходит образование и взаимодействие различных дефектов кристаллической решетки, накопление имплантируемых атомов, образование новых фаз и распыление. Совокупность этих эффектов приводит к возникновению в мишени внутренних напряжений.

Поскольку в имплантированном слое имеют место как стационарные явления (дефекты, примеси, фазы), так и динамические, которые релаксируют после прекращения имплантации (релаксация и отжиг радиационных дефектов, образование и диссоциация новых фаз, распыление мишени), то внутренние напряжения также можно условно разделить на динамические, или пространственно-временные (существующие в процессе имплантации), и статические, или остаточные (сохраняющиеся после имплантации).

Атомы, получив дополнительную энергию при имплантации, смещаются и вследствие их высокой подвижности образуют область, обогащенную вакансиями. Наличие таких разупорядоченных областей приводит к возникновению механических напряжений как внутри каждой области, так и между ними. В случае аморфизации разупорядоченные области перекрываются, в результате чего механические напряжения между ними релаксируют.

Перемещение дефектов (как баллистическое, так и диффузионное) вызывает перемещение атомов мишени. В сплаве атомные потоки, связанные с потоком междоузельных атомов, будут избирательно переносить определенные элементы сплава, если только междоузельный поток не вовлечет в процесс переноса атомы всех элементов в соотношении, отвечающем их атомной концентрации.

Следует заметить, что даже незначительное преимущественное участие одного или более элементов сплава в междоузельном потоке может привести к появлению несоразмерных результирующих потоков атомов этих элементов. Подобные рассуждения применимы к переносу атомов и вакансионными потоками, но с существенным отличием: в этом случае поток атомов распространяется в сторону, противоположную вакансионному потоку.

Кроме того, преимущественное участие какого-либо элемента сплава в миграции вакансий приводит к непропорциональному переносу этого элемента сплава вакансионным потоком.

Как имплантация, так и вышеупомянутые процессы приводят к образованию в мишени областей, обогащенных атомами примесей, что ведет к возникновению градиентов концентраций и, как следствие, к изменению поля механических напряжений. Кроме того, возможно образование новых фаз (химических соединений), сопровождающееся изменением удельного объема, что также приводит к возникновению напряжений.

Поскольку элементный и фазовый состав таких областей различается, то они могут иметь разные коэффициенты теплового расширения и при нагреве мишени во время имплантации в ней возможно появление термических напряжений, знак и величина которых

будут определяться соотношением между коэффициентами теплового расширения. Такие термоупругие напряжения следует отнести к динамическим напряжениям.

Упругонапряженное состояние мишени в процессе имплантации может изменяться и за счет распыления, причем особенно заметен этот эффект при имплантации тяжелых ионов.

Таким образом, можно полагать, что в образовании напряженного слоя (области) при имплантации вносят вклад следующие процессы: дефектообразование, релаксация и отжиг дефектов, накопление и сегрегация примесей, диффузия (термическая и радиационно-стимулированная), порообразование (при имплантации ионов газов) и распыление.

Распределение напряжений по глубине образца таково, что легированный слой сильно сжат вдоль поверхности, а под ним все компоненты тензора напряжений (и деформации) меняют знак и уменьшаются по абсолютной величине.

В монографии [1] подробно изложена методика и экспериментальные результаты диагностики имплантированных слоев в ходе имплантации с помощью метода поверхностных акустических волн. Для расчета напряжений и деформаций, наведенных в кристалле ионной имплантацией, авторы применили температурный метод, заменив в соответствующих уравнениях термоупругости температурный член  $\alpha T$  на  $\beta C$ , где  $\beta$  – коэффициент объемного расширения решетки на один внедренный ион. Обоснованием такой замены служит тот экспериментальный факт, что в области небольших доз имплантации объемное расширение решетки прямо пропорционально концентрации внедренных ионов.

В работе [2] в рамках континуальной теории упругости проведена оценка остаточных напряжений в быстрорежущей стали после высокоинтенсивной ионной имплантации азота.

Ввиду низкой (1 кэВ) энергии ионов глубина их проникновения не превышает нескольких межатомных расстояний (рассмотрен случай «баллистического профиля»). Установлено, что на поверхности уровень напряжений достигает предела текучести обрабатываемого материала.

Остаточные напряжения, возникающие по структурному механизму, могут быть как растягивающими, так и сжимающими. Считается, что в большинстве случаев имплантационное воздействие приводит к напряжениям сжатия [2, 3]. Эпюра напряжений при небольших дозах легирования практически повторяет распределение имплантируемой примеси, однако рост напряжений ограничивается пределом прочности материала.

Дальнейшее увеличение дозы выше некоторого порогового значения (критической дозы) должно приводить к релаксации напряжений за счет либо пластического течения материала, либо хрупкого разрушения поверхностного слоя. Считается, что пространственное распределение напряжений имеет платообразный вид с постепенным выходом максимума на поверхность [2].

Как уже упоминалось, при выделении новых фаз, сопровождающихся изменением удельного объема, знак напряжений будет зависеть от отношения удельного объема образовавшихся фаз к удельному объему матрицы. Поэтому такие напряжения могут быть как растягивающими, так и сжимающими.

В работе [2] проведена оценка величин этих напряжений для быстрорежущей стали после высокоинтенсивной ионной имплантации азота.

Расчеты показывают, что в данном случае предел упругости (текучести) обрабатываемого материала достигается уже при  $\sim 5\%$  содержании новых фаз. Дальнейшее увеличение их концентрации вызывает сброс напряжений.

В работе [2] отмечено, что расчеты напряженно-деформированного состояния ионно-легированных слоев с использованием представлений континуальной теории упругости аналитическими методами не совсем корректны для оценки напряжений в пластической области. В таких случаях приемлем метод конечных элементов (МКЭ), позволяющий учесть особенности упруго-пластического поведения материала (идеально-жесткий, жестко-пластический).

Приведенный расчет для титанового сплава ВТ6, имплантированного медью, показал, что в поверхностном слое материала толщиной от 90 до 250 мкм возникают сжимающие

остаточные напряжения. Величина этих напряжений в центре имплантируемой пластины больше, чем на краю. Эта разница возрастает с увеличением концентрации имплантированных атомов и дозы облучения и что глубина залегания остаточных напряжений в центре пластины равна глубине имплантированного слоя, а на краю уменьшается. Отмечается, что учет пластического формоизменения приводит к уменьшению величины напряжений в поверхностных слоях по сравнению с решением для чисто упругого материала.

В работе [4] были выполнены рентгенодифрактометрические исследования относительного изменения периода решетки мартенсита в зависимости от угла скольжения рентгеновского пучка, задающего глубину зондирования.

Обнаружено, что на глубине  $\sim 0,3$  мкм относительное изменение периода решетки меняет знак. Это может быть обусловлено тем, что на границе легированного слоя и азотсодержащего, расположенного более глубоко подслоя мишени напряжения меняют знак: сжимающие напряжения, присущие поверхностному слою, становятся растягивающими в подслое.

В работе [5, 6] была предпринята попытка определить динамические напряжения в образцах стали типа 18–10 в процессе высокоинтенсивной ионной имплантации азота. Деформация образца измерялась емкостным методом. Обнаружен быстрый рост напряжений в начальный период имплантации. По истечении первых 100 с имплантации сжимающие напряжения достигают 1,5 ГПа. За это время в мишени набирается незначительная ( $4,7 \cdot 10^{15}$  см<sup>2</sup>) доза ионов азота. В последующий период облучения (30 мин) они незначительно увеличиваются.

Отмечается, что основная причина такого поведения напряжений – это увеличение деформации решетки, обусловленное высоким уровнем генерируемых дефектов (в основном дефектов упаковки). При достижении уровня напряжений 1,8 ГПа начинается пластическое течение материала.

Для объяснения абсолютных значений напряжений предлагается два механизма. Первый основывается на медленно протекающей диффузии, не соответствующей закону Фика. Второй (по мнению авторов, более вероятный) связан с одновременным вкладом распыления и независимых от времени диффузионных констант.

Однако наиболее интересный результат был получен после прекращения обработки. При выключении пучка (63 мин процесса) обнаружен мгновенный скачок напряжений. Впоследствии (в течение 15...30 мин) эти напряжения релаксируют примерно на 50 % по экспоненциальному закону. Отмечается, что такой характер поведения напряжений не может быть объяснен диффузионными процессами.

По-видимому, уменьшения значений напряжений ниже предела пластичности достаточно для поддержания материала в напряженно-деформированном состоянии. Это состояние поверхностных слоев, аккумулирующее в себе примесно-дефектную и структурно-фазовую составляющие процесса высокоинтенсивной ионной имплантации, во многом определяет физико-механические и, в конечном счете, функциональные (эксплуатационные) свойства инструментальных материалов.

Для исследования влияния ионной имплантации на остаточные напряжения в поверхностном слое титанового сплава ВТ6 использовались плоские листовые образцы толщиной 1 мм и шириной 10 мм. Образцы перед имплантацией подвергались отжигу в вакуумной печи для снятия напряжений, которые возникали в процессе прокатки листов. Температура отжига составляла 750 °С.

Для имплантации использовались катоды из меди, монотектического сплава Cu–Pb, а также из монотектического сплава с дополнительным контактным легированием оловом.

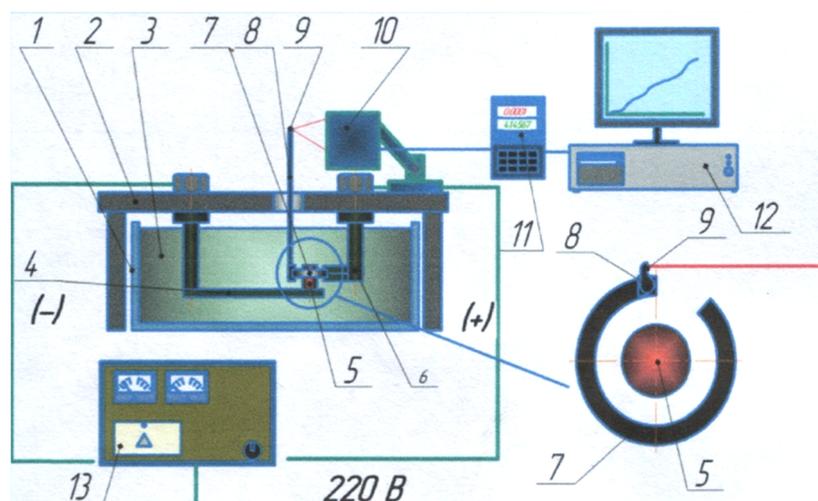
Применяемая в данной работе установка для имплантации является экспериментальной и предназначена для проведения экспериментов по имплантации ионами газов и металлов, Отличительной ее особенностью является наличие двух независимых источников ионов – источника ионов металла и источника ионов газов (так называемая двух лучевая установка). Источник ионов металлов относится к типу источников с вакуумной дугой в парах металла и представляет собой новый вид источника, в котором в качестве плазменной среды, из которой

извлекаются ионы, используется вакуумная дуга в парах металла. Источник работает в импульсном режиме и генерирует импульсные пучки ионов металла.

Отличительной особенностью данного типа источников ионов является то, что они формируют полиэнергетический пучок ионов, т.е. состав пучка включает не только однозарядные, но и многозарядные ионы.

Помимо изменения материала катода имплантера в процессе экспериментов изменяли дозу имплантации в пределах  $5 \cdot 10^{16} - 5 \cdot 10^{18}$  ион/см<sup>2</sup>.

Для измерения уровня остаточных напряжений в поверхностном слое образцов сплава ВТ6 после имплантации использовалась экспериментальная установка, представленная на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Схема установки для исследования остаточных напряжений в имплантированных образцах оптико-механическим методом:**

- 1 – ванна; 2 – крепежная плита; 3 – электролит; 4 – крепление катода; 5 – катод; 6 – крепление анода; 7 – анод (кольцевой или плоский образец); 8 – рычаг; 9 – плоский отражающий флажок; 10 – лазерный измеритель перемещения; 11 – пульт управления лазерным измерителем; 12 – компьютер; 13 – лабораторный выпрямитель тока.

Принцип действия установки основан на измерении перемещения поверхности образца в процессе травли металла электрохимическим методом и автоматического пересчета с помощью специальной программы перемещений поверхности образца, измеряемых с помощью лазерного измерителя перемещений, в остаточные напряжения.

Результаты измерения остаточных напряжений представлены на рисунке 2. Эти данные получены при дозе имплантации  $5 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>. Из полученных результатов следует, что в исходном образце без имплантации присутствуют остаточные напряжения на уровне 85 МПа.

Имплантация ионами меди способствует возникновению в поверхностном слое сжимающих напряжений порядка 540 – 550 МПа, которые релаксируют в слое толщиной 56 – 60 мкм.

При имплантации монотектическим сплавов 64%Cu–36%Pb наблюдается дальнейший рост остаточных напряжений до 670–685 МПа при области их распространения глубиной порядка 100 мкм от поверхности образца.

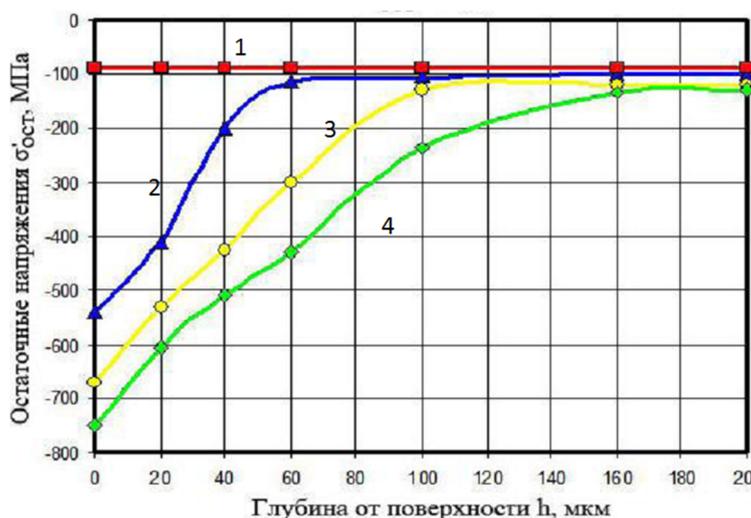
Наиболее высокие остаточные напряжения наблюдались при имплантации монотектическим сплавом с дополнительным контактным легированием оловом. Они составили примерно 850 МПа при глубине области распространения сжимающих напряжений 160–180 мкм.

Таким образом, можно констатировать, что усложнение материала катода и имплантации полиионным пучком способствуют повышению уровня остаточных сжимающих напряжений в облученном образце и глубине их распространения.

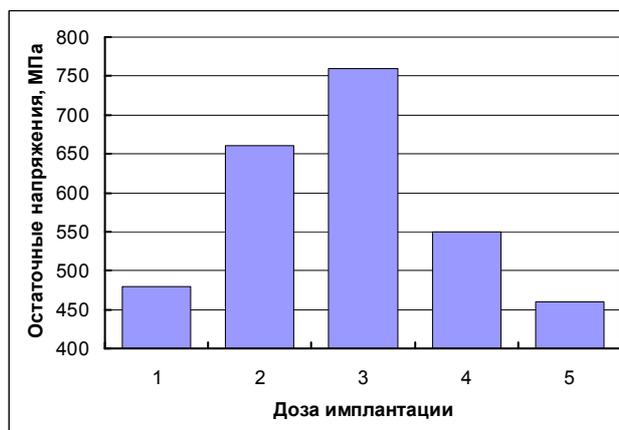
Анализируя представленные графические зависимости изменения остаточных сжимающих напряжений по глубине поверхностного слоя от режима обработки в указанном технологическом диапазоне можно сделать вывод, что при увеличении дозы имплантации

(материал катода Cu–Pb–Sn) абсолютное значение остаточных напряжений возрастает (рисунок 3), а затем резко снижаются.

Эффект снижения остаточных напряжений в диапазоне дозы имплантации  $(1-5) \cdot 10^{18}$  ион/см<sup>2</sup> можно связать с образованием новых фаз в имплантированном слое.



**Рисунок 2 – Этюра распределения величины остаточных макронапряжений  $\sigma_{ост}$  (МПа) поверхностного слоя титанового сплава ВТ6 по глубине  $h$  (мкм) в результате послойного анализа:**  
 1 – исходное состояние; 2 – имплантация мелью; 3 – имплантация монотектическим сплавом Cu–Pb;  
 4 – имплантация монотектическим сплавом Cu–Pb, легированным оловом.



**Рисунок 3 – Зависимость изменения остаточных сжимающих макронапряжений  $\sigma_{ост}$  (МПа) поверхностного слоя титанового сплава ВТ6 от дозы имплантации (катод сплав Cu–Pb–Sn):**  
 1 – доза имплантации  $5 \cdot 10^{16}$  ион/см<sup>2</sup>; 2 – доза имплантации  $10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>; 3 – доза имплантации  $5 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>;  
 4 – доза имплантации  $10^{18}$  ион/см<sup>2</sup>; 5 – доза имплантации  $5 \cdot 10^{18}$  ион/см<sup>2</sup>.

Необходимо отметить, что в процессе измерения остаточных напряжений было выявлено наличие остаточных напряжений второго рода – микронапряжений, что говорит о присутствии в них большой плотности дислокаций.

На основании проведенных экспериментальных исследований можно сделать вывод о том, что после имплантации титанового сплава ВТ6 остаточные сжимающие напряжения поверхностного слоя многократно повышаются по сравнению с исходным состоянием. Была установлена закономерность возрастания остаточных сжимающих напряжений при увеличении дозы имплантации до  $5 \cdot 10^{17}$  ион/см<sup>2</sup>, после чего при дальнейшем повышении дозы имплантации наблюдается снижение остаточных напряжений. В целом, глубина залегания остаточных напряжений несколько превосходит глубину имплантированного слоя.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Домкус, М. Механические напряжения в имплантированных твердых телах / М. Домкус, Л. Пранявичус. – Вильнюс: Мокслас, 1990. – 158 с.
2. Белый, А.В. Ионно–лучевая обработка металлов, сплавов и керамических материалов / А.В. Белый, В.А. Кукареко, О.В. Лободаева и др. – Мн.: Физико–технический институт, 1998. – 220 с.
3. Титов, В.В. Роль механических напряжений при легировании материалов с помощью ионных пучков / В.В. Титов. М.: Препринт ИАЭ им. И.В. Курчатова, 1983.
4. Углов, В.В. Перспективные материалы / В.В. Углов. – 1999. – № 4. – С. 83–88.
5. Sienz, S. Surf. and Coat / S.Sienz // Technol. – 2002. – Vol. 156. – pp. 185–189.
6. Семендеева, О.В. Упрочнение поверхностного слоя деталей из титанового сплава VT6 лазерной поверхностной обработкой / О.В. Семендеева, Н.В. Учеваткина, В.В. Овчинников // Материаловедение. – 2013. – № 2. – С. 25 – 30.

### Учеваткина Надежда Владимировна

ФГБОУ ВПО Московский государственный индустриальный университет

кандидат химических наук, доцент

г. Москва, 115280, ул. Автозаводская, д.16

Тел.: 8(495)276–37–38

E–mail: uchevatkina@yandex.ru

---

N.V. UCHEVATKINA

## RESIDUAL STRESSES IN THE IMPLANTED LAYERS OF TITANIUM ALLOY VT6 MULTIELEMENT AT ION IMPLANTATION

*Analyses the results of the experimental measurement of residual stress in the surface layer of titanium alloy VT6 after ion implantation using poly–ionic beams.*

**Keywords:** *ion implantation, titanium alloys, multiple–ion beams, mechanical stresses.*

## BIBLIOGRAPHY

1. Domkus, M. Mekhanicheskiye napryazheniya v implantirovannykh tverdykh telakh / M. Domkus, L. Pranyavichus. – Vilnyus: Mokslas, 1990. – 158 s.
2. Belyy, A.V. Ionno–luchevaya obrabotka metallov, spлавov i keramicheskikh materialov / A.V.Belyy, V.A. Kukareko, O.V. Lobodayeva i dr. – Mn.: Fiziko–tekhnikeskij institut, 1998. – 220 s.
3. Titov, V.V. Rol mekhanicheskikh napryazheniy pri legirovanii materialov s pomoshchyu ionnykh puchkov / V.V. Titov. M.: Preprint IAE im.I.V. Kurchatova, 1983.
4. Uglov, V.V. Perspektivnyye materialy / V.V. Uglov. – 1999. – № 4. – S. 83 – 88.
5. Sienz, S. Surf. and Coat / S. Sienz // Technol. – 2002. – Vol. 156. – pp. 185 – 189.
6. Semendeyeva, O.V. Uprochneniye poverkhnostnogo sloya detaley iz titanovogo splava VT6 lazernoy poverkhnostnoy obrabotkoy / O.V. Semendeyeva, N.V. Uchevatkina, V.V. Ovchinnikov // Materialovedeniye. – 2013. – № 2. – S. 25 – 30.

### Uchevatkina Nadezhda Vladimirovna

VPO Moscow State Industrial University

Ph.D., Associate Professor

Moscow, 115280, st. Avtozavodskaya, 16

Tel.: 8 (495) 276–37–38

E–mail: uchevatkina@yandex.ru

А.Н. КАЛЬЧЕНКО, А.Ю. ДУБОВОЙ, М.С. РАЗУМОВ, А.Н. ГРЕЧУХИН

## АНАЛИЗ СИЛЫ ТЯГИ ЭЛЕКТРОМАГНИТА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТОЛЩИНЫ ЛАКОКРАСОЧНОГО ПОКРЫТИЯ КУЗОВА АВТОМОБИЛЯ ПРИ БЕСПОКРАСОЧНОМ УДАЛЕНИИ ВМЯТИН ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ МИНИЛИФТЕРОМ

*В статье рассмотрено устройство для беспокрасочного удаления вмятин без покраски – электромагнитный минифтер. Проведен анализ силы тяги его рабочего органа – электромагнита в зависимости от толщины лакокрасочного покрытия кузовного элемента, построена графическая зависимость силы тяги электромагнита от толщины лакокрасочного покрытия.*

**Ключевые слова:** магнитная индукция, минифтер, магнитный поток.

Существует множество причин появления повреждений на поверхности автомобиля: природные силы, такие как град, случайные удары сторонними предметами, дверцами других транспортных средств, попадание мячом, количество дорожно–транспортных происшествий возрастает так же с увеличением плотности автомобильного потока. Данный рост дорожно–транспортных происшествий можно объяснить следующими факторами: увеличение габаритов автомобилей, увеличение количества автомобилей, несоответствие количества имеющихся парковочных мест спросу на таковые [2 – 7]. Значительную долю повреждений кузова автомобиля, около 80%, составляют мелкие и средние вмятины [1, 9]. С такими повреждениями сталкивался хотя бы раз в жизни каждый автовладелец. Сегодня технологии развиты настолько, что позволяют устранить практически любую поломку за минимальное количество времени. Но многие автолюбители просто не знают, что избавиться от вмятин очень легко и для этого совершенно не обязательно прибегать к масштабному кузовному ремонту, который предполагает множество работ предшествующих рихтовке и покраске и требует много времени. Некоторые автомастерские предлагают такую услугу, как вытягивание вмятин без покраски. Беспокрасочное удаление вмятин является одним из самых перспективных и ведущих направлений в сфере кузовного ремонта. Оно пользуется немалой популярностью среди автолюбителей, машины которых получили небольшие повреждения кузова. Данная процедура направлена на исправление всех вогнутых и выпуклых участках на кузове авто без необходимости его покраски [1, 9].

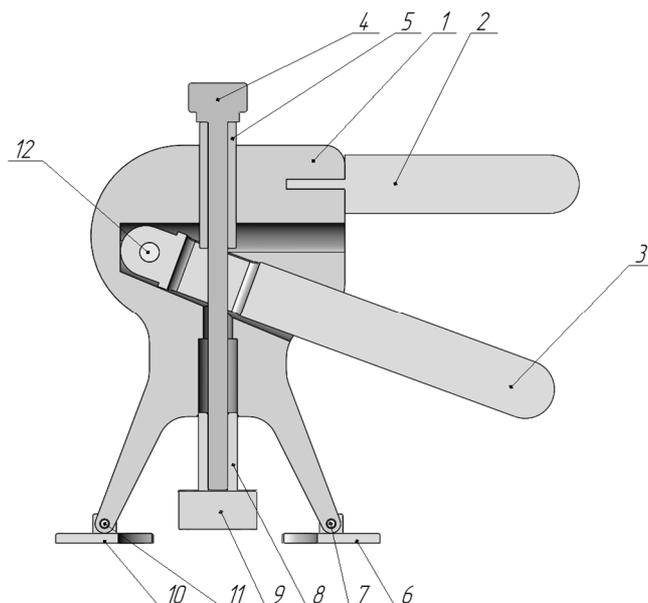
Анализ способов беспокрасочного удаления повреждений кузовов автомобилей показал, что существующие технологии обладают рядом существенных недостатков, в связи с этим предложено устройство для удаления вмятин без покраски, работа которого основана на применении электромагнита в качестве рабочего органа [8, 10].

Применение электромагнита позволяет свести к минимуму возможность повреждения лакокрасочного покрытия, устранить необходимость в использовании агрессивных растворителей (по сравнению с клеевой системой), а так же снизить время проведения ремонта за счет отсутствия необходимости демонтажа/монтажа обшивки кузовного элемента для обеспечения доступа к поверхности повреждения изнутри (по сравнению с рихтовкой крючками) [10].

Предлагаемое устройство (рисунок 1) содержит корпус 1, в котором с помощью штифта 12 закреплена подвижная рукоять 3. Усилие, прилагаемое к подвижной рукояти 3, передается на регулировочную муфту 5, удерживающуюся на регулировочной штанге 4 посредством резьбового соединения. Движение передается на регулировочную штангу 4, которая осуществляет передвижение удерживающего механизма 8 и закрепленного на нем рабочего органа 9, исполненного в виде электромагнита, в вертикальной плоскости. Неподвижная рукоять 2 обеспечивает эргономичность и удобство в использовании.

Как показывает практика кузовного ремонта, повреждения кузова автомобилей может быть образовано, в том числе, и в местах, уже подвергавшихся ремонту и окраске, поэтому важным условием для определения силы тяги электромагнита, и, как следствие, его работоспособности при ремонте таких повреждений, является выявление зависимости силы тяги рабочего органа от толщины лакокрасочного покрытия в районе повреждения. С этой

целью были проведены экспериментальные исследования.



**Рисунок 1 – Электромагнитный миницифтер:**

1 – корпус, 2 – неподвижная рукоять, 3 – подвижная рукоять, 4 – регулировочная штанга, 5 – регулировочная муфта, 6, 10 – опорные площадки, 7, 11 – крепежные винты, 8 – удерживающий механизм, 9 – электромагнит, 12 – резьбовой штифт

Согласно универсальной таблице толщин лакокрасочного покрытия, были подготовлены 7 образцов пластин металла толщиной 1 мм, на которые путем напыления было нанесено лакокрасочное покрытие различной толщины от 30 до 270 мкм. Для измерения фактической толщины покрытия на образцах был применен прибор для измерения толщины лакокрасочного покрытия – толщиномер ET11P для черных и цветных металлов.

Таблица 1 – Значения толщин лакокрасочного покрытия некоторых марок автомобилей (по данным компании «ЕВРОТРЕЙД»).

Марка автомобиля	Толщина краски (мкм)
Chevrolet	75–150
Ford	119–160
Kia	100–180
Peugeot	58–115
Lexus	125–150
Toyota	77–130
Nissan	75–150
Mazda	85–130
Audi	114–147
Volkswagen	80–155
Lada	60–240
BMW	89–165
Hyundai	70–130
Renault	55–140
Mercedes-Benz	90–230

Для проведения экспериментальных исследований был собран экспериментальный стенд (рисунок 2). Он включает в себя вертикально-фрезерный станок с ЧПУ с возможностью ручной регулировки положения стола в вертикальной плоскости, тиски, блок питания электромагнита 12 V, электромагнит на 12 V силой удержания 300 кг, датчик силы балочного типа, адаптер, дисплей для регистрации показаний датчика силы.



Рисунок 2 – Экспериментальный стенд

Стенд работает следующим образом: в тисках, закрепленных на столе вертикально-фрезерного станка, имеющего возможность вертикального перемещения, располагается стальная пластина, покрытая лакокрасочным покрытием. В шпинделе станка закрепляется датчик силы балочного типа, к которому посредством переходной площадки крепится электромагнит с адаптером. Подключение электромагнита осуществляется посредством блока питания. Контакт адаптера со стальной пластиной происходит путем перемещения стола станка в вертикальной плоскости. После осуществления контакта происходит перемещение стола в обратном направлении и, как следствие, деформация датчика силы, которое регистрируется при помощи цифрового табло. Сила тяги электромагнита определяется в момент отрыва адаптера от пластины. Эксперимент проводился с 8-ю пластинами различной толщины лакокрасочного покрытия. Результаты проведенного эксперимента представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты экспериментальных исследований.

К (мкм)	F (кг)
0	165
30	159
75	158
115	157
160	146
200	134
235	131
270	113

К (мкм) – толщина краски; F (кг) – сила тяги электромагнита.

Анализ полученных данных показывает, что на силу тяги электромагнита, существенное влияние оказывает толщина лакокрасочного покрытия, в частности, с увеличением толщины лакокрасочного покрытия происходит снижение силы тяги электромагнита. График зависимости силы тяги электромагнита от толщины лакокрасочного покрытия представлен на рисунке 3.

Толщина лакокрасочного покрытия накладывает значительные ограничения на применение электромагнитного минифлипера, однако даже при максимальном значении заводской толщины краски сила электромагнита является достаточной для правки листового металла. Что касается поверхностей кузовных элементов уже подвергавшихся ремонтной окраске (толщина покрытия в данном случае может превышать 700 мкм), удаление вмятин без покраски на таких поверхностях вряд ли возможна, так как даже самое минимальное повреждение сопровождается растрескиванием слоя эмали и ремонтного выравнивателя. Следовательно применение электромагнитного минифлипера целесообразно при рихтовке поверхностей, не подвергавшихся окрашиванию, либо на ремонтных поверхностях с

толщиной лакокрасочного покрытия не более 400 мкм – в этом случае растрескивание эмали не происходит.

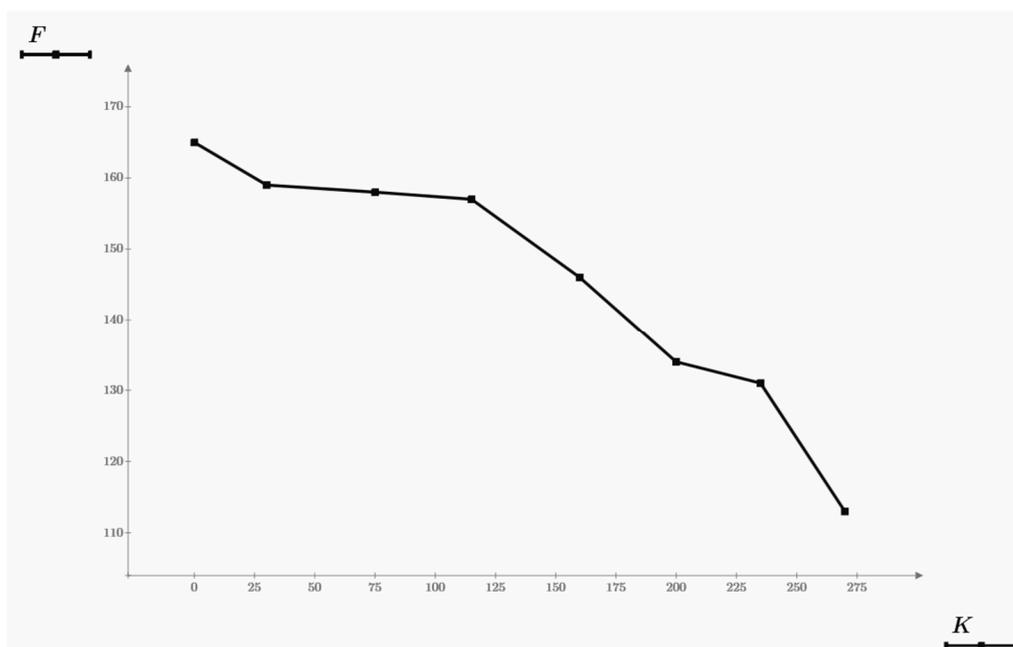


Рисунок 3 – График зависимости силы тяги электромагнита от толщины лакокрасочного покрытия:  $K$  (мм);  $F$  (кгс)

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых Российских ученых – кандидатов наук МК–2653.2014.8.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнатов, А.В. Анализ существующих методов рихтовки автомобильных кузовов / А.В. Гнатов. – Херсонский государственный морской институт, 2012.
2. Разумов, М.С. Влияние динамики изменения габаритов автомобилей на безопасность дорожного движения / М.С. Разумов, Л.Ю. Ступишин, Н.Е. Быковская // «Научное сообщество студентов XXI столетия. Технические науки»: материалы VIII студенческой международной заочной научно-практической конференции. – Новосибирск: Изд. «СибАК». – 2013. – С. 107 – 113.
3. Разумов, М.С. Влияние динамики изменения габаритов автомобилей на пропускную способность транспортных потоков / М.С. Разумов, Н.Е. Быковская // Будущее науки – 2013: материалы международной молодежной научной конференции. – Курск. – 2013. – С. 91 – 93.
4. Ступишин, Л.Ю. Анализ материалов для изготовления дорожной обочины с целью обеспечения безопасности дорожного движения / Л.Ю. Ступишин, М.С. Разумов, А.О. Гладышкин [и др.] // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия «Техника и технологии». – 2012. – № 2. – Ч. 2. – С. 215 – 217.
5. Разумов, М.С. Влияние динамики изменения габаритов автомобилей на пропускную способность транспортных потоков / М.С. Разумов, Н.Е. Быковская // Будущее науки – 2013: материалы международной молодежной научной конференции. – Курск. – 2013. – С. 107 – 113.
6. Быковская, Н.Е. Анализ технических устройств и средств обеспечения безопасности движения / Н.Е. Быковская, М.А. Сидорова, М.С. Разумов // Современные инновации в науке и технике: сборник научных трудов 4-ой международной научно-практической конференции. – Курск. – 2014. – С. 177 – 180.
7. Пат. 122661 Российская Федерация, МПК E01C3. Автомобильная дорога / Ступишин Л.Ю., Разумов М.С., Гладышкин А.О. [и др.]; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО Юго-Западный государственный университет. – № 2012131736/09; заявл. 27.06.2012; опубл. 10.12.2012, Бюл. № 34. – 3 с.
8. Дубовой, А.Ю. Магнитный обратный молоток для устранения вмятин на автомобильных кузовах / А.Ю. Дубовой, А.Н. Кальченко, М.С. Разумов [и др.] // Юность и знания – гарантия успеха: сборник научных трудов международной научно-технической конференции. – Курск. – 2014. – С. 131 – 134.
9. Кальченко, А.Н. Анализ существующих методов восстановления поврежденных кузовов автомобилей / А.Н. Кальченко, А.Ю. Дубовой, А.Н. Гречухин [и др.] // Перспективное развитие науки, техники и технологий: сборник научных статей, материалы IV Международной научно-практической конференции. – Курск. – 2014. – С. 151 – 154.
10. Гречухин, А.Н. Магнитный минифер для устранения автомобильных вмятин / А.Н. Гречухин, А.Ю. Дубовой, А.Н. Кальченко [и др.] // Интеграция науки и практики как условие экономического роста: материалы IX международной научно-практической конференции. – Ульяновск. – 2014. – С 6 – 9.

**Кальченко Андрей Николаевич**

Юго-Западный государственный университет, Курск  
Преподаватель кафедры машиностроительных технологий и оборудования  
E-mail: kalchenko79@mail.ru

**Дубовой Александр Юрьевич**

Юго-Западный государственный университет, Курск  
студент 4 курса механико-технологического факультета  
E-mail: combine47@gmail.com

**Разумов Михаил Сергеевич**

Юго-Западный государственный университет, Курск  
Кандидат технических наук, доцент кафедры машиностроительных технологий и оборудования  
E-mail: mika\_1984\_@mail.ru

**Гречухин Александр Николаевич**

Юго-Западный государственный университет, Курск  
Кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры машиностроительных технологий и оборудования  
E-mail: agrechuhin@mail.ru

A.N. KALCHENKO, A.Yu. DUBOVOY, M.S. RAZUMOV, A.N. GRECHUKHIN

### ANALYSIS TRACTION ELECTROMAGNETS DEPENDING THE THICKNESS OF THE PAINTWORK OF FRAME CAR IN BESPOKRASOCHNOE REMOVING DENTS ELECTROMAGNETIC MINILIFTERS

*The article deals with a device for Paintless dent repair without painting – electromagnetic minilifter. Analysis of traction its working body – the electromagnet depending on the thickness of the paint body parts, built a graph traction electromagnet on the thickness of paint.*

**Keywords:** magnetic induction, minilifter, the magnetic flux.

#### BIBLIOGRAPHY

1. Gnatov. A.V. Analiz sushchestvuyushchikh metodov rikhtovki avtomobilnykh kuzovov / A.V. Gnatov. – Khersonskiy gosudarstvennyy morskoy institut. 2012.
2. Razumov. M.S. Vliyanie dinamiki izmeneniya gabaritov avtomobilev na bezopasnost dorozhnogo dvizheniya / M.S. Razumov. L.YU. Stupishin. N.Ye. Bvkovskaya // «Nauchnove soobshchestvo studentov XXI stoletiya. Tekhnicheskive nauki»: materialy VIII studencheskov mezhdunarodnoy zaochnoy nauchno–prakticheskoy konferentsii. – Novosibirsk: Izd. «SibAK». – 2013. – S. 107 – 113.
3. Razumov. M.S. Vliyanie dinamiki izmeneniya gabaritov avtomobilev na probusknuyu sposobnost transportnykh potokov / M.S. Razumov. N.Ye. Bvkovskaya // Budushcheye nauki – 2013: materialy mezhdunarodnoy molodezhnykh nauchnykh konferentsii. – Kursk. – 2013. – C. 91 – 93.
4. Stupishin. L.YU. Analiz materialov dlva izgotovleniya dorozhnykh obochin c tselu obespecheniya bezopasnosti dorozhnogo dvizheniya / L.YU. Stupishin. M.S. Razumov. A.O. Gladvshkin i dr. // Izvestiya Yugo–Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya «Tekhnika i tekhnologii». – 2012. – № 2. – CH. 2. – S. 215 – 217.
5. Razumov. M.S. Vliyanie dinamiki izmeneniya gabaritov avtomobilev na probusknuyu sposobnost transportnykh potokov / M.S. Razumov. N.Ye. Bvkovskaya // Budushcheye nauki – 2013: materialy mezhdunarodnoy molodezhnykh nauchnykh konferentsii. – Kursk. – 2013. – C. 107 – 113.
6. Bvkovskaya. N.Ye. Analiz tekhnicheskikh ustroystv i sredstv obespecheniya bezopasnosti dvizheniya / N.Ye. Bvkovskaya. M.A. Sidorova. M.S. Razumov // Sovremennyye innovatsii v nauke i tekhnike: sbornik nauchnykh trudov 4–ov mezhdunarodnoy nauchno–prakticheskoy konferentsii. – Kursk. – 2014. – S. 177 – 180.
7. Pat. 122661 Rossiyskaya Federatsiya. MPK E01C3. Avtomobilnaya doroga / Stupishin L.YU., Razumov M.S., Gladvshkin A.O. i dr. l: zavavitel i patentoobladatel FGBOU VPO Yugo–Zapadnyy gosudarstvennyy universitet. – № 2012131736/09: zavavl. 27.06.2012: opubl. 10.12.2012. Bvul. № 34. – 3 s.
8. Dubovov. A.YU. Magnitnyy obratnyy molotok dlva ustraneniya vmvatin na avtomobilnykh kuzovakh / A.YU. Dubovov. A.N. Kalchenko. M.S. Razumov i dr. // Yunost i znaniya – garantiya uspekha: sbornik nauchnykh trudov mezhdunarodnoy nauchno–tekhnicheskoy konferentsii. – Kursk. – 2014. – S. 131 – 134.
9. Kalchenko. A.N. Analiz sushchestvuyushchikh metodov vosstanovleniya povrezhdeniy kuzovov avtomobilev / A.N. Kalchenko. A.YU. Dubovov. A.N. Grechukhin i dr. // Perspektivnove razvitiye nauki. tekhniki i tekhnologii: sbornik nauchnykh statey, materialy IV Mezhdunarodnoy nauchno–prakticheskoy konferentsii. – Kursk. – 2014. – S. 151 – 154.
10. Grechukhin. A.N. Magnitnyy minilifter dlva ustraneniya avtomobilnykh vmvatin / A.N. Grechukhin. A.YU. Dubovov. A.N. Kalchenko i dr. // Integratsiya nauki i praktiki kak usloviye ekonomicheskogo rosta: materialy IX mezhdunarodnoy nauchno–prakticheskoy konferentsiya. – Ulyanovsk. – 2014. – S 6 – 9.

**Kalchenko Andrey Nikolayevich**

Southwestern State University, Kursk  
Lecturer of the Department of Engineering Technology and Equipment  
E-mail: kalchenko79@mail.ru

**Dubovoy Aleksandr Yuryevich**

Southwestern State University, Kursk  
4th year student of Mechanics and Technology Faculty  
E-mail: combine47@gmail.com

**Razumov Mikhail Sergeyeovich**

Southwestern State University, Kursk  
Ph.D., assistant professor of engineering technologies and equipment  
E-mail: mika\_1984\_@mail.ru

**Grechukhin Aleksandr Nikolayevich**

Southwestern State University, Kursk  
Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Engineering Technology and Equipment  
E-mail: agrechuhin@mail.ru

Л.М. КАРИМОВА

## ТЕРМОХИМИЧЕСКОЕ И ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ СУЛЬФАТИЗИРУЮЩЕГО ОБЖИГА МЕДНЫХ СУЛЬФИДНЫХ КОНЦЕНТРАТОВ

*В статье рассмотрено обоснование термохимического и теплотехнического режима окислительно-сульфатизирующего обжига черновых медных сульфидных концентратов, полученных путем переработки забалансовой сульфидной руды Жезказганского месторождения, с целью эффективного использования тепла химических реакций. Показано, что при содержании серы 3% выделяющегося тепла достаточно для нагрева влажного концентрата до температур в рабочем диапазоне сульфатизирующего обжига (400–650 °С).*

**Ключевые слова:** медный концентрат, сульфатизирующий обжиг, тепловой эффект, избыток воздуха, тепловой баланс.

Одним из способов восполнения сырьевой базы Жезказганского месторождения (Казахстан) является вовлечение в переработку забалансовых запасов, флотационное обогащение которых известными методами является неэффективным ввиду низкого качества руды.

В последние годы в ряде стран возросло внимание к гидрометаллургическим и комбинированным способам извлечения меди из минерального сырья [1]. Особое место занимает окислительно-сульфатизирующий обжиг [2, 3] с последующей гидрометаллургической переработкой продукта обжига. Ранее [4–6] была установлена оптимальная температура обжига, обеспечивающая получение преимущественно сульфатного огарка, пригодного для выщелачивания ценных компонентов.

Вопросы теории и практики обжига в металлургии меди подробно рассмотрены в работах [7, 8]. Поэтому в настоящей работе рассмотрены только основные положения термохимического и теплотехнического обоснования сульфатизирующего обжига медных сульфидных концентратов, имеющие значение для эффективного использования тепла химических реакций.

В качестве объекта исследований использовали черновой флотоконцентрат, полученный путем переработки (методом флотации) забалансовой медной сульфидной руды Жезказганского месторождения (Карагандинская область, Казахстан). Химический состав приведен в таблицах 1, 2.

Таблица 1 – Содержание основных компонентов в концентрате, %.

Cu	S	Fe	CaO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	Zn	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Ag, г/т
4,73	2,97	5,46	2,98	1,63	1,16	0,75	60,68	8,64	100

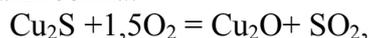
Таблица 2 – Минеральный состав сульфидного концентрата, %.

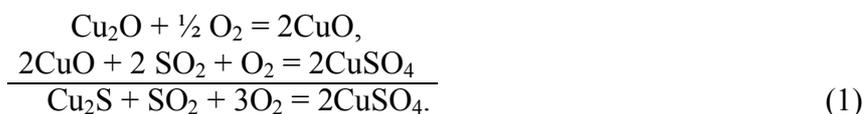
CuFeS <sub>2</sub> халькопирит	Cu <sub>5</sub> FeS <sub>4</sub> борнит	Cu <sub>2</sub> S халькозин
1,87	1,58	2,70

Как видно из таблицы медь связана с серой в виде различных минералов, основным из которых является халькозин Cu<sub>2</sub>S. Железо находится в составе халькопирита CuFeS<sub>2</sub>. Расчет вели на 1 кг концентрата (таблица 1).

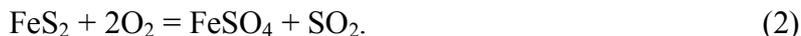
Образование устойчивых сульфатов происходит при окислительном обжиге сульфидов меди и железа до температур не выше 550–650 °С [7, 8]. В первом приближении расчет тепла химических реакций можно вести по сульфидам меди в пересчете на содержание всей меди в виде халькозина Cu<sub>2</sub>S, а по сульфидам железа – в пересчете на содержание всего железа в виде пирита FeS<sub>2</sub>.

Реакции сульфатизации халькозина:





Реакция сульфатизации пирита:



При этом сернистый ангидрид по реакции (2) будет расходоваться на реакцию (1). Справочные данные по стандартной теплоте образования веществ в реакциях (1) и (2) (кДж/моль) [9]:

$\text{Cu}_2\text{S}$	-79,5
$\text{SO}_2$	-296,8
$\text{CuSO}_4$	-771,4
$\text{FeS}_2$	-178,2
$\text{FeSO}_4$	-928,4

Для реакции (1) получим ее тепловой эффект равным:

$$2(-771,4) - (-79,5) - (296,8) = -1166,5 \text{ кДж/моль } \text{Cu}_2\text{S}.$$

В моле  $\text{Cu}_2\text{S}$  содержится два грамм-атома меди, поэтому в пересчете на грамм-атом меди тепловой эффект составит  $-1166,5/2 = -583,25$  кДж/г-атома, или с учетом атомной массы меди 63,6 г тепловой эффект будет равен  $-583,25/63,6 = -9,171$  кДж/г *Cu*, или  $-9171$  кДж/кг *Cu*. В концентрате содержится 4,73% *Cu*, значит, на 1 кг концентрата выделится тепла за счет сульфатизации меди:

$$-9171 \cdot 0,0473 = -433,8 \text{ кДж/кг концентрата}.$$

По реакции (2) тепловой эффект составит:

$$-928,4 - 296,8 - (-178,4) = -1046,8 \text{ кДж/моль } \text{FeS}_2.$$

С учетом атомной массы железа 55,9 г удельная величина теплового эффекта реакции (2) будет равна  $-1046,8/55,9 = -18,726$  кДж/г *Fe*, или  $-18726$  кДж/кг *Fe*.

По содержанию железа в концентрате 4,3% находим тепловой эффект данной реакции в пересчете на 1 кг концентрата:

$$-18726 \cdot 0,043 = -805,2 \text{ кДж/кг концентрата}.$$

Суммарное выделение тепла за счет реакций сульфатизации (1) и (2) составит:

$$-433,8 - 805,2 = -1239 \text{ кДж/кг концентрата}.$$

Ввиду слабой зависимости энтальпии (в отличие от энергии Гиббса) от температуры полученная величина теплового эффекта принимается постоянной для рабочего диапазона температур 350–650 °С.

Для оценки расхода тепла при нагревании материалов до этого диапазона температур принимаются следующие приближения.

Ввиду подавляющего присутствия в черновом концентрате пустой породы, представленной кварцитами (90%), теплоемкость концентрата принимается по теплоемкости кварца  $\text{SiO}_2$  равной 44,6 Дж/(моль · К), или с учетом молекулярной массы  $\text{SiO}_2$  60,1 г равной  $C_p = 44,6/60,1 = 0,742$  Дж/(г К) = 742 Дж/(кг К) для сухого концентрата в целом.

В концентрате содержится 7% воды. Эта вода нагревается до 100 °С и испаряется. Теплоемкость воды 75,3 Дж/(моль · К), или с учетом молекулярной массы 18 г,  $C_p = 75,3/18 = 4,18$  Дж/(г К) = 4180 Дж/(кг К). В пересчете на 1 кг концентрата дополнительная теплоемкость за счет воды составит  $4180 \cdot 0,07 = 292,6$  Дж/кг концентрата.

Таким образом, при нагревании до 100 °С суммарная теплоемкость в расчете на 1 кг концентрата составит:

$$C_p = 742 + 292,6 = 1034,6 \text{ Дж/(кг К)}.$$

Выше 100 °С нагрев проводится в отсутствие воды на сухом материале с теплоемкостью самого концентрата 742 Дж/(кг К).

При этом добавляется теплота испарения воды 40657 Дж/моль или  $40657/18 = 2259$  Дж/г = 2259000 Дж/кг воды. При пересчете на содержание воды 7% затраты на испарение воды, отнесенные к 1 кг концентрата, составят  $2259000 \cdot 0,07 = 158130$  Дж/кг.

Расчет тепла на нагревание влажного концентрата проводится по формуле:

$$Q = C_p(t - 20), \text{ Дж/кг концентрата,}$$

где  $t$  – температура материала,  $^{\circ}\text{C}$ ;

$20$  – средняя температура исходного материала,  $^{\circ}\text{C}$ .

Нагревание до  $100^{\circ}\text{C}$  воды в составе концентрата потребует расход тепла

$$Q_{\text{воды}} = 292,6 (100 - 20) = 23408 \text{ Дж/кг концентрата.}$$

К этому добавляются затраты на испарение воды  $158130 \text{ Дж/кг концентрата}$ . Итого на нагрев и испарение воды требуется:

$$23408 + 158130 = 181538 \text{ Дж/кг концентрата.}$$

Эта сумма прибавляется к расчету тепла на нагрев сухого концентрата с его теплоемкостью  $742 \text{ Дж/кг}$  при каждой температуре выше  $100^{\circ}\text{C}$  по формуле:

$$Q_{\text{конц}} = 742(t_{\text{конц}} - 20) + 181538, \text{ Дж/кг концентрата.} \quad (3)$$

С учетом теплового эффекта реакций (1) и (2) в количестве  $-1239000 \text{ Дж/кг}$  концентрата суммарный расход тепла может быть рассчитан по формуле:

$$Q_{\Sigma} = 742(t_{\text{конц}} - 20) + 181538 - 1239000 = 742(t_{\text{конц}} - 100) - 1057462, \text{ Дж/кг концентрата.} \quad (4)$$

Расчеты по этой формуле приведены в таблице 3 с пересчетом расхода тепла на  $\text{кДж/кг}$  и  $\text{кВт}\cdot\text{ч/кг}$  по эквиваленту  $1\text{Вт}\cdot\text{ч} = 3600\text{Дж}$ .

Таблица 3 – Зависимость избытка тепла (–) на процесс сульфатизирующего обжига черного концентрата от температуры.

$t_{\text{конц}}, ^{\circ}\text{C}$	350	400	450	500	550	600	650
$Q_{\text{конц}}, \text{кДж/кг}$	-813	-776	-738	-701	-664	-627	-590
$Q_{\text{конц}}, \text{кВт}\cdot\text{ч/кг}$	-0,226	-0,215	-0,205	-0,195	-0,185	-0,74	-0,164

Полученные результаты свидетельствуют о достаточности тепла химических реакций для нагрева влажного концентрата до любых температур в рабочем диапазоне сульфатизирующего обжига, хотя и с заметным понижением избытка выделяющегося тепла при высоких температурах.

Это позволяет рассчитать необходимую температуру подогрева воздуха для осуществления реакций (1) и (2).

Теплоемкость воздуха по данным Диомидовского Д.А. [10] в диапазоне от  $0$  до  $700^{\circ}\text{C}$  изменяется незначительно, от  $0,3107$  до  $0,3278 \text{ ккал}/(\text{м}^3\cdot\text{K})$ , и в среднем составляет  $0,3193 \text{ ккал}/(\text{м}^3\cdot\text{K}) = 1,336 \text{ кДж}/(\text{м}^3\cdot\text{K}) = 1336 \text{ Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{K})$ .

Стехиометрический расход кислорода воздуха по реакции (1) составляет  $3/2$  моль  $\text{O}_2/\text{г-атом Cu}$ , или по молекулярной массе:

$$\frac{3 \cdot 32}{2 \cdot 63,6} = 0,755 \text{ г } \text{O}_2/\text{г Cu} = 0,755 \text{ кг } \text{O}_2/\text{кг Cu.}$$

С учетом содержания меди в  $1 \text{ кг}$  концентрата  $0,0473 \text{ кг}$  масса кислорода на реакцию (1) равна  $0,0473 \cdot 0,755 = 0,0357 \text{ кг } \text{O}_2/\text{кг концентрата}$ .

По реакции (2) стехиометрический расход кислорода воздуха составляет  $2$  моля  $\text{O}_2/1 \text{ г-атом Fe}$ , или по молекулярной массе  $2 \cdot 32/55,9 = 1,145 \text{ г } \text{O}_2/\text{г Fe} = 1,145 \text{ кг } \text{O}_2/\text{кг Fe}$ . Содержание железа в концентрате равно  $0,043 \text{ кг}$ , отсюда расход кислорода на его сульфатизацию составит  $0,043 \cdot 1,145 = 0,0492 \text{ кг } \text{O}_2/\text{кг концентрата}$ .

Суммарный расход кислорода на реакции (1) и (2) равен:

$$m_{\text{O}_2} = 0,0357 + 0,0492 = 0,0849 \text{ кг } \text{O}_2/\text{кг концентрата.}$$

Объем кислорода при нормальных условиях может быть рассчитан по универсальному коэффициенту  $22,414 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$  для идеального газа и с переводом  $m_{\text{O}_2}$  в  $\text{г } \text{O}_2/\text{кг концентрата}$ :

$$V_{\text{O}_2} = \frac{22,414 \cdot 10^{-3} \cdot m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \frac{22,414 \cdot 10^{-3} \cdot 84,9}{32} = 0,0595 \text{ м}^3/\text{кг концентрата.}$$

В воздухе содержится  $21\% \text{ O}_2$ , отсюда необходимый объем воздуха для сульфатизации по реакциям (1) и (2) составит  $0,0595/0,21 = 0,283 \text{ м}^3$  воздуха/кг концентрата.

Из-за выделения большого избытка тепла по реакциям сульфатизации может потребоваться избыток воздуха для отвода лишнего тепла, что можно учесть коэффициентом избытка воздуха  $k$  в формуле для расхода тепла на нагревание воздуха:

$$Q_{\text{возд}} = kV_{\text{возд}} C_{\text{возд}} (t_{\text{возд}} - 20),$$

$$Q_{\text{возд}} = k \cdot 0,340 \cdot 1336(t_{\text{возд}} - 20) = k \cdot 454,4(t_{\text{возд}} - 20), \text{ Дж/кг концентрата.}$$

Определить необходимую температуру подогрева воздуха  $t_{\text{возд}}$  можно из баланса выделения тепла химических реакций с расходом на нагрев влажного концентрата и воздуха:

$$Q_{\text{хим.р-й}} = Q_{\text{конц}} + Q_{\text{возд.}}$$

$$1239000 = 742(t_{\text{конц}} - 20) + 181538 + 454,4 k (t_{\text{возд}} - 20), \quad (5)$$

откуда:

$$t_{\text{возд}} = \frac{1057462 - 742(t_{\text{конц}} - 20)}{454,4k} + 20. \quad (6)$$

Результаты расчета по этой формуле приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Зависимость температуры нагревания воздуха ( $t_{\text{возд}}$ ) от температуры концентрата в зоне реакций ( $t_{\text{конц}}$ ) и от необходимого избытка воздуха ( $k$ ).

$k$	$t_{\text{возд}}, ^\circ\text{C}$ , при $t_{\text{конц}}, ^\circ\text{C}$						
	350	400	450	500	550	600	650
1,00	1808	1727	1645	1563	1482	1400	1318
2,00	914	873	833	792	751	710	669
3,00	616	589	562	534	507	480	453
4,00	467	447	426	406	385	365	345
5,00	378	361	345	329	312	296	280
6,00	318	304	291	277	264	250	236
7,00	276	264	252	241	229	217	206
8,00	244	233	223	213	203	193	182
9,00	219	210	201	192	182	173	164
10,00	199	191	183	174	166	158	150

Для завершенности теплообмена между воздухом и сульфатирующимся концентратом необходимо, чтобы температуры концентрата и воздуха были бы примерно равны. Эти области в таблице выделены, и они свидетельствуют о том, что необходимый избыток воздуха для соблюдения завершенности теплообмена должен уменьшаться в диапазоне рабочих температур от 350 до 650  $^\circ\text{C}$  с 5–6 до 2–3, составляя для средней температуры концентрата 500  $^\circ\text{C}$  3–4 против теоретически необходимого для отвода избыточного тепла. Этому соответствуют данные лабораторных [11] и укрупненно-лабораторных испытаний, в которых общий его расход превышал стехиометрически необходимый в 10 – 12 раз. При меньшем избытке воздуха возможен перегрев материала и его оплавление, при большем – переохлаждение и прекращение реакций сульфатизации.

Можно более строго определить условия завершенности теплообмена по равенству  $t_{\text{возд}} = t_{\text{конц}}$ , на основании чего из балансового равенства (5) находится зависимость коэффициента избытка воздуха от температуры концентрата:

$$k = \frac{1057462 - 742(t_{\text{конц}} - 20)}{454,4(t_{\text{конц}} - 20)} = \frac{2328}{t_{\text{конц}} - 20} - 1,633. \quad (7)$$

Результаты расчета по этой формуле приведены ниже:

$t_{\text{конц}}, ^\circ\text{C}$	350	400	450	500	550	600	650	среднее
$k$	5,42	4,49	3,78	3,22	2,76	2,38	2,06	3,45

Несмотря на то, что в этих расчетах не учтены потери тепла через внешнюю поверхность печи, которые составляют не более 5–10% [10], в целом такие расчеты отражают реальную картину обжига и могут быть применены к другим его разновидностям.

В статье дано термохимическое и теплотехническое обоснование окислительно–сульфатизирующего обжига черновых медных сульфидных концентратов, имеющее значение для эффективного использования тепла химических реакций. Полученные результаты свидетельствуют о достаточности тепла химических реакций для нагрева влажного концентрата до любых температур в рабочем диапазоне сульфатизирующего обжига (400–650 °С), хотя и с заметным понижением избытка выделяющегося тепла при высоких температурах.

Показано, что для завершенности теплообмена между воздухом и сульфатизирующимся концентратом необходимо, чтобы температуры концентрата и воздуха были бы примерно равны. Избыток воздуха для соблюдения завершенности теплообмена должен уменьшаться в диапазоне рабочих температур от 350 до 650 °С с 5–6 до 2–3, составляя для средней температуры концентрата 500 °С 3–4 против теоретически необходимого для отвода избыточного тепла.

Расчет проводился только по полезным затратам тепла без учета потерь тепла с отходящими газами, с огарком и через стенки шахтной печи. Как правило, эти потери при шахтном обжиге не превышают 10 % от полезных затрат тепла, так что процесс окислительно–сульфатизирующего обжига может быть реализован в автогенном режиме, близком к наиболее полному и эффективному использованию тепла химических реакций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Худяков, И.Ф. *Металлургия меди, никеля и кобальта* / И.Ф. Худяков, А.И. Тихонов, В.И. Деев, С.С. Набойченко. – М.: *Металлургия*, 1977. – Т.1.
2. Атбашян, Е.М. *Цветная металлургия* / Е.М. Атбашян, Г.Я. Лейзерович, И.С. Лонский, И.А. Метелицына. – 1962. – № 8. – С. 25 – 28.
3. Саргсян, Л.Е. Обжиг сульфидно–цинкового концентрата с получением преимущественно сульфатного огарка для эффективного выщелачивания / Л.Е. Саргсян, А.М. Оганесян // *Цветные металлы*. – 2006. – № 7. – С. 16.
4. Саргсян, Л.Е. Активированный сульфатизирующий обжиг халькопиритового концентрата для серно–кислотного выщелачивания / Л.Е. Саргсян, А.М. Оганесян // *Известия вузов. Цветная металлургия*. – 2010. – № 5. – С. 11 – 13.
5. Жумашев, К.Ж. Изучение влияния сульфатизации серной кислотой чернового сульфидного концентрата для автогенности обжига / К.Ж. Жумашев, Л.М. Каримова, Е.Т. Кайралапов, А.Т. Имангалиева // *Материалы Международной научно–практической конференции «Гетерогенные процессы в обогащении и металлургии» Абишевские чтения*. – Караганда. – 2011. – С. 157 – 160.
6. Жумашев, К.Ж. Изучение автогенности обжига некондиционного чернового медного концентрата воздухом, обогащенным кислородом / К.Ж. Жумашев, Л.М. Каримова, Е.Т. Кайралапов // *XI Международная научно–практическая конференция «Фундаментальные и прикладные исследования, разработка и применение высоких технологий в промышленности»*. – Санкт–Петербург. – 2011. – Т. 1. – С. 170 – 172.
7. Смирнов В.И., Тихонов А.И. *Обжиг медных руд и концентратов*. / В.И. Смирнов, А.И. Тихонов. – Свердловск: *Металлургиздат*, 1958. – 280 с.
8. Снурников, А.П. *Исследование в области химии и технологии минеральных солей и окислов* / А.П. Снурников, В.Ф. Ларин. М. – Л.: *Наука*. – 1965. – С. 161 – 166.
9. Волков А.И., Жарский И.М. *Большой химический справочник* / А.И. Волков, И.М. Жарский – Мн.: *Современная школа*, 2005. – 608 с.
10. Диомидовский, Д.А. *Металлургические печи цветной металлургии* / Д.А. Диомидовский. М.: *Металлургия*, 1970. – 287 с.
11. Каримова Л.М. Сульфатизирующий обжиг чернового медносульфидного концентрата для серно–кислотного выщелачивания / Л.М. Каримова // *Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова*. – 2014. – № 3(47). – С. 15 – 21.

### **Каримова Люция Монировна**

ТОО «Инновация», г. Караганда, Казахстан, ул. Ермакова, 63.

Кандидат химических наук, ведущий научный сотрудник.

Тел.: 8(7212)43–19–73,

E–mail: lutsia.08@mail.ru

L.M. KARIMOVA

## THERMOCHEMICAL AND THERMO JUSTIFICATION SULPHATIZATION ROASTING COPPER SULPHIDE CONCENTRATES

*Reviewed the situation of thermochemical and thermo-oxidative sulphatization justify roasting roughing copper sulfide concentrates obtained by processing of sulphide ore off-balance Zhezkazgan deposit of importance for the effective use of the heat of chemical reactions. It is shown that the sulfur content 3% of heat released is sufficient to heat the moist concentrate to any temperature within the operating range sulphatization roasting (400–650 °C).*

**Keywords:** copper concentrate, roasting sulphatization, thermal effect, the excess air, calculation of heat.

### BIBLIOGRAPHY

1. Khudyakov, I.F. Metallurgiya medi, nikelya i kobalta / I.F. Khudyakov, A.I. Tikhonov, V.I. Deyev, S.S. Naboychenko. – M.: Metallurgiya, 1977. – T.1.
2. Atbashyan, Ye.M. Tsvetnaya metallurgiya / Ye.M. Atbashyan, G.YA. Leyzerovich, I.S. Lonskiy, I.A. Metelitsyna. – 1962. – № 8. – S. 25 – 28.
3. Sargsyan, L.Ye. Obzhig sulfidno–tsinkovogo kontsentrata s polucheniym preimushchestvenno sulfatnogo ogarka dlya effektivnogo vyshchelachivaniya / L.Ye. Sargsyan, A.M. Oganeyan // Tsvetnyye metally. – 2006. – № 7. – S. 16.
4. Sargsyan, L.Ye. Aktivirovannyi sulfatiziruyushchiy obzhig khalkopiritovogo kontsentrata dlya serno–kislotnogo vyshchelachivaniya / L.Ye. Sargsyan, A.M. Oganeyan // Izvestiya vuzov. Tsvetnaya metallurgiya. – 2010. – № 5. – S. 11 – 13.
5. Zhumashev, K.ZH. Izucheniye vliyaniya sulfatizatsii sernoy kislotoy chernovogo sulfidnogo kontsentrata dlya avtogenosti obzhiga / K.ZH. Zhumashev, L.M. Karimova, Ye.T. Kayralapov, A.T. Imangaliyeva // Materialy Mezhdunarodnoy nauchno–prakticheskoy konferentsii «Geterogenyye protsessy v obogashchenii i metallurgii» Abishevskiy chteniya. – Karaganda. – 2011. – S. 157 – 160.
6. Zhumashev, K.ZH. Izucheniye avtogenosti obzhiga nekonditsionnogo chernovogo mednogo kontsentrata vozdukhom, obogashchennym kislorodom / K.ZH. Zhumashev, L.M. Karimova, Ye.T. Kayralapov // XI Mezhdunarodnaya nauchno–prakticheskaya konferentsiya «Fundamentalnyye i prikladnyye issledovaniya, razrabotka i primeneniye vysokikh tekhnologiy v promyshlennosti». – Sankt–Peterburg. – 2011. – T. 1. – S. 170 – 172.
7. Smirnov V.I., Tikhonov A.I. Obzhig mednykh rud i kontsentratov. / V.I. Smirnov, A.I. Tikhonov. – Sverdlovsk: Metallurgizdat, 1958. – 280 s.
8. Snurnikov, A.P. Issledovaniye v oblasti khimii i tekhnologii mineralnykh soley i okislov / A.P. Snurnikov, V.F. Larin. M. – L.: Nauka. – 1965. – S. 161 – 166.
9. Volkov A.I., Zharskiy I.M. Bolshoy khimicheskiy spravochnik / A.I. Volkov, I.M. Zharskiy – Mn.: Sovremennaya shkola, 2005. – 608 s.
10. Diomidovskiy, D.A. Metallurgicheskiye pechi tsvetnoy metallurgii / D.A. Diomidovskiy. M.: Metallurgiya, 1970. – 287 s.
11. Karimova L.M. Sulfatiziruyushchiy obzhig chernovogo mednosulfidnogo kontsentrata dlya serno–kislotnogo vyshchelachivaniya / L.M. Karimova // Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova. – 2014. – № 3(47). – S. 15 – 21.

#### **Karimova Lyutsiya Monirovna**

LLT «Innovasiya»

Candidate of chemical sciences, elder research scientist.

Karaganda, Kazakhstan, street Ermekova, 63.

Ph.: 8(7212)43–19–73

E–mail: lutsia.08@mail.ru

А.АШУМИЛОВ, В.В. ЛУНЁВ, И.М. БИЛОНИК, А.А. ШУМИЛОВ, П.К. ШТАНЬКО

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОЦЕНТНОГО СОДЕРЖАНИЯ ГРАНУЛ НАПОЛНИТЕЛЯ НА ДИССИПАТИВНЫЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УДАРНЫХ НАГРУЗОК

*Исследовано влияние процентного содержания гранул наполнителя на демпфирующие свойства композита.*

**Ключевые слова:** ударный импульс, рассеивание энергии, композит, гранулы.

В настоящее время во многих машинах и механизмах используется энергия ударного импульса. Совершенствование машин ударного действия, в которых реализованы силовые импульсные системы, предполагает повышение их производительности, увеличение эксплуатационного ресурса элементов машины. При прочих равных условиях повышение производительности машины может быть достигнуто за счет повышения эффективности передачи энергии ударного импульса.

Другой проблемой, которую приходится решать при совершенствовании силовых импульсных систем – уменьшение вредного воздействия отраженного ударного импульса [1].

Одним из эффективных способов нейтрализации отраженного ударного импульса, является применение материалов, обладающих высокими демпфирующими свойствами. Разработка новых материалов, которые обладают заданным комплексом демпфирующих свойств, основанная только на структурных изменениях свойств гомогенных материалов практически исчерпала свои возможности. Однако, изготовление и исследование свойств материалов, демпфирующая способность которых реализуется благодаря взаимодействию на границе раздела фаз еще не полностью изучена. Использование композиционных материалов с ярко выраженной гетерогенной структурой позволяет сочетать высокие прочностные свойства матрицы с высокими демпфирующими свойствами наполнителя. Кроме того, в таких материалах, помимо демпфирующих свойств наполнителя, на диссипативные свойства оказывают влияние и другие факторы. К ним относятся [2]:

- рассеяние энергии путем микропластической деформации;
- поглощение энергии при колебаниях вследствие трения на границах матрица–наполнитель;
- магнитомеханическое затухание в случае, когда металлическая матрица ферромагнитна.

Целью данной работы является проведение сравнительной оценки диссипативных свойств композитов на основе углеродистой конструкционной стали с различным содержанием наполнителя.

В качестве материалов наполнителя использовали чугунную дробь диаметром 3мм. За материал матрицы взята сталь 45.

Диаметр вводимых гранул был определен на основе проведенных теоретических расчетов и практических плавов с целью выбора оптимальных размеров гранул наполнителя. Эксперименты показали следующее:

- ввод гранул диаметром до 2 мм ведет к полному их расплавлению и не оказывает заметного влияния на демпфирующие свойства полученного материала;
- гранулы в диапазоне диаметров 2–5 мм частично оплавляются по краям и формируется ярковыраженная гетерогенная структура композита;
- ввод гранул диаметром свыше 5 мм ведет к быстрой и неравномерной кристаллизации ванны, возникновению значительных внутренних напряжений и снижению механических свойств полученного композита.

Процент наполнителя, для исследований принимался 10, 15 и 20.

Композит получали путем электрошлаковой наплавки с введением гранул наполнителя (рисунок 1).

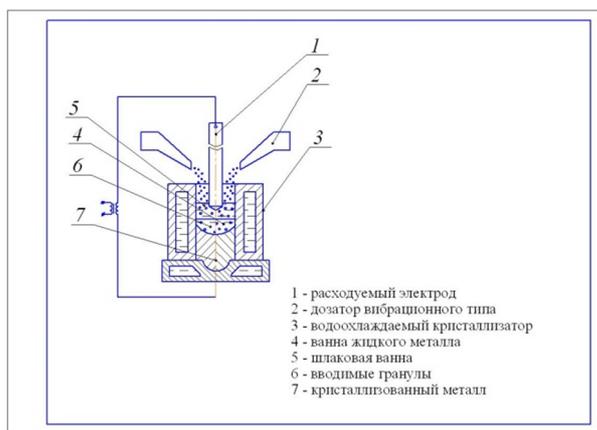


Рисунок 1 – Схема электрошлаковой выплавки композита

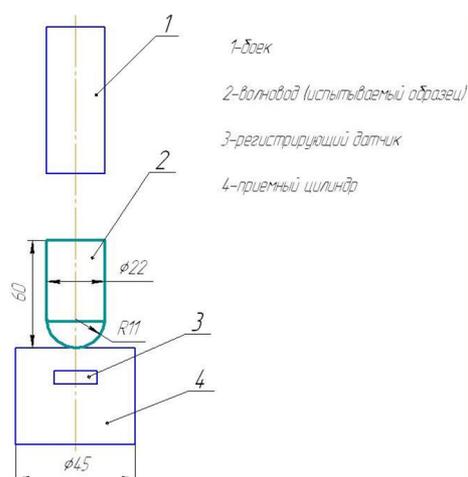


Рисунок 2 – Схема испытаний

Исследования проводили по методике, разработанной совместно с Муромским филиалом Владимирского Государственного Университета [3,4,5]

В исследуемых образцах ударный импульс генерировался в результате соударения цилиндрических бойка и волновода равных диаметров (22 мм), длина бойка составляла 240 мм, а длина волновода 60 мм (рисунок 2).

Полученные в результате экспериментальных исследований осциллограммы ударных импульсов приведены на рисунке 3.

Величина ударного импульса рассчитывалась как величина площади ограниченной кривой. Результаты расчета приведены на рисунке 4.

При исследовании демпфирующих свойств литого композиционного материала, матрица сталь 45, наполнитель – гранулы чугуна СЧ10, установлено, что с увеличением процентного содержания наполнителя возрастают демпфирующие свойства композиционного материала.

### Влияние процентного содержания гранул чугуна на демпфирующие свойства композита

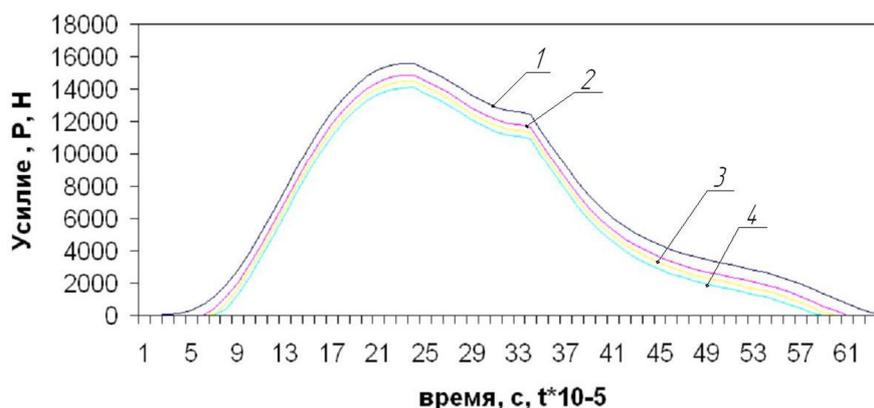
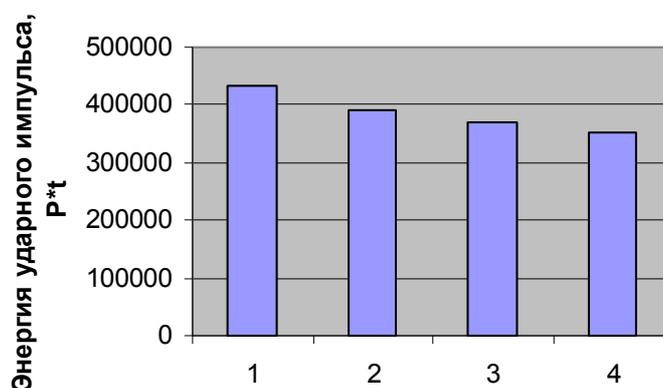


Рисунок 3 – Формы полученных ударных импульсов:

1 – сталь 45; 2 – сталь 45+ 10% СЧ10; 3 – сталь 45 +15% СЧ10; 4 – сталь 45 + 20% СЧ10

Таким образом, для изготовления деталей и механизмов ударных систем, для которых нейтрализация ударного импульса является необходимым условием, предлагается использование композита на основе низкоуглеродистой стали с содержанием 20% СЧ10.



**Рисунок 4 – Расчетные величины ударного импульса:**

1 – сталь 45; 2 – сталь 45+10% СЧ10; 3 – сталь 45 + 15 % СЧ10; 4 – сталь 45 +20% СЧ10

Максимально технологически возможное процентное содержание гранул по массе 20%, обеспечивает рост демпфирующих свойств композита в 1,3 – 1,4 раза относительно чистой стали 45.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимов, О.Д. Удар. Распространение волн деформаций в ударных системах / О.Д. Алимов, В.К. Мажосов, В.Э. Еремьянц. – М.: Наука, 1985. – 358 с.
2. Головин, С.А. Упругие и демпфирующие свойства конструкционных материалов / С.А. Головин, А. Пушкар, Д.М. Левин. – М.: Металлургия, 1987. – 190 с.
3. Киричек, А.В. Управляемое ударное воздействие при упрочнении поверхностным пластическим деформированием / А.В. Киричек, Д.Л. Соловьев // Известия Орловского ГТУ: Сер. Машиностроение, Приборостроение. – 2003. – № 1–2. – С. 30 – 36.
4. Киричек, А.В. Энергетические характеристики процесса статико – импульсной обработки / А.В. Киричек, Д.Л. Соловьев, А.Н. Афонин // СТИН. – 2003. – №7. – С. 31 – 35.
5. Соловьев, Д.Л. Исследование диссипативных свойств материалов при воздействии ударных нагрузок / Д.Л. Соловьев, А.А. Шумилов, И.М. Билоник // Вісник СевНТУ: Сер. Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь: СевНТУ. – 2013. – Вип. 137. – С. 274 – 279.

#### **Шумилов Андрей Александрович**

Запорожский национальный технический университет  
Кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Оборудование и технологии сварочного  
производства»  
Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел. +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Лунев Валентин Васильевич**

Запорожский национальный технический университет  
доктор технических наук, профессор,  
директор Физико-технического института ЗНТУ  
Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел. +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Билоник Игорь Методьевич**

Запорожский национальный технический университет  
Кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Оборудование и технологии сварочного  
производства»  
Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел. +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Шумилов Александр Андреевич**

Запорожский национальный технический университет  
Ассистент кафедры «Оборудование и технологии  
сварочного производства»  
Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел. +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Штанько Петр Константинович**

Запорожский национальный технический университет  
Кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Механика»  
Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел. +38 096 7935401  
E-mail: mech@zntu.edu.ua

A.A. SHUMILOV, V.V. LUNYOV, I.M. BILONIK, A.A. SCUMILOV, P.K. SHTANKO

## **STUDY OF GRANULES PERCENTAGE OF FILLER ON THE DISSIPATIVE PROPERTIES OF COMPOSITES UNDER IMPACT LOADS**

*The influence of granules percentage of filler to the damping properties of the composites was investigated.*

**Keywords:** shock pulse, energy dissipation, composite granule.

### **BIBLIOGRAPHY**

1. Alimov, O.D. Udar. Rasprostraneniye voln deformatsiy v udarnykh sistemakh / O.D. Alimov, V.K. Mazhosov, V.E. Yeremyants. – M.: Nauka, 1985. – 358 s.
2. Golovin, S.A. Uprugiy i dempfiyuyushchiye svoystva konstruktsionnykh materialov / S.A. Golovin, A. Pushkar, D.M. Levin. – M.: Metallurgiya, 1987. – 190 s.
3. Kirichek, A.V. Upravlyayemoye udarnoye vozdeystviye pri uprochnenii poverkhnostnym plasticheskim deformirovaniyem / A.V. Kirichek, D.L. Solovyev // Izvestiya Orlovskogo GTU: Ser. Mashinostroyeniye, Priborostroyeniye. – 2003. – № 1–2. – S. 30 – 36.
4. Kirichek, A.V. Energeticheskiye kharakteristiki protsessa statiko – impulsnoy obrabotki / A.V. Kirichek, D.L. Solovyev, A.N. Afonin // STIN. – 2003. – №7. – S. 31 – 35.
5. Solovyev, D.L. Issledovaniye dissipativnykh svoystv materialov pri vozdeystvii udarnykh zagruzok / D.L. Solovyev, A.A. Shumilov, I.M. Bilonik // Visnik SevNTU: Ser. Mekhanika, yenergetika, yekologiya. – Sevastopol: SevNTU. – 2013. – Vip. 137. – S. 274 – 279.

#### **Shumilov Andrew Aleksandrovich**

Zaporizhzhya National Technical University  
Ph.D, associate professor of the Department «Equipment and technology of welding production» Ukraine, Zaporizhzhya, Zhukovsky Str., 64  
Tel.: +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Lunyov Valentin Vasiliyevich**

Zaporizhzhya National Technical University  
Dr of Tech. Sc., Professor, Director of the Physical-Technical Institute ZNTU  
Ukraine, Zaporizhzhya, Zhukovsky Str., 64  
Tel.: +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Bilonik Igor Methodiyevich**

Zaporizhzhya National Technical University  
Ph.D, associate professor of the Department «Equipment and technology of welding production» Ukraine, Zaporizhzhya, Zhukovsky Str., 64  
Tel.: +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Shumilov Alexander Andreyevich**

Zaporizhzhya National Technical University  
Assistant of the Department «Equipment and technology of welding production»  
Ukraine, Zaporizhzhya, Zhukovsky Str., 64  
Tel.: +38 050 4547917  
E-mail: webshum@mail.ru

#### **Shtanko Petro Kostyantynovich**

Zaporizhzhya National Technical University  
Ph.D, associate professor of the Department «Mechanics»  
Ukraine, Zaporizhzhya, Zhukovsky Str., 64  
Tel.: +38 096 7935401  
E-mail: mech@zntu.edu.ua

# **МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ** **И ИНСТРУМЕНТЫ**

УДК 658.511.3+65.015.22

Д.Ю. КАЗИМИРОВ, А.С. ИСАЧЕНКО

## **СНИЖЕНИЕ ВРЕМЕНИ ПЕРЕХОДА НА НОВОЕ ИЗДЕЛИЕ ПУТЕМ ВНЕДРЕНИЯ БЫСТРОЙ ПЕРЕНАЛАДКИ СТАНКОВ С ЧПУ**

*В данной статье решена проблема снижения подготовительно–заключительного времени в инновационном широкономенклатурном производстве. Проанализированы особенности данного вида производства. Авторами представлена процедура организации и внедрения системы быстрой переналадки, позволяющей значительно снизить время перехода на новое изделие. Опыт внедрения быстрой переналадки был реализован на пятикоординатном фрезерном станке с ЧПУ Dynamill 3000 для производства неметаллической оснастки. Это дало эффект уменьшения времени перехода на новое изделие на 53% от исходного.*

**Ключевые слова:** быстрая переналадка, время переналадки станка, аналитические карты переналадки, хронометраж, временные события.

Инновационное широкономенклатурное производство характеризуется изготовлением деталей различных конструкций с однократным выпуском и частой сменой объекта производства на неспециализированных рабочих местах. Более того, их особенностью является необходимость выполнения заказов в виде целого комплекта деталей и сборочных единиц к фиксированному сроку. Такие подразделения предприятий встречаются во вспомогательном и опытно–экспериментальном производстве. В авиамашиностроительном производстве это цеха изготовления неметаллической оснастки, в которых изделия часто выпускаются парно – в прямом и отраженном исполнениях. Участки для них комплектуются высокоскоростным оборудованием с ЧПУ с длительным сроком окупаемости и стандартной оснасткой. Статистика говорит о том, что в среднем вся станочная система в таких производствах остается наполовину недогруженной, что происходит за счет постоянных перегрузок одного оборудования и одновременного простоя другого в ожидании работы, связанной с изделиями, пролеживающими в очереди на предыдущих стадиях обработки, что приводит к частичному снижению производительности.

Широкая номенклатура изготавливаемой продукции вызывает трудности в бесперебойном снабжении, что вынуждает создавать большие запасы материалов. Так как в производстве одновременно находятся разнообразные изделия, то усложняется оперативное руководство производственными процессами и приводит к его децентрализации. Это также увеличивает трудоемкость, объем незавершенного производства и себестоимость готовой продукции. Однократный выпуск продукции приводит к тому, что затраты на разработку пооперационного технологического процесса не оправдываются экономически. Поэтому операция наладки обычно не регламентируется технологическим процессом.

Современные пятикоординатные станки с ЧПУ, входящие в состав участков цеха изготовления неметаллической оснастки, обладают длительным временем переналадки при смене объекта производства, что напрямую влияет на производственную мощность. Изэтого следует, что одной из крупных проблем в инновационном широкономенклатурном производстве является частая и длительная переналадка.

Теоретически при большой длительности переналадки станка имеет смысл производить продукцию крупными партиями, так как доля времени переналадки, входящая в  $T_{nз}$ , к времени производства всей партии будет уменьшаться с увеличением объема партии  $n$  и стремиться к нулю, т.е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_{nз}}{n} = 0, \quad (1)$$

где  $T_{пз}$  – подготовительно–заключительное время;  
 $n$  – объем партии.

Для рассматриваемого производства объем партии принимает чаще всего значения:  $n = \overline{1,2}$ . Следовательно, снизить долю времени переналадки к времени производства путем увеличения партии невозможно. Таким образом, следует уменьшить само время переналадки станка.

Известны традиционные методы снижения времени переналадки. Применение групповой технологии позволяет уменьшить количество требуемых переналадок, но требует наличия большого количества сходств у объектов производства, что не наблюдается в конкретном производстве. Стандартизация конструкции выпускаемых изделий также приводит к уменьшению количества переналадок, но этот метод неприменим для широкономенклатурного производства. Использование модульных конструкций стандартных приспособлений позволяет снизить количество переналадок, но требует серьезных материальных вложений и имеет длительный срок окупаемости. Механизация или автоматизация процесса переналадки значительно снижает затрачиваемое время, однако и этот вариант сравнительно дорогостоящий.

Одним из инструментов бережливого производства, произведших революцию в минимизации времени перехода на новое изделие, является быстрая переналадка (Single–MinuteExchangeofDie или SMED) представляющая собой набор теоретических и практических методов и позволяющая сократить время переналадки оборудования до нескольких минут.

Если переналадка выполняется за считанные минуты, как при применении системы SMED, то даже без увеличения объема партии отношение времени производства и перехода на новое изделие может стать максимально выгодным. Поэтому снижение отрицательного эффекта переналадок при помощи увеличения объема партии теряет всякий смысл.

Авторы работы [1] считают, что очень важно снизить время переналадки станка при внедрении бережливого производства, потому что это время значительно влияет на себестоимость производства благодаря уменьшению объемов партий.

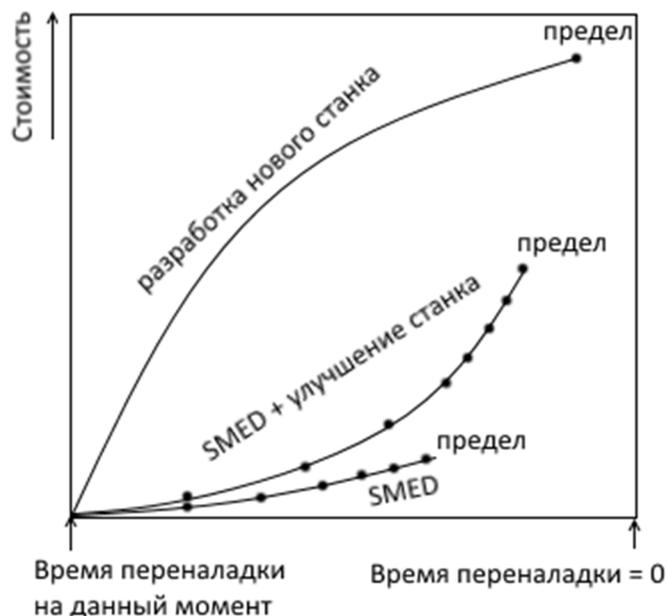


Рисунок 1 – Зависимость между временем переналадки станка и стоимостью

В работе [2] обосновано снижение времени переналадки станка следующим:

- более высокая гибкость предприятия при работе по «вытягивающей» логистической системе,
- повышение пропускной способности станков с высокой долей загрузки,

– увеличение их производительности.

Предприятие может пойти одним из трех путей снижения времени [2]:

– спроектировать новый станок, который будет обеспечивать минимальное время переналадки;

– использовать методику SMED для снижения времени переналадки до 10 минут;

– модернизировать элементы существующего станка и использовать методику SMED для снижения времени переналадки до 1 минуты.

Рисунок 1 показывает отношение между временем переналадки и стоимостью всех этих трех стратегий [3].

Из рисунка 1 видно, что снижение времени переналадки станка при помощи методики SMED наиболее дешевый из трех способов. Проектирование нового станка наиболее дорогостоящий вариант, но полученное время переналадки будет минимальным. Но т.к. эффективность методики SMED ограничена следует иметь в виду потенциал совмещения идей по улучшению станка и использованию быстрой переналадки, что будет являться наиболее рациональной стратегией для компании.

Задачей мероприятий по внедрению SMED является снижение времени переналадки станка и, следовательно, увеличение загруженности станка.

Концепции работы [2] и опыт, полученный при внедрении быстрой переналадки в цехе изготовления неметаллической оснастки, стали предпосылками к созданию процедуры организации и проведения мероприятий по внедрению SMED для достижения указанной задачи на инновационном широкономенклатурном производстве (рисунок 2).

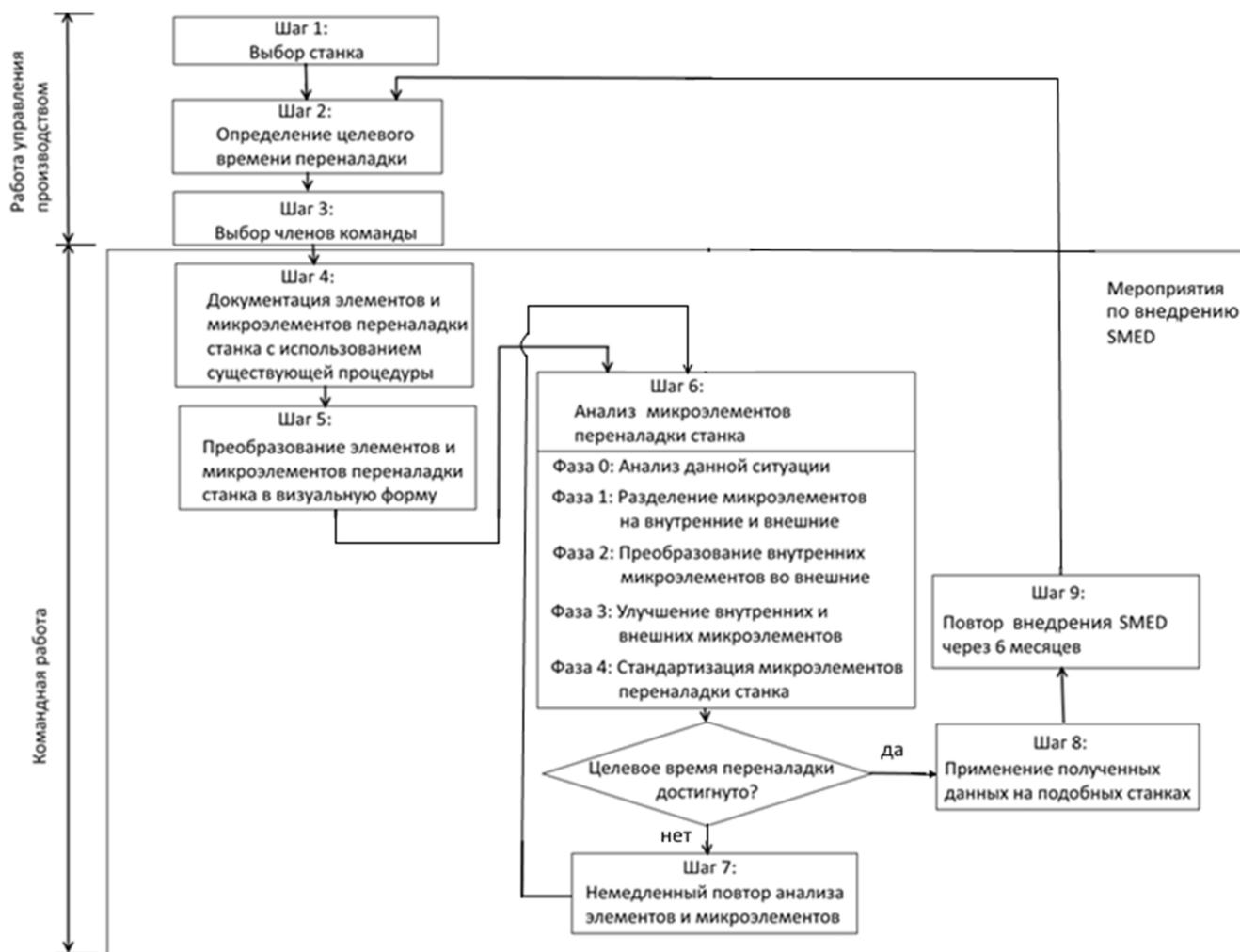


Рисунок 2 – Процедура организации и проведения мероприятий по внедрению SMED

Блок–схема процедуры включает следующие шаги:

### 1. Выбор станка.

Выбирается единица оборудования для снижения времени переналадки. Принимаются во внимание предустановленные критерии, например, наибольшее время переналадки станка, частота переналадок, сверхплановая загрузка и т.д.

### 2: Определение целевого времени переналадки.

Определение целевого значения сниженного времени переналадки очень важно, так как это напрямую влияет на мотивацию членов команды, исполняющих методику SMED. Ставится задача в снижение времени переналадки. Конкретное значение должно быть строго определено, например, на 50% при первом внедрении SMED.

Этот результат тяжело улучшить в каждом последующем внедрении методики SMED в цехе, за исключением тех случаев, когда у нового члена команды появляется революционная (и не слишком дорогая) идея [4] и [5].

### 3. Выбор членов команды.

Решение вопросов, связанных с персоналом. Члены команды должны выполнять такие задачи, как проведение переналадки, ведение протокола, проведение замеров времени, составление фотографии рабочего времени, проведение видеосъемки и создание диаграммы пути движения оператора переналадки.

### 4. Документация элементов и микроэлементов.

Выполняется и документируется существующая процедура переналадки станка. Определяется действительная последовательность и время выполнения элементов (укрупненных действий процесса переналадки) и микроэлементов (вспомогательных приемов и других отдельных действий, являющихся составными частями элементов) переналадки станка.

Это может быть сделано с использованием видеосъемки. Видеофильм процесса переналадки станка просматривается для вычленения элементов переналадки станка. Далее, в режиме стоп–паузы видеофильм просматривается еще раз и документируется вся последовательность переналадки на листе мониторинга.

Это форма, на которой записываются следующие данные: порядковые номера элементов и микроэлементов переналадки станка, их краткие описания, совокупные длительности элементов переналадки станка и их индивидуальные длительности.

Целью диаграммы путей, пройденных оператором переналадки, является визуализация ненужных перемещений оператора во время переналадки. Основой для диаграммы путей является чертеж рабочего места и план–схема участка. Перемещения оператора переналадки рисуются на нем непрерывной линией. Полученная схема носит название – диаграммы «спагетти» [6].

Во время последующего анализа элементов и микроэлементов переналадки станка и на основе диаграммы «спагетти», команда может выявить обязательные пути движения и убрать ненужные.

### 5. Преобразование элементов и микроэлементов переналадки станка в визуальную форму.

Полученные данные об элементах и микроэлементах переналадки станка копируются из листа мониторинга в аналитическую карту, с указанием степени их завершенности.

### 6. Анализ элементов и микроэлементов переналадки станка.

Анализ проводится в последовательности, состоящей из четырех фаз [7], как представлено на рисунке 3.

#### Фаза 0: Анализ данной ситуации.

В аналитическую карту вносятся элементы и микроэлементы переналадки станка с их длительностями, помеченные буквами X или E. Пометка X микроэлемента означает, что за этим микроэлементом идет следующий микроэлемент, а пометка E показывает последний микроэлемент.

#### Фаза 1: Разделение микроэлементов на внутренние и внешние.

Все микроэлементы распределяются на две категории – внутренние, которые могут выполняться только при остановленном оборудовании, и внешние, которые могут

выполняться при работающем оборудовании. Внешние микроэлементы помечаются курсивом, внутренние – нет.



Рисунок 3 – Фазы анализа элементов и микроэлементов переналадки станка

Фаза 2: Преобразование внутренних микроэлементов во внешние.

Проверяется, не воспринимаются какие-либо микроэлементы переналадки ошибочно как внутренние. Находятся способы преобразования этих микроэлементов во внешние. В аналитической карте такие микроэлементы переносятся либо в начало действий по переналадке, либо в конец.

Фаза 3: Улучшение внутренних и внешних микроэлементов.

Разрабатываются и записываются предложения по улучшению отдельных микроэлементов.

Фаза 4: Стандартизация микроэлементов переналадки станка.

Разрабатываются внутренние стандарты предприятия, затрагивающие процессы переналадки станков.

7. Немедленный повтор анализа элементов и микроэлементов.

Если целевое время переналадки, определенное в шаге 2, не было достигнуто, то немедленно повторяется анализ микроэлементов переналадки станка.

8. Применение полученных данных на подобных станках.

Следует посмотреть, возможно ли применить полученную процедуру переналадки на других станках, имеющих сходную конструкцию. Необходимо рассмотреть возможность применения если не идентичной, то хотя бы похожей процедуры переналадки. Более того, даже на разных станках могут присутствовать сходные элементы, например, одинаковые патроны, методы зажима и т.д., что позволяет использовать некоторые полученные результаты SMED на них. Это может сэкономить время внедрения SMED на станках подобных выбранному.

9. Повтор внедрения SMED.

Снижение времени переналадки станка является повторяющимся процессом, поэтому необходимо проводить подобные мероприятия в цехе каждые шесть месяцев и, таким образом, приближаться к цели «достижения времени переналадки станка за 1 минуту» [7].

Для оценки целесообразности проведения мероприятий по SMED выбран участок по производству неметаллической оснастки с пятикоординатным фрезерным станком Dynamill 3000, переналаживаемого на обработку литейной модели. Станок характеризуется значительной длительностью процесса перехода на новое изделие при высокой стоимости простоя. Целевым значением снижения времени переналадки решено было принять 50% от текущего. Для исключения влияния психологического аспекта от присутствия чужого

человека на рабочем месте проведена видеосъемка процесса переналадки перед обработкой литейной модели помощником оператора станка ЧПУ. В результате все действия, являющиеся объектом исследования, сохранили свой привычный характер. Полученный видеофайл с фотографией рабочего времени был проанализирован в режиме сквозного просмотра с целью определения укрупненных элементов переналадки.

Как итог, выделены следующие действия процесса переналадки: подготовка заготовки и управляющей программы, транспортировка, замена инструмента, настройка на ноль, подготовка базовой плоскости, установка заготовки, которые совершались в указанном порядке. В аналитической карте (таблица 1) эти элементы вписаны в шапку таблицы в колонки 2 – 7. Временные события указаны в последовательности выполнения сверху вниз и справа налево.

Все эти элементы изначально являлись внутренними элементами переналадки, т.е. выполнялись при остановленном станке. Заполнение ячеек таблицы 1 осуществлялось после просмотра видеофайла в режиме стоп–паузы. В столбец каждого элемента были вписаны микроэлементы переналадки, включающие в себя информацию с их кратким описанием, временем выполнения и отметкой об окончании укрупненного элемента, где  $X$  означает микроэлемент, за которым следует другой и  $E$  – конечный микроэлемент, некоторого укрупненного элемента. Приняты следующие сокращения: УП – управляющая программа, БО – базовые отверстия.

После того, как вся аналитическая карта была заполнена, было получено визуальное представление действительной ситуации. Расчет суммарного времени показал, что наибольшую длительность имеет элемент «установка заготовки», требующий 599 с на выполнение. Второй по длительности элемент – «подготовка базы» имеет 517 с. Элемент «подготовка заготовки и УП» также имеет значительную длительность в 367 с.

Согласно фазе 1, представленной на рисунке 3, для операций над укрупненными элементами в шапку таблицы перед ними добавляется столбец внешних начальных действий 1, а в конце – столбец внешних конечных действий 8. Каждый выявленный микроэлемент рассматривается с точки зрения возможности выполнения при работающем станке, как это указано в фазе 2 (рисунок 3). Если такая возможность существует, то он помечается курсивом и рассматривается как внешний элемент переналадки, если нет, то не выделяется и остается внутренним. Часть микроэлементов, сохраняющих свое положение в процедуре переналадки, для упрощения отображения в таблице 2 пропускаются и заменяются многоточием.

Ранее выделенные микроэлементы переносятся либо в столбец начальных действий 1, либо конечных действий 8 в зависимости от логики процесса выполнения переналадки. Их перемещение на аналитической карте (таблица 2) обозначено стрелками. Если перемещаемые элементы идут последовательно, то в карте для упрощения их перемещение совершается блоками, выделенные утолщенными линиями, а не отдельными микроэлементами. Один из микроэлементов «Управляющие действия» был разбит на две части из-за выполняемых циклов, предназначенных для привязки и запуска управляющей программы.

Расчет суммарного времени каждого элемента показал, что подготовительно–заключительное время после преобразования внутренних микроэлементов во внешние сокращается на 11 минут, что является улучшением на 31%. Этот результат может быть сделан более значительным посредством улучшения элементов и микроэлементов переналадки станка.

После преобразования внутренних микроэлементов во внешние составлены возможные варианты улучшения элементов и микроэлементов переналадки станка согласно фазе 3 (рисунок 3). Вынесены следующие предложения, нацеленные на дополнительное снижение времени переналадки.

Из таблицы 1 следует, что часть времени оператор тратит на перенос инструмента. Это действие преобразуется из внутренних элементов во внешние как в таблице 2, но все эти перемещения можно устранить модернизацией путем добавления держателя для инструмента с конусным хвостовиком *HSK* и лотка для слесарного инструмента на ручку телеги. Это потенциально может снизить подготовительно–заключительное время на 5%.

Таблица 1 – Аналитическая карта: разделение элементов.

Элемент	Внутренние элементы					Итого,	
	Т, с	2. Подготовка заготовки и УП	3. Транспортировка	4. Замена инструмента	5. Настройка на ноль		6. Подготовка базы
	367	158	75	352	517	599	34,75
Микроэлементы	Взял документ, 5 с, X	Катит тележку к стеллажу, 25 с, X	Подводит фрезерную голову, 12 с, X	Вставляет установочный палец в подставку снизу, 7 с, X	Поднимает фрезерную голову, 31 с, X	Сдувает стружку, 8 с, X	
	Пошел к стеллажу, 10 с, X	Поднимает тележку на уровень полки, 25 с, X	Снимает и уносит фрезеру, 20 с, X	Настройка на ноль, 200 с, X	Перекладывает заготовку на подставку, 22 с, X	Привнес сверло, 21 с, X	
	Снял заготовку с полки, 7 с, X	Перекладывает заготовку, 8 с, X	Приходит и вставляет цетроискатель, 24 с, X	Снимает и уносит центроискатель, 20 с, X	Откачивает телегу, 22 с, X	Сравнил замеры с чертежом, 14 с, X	
	Замерил ее размеры, 13 с, X	Задвигает полку стеллажа, 15 с, X	Приносит пульт, опускает фрезерную голову, 19 с, X	Вставляет фрезеру, 20 с, X	Ввел координаты 2-го БО, 28 с, X	Разметил БО, 45 с, X	
	Ушел к компьютеру, 17 с, X	Катит тележку к тумбе, 17 с, X	Отдвигает тумбу, 8 с, X	Снимает установочный палец, 10 с, X	Взял ключ и вставил 2-ой штырь, 12 с, X	Снял фрезеру, вставил сверло, 22 с, X	
	Переписывает УП, 58 с, X	Катит тележку к станку, 17 с, X	Катит тележку к станку, 17 с, X	Установил эталонную меру, 35 с, X	Затягивает его, 48 с, X	Унес фрезеру и карту, 11 с, X	
	Управляющие действия, 257 с, X	Отводит фрезерную голову, 13 с, X	Отводит фрезерную голову, 38 с, X	Настройка по Z, 60 с, X	Надевает очки, 20 с, X	Взял пульт, закрыл створки, 13 с, X	
		Катит к створкам, 16 с, X	Катит тележку к станку, 17 с, X	Проверил положение заготовки, 6 с, X	Вставляет установочный палец в подставку снизу, 20 с, X	Сверление БО, 57 с, X	
		Опускает телегу, 6 с, X	Опускает телегу, 6 с, X	Закрывает створки, 16 с, X	Проверил положение заготовки, 6 с, X	Ввел координаты 2-го БО, 28 с, X	
		Закатывает ее на станок, 8 с, X	Закатывает ее на станок, 8 с, X	Фрезерует заготовку в ручном режиме, 190 с, X	Надевает очки, 20 с, X	Сверление 2-го БО, 24 с, X	
						Отвод фрезерной головы, 4 с, X	
						Сдувание стружки, 5 с, X	
						Сходил за фрезой, 23 с, X	
					Перевернул заготовку, 16 с, X		
					Вставляет установочный палец в подставку снизу, 20 с, X		
					Вставляет второй установочный палец, 26 с, X		
					Установил фрезеру, 15 с, X		
					Взял дрель повторно, 15 с, X		
					Наметил сверление отверстий, 10 с, X		
					Проверил 4 крепежных отв., 45 с, X		
					Вставил саморезы 4 шт., 41 с, X		
					Затянул их, 64 с, X		

Таблица 2 – Аналитическая карта: преобразование микроэлементов.

Элемент	Внешние элементы		Внутренние элементы						Внешние элементы	
	Т, с	1. Начальные действия	2. Подготовка заготовки и УП	3. Транспортировка	4. Замена инструмента	5. Настройка на ноль	6. Подготовка базы	7. Установка заготовки	8. Конечные действия	Т, с
Микроэлементы	499	Взял документ, 5 с, X Подождал к стеллажу, 10 с, X Вытащил заготовку, 7 с, X Замерил размеры, 13 с, X Ушел к компьютеру, 17 с, X Переписывает УП, 58 с, E Катит тележку к стеллажу, 25 с, X Поднимает тележку, 25 с, X Перекладывает заготовку руками, 8 с, X Задвигает полку стеллажа, 15 с, X Катит тележку к тумбе, 17 с, X Отодвигает тумбу, 8 с, X Катит к станку, 17 с, X Подключил ручную дрель, 39 с, X Сверлит два отверстия, 43 с, X Проверил положение заготовки, 6 с, X Сходил за ключом, 19 с, X Сходил за фрезой, 23 с, X Взял дрель повторно, 15 с, X Управляющие действия, 129 с, E	0	43	75	352	429	450	139	Т <sub>дв</sub> , с Т <sub>л</sub> , с
	499		0	0	75	0	429	450	139	
	0		0	43	0	352	0	0	0	

1. На видеофайле процесса переналадки было отмечено следующее:

1.1. Путь, который проделывает оператор с телегой от стеллажа с заготовками до станка, имеет препятствия. Этого можно избежать, совершив некоторые перестановки на рабочем месте для освобождения пути, согласно системе 5S. Это потенциально может снизить подготовительно–заключительное время на 0,4%.

1.2. Телега для транспортировки заготовки была занята перед началом работы. Необходимо, чтобы все элементы предыдущего процесса производства были завершены и не мешали начальным действиям текущего процесса переналадки.

1.3. При закатывании телеги с заготовкой на станок оператору пришлось отодвинуть мешающую ему фрезерную голову. Этого можно избежать, если заранее освободить рабочее пространство станка. Это потенциально может снизить подготовительно–заключительное время на 0,6%.

2. Наибольшую долю времени переналадки, как видно из таблицы 1, занимает подготовка базовой плоскости и сверление базовых и крепежных отверстий в заготовке. Это время можно значительно сократить двумя способами: сверлением отверстий вне станка по шаблону вручную, или подготовкой базовой плоскости и сверлением отверстий на другом станке. Подготовка заготовки на другом станке потенциально может вызвать уменьшение подготовительно–заключительного времени на 46%.

Внедрение всех данных предложений позволяет снизить время переналадки до 16,3 минут, что составляет улучшение на 53% относительно исходного. Данный результат обеспечивает целевое время, поэтому немедленный повторный анализ не проведен, как того требует шаг 7 из рисунка 2.

Одной из крупных проблем в инновационном широкономенклатурном производстве является частая и длительная переналадка. В качестве решения этой проблемы выполнено апробирование методики SMED во вспомогательном производстве авиамашиностроительной отрасли. Процедура и фазы быстрой переналадки внедрены на пятикоординатном фрезерном станке Dynamill 3000, результатом которых стало построение аналитических карт. Была проведена оценка потенциальных возможностей по снижению времени. Выполнено разделение микроэлементов переналадки станка на внутренние и внешние, что является практической новизной для современного производства. После того, как все возможные решения были реализованы, ожидаемое снижение времени от их воплощения приблизилось к 53%. Задача была достигнута без существенных экономических затрат на модернизацию. Снижение времени переналадки может оказать положительное влияние на цех. Оно делает возможным производство продукции мелкими партиями, что позволяет производителю более гибко отвечать на потребности и расписания потребителей и выпускать продукцию своевременно. Уменьшается количество оснастки и затраты на нее. Снижается стоимость работ по переналадке, частично за счет часовой тарифной ставки оператора, составляющей 284 руб/час. Увеличивается производительность оборудования с излишней перегрузкой и недопустимостью простоя.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Van Goubergen, D. Rules for integrating fast changeover capabilities into new equipment design / D.Van Goubergen, H.Van Landeghem // *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*. – 2002. – vol. 18. – pp. 205 – 214.
2. Kušar, J. Reduction of Machine Setup Time / J.Kušar, T.Berlec, F.Zefan, M.Starbek // *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. – 2010. – vol. 56. –№ 12. – pp. 833–845.
3. Mileham, A.R. Rapid Changeover – a pre–requisite for responsive manufacture / A.R.Mileham, S.J.Culley, G.W.Owen, R.I.McIntosh // *International Journal of Operations & Production Management*. – 1999. – vol. 19. – №. 8. – pp. 785–796.
4. Fulder, T. The process of manufacturing–capability development in industrial cluster – A case study of the automotive cluster of Slovenia / T.Fulder, I.Palčič, A.Polajnar, P.Pižmoht // *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. – 2005. – vol. 51. – №. 12. – pp. 771–785.

5. Anišić, Z. Assembly initiated production as a prerequisite for mass customization and effective manufacturing / Z.Anišić, C.Krsmanović // *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. – 2008. – vol. 54. – №. 9. – pp. 607–618.

6. Spaghetti Diagram // *Six Sigma Material*. 2014. URL: <http://www.six-sigma-material.com/Spaghetti-Diagram.html> (дата обращения 21.11.2014).

7. Синго, С. Быстрая переналадка: Революционная технология оптимизации производства / Сигео Синго; Пер. с англ. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. – 344 с.

**Казимиров Денис Юрьевич**  
ФГБОУ ВО «Иркутский национальный  
исследовательский технический университет»,  
г. Иркутск  
Кандидат технических наук, доцент  
E-mail: kazimirov@fromru.com

**Исаченко Алексей Сергеевич**  
ФГБОУ ВО «Иркутский национальный  
исследовательский технический университет»,  
г. Иркутск  
Аспирант  
E-mail: isachenko.alexey.irk@gmail.com

---

D.Yu. KAZIMIROV, A.S. ISACHENKO

## **REDUCTION OF PRODUCT SWITCHOVER TIME BY IMPLEMENTATION OF QUICK CHANGEOVER FOR CNC MACHINES**

*This article presents a method for the reduction of setup time in innovative manufacturing of a broad range of products. The special traits of this type of production were analyzed. The authors provided a procedure for organization and implementation of quick changeover methods that allow for significant reduction of product switchover time. The production process of a foundry pattern on a 5-axis milling machine Dynamill 3000 was chosen as a test subject for the quick changeover methods implementation. In this case, the product switchover time was reduced by 53%.*

**Keywords:** SMED, machine setup time, analytical cards of changeover, time management, timed events.

### **BIBLIOGRAPHY**

1. Van Goubergen, D. Rules for integrating fast changeover capabilities into new equipment design / D. Van Goubergen, H. Van Landeghem // *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*. – 2002. – vol. 18. – pp. 205 – 214.

2. Kušar, J. Reduction of Machine Setup Time / J.Kušar, T.Berlec, F.Zefan, M.Starbek // *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. – 2010. – vol. 56. – №. 12. – pp. 833–845.

3. Mileham, A.R. Rapid Changeover – a pre-requisite for responsive manufacture / A.R.Mileham, S.J.Culley, G.W.Owen, R.I.McIntosh // *International Journal of Operations & Production Management*. – 1999. – vol. 19. – №. 8. – pp. 785–796.

4. Fulder, T. The process of manufacturing-capability development in industrial cluster – A case study of the automotive cluster of Slovenia / T.Fulder, I.Palčič, A.Polajnar, P.Pižmoht // *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. – 2005. – vol. 51. – №. 12. – pp. 771–785.

5. Anišić, Z. Assembly initiated production as a prerequisite for mass customization and effective manufacturing / Z.Anišić, C.Krsmanović // *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. – 2008. – vol. 54. – №. 9. – pp. 607–618.

6. Spaghetti Diagram // *Six Sigma Material*. 2014. URL: <http://www.six-sigma-material.com/Spaghetti-Diagram.html> (дата обращения 21.11.2014).

7. Singo, S. Bystraya perenaladka: Revolyutsionnaya tekhnologiya optimizatsii proizvodstva / Sigeo Singo; Per. s angl. – М.: Alpina Biznes Buks, 2006. – 344 с.

**Kazimirov Denis Yurevich**  
FGBOU VO «Irkutsk National Research Technical  
University», Irkutsk  
Kandidat of Technical Sciences, associate professor  
E-mail: kazimirov@fromru.com

**Isachenko Aleksei Sergeevich**  
FGBOU VO «Irkutsk National Research Technical  
University», Irkutsk  
Postgraduate student  
E-mail: isachenko.alexey.irk@gmail.com

А.Ю. ГОРЕЛОВА, М.Г. КРИСТАЛЬ

## ГИРОСКОПИЧЕСКАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ИНСТРУМЕНТА ПРИ ОБРАБОТКЕ ГЛУБОКИХ ОТВЕРСТИЙ

*Обработка глубоких отверстий сопровождается вибрациями системы СПИЗ различного рода. Среди них выделяют резонансные вибрации, возникающие при кратности частоты вынужденных колебаний, зависящей от режимов обработки, частоте собственных колебаний инструмента. Они приводят к появлению погрешностей формы и размера отверстия. Для уменьшения амплитуды резонансных вибраций предложен метод обработки глубоких отверстий, заключающийся в использовании инструмента, оснащенного гироскопическим стабилизатором. Предложена конструктивная схема нового инструмента и методика расчета его технических характеристик. Разработана и изготовлена экспериментальная установка для исследования процесса гашения колебаний инструмента по предложенному методу. Достигнуто уменьшение амплитуды резонансных колебаний в 9 раз при частотах вынужденных колебаний в диапазоне 152...1100 рад/с для частот собственных колебаний модели инструмента  $\omega_{01} = 9,41$  рад/с,  $\omega_{02} = 9,55$  рад/с,  $\omega_{03} = 9,99$  рад/с,  $\omega_{04} = 10,11$  рад/с. Установлено, что для достижения наименьшего значения амплитуды вибраций, необходимо поддерживать систему СПИЗ в состоянии, близком к резонансному. Это позволит минимизировать увод оси отверстия и его последствия, снижающие точность обработки глубокого отверстия.*

**Ключевые слова:** обработка глубоких отверстий, резонансные вибрации, гироскопическая стабилизация инструмента.

Обработка глубоких отверстий сопровождается вибрациями системы СПИЗ различного рода. Среди них выделяют резонансные вибрации, возникающие при кратности частоты вынужденных колебаний, зависящей от режимов обработки, частоте собственных колебаний инструмента. Они приводят к появлению погрешностей формы и размера отверстия. Для уменьшения амплитуды резонансных вибраций предложен метод обработки глубоких отверстий, заключающийся в использовании инструмента, оснащенного гироскопическим стабилизатором. Предложен новый инструмент для обработки глубоких отверстий. Разработана и изготовлена экспериментальная установка для исследования процесса гашения колебаний инструмента по предложенному методу. Достигнуто уменьшение амплитуды резонансных колебаний в 9 раз при частотах вынужденных колебаний в диапазоне 152...1100 рад/с для частот собственных колебаний модели инструмента  $\omega_{01} = 9,41$  рад/с,  $\omega_{02} = 9,55$  рад/с,  $\omega_{03} = 9,99$  рад/с,  $\omega_{04} = 10,11$  рад/с. Установлено, что для достижения наименьшего значения амплитуды вибраций, необходимо поддерживать систему СПИЗ в состоянии, близком к резонансному. Это позволит минимизировать увод оси отверстия и его последствия, снижающие точность обработки глубокого отверстия.

Многие изделия содержат глубокие отверстия (ГО): гильзы гидроцилиндров, ротора турбин, прокатные валы, гребные валы судов, стволы огнестрельного оружия, решетки ядерных реакторов [2].

Различают три основные схемы обработки ГО: вращательное движение совершает инструмент, деталь либо инструмент при этом совершает встречное движение подачи; вращательное движение совершает деталь, инструмент либо деталь имеет движение подачи; инструмент и деталь совершают вращательное движение в противоположных направлениях, инструмент либо деталь имеют движение подачи. Обработку длинномерных массивных заготовок чаще всего обрабатывают по схеме, где инструмент совершает поступательное движение подачи, продвигаясь вглубь вращающейся заготовки. Таким образом, длина борштанги, находящаяся вне опор, увеличивается, что приводит к изменению её жесткости, а, следовательно, и частоты собственных колебаний системы СПИЗ (станок–приспособление–инструмент–заготовка). Следствием этого является возникновение вибраций различного рода, что снижает точность изготовления глубокого отверстия.

Выделяют вибрации, возникающие в инструменте, в том числе самопроизвольно, вибрации, и передающиеся от станка, по причине недостаточной жесткости его элементов

[3–5]. В работе [6] отмечено, что в процессе резания на борштангу действует крутящий момент, который совместно с неравномерным сходом стружки приводит к изменению усилия резания и вызывает крутильные колебания и вибрации. Вибрации достигают наибольшей амплитуды при резонансе, то есть при кратности частоты вынужденных колебаний заготовки, определяемой режимом обработки, частоте собственных колебаний инструмента [7]. Так как длина борштанги изменяется по мере обработки, происходит смещение резонансных частот. Установлено, что частота продольных и крутильных колебаний не меняется в процессе обработки, а частота поперечных колебаний меняется [2]. Это снижает эффективность использования известных пассивных демпферов [8–10], так как их настройка возможна на уменьшение амплитуды колебаний для одной частоты вынужденных колебаний. Виброизоляторы не обеспечивают снижение амплитуды вибраций инструмента при резонансе, так как изолируют инструмент только от вибраций, передающихся от станка при контакте металл–металл.

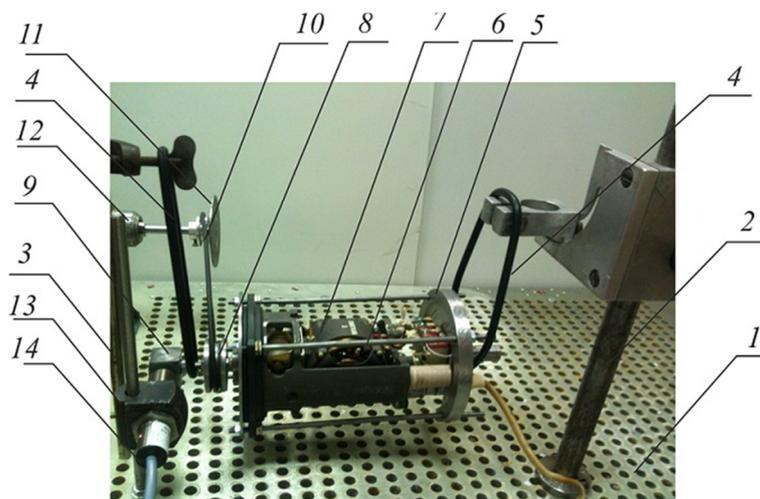
Известные системы управления положением инструмента и активные динамические гасители [11–13] обеспечивают уменьшение амплитуды вибраций инструмента за счет использования оперативной информации о процессе обработки и привода перемещения инструмента. Такие системы требуют особых условий эксплуатации, поэтому их использование не всегда целесообразно.

В работе [14] описана теоретическая возможность снижения амплитуды колебаний маятника, оснащенного гироскопическим успокоителем. Этот подход может быть использован для снижения амплитуды колебаний расточного инструмента.

Целью работы является повышение точности обработки глубокого отверстия за счет снижения амплитуды вибраций инструмента, в том числе при резонансе.

В рамках метода виброгашения предложен инструмент [15] для обработки глубоких отверстий, оснащенный стабилизатором, выполненным в виде корпуса, в котором на одной оси установлены два двухстепенных гироскопа в кардановом подвесе. Оси вращения роторов гироскопов расположены взаимно перпендикулярно, а рамы выведены из равновесия закрепленными на них дополнительными грузами. Каждый гироскоп реагирует на вибрации отклонением своей рамы, которая качается около положения равновесия в противофазе с вынужденными колебаниями, что приводит к уменьшению их амплитуды. Такая схема обуславливает снижение составляющих амплитуды колебаний каждым из гироскопов в соответствии с положением осей вращения их роторов, что позволяет обеспечить гашение вибрации инструмента, возникающей в произвольном направлении.

Для исследования характеристик работы модели каждого из гироскопов разработан экспериментальный стенд (рисунок 1).



*Рисунок 1 – Экспериментальная установка*

Цель эксперимента – определение эффективности снижения амплитуды резонансных колебаний по предложенному методу. Под термином «эффективность» следует понимать

$\alpha = A_1 / A_0$  отношения амплитуды  $A_1$  колебаний модели в поперечном направлении с активным гироскопическим стабилизатором (скорость вращения ротора  $\omega \neq 0$ ) к амплитуде  $A_0$  модели с неактивным стабилизатором (скорость вращения ротора  $\omega = 0$ ). Частота вынужденных колебаний варьировалась в диапазоне 152...1100 рад/с для четырех значений частот собственных колебаний, определяемых суммарной жесткостью подвесов гироскопа ( $\omega_{01} = 9,41$  рад/с,  $\omega_{02} = 9,55$  рад/с,  $\omega_{03} = 9,99$  рад/с,  $\omega_{04} = 10,11$  рад/с).

На плите–основании 1 (рисунок 1) установлены кронштейны 2 и 3, которые поддерживают с помощью упругих подвесов 4 корпус модели 5 с гироскопическим стабилизатором колебаний. Модель 5 содержит ротор 6, соединенный с поворотной рамой 7. Рама соединена с корпусом модели 5 посредством карданного подвеса. Такое соединение обеспечивает две степени подвижности для гироскопа, третью степень подвижности обеспечивает корпус модели 5, подвешенный на упругих подвесах 4, которые выполняют функцию внешнего кольца карданного подвеса. Модель с гироскопическим стабилизатором содержит шкив 8 и экран 9 в виде металлического куба. Шкив 8 соединен ремнем со шкивом 10, установленным на валу 11 двигателя 12. На плите–основании 1 так же установлен кронштейн 13, в котором закреплен индукционный датчик 14, регулируемый по высоте, вырабатывающий сигнал перемещения экрана 9.

Модель гироскопического успокоителя подвешивалась в выбранном комплекте из двух упругих подвесов на кронштейнах 2 и 3. Эксперимент производили последовательно с четырьмя наборами подвесов, которые обеспечивают указанные выше частоты собственных колебаний модели. Датчик 14 выставляли по вертикали на высоте экрана 9, по горизонтали с зазором 1,5 мм, задавали вынужденные колебания  $\omega = 152$  рад/с. Показания датчика перемещения 14 регистрировались по виртуальным приборам для случаев: с вращающимся ( $A_1$ ) и с невращающимся ( $A_0$ ) ротором гироскопического стабилизатора. По отношению  $\alpha = A_1 / A_0$  оценивалась эффективность работы гироскопического успокоителя. Далее частоту вынужденных колебаний увеличивали с шагом 70 рад/с и производили следующее измерение.

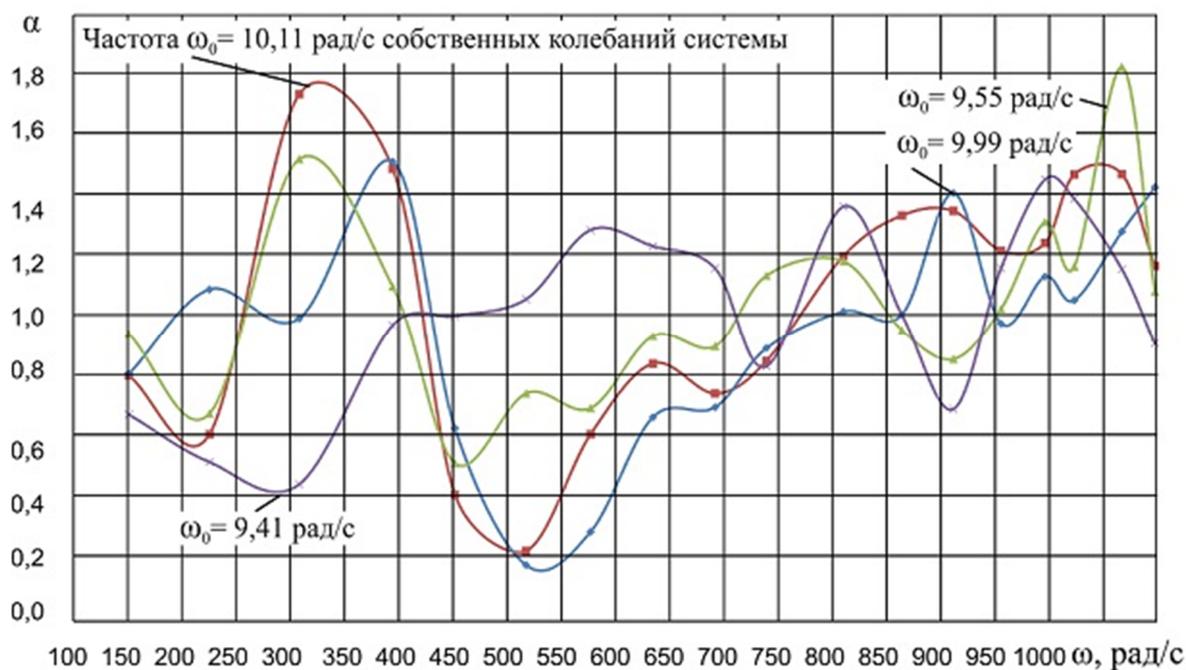


Рисунок 2 – Зависимость эффективности  $\alpha$  гашения колебаний от частоты  $\omega$  вынужденных колебаний системы

Для четырех частот собственных колебаний модели существуют области (рисунок 2), как эффективного гашения колебаний (расположены ниже линии  $\alpha = 1$ ), так и увеличения

исходной амплитуды ( $\alpha > 1$ ). Эффективность  $\alpha$  гашения колебаний имеет пиковые значения, которые для частот  $\omega > 950$  рад/с расположены в области эффективного гашения для исследуемой колебательной системы.

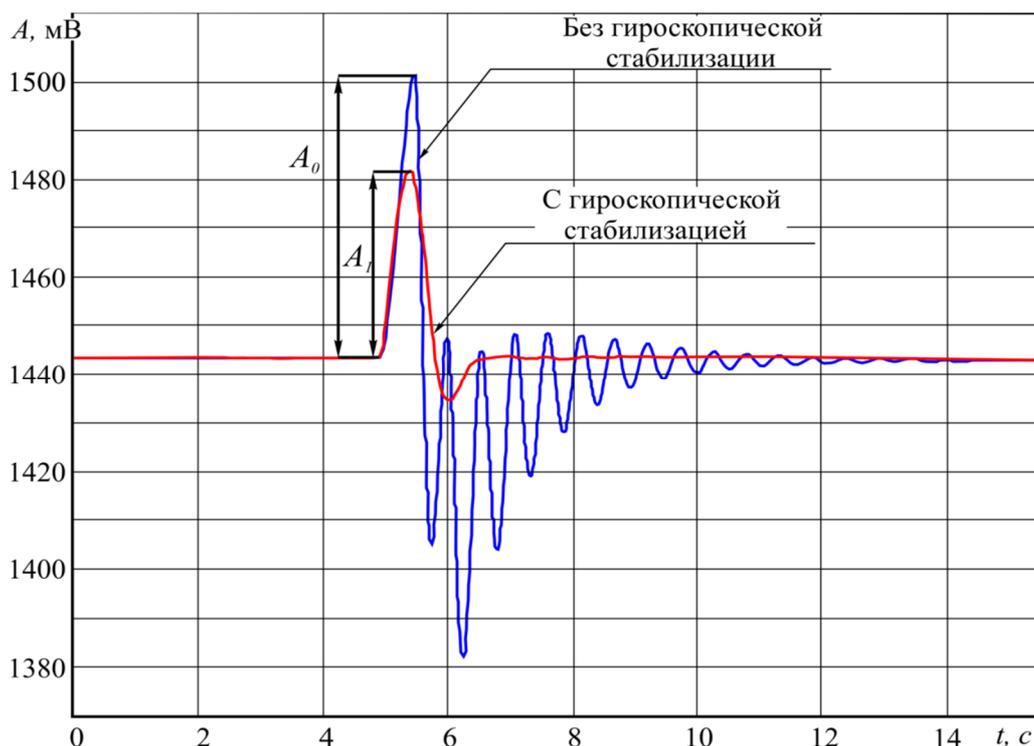


Рисунок 3 – Реакция модели на единичное воздействие

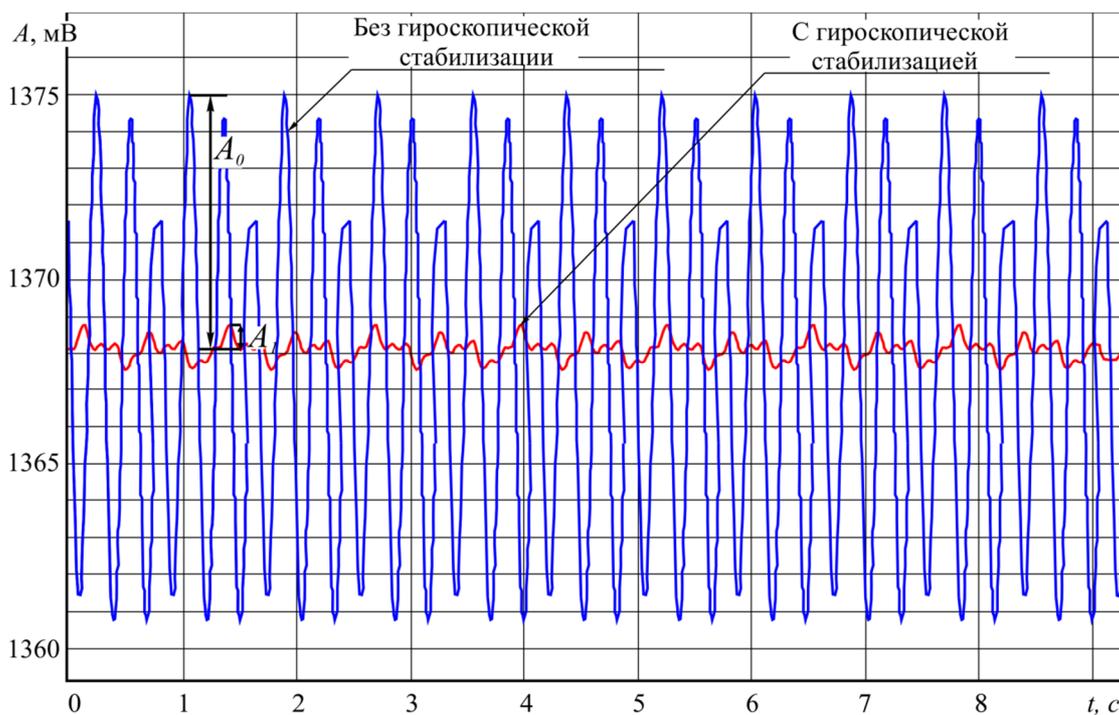


Рисунок 4 – Зависимость амплитуды колебаний  $A$  модели от времени  $t$

Время полного успокоения колебаний модели инструмента после единичного возмущающего воздействия для случая с вращающимся ротором гироскопического стабилизатора (с гироскопической стабилизацией) составило 2 с, а для невращающегося ротора (без гироскопической стабилизации) – 9 с. Эффективность гашения колебаний  $\alpha = 0,625$  (рисунок 2).

Эффективность гашения колебаний модели для частот вынужденных колебаний, близкой к частоте собственных колебаний каждой модели  $\alpha = 0,01$  (рисунок 4). При этом установлено, что момент включения вращения ротора не приводит к увеличению амплитуды колебаний системы, что позволяет отключать вращение ротора при работе системы в обычном режиме и включать при приближении к резонансу.

Предложенный метод повышения точности обработки глубоких отверстий, включающий инструмент, оснащенный стабилизатором, выполненным в виде корпуса, в котором на одной оси установлены два двухстепенных гироскопа в кардановом подвесе, позволяет снизить амплитуду вынужденных колебаний инструмента в 9 раз при частотах вынужденных колебаний в диапазоне 152...1100 рад/с для частот собственных колебаний модели инструмента  $\omega_{01} = 9,41$  рад/с,  $\omega_{02} = 9,55$  рад/с,  $\omega_{03} = 9,99$  рад/с,  $\omega_{04} = 10,11$  рад/с.

Установлено, что для достижения наименьшего значения амплитуды вибраций, необходимо поддерживать систему СПИЗ в состоянии, близком к резонансному. Это позволит минимизировать увод оси отверстия и его последствия, снижающие точность обработки глубокого отверстия.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Троицкий, Н.Д. Глубокое сверление / Н.Д. Троицкий. – Л.: Машиностроение, 1971. – 176 с.
2. Ушаков, А.И. Динамические процессы при обработке глубоких отверстий: дисс... канд. техн. наук / А.И. Ушаков. – М., 1974. – 177с.
3. Уткин, Н.Ф. Обработка глубоких отверстий / Н.Ф. Уткин, Ю.Н. Кижняев, С.К. Плужников и др. – Л.: Машиностроение, 1988. – 269 с.
4. Минков, М.А. Технология изготовления глубоких точных отверстий / М.А. Минков. – М.–Л.: Машиностроение, 1968. – 183 с.
5. Костюкович, С.С. Точность обработки глубоких отверстий / С.С. Костюкович, Э.М. Дечко, В.И. Долгов. – Минск: Вышэйш. Школа, 1978. – 144 с.
6. Отений, Я.Н., Прогрессивные методы обработки глубоких отверстий: монография / Я.Н. Отений, Н.Я. Смольников, Н.В. Олыштынский. – Волгоград: ВолгГТУ, 2003. – 136 с.
7. Горелова, А.Ю. Методы повышения точности обработки глубоких отверстий / А.Ю. Горелова, А.А. Плешаков, М.Г. Кристаль // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. – 2013. – Вып. 7 – ч. 2. – С. 363 – 370.
8. Пат. 2365471 Российская Федерация, МПК В23В29/00. Резцедержатель, демпфирующий вибрации / Михик П.; заявитель и патентообладатель МИРКОНА АБ. – № 2006131554/02; заявл. 02.02.2005; опубл. 27.08.2009, Бюл. № 24. – 3 с.
9. Пат. 2298456 Российская Федерация, МПК В23 В29/02. Расточной инструмент / Корюкина Н.А.; заявитель и патентообладатель Корюкина Нина Алексеевна. – № 2005135279/02; заявл. 14.11.2005; опубл. 10.05.2007, Бюл. № 13. – 3 с.
10. Пат. 2421302 Российская Федерация, МПК В23В35/00. Способ сверления глубокого отверстия в детали / Комаишко С.Г., Комаишко А.Г., Кулик Г.Н., Моисей М.В., Плужников С.К., Суздаль К.В., Тонконог А.Ю.; заявитель и патентообладатель ОАО «ДЕФОРТ». – № 2005135279/02; заявл. 15.02.2010; опубл. 20.06.2011, Бюл. № 17. – 3 с.
11. Patent DE102004024170 A1 Int. Cl. B23C 9/00, B23B 29/12. Die folgenden Andaben sind den vom Anmelder eingereichten Unterlagen entnommen / Bernd Aschenbach. 01.12.2005.
12. Deqing M, Tianrong K, Albert J.S, Zichen C. Magnetorheological fluid-controlled boring bar for chatter suppression / M. Deqing, K. Tianrong, J.S. Albert, C. Zichen // Journal of Materials Processing Technology. – 2009. – pp. 1861 – 1870.
13. Matsubara, A. Vibration suppression of boring bar by piezoelectric actuators and LR circuit / A. Matsubara, M. Maeda, I. Yamaji // CIRP Annals–Manufacturing Technology. – 2014. – pp. 373 – 376.
14. Николаи, Е.Л. Теоретическая механика / Е.Л. Николаи. – Л.–М.: ГОНТИ НКТП СССР, – 1939. – 311 с.
15. Пат. 152126 Российская Федерация, МПК В23В29/00. Резцедержатель, демпфирующий вибрации / Горелова А.Ю., Плешаков А.А., Кристаль М.Г.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО Волгоградский государственный технический университет. – № 2013135279/02; заявл. 14.11.2013; опубл. 10.05.2015, Бюл. № 13. – 3 с.

**Горелова Ася Юрьевна**

Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград  
 Аспирант, инженер–исследователь кафедры «Автоматизация производственных процессов»  
 Россия, 400005, г. Волгоград, пр. Ленина, 28  
 Тел.: +7–9177221501  
 E-mail: forasyoo@gmail.com

**Кристаль Марк Григорьевич**

Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград  
 Доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов»  
 Россия, 400005, г. Волгоград, пр. Ленина, 28  
 Тел.: +7–9093899432  
 E-mail: crysmar@mail.ru

A.Yu. GORELOVA, M.G. KRISTAL

## GYROSCOPIC STABILIZATION TOOL WHEN MACHINING DEEP HOLES

*Deep hole boring is inevitably accompanied by the appearance of the resonance, when the forced oscillation frequency, dependent on the operating mode, multiplies the natural oscillation frequency of the tool. There is another one phenomenon accompanying the deep holes machining, called chatter. This kind of self-excited vibration, that could also lead to resonance. Authors suggested a boring bar equipped with gyroscopic stabilizer. It describes the experimental stand for the study of the process of damping by the proposed method. Ninefold reduction of the amplitude of the resonant vibrations is achieved in the forced oscillations frequency range of 152...1100 rad/s for following values of the natural oscillations frequency of the tool model:  $\omega_{01} = 9,41$  rad/s,  $\omega_{02} = 9,55$  rad/s,  $\omega_{03} = 9,99$  rad/s,  $\omega_{04} = 10,11$  rad/s. It is established, that achieving lower values of the vibrations amplitude requires the tool to be maintained in a resonant or near-resonant state. It allows minimizing tool axis deviation and its consequences, which reduce the accuracy of the deep hole machining.*

**Keywords:** deep hole boring, resonance vibration, gyroscopic stabilization tool.

### BIBLIOGRAPHY

1. Troitskiy, N.D. Glubokoye sverleniye / N.D. Troitskiy. – L.: Mashinostroyeniye, 1971. – 176 s.
2. Ushakov, A.I. Dinamicheskiye protsessy pri obrabotke glubokikh otverstiy: diss... kand. tekhn. nauk / A.I. Ushakov. – M., 1974. – 177s.
3. Utkin, N.F. Obrabotka glubokikh otverstiy / N.F. Utkin, YU.N. Kizhnyayev, S.K. Pluzhnikov i dr. – L.: Mashinostroyeniye, 1988. – 269 s.
4. Minkov, M.A. Tekhnologiya izgotovleniya glubokikh tochnykh otverstiy / M.A. Minkov. – M.–L: Mashinostroyeniye, 1968. – 183 s.
5. Kostyukovich, S.S. Tochnost obrabotki glubokikh otverstiy / S.S. Kostyukovich, E.M. Dechko, V.I. Dolgov. – Minsk: Vysheysh. Shkola, 1978. – 144 s.
6. Oteniy, YA.N., Progressivnyye metody obrabotki glubokikh otverstiy: monografiya / YA.N. Oteniy, N.YA. Smolnikov, N.V. Olshtynskiy. – Volgograd: VolgGTU, 2003. – 136 s.
7. Gorelova, A.YU. Metody povysheniya tochnosti obrabotki glubokikh otverstiy / A.YU. Gorelova, A.A. Pleshakov, M.G. Kristal // Izvestiya Tulsogo gos. un-ta. Tekhnicheskiye nauki. – 2013. – Vyp. 7 – ch. 2. – С. 363 – 370.
8. Pat. 2365471 Rossiyskaya Federatsiya, MPK B23B29/00. Reztseverzhatel, dempfiruyushchiy vibratsii / Mikhik P.; zavavitel i patentoobladatel MIRKONA AB. – № 2006131554/02; zayavl. 02.02.2005; opubl. 27.08.2009, Byul. № 24. – 3 s.
9. Pat. 2298456 Rossiyskaya Federatsiya, MPK B23 B29/02. Rastochnoy instrument / Koryukina N.A.; zavavitel i patentoobladatel Koryukina Nina Alekseyevna. – № 2005135279/02; zayavl. 14.11.2005; opubl. 10.05.2007, Byul. № 13. – 3 s.
10. Pat. 2421302 Rossiyskaya Federatsiya, MPK B23B35/00. Sposob sverleniya glubokogo otverstiya v de-tali / Komaishko S.G., Komaishko A.G., Kulik G.N., Moisey M.V., Pluzhnikov S.K., Suzdal K.V., Tonkonog A.YU.; zavavitel i patentoobladatel OAO «DEFORT». – № 2005135279/02; zayavl. 15.02.2010; opubl. 20.06.2011, Byul. № 17. – 3 s.
11. Patent DE102004024170 A1 Int. Cl. B23C 9/00, B23B 29/12. Die folgenden Andaben sind den vom Anmelder eingereichten Unterlagen entnommen / Bernd Aschenbach. 01.12.2005.
12. Deqing M, Tianrong K, Albert J.S, Zichen C. Magnetorheological fluid-controlled boring bar for chatter suppression / M. Deqing, K. Tianrong, J.S. Albert, C. Zichen // Journal of Materials Processing Technology. – 2009. – pp. 1861 – 1870.
13. Matsubara, A. Vibration suppression of boring bar by piezoelectric actuators and LR circuit / A. Matsubara, M. Maeda, I. Yamaji // CIRP Annals–Manufacturing Technology. – 2014. – pp. 373 – 376.
14. Nikolai, Ye.L. Teoreticheskaya mekhanika / Ye.L. Nikolai. – L.–M.: GONTINKTP SSSR, – 1939. – 311 s.
15. Pat. 152126 Rossiyskaya Federatsiya, MPK B23B29/00. Reztseverzhatel, dempfiruyushchiy vibratsii / Gorelova A.YU., Pleshakov A.A., Kristal M.G.; zavavitel i patentoobladatel FGBOU VPO Volgogradskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiiy universitet. – № 2013135279/02; zayavl. 14.11.2013; opubl. 10.05.2015, Byul. № 13. – 3 s.

#### Gorelova Asya Yurievna

Volgograd State Technical University, Volgograd  
Postgraduate, Research Engineer of the Department  
«Automation of production processes»  
Russia, 400005, Volgograd, Leninaave, 28  
Tel.: + 7–9177221501  
E-mail: forasyoo@gmail.com

#### Kristal Mark Grigorevich

Volgograd State Technical University, Volgograd  
Doctor of Technical Sciences, Professor of the  
Department «Automation of production processes»  
Russia, 400005, Volgograd, Leninaave, 28  
Tel.: + 7–9093899432  
E-mail: crysmar@mail.ru

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО–ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ЗОНАХ ПЕРЕХОДА ОБЪЕМНОГО ТЕЧЕНИЯ

*Рассмотрены и смоделированы переходные участки смежных зон пластического формоизменения в условиях объемного напряженного состояния. Показаны возможности и условия плоских функций и их комбинаций в определении полей напряжений и скоростей деформаций. Произведена оценка полученного результата и принятых допущений с использованием системы уравнений теории пластичности и физического моделирования процесса пластического течения среды в переходных зонах.*

**Ключевые слова:** переходные зоны, объемное нагружение, гармонические функции.

Физическое и математическое моделирование иногда требуют значительных упрощений в постановке и решении задачи с целью получения практического результата. Например, правильное представление участков перехода между зонами пластического течения во многом определяют взаимодействие этих зон, от которого зависит величина и характер распределения напряжений и скоростей в очаге деформации. При этом необходимо оценивать представленные упрощения, как с точки зрения корректности, так и – достоверности использования допущений, где устраняются противоречия в некоторых положениях задачи. При этом их выбор должен быть оценен с точки зрения возможности удовлетворения системы уравнений теории пластичности и физической модели процесса.

Рассматривается следующая постановка замкнутой объемной задачи теории пластичности, включающая следующие уравнения, [1]:

1. Уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

2. Обобщенные уравнения равновесия:

$$\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} 2k_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_{xy}}{k_1}\right)^2}, \quad \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} 2k_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_{yz}}{k_2}\right)^2},$$

$$\frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} 2k_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_{zx}}{k_1}\right)^2} \quad (2)$$

3. Условие пластичности Мизеса:

$$T_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} = k. \quad (3)$$

4. Уравнения связи напряжений и скоростей деформаций:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} = \frac{\xi_x - \xi_y}{\gamma_{xy}} = F_1, \quad \frac{\sigma_y - \sigma_z}{2\tau_{yz}} = \frac{\xi_y - \xi_z}{\gamma_{yz}} = F_2, \quad \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2\tau_{zx}} = \frac{\xi_z - \xi_x}{\gamma_{zx}} = F_3. \quad (4)$$

5. Уравнения совместности скоростей деформаций:

$$\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \gamma_{xy}, \quad \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \gamma_{yz}, \quad \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \gamma_{zx} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \cdot \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) = 2 \cdot \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y \partial z},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) = 2 \cdot \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial z \partial x}.$$

6. Граничные условия:

$$\begin{aligned} \tau_{n1} &= k_1 \cdot \sin(A_1\Phi_1 - 2\alpha_1), \quad \tau_{n2} = k_2 \cdot \sin(A_2\Phi_2 - 2\alpha_2), \\ \gamma_{n1} &= 2 \cdot \beta_1 \cdot \sin(B_1\Phi_1 - 2\alpha_1), \quad \gamma_{n2} = 2 \cdot \beta_2 \cdot \sin(B_2\Phi_2 - 2\alpha_2). \end{aligned} \quad (6)$$

Использование плоских функций или сочетаний плоских функций в решении определяется стремлением упростить пространственную задачу и в полной мере удовлетворить систему уравнений теории пластичности (1)...(6). Обобщенные уравнения равновесия (2), описывающие участки перехода между зонами пластического течения, используются для решения плоских задач. Однако существуют варианты, при которых их применение себя оправдывает и при решении пространственных задач теории пластичности.

В работе [2] предложено аналитическое решение плоской задачи теории пластичности с использованием гармонических функций. В приведенных публикациях показано, что участки перехода смежных зон, хорошо математически описываются обобщенными уравнениями равновесия (2). Эти уравнения известны в литературе [3], [4], [5] и позволяют получить реальные поля касательных напряжений в зонах, в которых касательные напряжения изменяют свой знак.

Следует отметить, что более точными в системе уравнений (2) являются дифференциальные уравнения вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial z \partial y} &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\sigma_x - \sigma_y), \\ \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\sigma_y - \sigma_z), \\ \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial z \partial y} &= \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} (\sigma_z - \sigma_x). \end{aligned} \quad (7)$$

Однако при такой сложности постановки и решения задачи в аналитическом виде возникают непреодолимые сложности, которые не оправдывают затраченных усилий. Систему (7) можно упростить, если принять равными нулю смешанные производные от касательных напряжений. Для удовлетворения граничных условий в напряжениях и принятия возможных упрощений, имеем:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = f(x, y) &= k_1 \cdot \sin(A_1\Phi_1), \quad \tau_{yz} = f(y, z) = k_2 \cdot \sin(A_2\Phi_2) \\ \tau_{zx} = f(z, x) &= k_3 \cdot \sin(A_3\Phi_3) \end{aligned} \quad (8)$$

Соотношения между нормальными и касательными напряжениями из (4), будут:

$$\sigma_x - \sigma_y = 2\tau_{xy} \cdot F_1, \quad \sigma_y - \sigma_z = 2\tau_{yz} \cdot F_2, \quad \sigma_z - \sigma_x = 2\tau_{zx} \cdot F_3, \quad (9)$$

Получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial x \partial y} 2 \cdot \tau_{xy} F_1, \quad \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} 2 \cdot \tau_{yz} F_2, \\ \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} 2 \cdot \tau_{zx} F_3. \end{aligned} \quad (10)$$

В этом случае рассматривается задача в плоскостях XY, YZ, ZX. Отсюда система (10) эквивалентна системе (2). Однако связь нормальных напряжений и касательных не соответствует соотношениям (9), эта связь сложнее, что видно при элементарном анализе решений уравнений равновесия с учетом (8). Возникает вопрос, при каких условиях возможно использование дифференциальных уравнений (2) или (10) в решении пространственной задачи.

#### Определение составляющих тензора напряжений.

Особенностью данного решения является принятие плоских функций для касательных напряжений. Такое допущение может себя оправдать при условии, когда решение удовлетворяет всей системе уравнений теории пластичности в виде (1)...(6), качественно и количественно верно опишет участки перехода пластических зон полосы в различных процессах обработки металлов давлением.

Используем тригонометрические и фундаментальные подстановки вида, [2]:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= k_1 \cdot \sin(A_1 \Phi_1), \quad \tau_{yz} = k_2 \cdot \sin(A_2 \Phi_2), \quad \tau_{zx} = k_3 \cdot \sin(A_3 \Phi_3), \\ k_1 &= C_{\sigma 1} \cdot \exp(\theta_1), \quad k_2 = C_{\sigma 2} \cdot \exp(\theta_2), \quad k_3 = C_{\sigma 3} \cdot \exp(\theta_3), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $A_i \Phi_i$  – аргументы тригонометрических функций, зависящие от координат  $X, Y, Z$ , определяемые решением задачи;

$\theta_i$  – показатели экспонент, зависящие от координат  $X, Y, Z$ , определяемые решением задачи.

Система уравнений (2) или (10) принимает вид (12) При этом первый оператор приведен к функции  $\sin A_k \Phi_k$ , второй оператор –  $\cos A_k \Phi_k$ , где  $k=1, 2, 3$ .

– Первое уравнение:

$$\begin{aligned} \theta_{1xx} + (\theta_{1x} + A_1 \Phi_{1y})^2 - \theta_{1yy} - (\theta_{1y} - A_1 \Phi_{1x})^2 &= -2 \cdot A_1 \Phi_{1xy}, \\ 2 \cdot (\theta_{1x} + A_1 \Phi_{1y}) \cdot (A_1 \Phi_{1x} - \theta_{1y}) + A_1 \Phi_{1xx} - A_1 \Phi_{1yy} &= 2 \cdot \theta_{1xy}; \end{aligned}$$

– Второе уравнение:

$$\begin{aligned} \theta_{2yy} + (\theta_{2y} + A_2 \Phi_{2z})^2 - \theta_{2zz} - (\theta_{2z} - A_2 \Phi_{2y})^2 &= -2 \cdot A_2 \Phi_{2yz}, \\ 2 \cdot (\theta_{2y} + A_2 \Phi_{2z}) \cdot (A_2 \Phi_{2y} - \theta_{2z}) + A_2 \Phi_{2yy} - A_2 \Phi_{2zz} &= 2 \cdot \theta_{2yz}; \end{aligned} \quad (12)$$

– Третье уравнение:

$$\begin{aligned} \theta_{3zz} + (\theta_{3z} + A_3 \Phi_{3x})^2 - \theta_{3xx} - (\theta_{3x} - A_3 \Phi_{3z})^2 &= -2 \cdot A_3 \Phi_{3zx}, \\ 2 \cdot (\theta_{3z} + A_3 \Phi_{3x}) \cdot (A_3 \Phi_{3z} - \theta_{3x}) + A_3 \Phi_{3zz} - A_3 \Phi_{3xx} &= 2 \cdot \theta_{3zx}. \end{aligned}$$

В каждом уравнении появляются операторы перед тригонометрическими функциями синус и косинус, которые представлены в виде систем. В каждом операторе появляются одинаковые скобки. При условии их равенства нулю можно избавиться от нелинейности, и получить соотношения, которые превращают уравнения в тождество. Покажем это на примере первого уравнения системы (12), имеем:

$$\begin{aligned} \theta'_{1x} &= -A_1 \Phi_{1z}, \quad \theta'_{1z} = A_1 \Phi_{1x} \rightarrow \theta'_{1xx} = -A_1 \Phi_{1zx}, \\ \theta'_{1zz} &= A_1 \Phi_{1xz}, \quad \theta'_{1xz} = A_1 \Phi_{1zz} = -A_1 \Phi_{1xx}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из соотношений (13) приходим к уравнениям Лапласа, которым удовлетворяют функции  $\theta'_1$  и  $A_1 \Phi_1$ , вводимые в рассмотрение функций – гармонические. Снимается неопределенность в их определении, т.е.:

$$\theta'_{1xx} + \theta'_{1zz} = 0, \quad A_1 \Phi_{1xx} + A_1 \Phi_{1zz} = 0. \quad (14)$$

Нормальные напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  определяются по известным касательным напряжениям (8) из уравнений равновесия. Интегрируя уравнения системы (1), получим:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\int \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dx + f(y, z) + C, \quad \sigma_y = -\int \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy - \int \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dy + f(x, z) + C, \\ \sigma_z &= -\int \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dz - \int \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dz + f(x, y) + C. \end{aligned}$$

С учетом девиаторной составляющей имеем:

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= k_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) - k_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) + \sigma_0 + f(y, z) + C, \\ \sigma'_y &= -k_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) + k_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + f(x, z) + C, \\ \sigma'_z &= k_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) - k_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + f(x, y) + C. \end{aligned} \quad (15)$$

Для анализа сопоставим разности нормальных напряжений в уравнениях (10):

$$\begin{aligned} \sigma_x - \sigma_y &= 2 \cdot k_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) - k_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) - k_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3), \\ \sigma_y - \sigma_z &= 2 \cdot k_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) - k_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) - k_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1), \\ \sigma_z - \sigma_x &= 2 \cdot k_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) - k_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) - k_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2). \end{aligned} \quad (16)$$

Анализируя разности (10) и (16) убеждаемся, что между ними общее – удвоенные произведения рассматриваемых функций. Последние выражения (16) сложнее, так как присутствуют еще два слагаемых. Однако смешанные производные от разностей одинаковые и, в конечном счете, решение для пространственной задачи реализуется упрощенным способом. Действительно, плоская задача:

$$\frac{\partial}{\partial x \partial y} 2 \cdot \tau_{xy} F_1 = 2 \cdot \frac{\partial}{\partial x \partial y} k_1 \cos A_1 \Phi_1 = 2(k_{1xy} - k_1 \cdot A_1 \Phi_{1x} \cdot A_1 \Phi_{1y}) \cdot \cos A_1 \Phi_1 - \\ - 2(k_1 A_1 \Phi_{1xy} + k_{1x} A \Phi_{1y} + k_{1y} A_1 \Phi_{1x}) \cdot \sin A_1 \Phi_1,$$

пространственная задача:

$$\frac{\partial}{\partial x \partial y} (2 \cdot k_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) - k_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) - k_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3)) = 2(k_{1xy} - k_1 \cdot A_1 \Phi_{1x} \cdot A_1 \Phi_{1y}) \cdot \cos A_1 \Phi_1 - \\ - 2(k_1 A_1 \Phi_{1xy} + k_{1x} A \Phi_{1y} + k_{1y} A_1 \Phi_{1x}) \sin A_1 \Phi_1$$

Показанная особенность является принципиальным фрагментом в представленном решении, т.к. она позволяет упростить решение задачи. В итоге можно записать:

$$\sigma'_x = \pm C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta'_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) \mp C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta'_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) + \sigma_0 + C,$$

$$\sigma'_y = \mp C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta'_1 \cdot \cos(A_1 \Phi_1) \pm C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta'_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + C,$$

$$\sigma'_z = \pm C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta'_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) \mp C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta'_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + C,$$

$$\tau_{xy} = C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta'_1 \cdot \sin A_1 \Phi_1, \quad \tau_{yz} = C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta'_2 \cdot \sin A_2 \Phi_2, \quad \tau_{zx} = C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta'_3 \cdot \sin A_3 \Phi_3,$$

при условии:

$$\theta'_{1x} = \mp A_1 \Phi_{1y}, \quad \theta'_{1y} = \pm A_1 \Phi_{1x}; \quad \theta'_{2y} = \mp A_2 \Phi_{2z}, \quad \theta'_{2z} = \pm A_2 \Phi_{2y}; \quad \theta'_{3z} = \mp A_3 \Phi_{3x}, \\ \theta'_{3x} = \pm A_3 \Phi_{3z}; \tag{17}$$

$$\theta'_{1xx} + \theta'_{1yy} = 0, \quad A_1 \Phi_{1xx} + A_1 \Phi_{1yy} = 0; \quad \theta'_{2yy} + \theta'_{2zz} = 0, \quad A_2 \Phi_{2yy} + A_2 \Phi_{2zz} = 0;$$

$$\theta'_{3zz} + \theta'_{3xx} = 0, \quad A_3 \Phi_{3zz} + A_2 \Phi_{3xx} = 0.$$

### Определение составляющих тензора скоростей деформаций.

Подходы к решению деформационной задачи аналогичны решению задачи в напряжениях. Как и для касательных напряжений принимаются сдвиговые скорости плоскими функциями. Принятие плоских функций для касательных напряжений позволяет перейти к соответствующим скоростям деформаций и удовлетворить систему уравнений неразрывности скоростей деформаций. Для плоской задачи имеем при:

$$F_1 = \operatorname{ctg} B_1 \Phi_1, \quad F_2 = \operatorname{ctg} B_2 \Phi_2, \quad F_3 = \operatorname{ctg} B_3 \Phi_3,$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = 2 \cdot \xi_x \cdot \operatorname{tg} B_1 \Phi_1, \quad \dot{\gamma}_{yz} = 2 \cdot \xi_y \cdot \operatorname{tg} B_2 \Phi_2, \quad \dot{\gamma}_{zx} = 2 \cdot \xi_z \cdot \operatorname{tg} B_3 \Phi_3. \tag{18}$$

Подставляя (17) и (18) в первые три дифференциальные уравнения совместности (5) получим:

$$\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \xi_x \cdot \operatorname{tg} B_1 \Phi_1, \quad \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \xi_y \cdot \operatorname{tg} B_2 \Phi_2, \\ \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \xi_z \cdot \operatorname{tg} B_3 \Phi_3. \tag{19}$$

Тип дифференциальных уравнений (17) такой же, как и (10). При подстановке соотношений:

$$\xi_x = \beta_1 \cdot \cos B_1 \Phi_1, \quad \xi_y = \beta_2 \cdot \cos B_2 \Phi_2, \quad \xi_z = \beta_3 \cdot \cos B_3 \Phi_3, \tag{20}$$

в правых частях уходит соответствующий тангенс, и задача становится идентичной. Так как уравнения в первой степени [4], вводятся фундаментальные функции:

$$\beta_1 = C_{\xi 1} \cdot \exp \theta''_1, \quad \beta_2 = C_{\xi 2} \cdot \exp \theta''_2, \quad \beta_3 = C_{\xi 3} \cdot \exp \theta''_3. \tag{21}$$

Подставляя выражения (21) в (20) получим (22). При этом первый оператор приведен к функции  $Cos B_{\kappa} \Phi_{\kappa}$ , второй оператор –  $Sin B_{\kappa} \Phi_{\kappa}$ , где  $\kappa = 1, 2, 3$ .

– Первое уравнение:

$$\left[ -\theta''_{1xx} - (\theta''_{1x} + B_1 \Phi_{1y})^2 + \theta'_{1yy} + (\theta'_{1y} - B_1 \Phi_{1x})^2 \right] \cdot Cos B_1 \Phi_1 + \left[ 2 \cdot (B_1 \Phi_{1x} - \theta''_{1y}) \cdot (\theta''_{1x} + B_1 \Phi_{1y}) + (B_1 \Phi_{1xx} - B \Phi_{1yy}) \right] \cdot Sin B_1 \Phi_1 = 2 \cdot B_1 \Phi_{1xy} \cdot Cos B_1 \Phi_1 + 2 \cdot \theta''_{1xy} \cdot Sin B_1 \Phi_1,$$

– Второе уравнение:

$$\left[ -\theta''_{2yy} - (\theta''_{2y} + B_2 \Phi_{2z})^2 + \theta'_{2zz} + (\theta'_{2z} - B_2 \Phi_{2y})^2 \right] \cdot Cos B_2 \Phi_2 + \left[ 2 \cdot (B_2 \Phi_{2y} - \theta''_{2z}) \cdot (\theta''_{2y} + B_2 \Phi_{2z}) + (B_2 \Phi_{2yy} - B_2 \Phi_{2zz}) \right] \cdot Sin B_2 \Phi_2 = 2 \cdot B_2 \Phi_{2yz} \cdot Cos B_2 \Phi_2 + 2 \cdot \theta''_{2yz} \cdot Sin B_2 \Phi_2 \quad (22)$$

– Третье уравнение:

$$\left[ -\theta''_{3zz} - (\theta''_{3z} + B_3 \Phi_{3x})^2 + \theta'_{3xx} + (\theta'_{3x} - B_3 \Phi_{3z})^2 \right] \cdot Cos B_3 \Phi_3 + \left[ 2 \cdot (B_3 \Phi_{3z} - \theta''_{3x}) \cdot (\theta''_{3z} + B_3 \Phi_{3x}) + (B_3 \Phi_{3zz} - B_3 \Phi_{3xx}) \right] \cdot Sin B_3 \Phi_3 = 2 \cdot B_3 \Phi_{3zx} \cdot Cos B_3 \Phi_3 + 2 \cdot \theta''_{3zx} \cdot Sin B_3 \Phi_3.$$

Как и в случае (12) система (22) может быть решена, если существует возможность избавиться от нелинейности. Принимая скобки в операторах равными нулю, получим:

$$\theta''_{1x} = -B_1 \Phi_{1y}, \quad \theta''_{1y} = B_1 \Phi_{1x}; \quad \theta''_{2y} = -B_2 \Phi_{2z}, \quad \theta''_{2z} = B_2 \Phi_{2y}; \\ \theta''_{3z} = -B_3 \Phi_{3x}, \quad \theta''_{3x} = B_3 \Phi_{3z}. \quad (23)$$

Вводимые в рассмотрение функции  $\theta''_i$  и  $B_i \Phi_i$  являются гармоническими, как и функции для компонентов тензора напряжений.

Если следовать уравнениям связи для пространственной задачи, имеем выражения, удовлетворяющие условие несжимаемости.

$$\xi_x = \beta_1 \cdot Cos(B_1 \Phi_1) - \beta_3 \cdot Cos(B_3 \Phi_3), \\ \xi_y = \beta_2 \cdot Cos(B_2 \Phi_2) - \beta_1 \cdot Cos(B_1 \Phi_1), \\ \xi_z = \beta_3 \cdot Cos(B_3 \Phi_3) - \beta_2 \cdot Cos(B_2 \Phi_2). \quad (24)$$

Как и для напряжений (16) составим разности линейных деформаций с учетом (24):

$$\xi_x - \xi_y = 2 \cdot \beta_1 \cdot Cos(B_1 \Phi_1) - \beta_2 \cdot Cos(B_2 \Phi_2) - \beta_3 \cdot Cos(B_3 \Phi_3), \\ \xi_y - \xi_z = 2 \cdot \beta_2 \cdot Cos(B_2 \Phi_2) - \beta_3 \cdot Cos(B_3 \Phi_3) - \beta_1 \cdot Cos(B_1 \Phi_1), \\ \xi_z - \xi_x = 2 \cdot \beta_3 \cdot Cos(B_3 \Phi_3) - \beta_1 \cdot Cos(B_1 \Phi_1) - \beta_2 \cdot Cos(B_2 \Phi_2). \quad (25)$$

Сравнивая (25) с (16), (8) и (18) можно отметить соответствие между нормальными напряжениями и линейными скоростями деформаций, между касательными напряжениями и сдвиговыми скоростями деформаций. С точки зрения решения задачи теории пластичности, в первые дифференциальные уравнения неразрывности (5) вместо  $\gamma_i$  подставляются плоские функции (18), вместо  $\xi_i$  – пространственные функции (24). После подстановки (24) в (14) и преобразований уравнения неразрывности сводятся к виду

$$\frac{\partial^2 \beta_1 \cdot Cos(A_1 \Phi_1)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \beta_1 \cdot Cos(A_1 \Phi_1)}{\partial x^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \beta_1 \cdot Sin(A_1 \Phi_1)}{\partial y \partial x}, \\ \frac{\partial^2 \beta_2 \cdot Cos(A_2 \Phi_2)}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \beta_2 \cdot Cos(A_2 \Phi_2)}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \beta_2 \cdot Sin(A_2 \Phi_2)}{\partial z \partial y}, \\ \frac{\partial^2 \beta_3 \cdot Cos(A_3 \Phi_3)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \beta_3 \cdot Cos(A_3 \Phi_3)}{\partial z^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \beta_3 \cdot Sin(A_3 \Phi_3)}{\partial x \partial z}. \quad (26)$$

Сопоставляя (26), с (19) и (22) видно, что пространственная задача фактически свелась к плоской, при выполнении постановочной части (4)..(6). В итоге можно записать для пространственной задачи:

$$\xi_x = \pm C_{\xi 1} \cdot \exp \theta''_1 \cdot Cos(B_1 \Phi_1) \mp C_{\xi 3} \cdot \exp \theta''_3 \cdot Cos(B_3 \Phi_3),$$

$$\xi_y = \pm C_{\xi 2} \cdot \exp \theta_2'' \cdot \cos(B_2 \Phi_2) \mp C_{\xi 1} \cdot \exp \theta_1'' \cdot \cos(B_1 \Phi_1),$$

$$\xi_z = \pm C_{\xi 3} \cdot \exp \theta_3'' \cdot \cos(B_3 \Phi_3) \mp C_{\xi 2} \cdot \exp \theta_2'' \cdot \cos(B_2 \Phi_2),$$

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot C_{\xi 1} \cdot \exp \theta_1'' \cdot \sin B_1 \Phi_1, \quad \gamma_{yz} = 2 \cdot C_{\xi 2} \cdot \exp \theta_2'' \cdot \sin B_2 \Phi_2, \quad \gamma_{zx} = 2 \cdot C_{\xi 3} \cdot \exp \theta_3'' \cdot \sin B_3 \Phi_3$$

при условии:

$$\theta_{1x}'' = \mp B_1 \Phi_{1y}, \quad \theta_{1y}'' = \pm B_1 \Phi_{1x}; \quad \theta_{2y}'' = \mp B_2 \Phi_{2z}, \quad \theta_{2z}'' = \pm B_2 \Phi_{2y}; \quad \theta_{3z}'' = \mp B_3 \Phi_{3x},$$

$$\theta_{3x}'' = \pm B_3 \Phi_{3z}; \quad \theta_{1xx}'' + \theta_{1yy}'' = 0, \quad B_1 \Phi_{1xx} + B_1 \Phi_{1yy} = 0; \quad (27)$$

$$\theta_{2yy}'' + \theta_{2zz}'' = 0, \quad B_2 \Phi_{2yy} + B_2 \Phi_{2zz} = 0; \quad \theta_{3zz}'' + \theta_{3xx}'' = 0, \quad B_3 \Phi_{3zz} + B_2 \Phi_{3xx} = 0.$$

Полученные решения пространственной задачи в аналитическом виде (17) и (27) представляют собой гармонические функции, удовлетворяют систему уравнений теории пластичности в постановочной части (1)...(6). Важным обстоятельством в решении является вопрос, в какой степени результат может обеспечить выполнение физических условий задачи.

### Физическое решение пространственной задачи.

Полученные решения должны соответствовать общепринятым физическим данным и не противоречить установленным понятиям в прикладной теории пластичности. Имеем осадку прямоугольной полосы параллельными шероховатыми бойками. Приводя выражения (17) к виду, которые предусматривают нормальные напряжения одного знака, за счет среднего напряжения  $\sigma_0$ , и приоритет пластического течения вдоль оси  $Z$ , запишем

$$\sigma_0 = -2 \cdot C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos A_1 \Phi_1 - 2 \cdot C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 - 2 \cdot C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3$$

$$\sigma_x' = -C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos(A_1 \Phi_1) + C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos(A_3 \Phi_3) + \sigma_0 + C,$$

$$\sigma_y' = +C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos(A_1 \Phi_1) + C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + C,$$

$$\sigma_z' = -C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos(A_3 \Phi_3) - C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + C,$$

При подстановке  $\sigma_0$ , имеем:

$$\sigma_x' = -3C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos A_1 \Phi_1 - 2 \cdot C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 - C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + C,$$

$$\sigma_y' = -C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 - C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos A_1 \Phi_1 - 2 \cdot C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + C, \quad (28)$$

$$\sigma_z' = -2C_{\sigma 1} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos A_1 \Phi_1 - 3 \cdot C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 - 3 \cdot C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + C.$$

Определяя  $C_{\sigma 2}$ ,  $C_{\sigma 3}$  и Сиз граничных условий, запишем (29):

$$\sigma_x' = -\frac{4}{3} \cdot \frac{k_0}{\exp \theta_{20}' \cdot \cos A_2 \Phi_{20}} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 - \frac{2}{3} \cdot \frac{k_0}{\exp \theta_{30}' \cdot \cos A_3 \Phi_{30}} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + 2 \cdot k_0$$

$$\sigma_y' = -\frac{2}{3} \cdot \frac{k_0}{\exp \theta_{20}' \cdot \cos A_2 \Phi_{20}} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 - \frac{4}{3} \cdot \frac{k_0}{\exp \theta_{30}' \cdot \cos A_3 \Phi_{30}} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + 2 \cdot k_0$$

$$\sigma_z' = -\frac{2 \cdot k_0}{\exp \theta_{30}' \cdot \cos A_3 \Phi_{30}} \cdot \exp \theta_1' \cdot \cos A_1 \Phi_1 - \frac{2 \cdot k_0}{\exp \theta_{20}' \cdot \cos A_2 \Phi_{20}} \cdot \exp \theta_2' \cdot \cos A_2 \Phi_2 + 2k_0$$

где  $k_0$  – сопротивление пластическому сдвигу в угловой части очага деформации на контакте.

Простейший вариант решения уравнения Лапласа и соотношений является

$$A_3 \Phi_3 = A_3 A_6 \cdot x \cdot z, \quad A_2 \Phi_2 = A_2 A_7 \cdot y \cdot z,$$

$$\theta_3' = -\frac{1}{2} \cdot A_3 A_6 \cdot (x^2 - z^2), \quad \theta_2' = -\frac{1}{2} \cdot A_2 A_7 \cdot (y^2 - z^2)$$

На рисунке 1 представлены результаты расчетов контактного напряжения  $\sigma_z$ , (29), на разном удалении от нейтральных осей  $X$  и  $Y$ . Напряжения  $\sigma_z$  распределены по выпуклой кривой, что определяется касательными контактными напряжениями  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{yz}$  в зонах перехода. В угловых зонах они имеют минимальное значение, в осевых – максимальное.

На рисунке 2 показано влияние ширины на контактные напряжения.

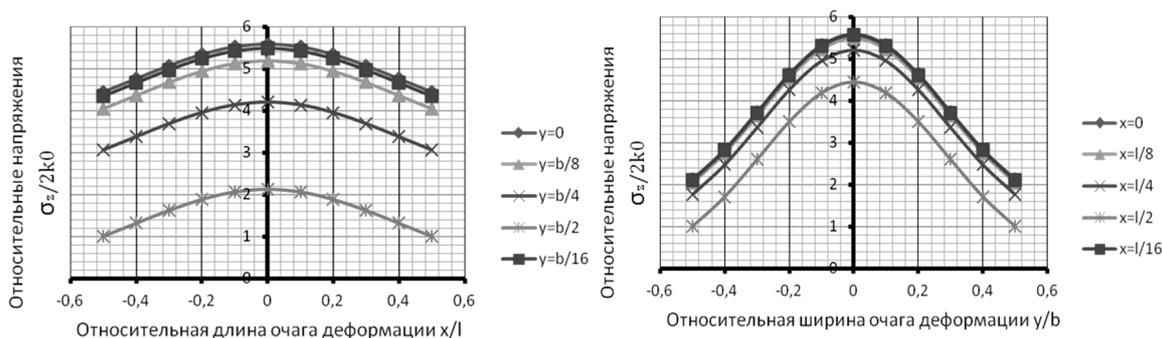


Рисунок 1 – Распределение нормальных напряжений на контактной поверхности,

вдоль осей X (слева) и Y (справа), при  $h = 10$  мм,  $b = 140$  мм,  $f = 0.3$ ,  $l = 70$  мм,  $y = 0; \frac{b}{16}; \frac{b}{8}; \frac{b}{4}; \frac{b}{2}$

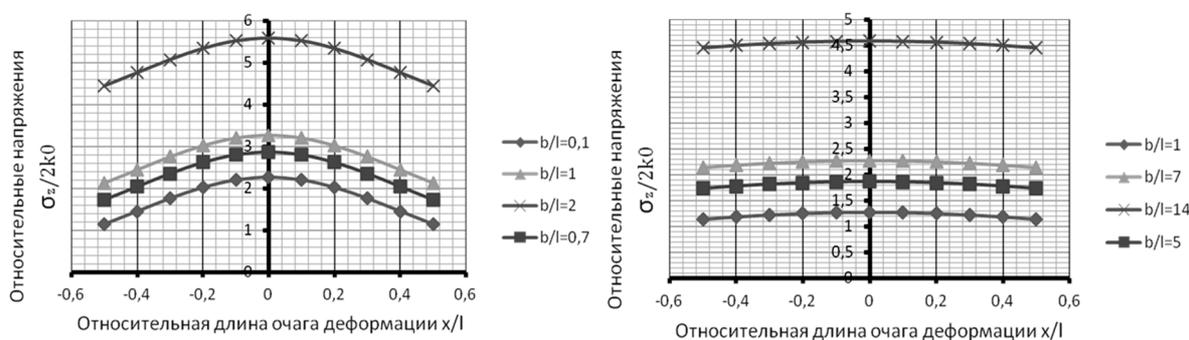


Рисунок 2 – Влияние ширины полосы на удельное давление,

при  $h = 10$  мм,  $l = 70$  мм, слева  $\left(\frac{l}{h} = 7\right)$ , справа  $\left(\frac{l}{h} = 1\right)$ ,  $f = 0.3$ ,  $b = 10, 50, 70, 140$  мм,  $y = 0$

На рисунке 3 представлена объемная эпюра распределения удельного давления при прокатке, согласно экспериментальных данных В. Луега.

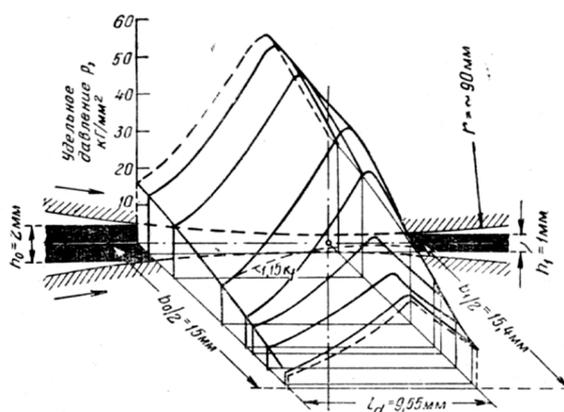


Рисунок 3 – Пространственная эпюра удельного давления для случая холодной прокатки алюминия, при  $h_0 = 2$  мм,  $\Delta h = 1$  мм,  $b_0 = 30$  мм,  $D = 180$  мм.

В угловых частях заготовки удельные давления имеют минимальное значение с увеличением к осевым линиям раздела течения металла. При прокатке имеет место смещение максимума эпюры контактного давления в сторону выхода металла из валков. В нашем случае такого смещения нет, так как осадка является симметричным процессом, линии раздела течения металла находятся на оси симметрии. В качественном отношении

распределении контактных давлений является идентичным, что позволяет утверждать о сопоставимости результата.

В работе получены решения (17), (27), которые удовлетворяют систему уравнений пространственной задачи теории пластичности (1)...(6). Расчеты контактных напряжений (29) показали качественную и количественную сходимость с экспериментальными данными других авторов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чигиринский, В.В. Метод решения задач теории пластичности с использованием гармонических функций / В.В. Чигиринский // Известия вузов. Черная металлургия. – 2009. – № 5. – С. 11 – 16.
2. Чигиринский, В.В. Некоторые особенности теории пластичности применительно к процессам ОМД / В.В. Чигиринский // Тр. науч.–техн. конф. «Теория и технология процессов пластической деформации–96». – М.: МИСиС. – 1997. – С. 568 – 572.
3. Prantl, L. Z.A.M.M / L. Prantl, 1923. – 401 p.
4. Надаи, А. Пластичность и разрушение твердых тел / А. Надаи. – М.: Изд-во Иностранной литературы, 1954. – 647 с.
5. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – Высшая школа, 1968. – 498 с.

#### **Чигиринский Валерий Викторович**

Запорожский национальный технический университет  
доктор технических наук, профессор  
заведующий кафедрой Обработка Металлов  
Давлением, ЗНТУ  
г. Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел.: +38 067 510 22 31  
E-mail: valerij@zntu.edu.ua

#### **Ленок Анастасия Анатольевна**

Запорожский национальный технический университет  
ассистент кафедры Обработка Металлов Давлением,  
ЗНТУ  
г. Запорожье, ул. Жуковского, 64  
Тел.: +38 099 91 95 899  
E-mail: anastasion4@rambler.ru

---

V.V. CHIGIRINSKY, A.A. LENOK

### IDENTIFICATION OF THE STRESS–STRAIN STATE IN TRANSITION AREAS OF THE VOLUME PLASTIC FLOW

*The study analyzes and models transition points of adjacent areas of plastic forming under the three–dimensional stress state. The research presents possibilities and conditions of flat functions as well as their combinations for identification of stress fields and strain rates. The obtained result and the man–made assumptions are assessed using sets of equations of plasticity theory and physical modeling of plastic flow in transition areas.*

**Keywords:** transition zones, volume loading, harmonic functions.

### BIBLIOGRAPHY

1. Chigirinskiy, V.V. Metod resheniya zadach teorii plastichnosti s ispolzovaniyem garmonicheskikh funktsiy / V.V. Chigirinskiy // Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya. – 2009. – № 5. – S. 11 – 16.
2. Chigirinskiy, V.V. Nekotoryye osobennosti teorii plastichnosti primenitelno k protsessam OMD / V.V. Chigirinskiy // Tr.nauch.–tekhn. konf. «Teoriya i tekhnologiya protsessov plasticheskoy deformatsii–96». – М.: MISiS. – 1997. – S. 568 – 572.
3. Prantl, L. Z.A.M.M / L. Prantl, 1923. – 401 p.
4. Nadai, A. Plastichnost i razrusheniye tverdykh tel / A. Nadai. – М.: Izd–vo Inostrannoy literatury, 1954. – 647 s.
5. Bezukhov, N.I. Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti / N.I. Bezukhov. – Vysshaya shkola, 1968. – 498 s.

#### **Chigirinsky Valery Viktorovich**

Zaporozhye National Technical University  
Doctor of Technical Sciences, Professor  
Head of the Department of metal forming, ZNTU  
Zaporozhye, st. Zhukovsky, 64  
Tel.: +38 067 510 22 31  
E-mail: valerij@zntu.edu.ua

#### **Lenok Anastasia Anatolievna**

Zaporozhye National Technical University  
Assistant of the Department of metal forming, ZNTU  
Zaporozhye, st. Zhukovsky, 64  
Tel.: +38 099 91 95 899  
E-mail: anastasion4@rambler.ru

## **ПРИБОРОСТРОЕНИЕ** **И БИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

УДК 617.3

Г.М. КАВАЛЕРСКИЙ, В.Ю. МУРЫЛЕВ, Я.А. РУКИН, П.М. ЕЛИЗАРОВ, А.В. МУЗЫЧЕНКОВ

### **ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ АРТИКУЛИРУЮЩИЕ СПЕЙСЕРЫ В РЕВИЗИОННОЙ ХИРУРГИИ ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА**

*Глубокая перипротезная инфекция тазобедренного сустава представляет собой серьезную проблему. Это связано с формированием биопленок на поверхности импланта, микробы в которой недоступны для антибиотиков, следовательно, для лечения необходимо удаление компонентов эндопротеза. Золотым стандартом лечения глубокой перипротезной инфекции остается двухэтапное ревизионное эндопротезирование. Первый этап: удаление эндопротеза с санацией перипротезной зоны и установкой спейсера, второй этап при условии купирования инфекции, не ранее, чем через 3 месяца – ревизионное эндопротезирование. Мы разработали индивидуальный артикулирующий цементный спейсер с антибиотиком для первого этапа ревизионного эндопротезирования. Такие спейсеры представляют собой высокоэффективное решение для двухэтапной ревизионной хирургии тазобедренного сустава. Индивидуальные артикулирующие спейсеры применены у 11 пациентов, в двух случаях (18,2 %) отмечены рецидивы инфекции, в одном случае такой спейсер оставлен, как окончательный вариант для реконструкции тяжелого поражения тазобедренного сустава. Частота рецидивов инфекции не превышает таковую у других авторов. Спейсеры позволили заполнить все имеющиеся дефекты бедренной кости и вертлужной впадины, сохранить опорную и двигательную функцию тазобедренного сустава до ревизионного эндопротезирования.*

**Ключевые слова:** тазобедренный сустав, глубокая перипротезная инфекция, двухэтапное ревизионное эндопротезирование, индивидуальный артикулирующий спейсер.

Глубокая перипротезная инфекция тазобедренного сустава представляет собой, пожалуй, самое грозное и неприятное осложнение операции тотального эндопротезирования тазобедренного сустава. В течение одного года после имплантации эндопротеза по данным различных авторов частота инфекции составляет от 0,25 до 1 % [1–3]. В США глубокая перипротезная инфекция является третьей по частоте причиной ревизии эндопротеза тазобедренного сустава, а частота ее составляет от 1 до 3% [4, 5]. Возбудители перипротезной инфекции, как правило, формируют биопленки, связанные с поверхностью импланта. В составе биопленок микробы оказываются устойчивыми к действию антибиотиков и иммунных механизмов пациента [6, 7]. Как только биопленка сформировалась, единственной возможностью вылечить инфекцию является удаление эндопротеза с радикальной санацией инфицированного очага [4]. Такие операции требуют специального оборудования, высокой квалификации ортопеда и длительного стационарного нахождения пациента, что значительно удорожает стоимость лечения. Часто пациент не соглашается на удаление стабильно фиксированного импланта, а доктор недооценивает риск инфекции для больного, что приводит к выполнению паллиативных операций по «иссечению свища», не приводящих к санации очага, а лишь к его прогрессированию, возрастающей антибиотикорезистентности микроорганизма и ухудшению состояния пациента. С каждым годом в Российской Федерации возрастает число операций эндопротезирования тазобедренного сустава, соответственно возрастает и количество инфекционных осложнений, а адекватное лечение таких осложнений возможно лишь в крупных ортопедических центрах, а не во всех стационарах, где выполняется первичное эндопротезирование.

Есть несколько методик радикального лечения глубокой перипротезной инфекции тазобедренного сустава. Первая заключается в удалении эндопротеза и санации, без последующего ревизионного эндопротезирования. Однако, результатом этой операции будет укороченная нижняя конечность, со сниженной опороспособностью, пациент будет всю жизнь передвигаться с хромотой и вероятнее всего с дополнительной опорой.

Другие методики подразумевают удаление эндопротеза с последующей установкой ревизионного эндопротеза. Одни авторы предлагают выполнять такую операцию в один этап: удалять эндопротез, санировать инфицированный очаг и сразу устанавливать ревизионный имплант [8]. Данная методика требует ряда особых условий, таких как: отсутствие метициллин-резистентных стафилококков, хорошее состояние мягких тканей и отсутствие свищей. Даже при соблюдении этих условий, применение одноэтапного ревизионного эндопротезирования в условиях глубокой перипротезной инфекции тазобедренного сустава остается дискуссионным.

Золотым стандартом лечения глубокой перипротезной инфекции остается двухэтапное ревизионное эндопротезирование [4]. Первый этап: удаление эндопротеза с санацией перипротезной зоны и установкой спейсера, второй этап при условии купирования инфекции, не ранее, чем через 3 месяца – ревизионное эндопротезирование. Задача спейсера: поддержание концентрации антибиотика в области тазобедренного сустава, заполнение объема после удаления эндопротеза, соответственно профилактика избыточного образования рубцов и формирования гематом, поддержание длины и опороспособности нижней конечности. Разработан целый ряд спейсеров: неартикулирующие и артикулирующие, цементные, из компонентов эндопротезов и т. д. Нами предложены индивидуальные армированные артикулирующие спейсеры с антибиотиком для первого этапа лечения глубокой перипротезной инфекции.

С 2010 по апрель 2015 года на базе кафедры травматологии, ортопедии и хирургии катастроф Первого Московского государственного медицинского университета им. И. М. Сеченова в ГКБ им. С. П. Боткина с применением индивидуальных артикулирующих спейсеров мы прооперировали 11 пациентов с глубокой перипротезной инфекцией тазобедренного сустава. Среди оперированных пациентов женщин было 7 (63,6 %), а мужчин 4 (36,4 %). Средний возраст пациентов составил 61,3 лет (от 33 до 72 лет). В этой группе глубокая перипротезная инфекция после первичного эндопротезирования тазобедренного сустава отмечена у 8 пациентов (72,7 %), а после ревизионного эндопротезирования у 3 пациентов (27,3 %).

Двухэтапное ревизионное эндопротезирование тазобедренного сустава заключается в следующем. Первый этап – удаление вертлужного и бедренного компонентов эндопротеза; санация области эндопротеза с применением механических методов (некрэктомия, пульс-лаваж), физических методов (обработка раны с использованием ультразвука), химических методов (применение антисептиков). Во время первой операции осуществляется забор не менее 4 – 6 образцов тканей для выявления микробного агента и чувствительности к антибиотикам. После санации производится установка индивидуального артикулирующего спейсера.

Методика формирования такого спейсера состоит из нескольких этапов (патент на изобретение № 2477622 «Способ ревизионного эндопротезирования тазобедренного сустава»).

Первый этап представляет собой комплексное обследование пациента с глубокой перипротезной инфекцией тазобедренного сустава, включающее рентгенографию пораженного тазобедренного сустава, компьютерную томографию с 3Dмоделированием имеющихся дефектов вертлужной впадины и бедренной кости, изучения анамнеза с выяснением дизайна и размера импланта, ранее установленного пациенту.

Вторым этапом на основании полученных данных изготавливается модель спейсера. В качестве модели может служить тестовый бедренный компонент импланта, ранее установленного пациенту. При наличии больших дефектов используются модели, изготовленные методами 3D моделирования и стереолитографии по томографическим снимкам пораженного тазобедренного сустава. В других случаях модели изготавливаются методами лепки из гипса или путем механообработки стеклопластика. Возможна комбинация описанных методов. Для спейсера тазобедренного сустава в проксимальном отделе фиксируется гипсовый шар диаметром, на 4 мм меньшим диаметра вертлужной впадины пациента. В последующем шарообразная часть цементного спейсера будет вправляться в вертлужную впадину и выполнять артикулирующую функцию.

Третий этап заключается в формировании силиконовой формы. Изготовленная модель заливается силиконом, выдерживающим автоклавирование. Габаритные размеры формы

выбирают из расчета максимального габаритного размера изделия +20 мм, что обеспечивает и достаточную гибкость, и одновременно прочность для сохранения формы изделия (рисунок 1).

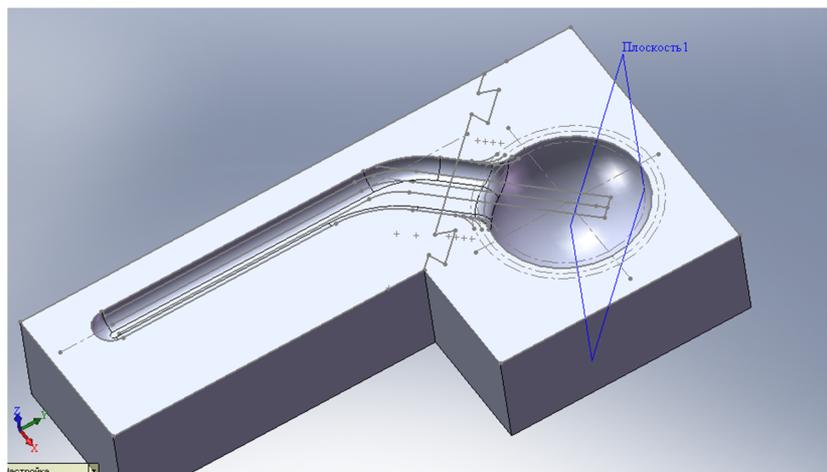


Рисунок 1 – Силиконовая форма для индивидуального спейсера тазобедренного сустава



Рисунок 2 – Приготовление индивидуального спейсера в операционной. Уложен армирующий стержень

После окончания полимеризации силиконовая форма разрезается, и модель из нее вынимается. Для последующего точного совмещения формы линия разреза намеренно делается искривленной. Силиконовая форма отправляется в стерилизацию.

Четвертый этап формирования спейсера осуществляется в стерильных условиях в операционной. После удаления эндопротеза и санации операционной раны, производится подготовка костного цемента для спейсера. Костный цемент (как правило 120 – 160 г) в сухом виде смешивают с сухим антибиотиком. Имеются особые требования к антибиотику, применяемому в спейсерах. Он должен быть доступен в порошкообразной форме и не разрушаться при температуре полимеризации цемента, которая может достигать 120 – 140°. Таких антибиотиков немного, к ним относятся гентамицин, ванкомицин, эритромицин, клиндамицин и тобрамицин. В нашей практике мы либо применяем уже заранее приготовленный на заводе цемент с гентамицином или смешиваем цемент с ванкомицином из расчета 1 г антибиотика на 40 г цемента в операционной. В некоторых случаях мы добавляем ванкомицин в цемент с гентамицином.

Полученный порошок смешивают с жидкой частью костного цемента. После замешивания костный цемент заливается в силиконовую форму. По форме спейсера в цемент укладывается армирующий стержень (рисунок 2).

Части силиконовой формы точно сопоставляются по линии разреза, и хирург ожидает полимеризации цемента. После полимеризации мы получаем индивидуальный армированный артикулирующий спейсер тазобедренного сустава с антибиотиком, который точно соответствует анатомии пациента (рисунок 3). Спейсер устанавливают в очищенное ложе эндопротеза, осуществляют вправление спейсера и ушивание раны.



*Рисунок 3 – Индивидуальный армированный артикулирующий спейсер с антибиотиком*

Послеоперационное ведение таких пациентов имеет некоторые особенности. В настоящее время мы отказались от применения промывной системы с антисептиками у пациентов с глубокой перипротезной инфекцией тазобедренного сустава. Дренажи удаляем через 48 – 72 часа. В течение 6 – 8 недель после операции проводится антибиотикотерапия с учетом результатов посевов (в стационаре парентерально, амбулаторно – перорально). Пациентам рекомендована ходьба с костылями с дозированной нагрузкой на оперированную ногу. Спустя 3 месяца пациенты проходят обследование на предмет перипротезной инфекции, включающее анализы крови (СОЭ, С-реактивный белок, лейкоциты, лейкоцитарная формула) и пунктат синовиальной жидкости (содержание нейтрофилов, в том числе палочкоядерных, бактериоскопию и посевы). Если тесты на перипротезную инфекцию дают отрицательный результат, выполняется ревизионное эндопротезирование. При сомнительном результате тесты повторяются через 2 – 3 месяца. В случае подтвержденного рецидива перипротезной инфекции выполняется повторная санация с заменой артикулирующего спейсера.

В этой группе 9 пациентам (81,8 %) выполнено ревизионное эндопротезирование. В 2 случаях (18,2 %) отмечен рецидив инфекции, потребовавший ревизионной операции. В одном случае рецидив возник на фоне спейсера, что потребовало замены спейсера с последующим ревизионным эндопротезированием. В другом случае рецидив возник после установки ревизионного эндопротеза, что потребовало удаления эндопротеза и установки спейсера. К сожалению, вновь развился рецидив инфекции, спейсер пришлось удалить, без дальнейшей установки эндопротеза.

В одном случае у пациента индивидуальный артикулирующий спейсер функционирует уже в течение 5 лет. Приводим клинический пример.

Пациент К. В. Д., 1949 года рождения. В 1990 году в результате дорожно-транспортного происшествия переломывывих правого бедра. Развился правосторонний посттравматический коксартроз. В 1995 году выполнено тотальное эндопротезирование правого тазобедренного сустава. В 2007 году отмечены боли, имела место клинико-

рентгенологическая картина нестабильности эндопротеза правого тазобедренного сустава (рисунок 4).



*Рисунок 4 – Рентгенограмма пациента К. В. Д. Имеет место расшатывание вертлужного и бедренного компонентов эндопротеза правого тазобедренного сустава. Обращает внимание массивный объемный дефект вертлужной впадины и протяженные зоны остеолитического разрушения проксимального отдела бедренной кости*

03 октября 2007 года выполнено ревизионное эндопротезирование правого тазобедренного сустава. Выполнена массивная костная пластика дефекта вертлужной впадины большим объемом костного аллотрансплантата, установлено антипротрузионное кольцо, в бедренную кость установлена длинная ревизионная ножка Wagner (рисунок 5).



*Рисунок 5 – Рентгенограмма пациента К. В. Д. после ревизионного эндопротезирования*

Отмечено тяжелое течение раннего послеоперационного периода с развитием двусторонней пневмонии и сепсиса. Инфекционные осложнения были купированы, рана зажила первичным натяжением. Отмечался рецидивирующий вывих эндопротеза тазобедренного сустава. В феврале 2008 года выполнено ревизионное эндопротезирование с заменой головки эндопротеза на более длинную, рецидивы вывихов устранены.

В 2010 году открылся свищ в области послеоперационного рубца с гнойным отделяемым (рисунок 6). Таким образом развилась поздняя глубокая перипротезная инфекция. По данным КТ с 3Dмоделированием изготовлена гипсовая модель тазобедренного сустава пациента со всеми дефектами. С помощью гипсовой модели отлита силиконовая форма. 24 июня 2010 года выполнено удаление эндопротеза правого тазобедренного сустава. В стерильной силиконовой форме из 160 г костного цемента с 4 г гентамицина отлит индивидуальный армированный артикулирующий спейсер, который установлен пациенту (рисунок 7).



*Рисунок 6 – Фистулограмма пациента К. В. Д. Контрастное вещество введено в свищ, который сообщается с бедренной костью*



*Рисунок 7 – Рентгенограмма пациента К. В. Д. после удаления эндопротеза правого тазобедренного сустава. Установлен индивидуальный артикулирующий спейсер*



*Рисунок 8 – Пациент К. В. Д. спустя 5 лет после удаления эндопротеза и имплантации индивидуального артикулирующего спейсера*

Данный пациент ежегодно, регулярно является на динамические осмотры. Ходит с тростями, функцией тазобедренного сустава на спейсере удовлетворен, без трудностей управляет автомобилем. От ревизионного эндопротезирования правого тазобедренного сустава отказывается, да и мы, учитывая высокий риск рецидива инфекции при хирургическом вмешательстве, не настаиваем на выполнении данной операции (рисунки 8).

В данном случае индивидуальный артикулирующий спейсер, несмотря на свое временное предназначение, выполняет постоянную функцию с удовлетворительным результатом для столь тяжелого поражения тазобедренного сустава.

Лечение глубокой перипротезной инфекции тазобедренного сустава представляет собой очень трудную задачу, что связано с формированием микробных пленок, все возрастающей антибиотикорезистентностью и полиморфностью микрофлоры, высокой травматичностью операции удаления компонентов эндопротеза, особенно стабильных. Лечение рецидивов перипротезной инфекции сопровождается высоким процентом рецидивов. В нашей серии получено 18,2% рецидива перипротезной инфекции тазобедренного сустава, что соотносится с данными других авторов. Так А. Д. Томси соавт. показывают 38% частоту рецидива инфекции при лечении глубокой перипротезной инфекции тазобедренного сустава [9], Katsufumi Uchiyama и соавт. показывают 32,3% частоту рецидива [10].

Индивидуальные артикулирующие спейсеры представляют собой высокоэффективное решение для двухэтапной ревизионной хирургии тазобедренного сустава. Они позволяют заполнить все имеющиеся дефекты бедренной кости и вертлужной впадины, сохранить опорную и двигательную функцию тазобедренного сустава до ревизионного эндопротезирования. В некоторых случаях подобные спейсеры могут служить окончательным решением, без планирования ревизионного эндопротезирования. Стоимость изготовления такого спейсера в несколько раз ниже, чем продающиеся на рынке официальные спейсеры, а эффективность при практически любом разрушении тазобедренного сустава выше.

Целый ряд вопросов требует дальнейших разработок. Это касается и поиска эффективных антибиотиков, способных проникать в микробную пленку и борьбы с антибиотикорезистентностью, и разработки методов более бережного удаления стабильных компонентов эндопротеза в условиях инфицированного тазобедренного сустава. Не менее важным является улучшение методов профилактики глубокой перипротезной инфекции тазобедренного сустава.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meehan, John. Prophylactic Antibiotics in Hip and Knee Arthroplasty / John Meehan, Amir A. Jamali, Hien Nguyen // *J Bone Joint Surg Am.* – 2009. – pp. 2480– 2490.
2. Mahomed, N.N. Rates and outcomes of primary and revision total hip replacement in the United States Medicare population / N.N. Mahomed, J.A. Barrett, J.N. Katz, C.B. Phillips, et al. // *J Bone Joint Surg Am.* – 2003. – pp. 27 – 32.
3. Ridgeway, S. Infection of the surgical site after arthroplasty of the hip / S. Ridgeway, J. Wilson, A. Charlet, G. Kafatos, et al. // *J Bone Joint Surg Br.* – 2005. – pp. 844– 850.
4. Parvizi, Javad. Management of Periprosthetic Joint Infection: The Current Knowledge / Javad Parvizi, Bahar Adeli, Benjamin Zmistowski, Camilo Restrepo, Alan Seth Greenwald // *J Bone Joint Surg Am.* – 2012. – P. 104.
5. Clohisy, J.C. Reasons for revision hip surgery: a retrospective review / J.C. Clohisy, G. Calvert, F. Tull, D. McDonald, W.J. Maloney // *Clin Orthop Relat Res.* – 2004. – pp. 188–192.
6. Gristina, A.G. Biomaterial-centered infection: microbial adhesion versus tissue integration / A.G. Gristina // *Science.* – 1987. – pp. 1588– 1595.
7. Costerton, J.W. Bacterial biofilms: a common cause of persistent infections / J.W. Costerton, P.S. Stewart, E.P. Greenberg // *Science.* – 1999. – pp. 1318 – 1322.
8. Zeller, Valérie. One-Stage Exchange Arthroplasty for Chronic Periprosthetic Hip Infection: Results of a Large Prospective Cohort Study / Valérie Zeller, Luc Lhotellier, Simon Marmor, Philippe Leclerc et al. // *J Bone Joint Surg Am.* – 2014. – P. 96.

9. Toms, A.D. The management of peri-prosthetic infection in total joint arthroplasty / A.D. Toms, D. Davidson, B.A. Masri, C.P. Duncan. // J Bone Joint Surg. – 2006. – pp. 149–155.

10. Uchiyama, Katsufumi. Two-Stage Revision Total Hip Arthroplasty for Periprosthetic Infections Using Antibiotic-Impregnated Cement Spacers of Various Types and Materials / Katsufumi Uchiyama, Naonobu Takahira, Kensuke Fukushima, Mitsutoshi Moriya, et al. // The Scientific World Journal. – 2013.

**Кавалерский Геннадий Михайлович**  
ГБОУ ВПО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации.  
119991, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8, стр. 2.  
доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой травматологии, ортопедии и хирургии катастроф  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Мурылев Валерий Юрьевич**  
ГБОУ ВПО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации.  
119991, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8, стр. 2.  
доктор медицинских наук, профессор, профессор кафедры травматологии, ортопедии и хирургии катастроф  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Рукин Ярослав Алексеевич**  
ГБОУ ВПО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации.  
119991, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8, стр. 2.  
кандидат медицинских наук, доцент, доцент кафедры травматологии, ортопедии и хирургии катастроф  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Елизаров Михаил Николаевич**  
ГБОУ ВПО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации.  
119991, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8, стр. 2.  
кандидат медицинских наук, доцент, доцент кафедры травматологии, ортопедии и хирургии катастроф  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Музыченков Алексей Владимирович**  
ГБОУ ВПО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации.  
119991, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8, стр. 2.  
ассистент кафедры травматологии, ортопедии и хирургии катастроф  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

---

G.M. KAVALERSKIY, V.Yu. MURYLEV, Ya.A. RUKIN, P.M. YELIZAROV, A.V. MUZYCHENKOV

## **INDIVIDUAL ARTICULATING SPACERS IN REVISION SURGERY OF THE HIP JOINT**

*Deep periprosthetic infection of the hip joint is a serious problem, which is associated with the formation of biofilms on the surface of the implant. The microbes in the biofilms are not available to antibiotics, so treatment is associated with the need to remove the implant. The gold standard for the treatment of deep periprosthetic infection remains a two-stage revision. First step: the removal of the prosthesis with debridement periprosthetic area and implantation of a spacer, the second phase – revision hip arthroplasty. We have developed an individual articulating cement spacer with antibiotics for the first phase of revision cases. These spacers are a highly effective solution for a two-stage revision surgery of the hip joint. Individual articulating spacers used in 11 patients, in two cases (18.2%) were developed recurrence of the infection. In one case spacer became the final option for the reconstruction of the hip joint. The recurrence rate of infection is less than the data of other authors. Spacers filled all the defects of the femur and acetabulum, and preserved the support and motor function of the hip joint.*

**Keywords:** hip, deep periprosthetic infection, two-stage revision hip replacement, individual articulating spacer.

### **BIBLIOGRAPHY**

1. Meehan, John. Prophylactic Antibiotics in Hip and Knee Arthroplasty / John Meehan, Amir A. Jamali, Hien Nguyen // J Bone Joint Surg Am. – 2009. – pp. 2480 – 2490.

2. Mahomed, N.N. Rates and outcomes of primary and revision total hip replacement in the United States Medicare population / N.N. Mahomed, J.A. Barrett, J.N. Katz, C.B. Phillips, et al. // J Bone Joint Surg Am. – 2003. – pp. 27 – 32.

3. Ridgeway, S. Infection of the surgical site after arthroplasty of the hip / S. Ridgeway, J. Wilson, A. Charlet, G. Kafatos, et al. // *J Bone Joint Surg Br.* – 2005. – pp. 844– 850.
4. Parvizi, Javad. Management of Periprosthetic Joint Infection: The Current Knowledge / Javad Parvizi, Bahar Adeli, Benjamin Zmistowski, Camilo Restrepo, Alan Seth Greenwald // *J Bone Joint Surg Am.* – 2012. – P. 104.
5. Clohisy, J.C. Reasons for revision hip surgery: a retrospective review / J.C. Clohisy, G. Calvert, F. Tull, D. McDonald, W.J. Maloney // *Clin Orthop Relat Res.* – 2004. – pp. 188–192.
6. Gristina, A.G. Biomaterial-centered infection: microbial adhesion versus tissue integration / A.G. Gristina // *Science.* – 1987. – pp. 1588– 1595.
7. Costerton, J.W. Bacterial biofilms: a common cause of persistent infections / J.W. Costerton, P.S. Stewart, E.P. Greenberg // *Science.* – 1999. – pp. 1318 – 1322.
8. Zeller, Valérie. One-Stage Exchange Arthroplasty for Chronic Periprosthetic Hip Infection: Results of a Large Prospective Cohort Study / Valérie Zeller, Luc Lhotellier, Simon Marmor, Philippe Leclerc et al. // *J Bone Joint Surg Am.* – 2014. – P. 96.
9. Toms, A.D. The management of peri-prosthetic infection in total joint arthroplasty / A.D. Toms, D. Davidson, B.A. Masri, C.P. Duncan. // *J Bone Joint Surg.* – 2006. – pp. 149– 155.
10. Uchiyama, Katsufumi. Two-Stage Revision Total Hip Arthroplasty for Periprosthetic Infections Using Antibiotic-Impregnated Cement Spacers of Various Types and Materials / Katsufumi Uchiyama, Naonobu Takahira, Kensuke Fukushima, Mitsutoshi Moriya, et al. // *The Scientific World Journal.* – 2013.

**Kavalerskiy Gennadiy Mikhaylovich**

Medical University First MG MU them. IM Sechenov Health Ministry of the Russian Federation.  
119991, Moscow, st. Trubetskaya, d. 8, p. 2.

MD, Professor, Head of the Department of traumatology, orthopedics and surgery disasters  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Yelizarov Mikhail Nikolayevich**

Medical University First MG MU them. IM Sechenov Health Ministry of the Russian Federation.

119991, Moscow, st. Trubetskaya, d. 8, p. 2.

PhD, Associate Professor Department of traumatology, orthopedics and surgery disasters  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Murylev Valeriy Yuryevich**

Medical University First MG MU them. IM Sechenov Health Ministry of the Russian Federation.

119991, Moscow, st. Trubetskaya, d. 8, p. 2.

MD, Professor, professor of the department of traumatology, orthopedics and surgery disasters  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Muzychenkov Aleksey Vladimirovich**

Medical University First MG MU them. IM Sechenov Health Ministry of the Russian Federation.

119991, Moscow, st. Trubetskaya, d. 8, p. 2.

Assistant of the Department of traumatology, orthopedics and surgery disasters  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

**Rukin Yaroslav Alekseyevich**

Medical University First MG MU them. IM Sechenov Health Ministry of the Russian Federation.  
119991, Moscow, st. Trubetskaya, d. 8, p. 2.

PhD, Associate Professor Department of traumatology, orthopedics and surgery disasters  
E-mail: yar.rukin@gmail.com

А.И. ЖЕРЕБЦОВА

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЗАИМОСВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ КРОВΟΣНАБЖЕНИЯ И КОЖНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Выполнен аналитический обзор математических моделей взаимосвязи параметров кровоснабжения и температуры конечности человека. Приведены достоинства и недостатки основных известных моделей, предложена их классификация. Сформулированы выводы относительно перспектив применения рассмотренных моделей для оценки функционального состояния микроциркуляторного русла.*

**Ключевые слова:** микроциркуляция крови, лазерная доплеровская флоуметрия, кожная температура, окклюзионная проба, математическое моделирование.

Эффективность снабжения кровью служит важным показателем здоровья и жизнеспособности ткани. Нарушение кровоснабжения конечностей является фактором, сильно снижающим уровень жизни человека, и зачастую может стать причиной его инвалидизации. Известным классом подобных заболеваний являются вазоспастические патологии, к которым относятся синдром Рейно, вибрационная болезнь, некоторые синдромы вегетососудистой дистонии и т.д. Своевременная диагностика подобных заболеваний является актуальной задачей современной медицины. На ранних стадиях данные патологии проявляются на уровне микроциркуляторного русла. Однако, как показывает обзор, мониторинг микроциркуляторной функции весьма ограничен в силу сравнительно небольшого числа имеющихся простых и безопасных методов исследования, а также трудностей, связанных с интерпретацией получаемых диагностических данных. Ограничения связаны с рядом предъявляемых к используемым методам требований, среди которых можно выделить возможность и низкую стоимость массового внедрения, легкость автоматизации исследования, простоту реализации при достаточной точности диагностирования, оперативность, неинвазивность и комфорт для пациента. Одним из методов, удовлетворяющих большинству указанных требований, является метод лазерной доплеровской флоуметрии (ЛДФ) – вид оптической неинвазивной диагностики, позволяющий оценивать интенсивность кровотока в микроциркуляторном звене кровеносного русла, а также обнаруживать и исследовать коллективные ритмические процессы системы микроциркуляции крови [1]. Однако данный метод диагностики имеет и некоторые недостатки, такие как сравнительная дороговизна, а также высокие требования к квалификации персонала, проводящего и интерпретирующего результаты исследования [2]. В то же время, известно, что одной из функций крови в организме является терморегулирующая (т.е. кровь выступает в роли теплоносителя). Улучшение условий поступления артериальной крови вызывает повышение температуры конечности, следовательно, эффективность кровоснабжения можно оценивать и с помощью методов термометрии и термографии [3]. Применение данных методов зачастую не требует дорогостоящего оборудования, однако при этом обеспечивается высокая чувствительность, низкая инерционность, а также хорошая помехозащищенность получаемых данных.

Адаптационные резервы системы микроциркуляции крови, состояние механизмов регуляции тканевого кровотока, а также общее функциональное состояние микроциркуляторного русла при ЛДФ–исследованиях выявляют с помощью функциональных нагрузочных проб. На практике наиболее широкое применение нашла окклюзионная проба, заключающаяся в создании условий искусственной ишемии тканей конечности (как правило, руки) с последующим открытием кровотока и наблюдением восстановления тонического состояния сосудов [4]. Перспективным направлением создания нового метода диагностики вазоспастических патологий является сочетание регистрации ЛДФ с кожной термографией при окклюзионной пробе [5–7].

В то же время, разработка полноценного современного метода диагностики эффективности кровоснабжения конечности требует использования адекватной для данной задачи математической модели, учитывающей биофизику основных процессов объекта исследования. Создание подобного математического описания целесообразно начать с обзора существующих моделей тепловых процессов, происходящих в конечности человека.

Данная статья имеет своей целью:

- 1) проведение обзора, анализа и классификации наиболее распространенных математических моделей, описывающих взаимосвязь параметров кровоснабжения и кожной температуры конечностей человека;
- 2) выбор и обоснование наиболее предпочтительной модели для математического описания метода диагностики эффективности кровоснабжения конечности с использованием ЛДФ и контактной термометрии при проведении функциональных проб.

Теплообмен в живой ткани исключает точное математическое моделирование, поскольку представляет собой сложный процесс, включающий теплопроводность в тканях, конвекцию и перфузию крови, а также генерацию метаболического тепла. На сегодняшний день для описания теплопередачи внутри живых тканей разработано множество математических моделей, использующихся в различных областях биологии и медицины [8–10]. Однако в основе построения большинства известных моделей переноса биотепла лежит два базовых подхода: континуальный и дискретно–сосудистый. Континуальные модели являются, по сути, упрощенной записью биотепловых уравнений. В этих моделях влиянием кровотока каждого отдельного сосуда пренебрегают, кровоснабжение усредняется по исследуемому объему. Дискретно–сосудистые модели являют собой совокупность биотепловых уравнений, описывающих кровотоки в каждом отдельном сосуде, и позволяют прогнозировать распределение температуры вдоль представляющих интерес направлений [11].

Ниже приведены наиболее известные и нашедшие широкое применение модели транспорта тепла в биологических тканях. Каждая из представленных моделей переноса биотепла применима с учетом некоторых допущений, упрощающих общее решение задачи при том, что все существенные особенности процесса теплообмена принимаются во внимание.

Наиболее широкое распространение получила континуальная модель васкуляризированной (содержащей кровеносные сосуды) ткани, предложенная в 1948 году Гарри Пеннесом [12, 13]. Модель Пеннеса первоначально была разработана для прогнозирования теплопередачи в человеческом предплечье, однако в силу своей простоты нашла применение в различных биологических научно–исследовательских работах (например, для терапевтической гипертермии при лечении рака) [14]. Модель базируется на четырех допущениях:

- 1) теплообменом между кровью и тканью в преартериолах и поственулах пренебрегают;
- 2) поток крови в мелких капиллярах считают изотропным, направлением кровотока пренебрегают;
- 3) большие кровеносные сосуды в непосредственной близости от капиллярного русла не вносят вклад в обмен энергией между тканью и капиллярной кровью (иными словами, модель Пеннеса не учитывает локальную геометрию сосудов);
- 4) температура крови в артериолах, снабжающих капиллярное русло, равна температуре ядра тела. Обмен энергией происходит мгновенно: температура крови уравнивается с локальной температурой ткани [8].

Основываясь на этих допущениях, Пеннес смоделировал влияние крови как изотропного источника тепла, пропорционального скорости потока крови и разности между температурой тела и локальной температурой ткани.

По сути, модель Пеннеса представляет собой классическое биотепловое уравнение, учитывающее влияние кровотока и метаболического тепла на баланс энергии в ткани:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = \nabla \cdot k_{ti} \nabla T_{ti} + \rho_{bl} C_{bl} W_{bl} (T_{art} - T_{ti}) + q_m, \quad (1)$$

где  $\rho_{ti}$  – плотность ткани;

$C_{ti}$  – теплоемкость ткани;  
 $T_{ti}$  – температура ткани;  
 $k_{ti}$  – теплопроводность ткани;  
 $\rho_{bl}$  – плотность крови;  
 $C_{bl}$  – теплоемкость крови;  
 $W_{bl}$  – скорость перфузии крови;  
 $T_{art}$  – температура артериальной крови;  
 $q_m$  – метаболическое тепло.

Генерация метаболического тепла, рассматриваемая в данной модели, предполагается однородно распределенной по всей ткани, перфузия крови также считается однородной и изотропной. Согласно модели Пеннеса тепловое равновесие возникает непосредственно в капиллярном звене микроциркуляторного русла (кровь при температуре  $T_{art}$  поступает в капилляры, где происходит теплообмен, и температура снижается до  $T_{ti}$ ). Температура, при которой кровь входит в венозное кровообращение, равна локальной температуре ткани [15].

Несмотря на достаточно грубые упрощения, модель Пеннеса находится в разумном согласии с экспериментальными данными и может быть использована для примерного описания влияния кровотока на температуру тканей. Однако стоит отметить и ее недостатки:

1) теплообмен между кровью и тканью происходит не только в капиллярах, напротив, он имеет место также в преартериолярных и поственулярных сосудах, имеющих диаметры в диапазоне 70–500 мкм;

2) направление кровотока является важным фактором, влияющим на обмен энергией между сосудами и тканью, однако уравнение Пеннеса данного фактора не учитывает;

3) уравнение Пеннеса не учитывает локальную геометрию сосудов (обмен энергией с крупными сосудами, передачу тепла в противотоке между парами артерия–вена, а также ветвление и сужение сосудов);

4) температура артериальной крови непрерывно изменяется от аорты к артериям и артериолам, а также далее в системе венозного оттока. Таким образом, температура крови в преартериолах не равна температуре ядра тела, а температура венозной крови не равна локальной температуре ткани. Указанные приближения переоценивают влияние кровотока на локальную температуру ткани [8].

В силу простоты модели Пеннеса (1), многие авторы изучали обоснованность допущений, используемых в биотепловом уравнении Пеннеса. Вульф (1974) был одним из первых исследователей, подвергших критике основные допущения биотеплового уравнения Пеннеса и предоставивших альтернативный вариант анализа, предположив, что теплообмен между кровью и тканью должен быть пропорционален разности температур между этими двумя средами, а не между температурами кровотока (например, температурой на входе и выходе крови из ткани). Таким образом, поток энергии в любой точке ткани может быть выражен как:

$$q = -k_{ti}\nabla T_{ti} + \rho_{bl}h_{bl}v_h, \quad (2)$$

где  $v_h$  – локальная средняя скорость крови;

$h_{bl}$  – удельная энтальпия крови:

$$h_{bl} = \int_{T_o}^{T_{bl}} C_{bl}(T_{bl}^*)dT_{bl}^* + \frac{P}{\rho_{bl}} + \Delta H_f(1-\phi), \quad (3)$$

где  $P$  – давление в системе;

$\Delta H_f$  – энтальпия формирования метаболической реакции;

$\phi$  – степень реакции;

$T_o$  – опорная температура;

$T_{bl}$  – температура крови.

Уравнение баланса энергии можно записать в виде:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = -\nabla \cdot q. \quad (4)$$

Подставив (3) в (2) и в (4), получим:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = -\nabla \cdot \left\{ -k_{ti} \nabla T_{ti} + \rho_{bl} v_h \left[ \int_{T_o}^{T_{bl}^*} C_{bl} (T_{bl}^*) dT_{bl}^* + \frac{P}{\rho_{bl}} + \Delta H_f (1 - \phi) \right] \right\}. \quad (5)$$

Пренебрегая величиной механической работы ( $P/\rho_{bl}$ ), полагая, что дивергенция  $\rho_{bl} v_h$  равна нулю, и учитывая постоянные физические свойства, уравнение (5) можно упростить следующим образом:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = k_{ti} \nabla^2 T_{ti} - \rho_{bl} C_{bl} v_h \nabla T_{bl} + \rho_{bl} v_h \Delta H_f \nabla \phi.$$

Поскольку кровь фактически циркулирует в ткани, то, скорее всего, она будет находиться в тепловом равновесии с ней. Таким образом, Вульф предположил, что температура  $T_{bl}$  эквивалентна температуре ткани  $T_{ti}$ . В этом случае величина метаболической реакции ( $\rho_{bl} v_h \Delta H_f \nabla \phi$ ) эквивалентна  $q_m$ . Окончательная форма биотеплового уравнения, полученного Вульфом, выглядит следующим образом:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T}{\partial t} = k_{ti} \nabla^2 T_{ti} - \rho_{bl} C_{bl} v_h \cdot \nabla T_{ti} + q_m. \quad (6)$$

Следует отметить, что основная задача в решении биотеплового уравнения состоит в оценке локальной массовой скорости кровотока  $\rho_{bl} v_h$  [8].

В 1974 году Клиндер представил аналитическую биотепловую модель, концептуально схожую с биотепловой моделью Вульфа. Клиндер утверждал, что пренебрежение влиянием разнонаправленности потоков крови в модели Пеннеса приводит к существенным ошибкам при вычислении результатов. Для исправления указанного недостатка Клиндер предположил, что поле теплообмена внутри ткани должно быть смоделировано на основе естественных условий сосудистой анатомии [8]. С учетом пространственных и временных вариаций скорости ( $v$ ) и источника метаболического тепла ( $q_m$ ), постоянства физических свойств ткани и несжимаемости потока крови, биотепловое уравнение Клиндера может быть выражено как:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T}{\partial t} = k_{ti} \nabla^2 T_{ti} - \rho_{bl} C_{bl} v \cdot \nabla T_{ti} + q_m, \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что уравнение (7) аналогично уравнению (6), полученному Вульфом, за исключением того, что (7) написано для более общего случая пространственной и временной неоднородности поля скорости ( $v$ ) и источника тепла ( $q_m$ ) [14].

Среди континуальных биотепловых моделей, модель Чен–Холмс (1980) является наиболее хорошо проработанной. Чен и Холмс предположили, что общий контрольный объем ткани целесообразно разделить на подобъем обескровленной ткани ( $V_s$ ) и подобъем крови ( $V_b$ ), как показано на рисунке 1. На основании данной концепции было предложено новое модифицированное соотношение для вычисления величины перфузии крови ( $q_{bl}$ ):

$$q_{bl} = \rho_{bl} C_{bl} W_{bl}^* (T_{art}^* - T_{ti}) - \rho_{bl} C_{bl} v \cdot \nabla T_{ti} + \nabla \cdot k_p \nabla T_{ti}. \quad (8)$$

В уравнении (8), первое слагаемое правой части подобно величине перфузии из модели Пеннеса за исключением характерных для рассматриваемого объема скорости перфузии ( $W_{bl}^*$ ) и температуры артериальной крови ( $T_{art}^*$ ). По существу  $T_{art}^*$  является температурой крови на входе в артериолы и в общем случае она не равна температуре ядра тела. Второе слагаемое в (8) отвечает за энергию, переносимую в процессе теплового равновесия крови. Направленность кровотока описывается вектором  $v$ , который является

объемным расходом на единицу площади. Третье слагаемое в (8) описывает механизмы теплопроводности, связанные с небольшими колебаниями температуры в термоуравновешенной крови,  $k_p$  обозначает «перфузионную проводимость». Она зависит от скорости кровотока, угла наклона сосуда относительно локального температурного градиента, радиуса сосуда и плотности [8].

Используя упрощенную методику объемного усреднения, биотепловое уравнение Чен–Холмс можно записать следующим образом:

$$\rho_{ti,eff} C_{ti,eff} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = \nabla \cdot k_{ti,eff} \nabla T_{ti} - \left[ \rho_{bl} C_{bl} W_{bl}^* (T_{art}^* - T_{ti}) - \rho_{bl} C_{bl} v \cdot \nabla T_{ti} + \nabla \cdot k_p \nabla T_{ti} \right] + q_m, \quad (9)$$

где  $\rho_{ti,eff} = (1 - \varepsilon_{bl}) \rho_{ti} + \varepsilon_{bl} \rho_{bl}, \quad (10)$

$$C_{ti,eff} = (1 - \varepsilon_{bl}) C_{ti} + \varepsilon_{bl} C_{bl}, \quad (11)$$

$$k_{ti,eff} = (1 - \varepsilon_{bl}) k_{ti} + \varepsilon_{bl} k_{bl}, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_{bl}$  – пористость ткани, где протекает кровь;

$T_{ti}^*$  – локальная средняя температура ткани:

$$T_{ti}^* = \frac{(1 - \varepsilon_{bl}) \rho_{ti} C_{ti} T_{ti} + \varepsilon_{bl} \rho_{bl} C_{bl} k_{bl}}{\rho_{ti,eff} C_{ti,eff}}. \quad (13)$$

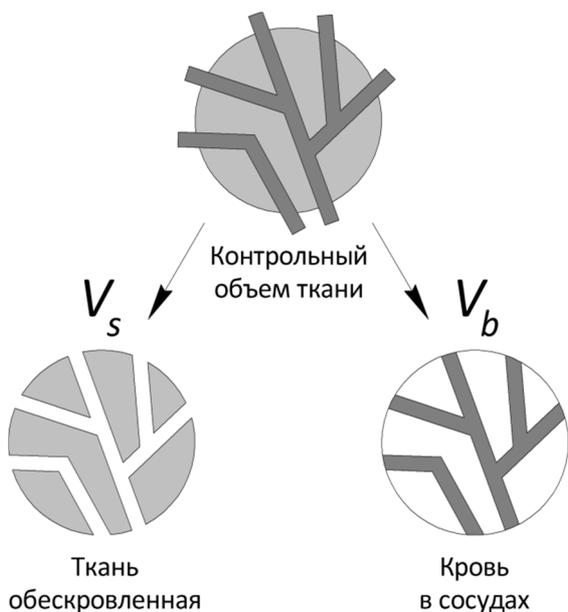


Рисунок 1 – Схематическое изображение контрольного объема ткани, используемого в модели Чен–Холмс



Рисунок 2 – Схематическое изображение пары артерия–вена в периферийном слое кожи

Поскольку  $\varepsilon_{bl} \ll 1$ , величина  $\rho_{ti,eff}$  не зависит от кровотока и соответствует теплопроводности обескровленной ткани ( $k_{ti}$ ) [14].

Несмотря на то, что модель Чен–Холмс (9)–(13) является более совершенной по сравнению с уравнением Пеннеса, ее достаточно сложно применять на практике, так как требуется наличие детальных сведений о сосудистой сети и перфузии крови.

В модели Чен–Холмс, равно как и во всех вышеперечисленных континуальных моделях, наибольшее внимание уделяется теплообмену между одиночным кровеносным сосудом и окружающей его тканью. В действительности же, ввиду разности температур и близкого расположения венозных и артериальных кровеносных сосудов, имеет место также и теплообмен во встречном потоке. В 1957 году Сколандер и Крог впервые представили математическую модель противоточной теплопередачи. Спустя 10 лет, Митчелл и Майерс (1968) предложили биотепловую модель, описывающую противоточный теплообмен между

артериями и венами конечностей. Три года спустя, Келлер и Зайлер (1971) разработали модель, которая принимает во внимание не только теплообмен между основными питающими артериями и отводящими венами, но и учитывает также сохранение энергии в окружающих их тканях. Данная модель первая в своем роде независимо учитывает теплообмен в тканях, артериях и венах. Подобный подход был позже использован в так называемых «биотепловых моделях с противотоком», более подробно рассматриваемых ниже [15].

Моделирование противоточной сосудистой системы, которую детально не учитывает модель Чен–Холмс, развивалось отдельно от континуальных моделей. В 1984 году Вайнбаум, Джиджи и Лемонс представили новую сосудистую биотепловую модель, принимающую во внимание встречный поток крови.

Эта модель была получена на основе предположения, что небольшие артерии и вены параллельны, а направление потоков противоположно, в результате чего эффекты нагрева и охлаждения уравниваются (рисунок 2) [15].

Данное предположение применимо в основном для промежуточных слоев кожи. В анатомическом исследовании, проведенном на конечностях кролика, Вайнбаум и соавторы определили три сосудистых слоя (глубокий, средний и кожный) в наружном слое ткани глубиной 1 см. Для противоточной структуры глубокого слоя ткани, они предложили систему трех связанных уравнений:

$$\rho_{bl}C_{bl}\pi r^2 \bar{v} \cdot \frac{dT_{art}}{ds} = -q_{art}, \quad (14)$$

$$\rho_{bl}C_{bl}\pi r^2 \bar{v} \cdot \frac{dT_v}{ds} = -q_v, \quad (15)$$

$$\rho_{ti}C_{ti} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = \nabla \cdot k_{ti} \Delta T_{ti} + \left[ ng\rho_{bl}C_{bl}(T_{art} - T_v) - \rho_{bl}C_{bl}n\pi r^2 \bar{v} \cdot \frac{d(T_{art} - T_v)}{ds} \right] + q_m, \quad (16)$$

где  $q_{art}$  – потеря тепла из артерии за счет теплопроводности через ее стенку;

$q_v$  – приток тепла в вену за счет теплопроводности через ее стенку;

$T_{art}$  и  $T_v$  – объемные средние температуры внутри кровеносного сосуда;

$r$  – радиус сосуда;

$\bar{v}$  – скорость проходящего кровотока в артерии или вене;

$n$  – число артерий или вен;

$g$  – скорость кровотока на единицу площади поверхности сосуда.

Уравнения (14) и (15) описывают перенос тепла в термически значимых артериях и венах, соответственно. Уравнение (16) относится к ткани, окружающей пару артерия–вена. В правой части (16) два средних слагаемых представляют собой энергетический обмен при прохождении крови через капилляры и фактический теплообмен между тканью и парой артерия–вена.

Допущения модели Вайнбаума–Джиджи–Лемонса:

1) лимфатической потерей жидкости пренебрегают, таким образом, массовые расходы в артерии и в вене равны;

2) пространственная однородность проходящего кровотока;

3) теплопередача в плоскости, перпендикулярной к паре артерия–вена, больше, чем вдоль сосудов;

4) линейная зависимость температуры в радиальном направлении пары артерия–вена;

5) температура границы артерия–вена равна среднему значению температур артерии и вены;

6) температура крови на выходе из отводящих капилляров и на входе в вены равна температуре венозной крови.

Модель Вайнбаума–Джиджи–Лемонса применена к периферийному слою мышечной ткани конечностей, и признается действительной для сосудов диаметром  $< 300$  мкм и  $\varepsilon < 0,3$  [9].

Так как  $T_{art}$  и  $T_v$  в уравнении (16) неизвестны, температура ткани  $T_{ti}$  не может быть определена. Поэтому, Вайнбаум и Джиджи (1985), вывели упрощенное уравнение для изучения влияния кровотока на распределение температуры в ткани. В целях исключения температуры артерии и вены из предыдущей формулировки, были использованы два основных допущения:

1) температура ткани  $T_{ti}$  приблизительно равна среднему значению локальных температур артерии и вены:

$$T_{ti} \approx \frac{T_{art} + T_v}{2}. \quad (17)$$

2) тепло от парных артерий главным образом отводится в соответствующую вену:

$$q_{art} \approx q_v \approx \sigma_{\Delta} k_{ti} (T_{art} - T_v), \quad (18)$$

где  $\sigma_{\Delta}$  – фактор геометрической формы, связанный с тепловым сопротивлением между двумя параллельными сосудами, в бесконечной среде.

В случае сосудов с одинаковой поверхностной температурой и межцентровым расстоянием  $l$ , коэффициент формы определяется формулой:

$$\sigma_{\Delta} = \frac{\pi}{\cosh^{-1}(l/2r)}.$$

Используя указанные допущения и подставляя формулы (17) и (18) в уравнения (14), (15) и (16), Вайнбаум и Джиджи предложили упрощенное уравнение для оценки распределения температуры ткани:

$$\rho_{ti} C_{ti} \frac{\partial T_{ti}}{\partial t} = \nabla \cdot k_{eff} \nabla T_{ti} + q_m,$$

где  $k_{eff}$  – эффективная проводимость, определяемая как:

$$k_{eff} = k_{ti} [1 + Pe_i V(\xi)],$$

где  $\xi$  – безразмерное расстояние, определяемое как  $x/L$ ;

$L$  – толщина слоя ткани;

$V(\xi)$  – безразмерная функция сосудистой геометрии, которая может быть вычислена, если известны сведения о сосудах;

$Pe_i$  – число Пекле:

$$Pe_i = \frac{2\rho_{bl} C_{bl} r_i v_i}{k_{bl}},$$

где  $r_i$  – радиус сосуда;

$v_i$  – скорость крови на входе в слой ткани.

Основные ограничения биотеплового уравнения Вайнбаума–Джиджи связаны с важностью противоточного теплообмена. Данная модель была получена с целью описания теплопередачи только в периферических тканях, где ее основные допущения являются наиболее приемлемыми. В тканях, содержащих большие кровеносные сосуды (диаметром более 200 мкм), допущение того, что большая часть тепла, выходящего из артерии, возвращается противоположно направленной веной, может быть нарушено.

Кроме того, в отличие от биотеплового уравнения Пеннеса, которое требует только значений локальной скорости перфузии крови, в биотепловой модели Вайнбаума–Джиджи требуется много подробных сведений об анатомии и сосудистой геометрии, например, плотность сосуда, размер и расстояние между артерией и веной для каждой сосудистой пары, а также скорость перфузии крови [8].

На рисунке 3 представлена обобщенная классификация рассмотренных в работе математических моделей теплоснабжения конечности человека.

В основе приведенной классификации лежат основные подходы, применяемые при математическом моделировании транспорта биотепла в тканях, содержащих кровеносные сосуды: континуальный (модели сплошных сред) и дискретно–сосудистый.

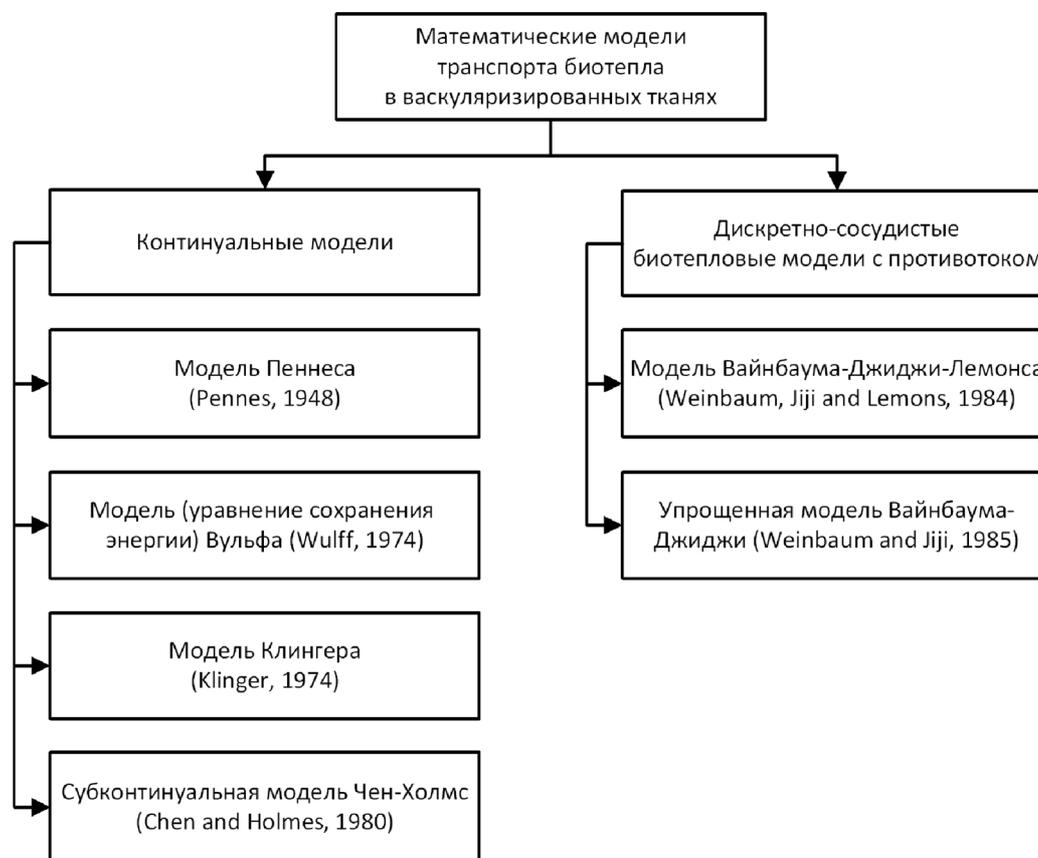


Рисунок 3 – Классификация моделей теплоснабжения конечности человека

Проведенный обзор показал эволюцию развития тепловых моделей конечности, учитывающих параметры кровоснабжения. Рассмотренные модели обладают различной степенью сложности, и, что наиболее важно, различной степенью возможности применения на практике. Также различаются области их лучшей применимости (на различных участках конечности и, в частности, на различных участках кровеносного русла). При регистрации термограммы контактным методом совместно с лазерной доплеровской диагностикой получение информации осуществляется главным образом из кожи и близлежащих тканей. Из рассмотренных моделей, как указывалось выше, наиболее перспективной с точки зрения возможности применения и точности для оценки задачи теплопереноса в мягких тканях является биотепловая модель Вайнбаума, Джиджи и Лемонса, и в особенности упрощенная модель Вайнбаума–Джиджи. Для рассматриваемого случая с учетом некоторых допущений может использоваться также модель Чен–Холмс. В то же время модель Пеннеса, в соответствии со своим первоначальным предназначением, может применяться для моделирования распределения тепла в конечности на более высоком уровне (в частности в предплечье). Подобный подход использования адекватной для конкретной задачи математической модели, учитывающей биофизику основных процессов объекта исследования, позволяет реализовать современный метод диагностики эффективности кровоснабжения конечности.

В результате аналитического обзорного исследования были выявлены слабые и сильные стороны основных известных математических моделей теплоснабжения конечности

человека. По результатам обзора выявлены перспективные направления создания математической модели тепловой реакции руки человека на окклюзионную пробу. Моделирование переходных процессов изменения микроциркуляции крови и кожной температуры во время проведения процедуры функциональной пробы, а также причинно–следственные связи между данными параметрами предлагается использовать для обоснования предлагаемых диагностических критериев выраженности патологического состояния в области исследования.

*Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки РФ №310 ФГБОУ ВПО «Госуниверситет–УНПК».*

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Крупаткин, А.И. Функциональная диагностика состояния микроциркуляторно–тканевых систем: колебания, информация, нелинейность: руководство для врачей / А.И. Крупаткин, В.В. Сидоров. – М.: ЛИБРОКОМ, 2013. – 496 с.
2. Дунаев, А.В. Анализ физиологического разброса параметров микроциркуляторно–тканевых систем / А.В. Дунаев [и др.] // Биотехносфера. – 2013. – № 5. – С. 44 – 53.
3. Ley, O. Use of temperature alterations to characterize vascular reactivity / O. Ley [et al.] // *Clinical Physiology and Functional Imaging*. – 2011. – V. 31. – № 1. – pp. 66 – 72.
4. Тихонова, И.В. Возрастные особенности динамики амплитуд колебаний кровотока кожи в процессе постокклюзионной реактивной гиперемии [Текст] / И.В. Тихонова, А.В. Танканаг, Н.К. Чемерис // *Физиология человека*. – 2010. – Т. 36. – № 2. – С. 114 – 120.
5. Seifalian, A.M. Comparison of laser Doppler perfusion imaging, laser Doppler flowmetry, and thermographic imaging for assessment of blood flow in human skin / A.M. Seifalian [et al.] // *European Journal of Vascular Surgery*. – 1994. – V. 8. – № 1. – pp. 65–69.
6. McQuilkin, G.L. Digital thermal monitoring (DTM) of vascular reactivity closely correlates with Doppler flow velocity / G.L. McQuilkin [et al.] // *31st Annual International Conference of the IEEE EMBS*. – (Minneapolis, Minnesota, USA, September 2–6, 2009). – USA: IEEE. – pp. 1100–1103.
7. Дунаев, А.В. Исследование возможностей тепловидения и методов неинвазивной медицинской спектродетекции в функциональной диагностике / А.В. Дунаев [и др.] // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. – Орел: ОрелГТУ. – 2010. – № 6–2 (284). – С. 95–100.
8. Zolfaghari, A. Bioheat transfer / A. Zolfaghari, M. Maerefat // *Developments in Heat Transfer*; edited by M. Aurélio dos Santos Bernardes. – Croatia: InTech, 2011. – Chapter 9. – pp. 153–170.
9. Diller, K.R. Bioheat transfer / K.R. Diller, J.W. Valvano, J.A. Pearce // *The CRC Handbook of Thermal Engineering*; edited by F. Kreith. – Boca Raton: CRC Press. – 2010. – Chapter 4.4. – P. 4 – 114 – 4 – 187.
10. Сагайдачный, А.А. Восстановление спектра колебаний кровотока из спектра колебаний температуры пальцев рук, дисперсия температурного сигнала в биоткани / А.А. Сагайдачный [и др.] // *Регионарное кровообращение и микроциркуляция*. – 2013. – № 1. – С. 76–82.
11. Bhowmik, A. Conventional and newly developed bioheat transport models in vascularized tissues: A review / A. Bhowmik [et al.] // *Journal of Thermal Biology*. – 2013. – V. 38. – № 3. – pp. 107 – 125.
12. Pennes, H.H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting forearm / H.H. Pennes // *Journal of Applied Physiology*. – 1948. – V. 1. – № 2. – pp. 93 – 122.
13. Wissler, E.H. Pennes 1948 paper revisited / E.H. Wissler // *Journal of Applied Physiology*. – 1998. – V. 85. – № 1. – pp. 35 – 41.
14. Khanafer, K. Synthesis of mathematical models representing bioheat transport / K. Khanafer, K. Vafai // *Advances in Numerical Heat Transfer: Volume 3*; edited by W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, J.P. Abraham. – Boca Raton: CRC Press. – 2009. – Chapter 1. – pp. 1–28.
15. Hassanpour, S. Interstitial hyperthermia treatment of countercurrent vascular tissue: A comparison of Pennes, WJ and porous media bioheat models / S. Hassanpour, A. Saboonchi // *Journal of Thermal Biology*. – 2014. – № 46. – pp. 47 – 55.

### **Жеребцова Ангелина Ивановна**

ФГБОУ ВПО «Госуниверситет–УНПК», г. Орел  
Стажер–исследователь научно–образовательного центра  
«Биомедицинская инженерия», соискатель кафедры  
«Приборостроение, метрология и сертификация»  
учебно–научно–исследовательского института информационных технологий  
Тел. +7 (953) 471 36 39  
E–mail: angelina.zherebtsova@yandex.ru

A.I. ZHEREBTSOVA

## AN ANALYTICAL REVIEW OF MATHEMATICAL MODELS OF RELATIONSHIP BETWEEN BLOOD PERFUSION AND SKIN TEMPERATURE PARAMETERS

*It was carried out an analytical review of mathematical models of correlation between blood perfusion and temperature parameters of human limbs. Author analyzes the main advantages and disadvantages of the known models, offers its classification. Conclusions about the prospects of the considered models to assess the functional state of the microvasculature are formulated.*

**Keywords:** blood microcirculation, laser Doppler flowmetry, skin temperature, occlusion test, mathematical modeling.

### BIBLIOGRAPHY

1. Krupatkin, A.I. Funktsionalnaya diagnostika sostoyaniya mikrotsirkulyatorno–tkanevykh sistem: kolebaniya, informatsiya, nelineynost: rukovodstvo dlya vrachey / A.I. Krupatkin, V.V. Sidorov. – M.: LIBRO–KOM, 2013. – 496 s.
2. Dunayev, A.V. Analiz fiziologicheskogo razbrosa parametrov mikrotsirkulyatorno–tkanevykh sistem / A.V. Dunayev [i dr.] // Biotekhnosfera. – 2013. – № 5. – S. 44 – 53.
3. Ley, O. Use of temperature alterations to characterize vascular reactivity / O. Ley [et al.] // Clinical Physiology and Functional Imaging. – 2011. – V. 31. – № 1. – pp. 66 – 72.
4. Tikhonova, I.V. Vozrastnyye osobennosti dinamiki amplitud kolebaniy krovotoka kozhi v protsesse postokklyuzionnoy reaktivnoy giperemii [Tekst] / I.V. Tikhonova, A.V. Tankanag, N.K. Chemeris // Fiziologiya cheloveka. – 2010. – T. 36. – № 2. – S. 114 – 120.
5. Seifalian, A.M. Comparison of laser Doppler perfusion imaging, laser Doppler flowmetry, and thermograph–ic imaging for assessment of blood flow in human skin / A.M. Seifalian [et al.] // European Journal of Vascular Surgery. – 1994. – V. 8. – № 1. – pp. 65 – 69.
6. McQuilkin, G.L. Digital thermal monitoring (DTM) of vascular reactivity closely correlates with Doppler flow velocity / G.L. McQuilkin [et al.] // 31st Annual International Conference of the IEEE EMBS. – (Minneapolis, Minnesota, USA, September 2–6, 2009). – USA: IEEE. – pp. 1100 – 1103.
7. Dunayev, A.V. Issledovaniye vozmozhnostey teplovideniya i metodov neinvazivnoy meditsinskoy spektrofotometrii v funktsionalnoy diagnostike / A.V. Dunayev [i dr.] // Fundamentalnyye i prikladnyye pro–blemy tekhniki i tekhnologii. – Orel: OrelGTU. – 2010. – № 6–2 (284). – S. 95 – 100.
8. Zolfaghari, A. Bioheat transfer / A. Zolfaghari, M. Maerefat // Developments in Heat Transfer; edited by M. Aurélio dos Santos Bernardes. – Croatia: InTech, 2011. – Chapter 9. – pp. 153 – 170.
9. Diller, K.R. Bioheat transfer / K.R. Diller, J.W. Valvano, J.A. Pearce // The CRC Handbook of Thermal Engineering; edited by F. Kreith. – Boca Raton: CRC Press. – 2010. – Chapter 4.4. – P. 4 – 114 – 4 – 187.
10. Sagaydachnyy, A.A. Vosstanovleniye spektra kolebaniy krovotoka iz spektra kolebaniy temperatury paltsev ruk, dispersiya temperaturnogo signala v biotkani / A.A. Sagaydachnyy [i dr.] // Regionarnoye krovoobrashcheniye i mikrotsirkulyatsiya. – 2013. – № 1. – S. 76 – 82.
11. Bhowmik, A. Conventional and newly developed bioheat transport models in vascularized tissues: A review / A. Bhowmik [et al.] // Journal of Thermal Biology. – 2013. – V. 38. – № 3. – pp. 107 – 125.
12. Pennes, H.H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting forearm / H.H. Pennes // Journal of Applied Physiology. – 1948. – V. 1. – № 2. – pp. 93 – 122.
13. Wissler, E.H. Pennes 1948 paper revisited / E.H. Wissler // Journal of Applied Physiology. – 1998. – V. 85. – № 1. – pp. 35 – 41.
14. Khanafer, K. Synthesis of mathematical models representing bioheat transport / K. Khanafer, K. Vafai // Advances in Numerical Heat Transfer: Volume 3; edited by W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, J.P. Abraham. – Boca Raton: CRC Press. – 2009. – Chapter 1. – pp. 1 – 28.
15. Hassanpour, S. Interstitial hyperthermia treatment of countercurrent vascular tissue: A comparison of Pennes, WJ and porous media bioheat models / S. Hassanpour, A. Saboonchi // Journal of Thermal Biology. – 2014. – № 46. – pp. 47 – 55.

**Zherebtsova Angelina Ivanovna**

State University ESPC, Orel

Early stage researcher of scientific–educational center «Biomedical Engineering»,

applicant for doctoral degree of the Department «Instrumentation,

metrology and certification» of Educational and Research Institute of Information Technology

Tel. +7 (953) 471 36 39

E–mail: angelina.zherebtsova@yandex.ru

## ПРИЛОЖЕНИЕ ГИПОТЕЗ ОБ ИНВАРИАНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ РУКИ ЧЕЛОВЕКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПЛАНИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЙ АНТРОПОМОРФНЫХ МЕХАНИЗМОВ

*Выполнен критический анализ гипотез об оптимальности руки как биомеханической подсистемы в составе целостной системы – человека. В качестве следствий оптимальности рассматриваются инвариантные характеристики руки: геометрические, кинематические и динамические. Показано, что гипотетические критерии качества, позволяющие планировать движения руки, характеризующиеся инвариантностью, могут быть использованы при планировании движений антропоморфных механизмов с избыточной кинематической подвижностью.*

**Ключевые слова:** биомеханическая подсистема; рука; оптимальность; инвариантность; критерий качества; планирование движений.

Синтез большого числа технических и биотехнических систем основан на решении одно или многокритериальных оптимизационных задач. К ним могут быть отнесены, например, манипуляционные системы роботов, искусственные аналоги конечностей человека и животных – протезы, экзоскелетоны и множество других механических и биомеханических объектов и образуемых ими систем. При постановке задач оптимизации параметров, планировании движений и синтезе законов управления этими объектами выбор критериев оптимальности является нетривиальной задачей. По мнению большинства исследователей, они должны быть естественными, т.е. соответствовать сущности решаемых оптимизационных задач, но, в то же время, не противоречить критериям оптимальности, определяемым фундаментальными физическими законами.

При выборе естественных критериев оптимальности рассматриваемого класса систем чаще всего используют результаты многочисленных экспериментальных исследований биологических объектов, предполагая, что им свойственна приобретенная в процессе эволюции оптимальность. На этой основе формулируются определенные гипотезы и соответствующие им критерии оптимальности (качества), которые могут быть использованы в анализе и синтезе как механических, так и искусственных биомеханических систем. Но, формулируемые таким образом критерии, часто недостаточно обоснованы, а, в некоторых случаях, могут противоречить общепринятым в технике критериям.

Например, манипуляционные системы роботов, как правило, характеризуются двигательной избыточностью. В связи с этим на практике возникает необходимость решения задач планирования движений их элементов. При этом могут быть использованы различные критерии. Так как манипуляторы в большинстве случаев имеют антропоморфную структуру, биомеханические критерии в таких задачах представляются вполне естественными и поэтому имеют особое значение. Однако, их использование может приводить к решениям не оптимальным с точки зрения затрат энергии для совершения определенного двигательного действия. В таких случаях должна быть обоснована необходимость выбора естественных критериев оптимальности как осознанная альтернатива традиционным.

Идеи и основанные на них гипотезы об оптимальности биологических объектов и систем (в том числе и человека, как биологической системы в целом, так и каждой из его подсистем), высказывались учеными с давних времен. Одна из них сводится к тому, что в процессе естественного отбора непрерывно улучшается их генетическое строение относительно свойств, которые тесно связаны с репродуктивным успехом. При этом считается, что во многих случаях эти улучшения фактически привели к оптимальному строению животных [1]. Как отмечал Р. Розен: “Организмы, обладающие биологической структурой, оптимальной в отношении естественного отбора, оптимальны также и в том смысле, что они минимизируют некоторую оценочную функцию, определяемую исходя из основных характеристик окружающей среды” [2].

Для подтверждения подобных гипотез, а также при разносторонних исследованиях биологических объектов и систем, многие биологи–эволюционисты активно использовали

математические методы. По словам Е. Вигнера, “утверждение о том, что природа выражает свои законы на языке математики... в наши дни ...верно более, чем когда-либо”. В настоящее время такие исследования также являются актуальными.

Использование математических методов предполагает наличие критериев оптимальности, важность которых состоит не только в объяснении причин оптимальности биологических объектов и систем, но и в возможности их последующего использования, в случае достаточной обоснованности, при конструировании оптимальных технических и биотехнических систем. Ранее на необходимость введения таких критериев неоднократно указывали многие ученые, в том числе известный биолог, академик П.К. Анохин. Было высказано множество гипотез, явившихся базой для обоснования критериев оптимальности, в большинстве из которых использовалась энергетическая концепция. Так, например, биофизик Н. Рашевский еще в 1960 году писал: “Конструкция организма такова, что организм выполняет свои функции адекватно и с минимальным расходом энергии иматериала, необходимого для строительства егоструктур”. Но общая концепция относительно критериев оптимальности биологических объектов остается не разработанной до настоящего времени, главным образом потому, что механизмы “поиска оптимума” в процессе эволюции пока еще недостаточно изучены.

В настоящее время в научной среде существует множество подходов к решению проблемы оптимальности биологических объектов. Например, некоторые из исследователей во главу угла ставят структурную гармонию, базирующуюся на наблюдаемых свойствах симметрии в строении живых существ, не только животных, но и растений. Исследуемые ими объекты рассматриваются как системы, в структуре которых ищутся инвариантные, по отношению к некоторым изменениям, признаки, которые можно считать их собственными характеристиками. Известно, что такой подход к науке в свое время поддерживал М. Борн. По его словам: “Наука – это не что иное, как попытка конструировать ...инварианты там, где они не очевидны”. Математическое содержание проблемы заключено, например, в высказывании Г. Вейля, который писал: “Всякий раз, когда вам приходится иметь дело с некоторым объектом  $\Sigma$ , наделенным структурой, попытайтесь определить группу его автоморфизмов, т.е. группу, элементами которой являются преобразования, оставляющие без изменения все структурные отношения. Вы можете рассчитывать на то, что на этом пути вам удастся глубоко проникнуть во внутреннее строение объекта  $\Sigma$ ”. Т.е., основой критериев оптимальности, формулируемых в соответствии с принципами симметрии биологических объектов, в большинстве своем являются результаты анализа эмпирических данных. Обнаруживаемые в результате анализа закономерности, представляются как результат оптимального вхождения объекта в среду обитания.

Многие биологи, в результате поиска инвариантов в строении биологических объектов и их функционировании, приходят к выводу о наличии в них соотношений между элементами или фазами деятельности, характеризующихся “золотым сечением”, “золотым вурфом” или другими константами, считая их критериями гармонии не только в живой, но и в неживой природе. Интерес к этим необъяснимым, с точки зрения современной науки, критериям, возникший, как известно, в глубокой древности, не только не ослабевает, но и усиливается, о чем свидетельствуют многочисленные научные и научно-популярные публикации [3 и др.]. Нельзя не отметить тот факт, что такое видение проблемы часто воспринимается как телеологическое (по-другому – предопределенное заранее заданной целью; от греческих слов *telos* – цель, результат и *logos* – учение, понятие) и, следовательно, не вполне обоснованное и не объясняющее оптимальность объекта. Однако, свое отношение к телеологичности оптимальных принципов, высказывал еще Н. Рашевский, согласно которому “...все вариационные принципы в физике «телелогичны», начиная с принципа наименьшего действия”. Более того, предложенный в одной из работ П. Мопертюи в 1740 году в общих чертах и сформулированный в 1744 году принцип наименьшего действия сам автор считал не только телеологическим, но даже теологическим, пытаясь применить его для доказательства существования Бога. Об этом, ссылаясь на оригинал, опубликованных в 1750 году “Очерков космологии”, пишет Р. Тиле [4].

Как известно, Л. Эйлер произвел корректировку принципа наименьшего действия, придав ему математическую формулировку, уточнив понятие “действия”, а также заменив требование минимальности требованием стационарности действия. В дальнейшее развитие

принципа огромный вклад внесли Ж. Лагранж, У.Р. Гамильтон, М.В. Остроградский. Во многом, благодаря им, он нашел широкое применение сначала в механике, затем в физике, а в последнее время и в биологии. Высокую оценку принципу наименьшего действия давал М. Планк. Он отмечал, что "...принцип наименьшего действия (*aktion*) в настоящее время, как по форме, так и по содержанию имеет право претендовать на то, чтобы в последующем привести к конечным идеальным целям теоретических исследований... Принцип сохранения энергии может быть выведен из принципа наименьшего действия, т.е. содержится в нем, тогда как обратное утверждение неправомерно. Поэтому принцип сохранения энергии уже принципа наименьшего действия" [4]. Однако вопрос о математическом обосновании принципа не решен до настоящего времени и он, по существу, остается телеологическим.

Стремление многих поколений ученых объяснить наблюдаемую в природных, в том числе, биологических объектах гармонию и, как следствие – оптимальность, приводило к появлению гипотез об их инвариантных свойствах, которые в количественной форме представляются универсальными числами, характеризующими те или иные стороны объекта. Многие из них, как отмечалось выше, связаны с "золотым сечением" и числами Фибоначчи. В литературных источниках приводятся обоснованные в результате анализа многочисленных экспериментальных данных гипотезы об "использовании" этих чисел в организации структуры биомолекул, биоритмов мозга человека и психофизических параметров его деятельности, в членении конечностей животных, в гармонической соразмерности частей тела человека, в структуре сердечных циклов человека и млекопитающих, в музыке, в движении планет и т.д. Известны также попытки доказательства неслучайного использования природой этих чисел. Так, например, В.Д. Цветков утверждает, что благодаря "использованию золотой пропорции" сердце человека и млекопитающих функционирует в высшей степени эффективно, т.е. с минимальными затратами энергии, мышечной массы, крови и сосудистого материала. В то же время следует признать, что такой подход еще более телеологичен, чем используемый в принципе наименьшего действия. Во всяком случае, доказательств того, что именно "золотое сечение" (пропорция) или другие универсальные константы приводят к минимальным затратам энергии, не существует. Вместе с тем, если обнаруженные в результате анализа эмпирических данных инвариантные свойства и их количественные оценки, характеризующие объект, систему или же фазы их развития, деятельности и т.д., не противоречат общепринятым оптимальным принципам и экспериментам, то возможно в качестве гипотезы принять их как результат реализации этих принципов в природе. И наоборот, наблюдаемые во множестве объектов инварианты могут быть использованы для выяснения принципов организации их структуры на основе оптимальных принципов.

Как и ранее, в настоящее время, подобно тому, как это принято в физике, во многом благодаря детальной обоснованности и успешного, на протяжении многих лет, опыта использования, критерии оптимальности в биологии и биомеханике, в большинстве своем, основаны на энергетической постановке физиологической задачи. Т.е. в них предполагается энергетическая оптимальность живых систем по отношению к их функциям. Известно множество научных работ, в которых биологи эволюционисты используют принцип минимума затрат механической или метаболической энергии при исследовании разнообразных форм поведения в жизнедеятельности животных, таких как способы передвижения, добыча пищи, конкуренция, кооперация, репродукция. Анализ используемых при этом математических моделей, а также сравнение получаемых решений с экспериментальными данными, позволяют сделать вывод об их эффективности. В связи с этим, рассматривая человека, другие биологические объекты, а также их отдельные части как некоторые технические устройства, можно предполагать, что их структуры, кинематические, динамические параметры и т.д. удовлетворяют некоторым, возможно противоречивым, критериям качества, которые могли бы быть использованы, например, при конструировании антропоморфных манипуляторов, протезов конечностей, экзоскелетов и подобных устройств, однако на сегодняшний день достаточного обоснования таких критериев не существует.

С другой стороны, не следует считать, что биомеханические устройства, наиболее точно имитирующие человека или какой-либо из элементов его структуры, являются наиболее оптимальными техническими устройствами данного типа, предназначенными для

реализации определенной задачи. В некоторых случаях такие устройства близки к оптимальным (например, биопротезы конечностей человека), в других – их конструкции, основные параметры и системы управления в той или иной степени должны отличаться от биологических аналогов. Как отмечает один из известных специалистов в области биомеханики и бионики С.В. Петухов: “Изучение закономерностей симметрии в биологических телах вскрывает тот факт, что далеко не все в строении биологических органов определено критерием оптимальной приспособленности к выполнению непосредственных функций, но что важное значение имеют принципы кристаллизации живого вещества, физические законы морфогенеза” [3]. Другими словами, в результате эволюции биологические объекты совершенствуются, приобретая возможность функционировать наиболее оптимально, но этот процесс осуществляется в рамках морфогенетических законов. Ранее практически такая же точка зрения обосновывалась Н.А. Бернштейном [5] и другими биологами и биомеханиками. В то же время следует отметить, что в большинстве работ по исследованию кинематической организации человека и других биологических объектов, авторами делается акцент именно на функциональную приспособленность объектов к среде обитания. Если такой подход использовать, например, при поиске оптимальных вариантов конструкций манипуляционных систем, то область возможных решений будет значительно сужена. В цитированной ранее монографии [3] С.В. Петухов справедливо отмечает, “...что конструктор машин при решении конструкторских задач находится в лучшем положении по сравнению с живой природой, поскольку он может исходить целиком из критерия функциональной оптимальности и не быть связанным необходимостью соблюдать дополнительные условия, проистекающие из закономерностей чисто биологического характера”. Но, приведенное выше мнение С.В. Петухова и подобные мнения других ученых не исключают возможности использования природной гармонии и, как следствие, оптимальности биологических объектов при выборе направления поиска оптимальных технических решений.

Для формулировки естественных критериев оптимальности механизмов с конечным числом степеней свободы важное значение имеют морфологические и физиологические исследования конечностей человека и животных. Они также важны для проектирования протезов конечностей, эндопротезов суставов, реабилитационных и других биомеханических систем.

Основная цель данной статьи состоит в критическом анализе работ, посвященных поиску критериев оптимальности руки как биомеханической подсистемы целостной системы – человека и оценке возможностей таких критериев при планировании движений антропоморфных систем с кинематической избыточностью и синтезе систем управления ими.

### **1. Рука как оптимальная биомеханическая подсистема целостной биологической системы – человека.**

Одной из наиболее совершенных подсистем в структуре человека как целостной системы является рука. В моделях суставов, используемых при ее биомеханическом анализе, применяются различные степени физиологической детализации, которая определяется, чаще всего, из контекста решаемой задачи.

Самые просты модели руки – плоские 2–х или 3–хзвенные открытые кинематические цепи с 2–мя (3–мя) цилиндрическими кинематическими парами пятого класса, обладающие 2–мя (3–мя) вращательными степенями свободы, используются наиболее часто для получения оценок инвариантных характеристик руки. Но, даже модели, обладающие такой структурой с учетом присоединенных к ним моделей мышц, представляют собой сложную для математического описания динамическую систему, важной особенностью которой является наличие неопределенности, проявляемой в процессе синтеза, анализа и управления движениями. Т.е. рука и даже ее простейшие модели обладают не только избыточным числом степеней свободы, необходимых для совершения требуемых движений, но и избыточным числом приводных устройств (мышц). В связи с этим однозначное решение обратных задач кинематики и динамики руки не представляется возможным. Эти задачи могут быть решены только с учетом каких-либо ограничений, накладываемых на движения элементов скелета (в соответствии с терминологией теории механизмов – звеньев) или критериев, согласно которым эти движения осуществляются.

В результате многочисленных экспериментальных исследований было установлено, что

в не зависимости от характера движений элементов руки, направления кисти к цели и других факторов наблюдается электромиографическая активность практически всех мышц. P.L. Gribble и D.J. Ostry показали, что при движениях руки, как некоторой многозвенной (многошарнирной) системы, силовое воздействие мышц, приводящих к возникновению вращающего момента, действующего в шарнире одного из звеньев, сопровождается активацией мышц, создающих вращающие моменты в шарнирах других звеньев, причем даже в том случае, когда одно из звеньев находится в состоянии покоя относительно другого [6].

Подобные результаты ранее были получены и другими исследователями и, в том числе, для ряда других задач. Известны также эксперименты, в которых наблюдаемая электромиографическая активность мышц (как агонистов, так и антагонистов) изменялась в зависимости от скорости движения. Выводы большинства ученых, исследовавших данную проблему, сводятся к тому, что процесс движения элементов конечностей сопровождается возникновением в сочленениях, так называемых, “интерактивных” вращающих моментов, способствующих кинематической инвариантности движений [7], но механизм их возникновения пока остается невыясненным. Существует гипотеза, согласно которой в мозге, как системе управления движениями, хранится информация о собственных свойствах конечности и ее кинематических возможностях, приобретаемая как на генетическом уровне, так и в процессе обучения. Многочисленные электромиограммы, доступные в литературных источниках, свидетельствуют о том, что начало активации каждой из мышц (в том числе и антагонистов) предшествует началу движения сегмента конечности. Такой же эффект свойственен и многошарнирным движениям [6]. Кроме этого, установлено, что в целостном двигательном акте прослеживаются механизмы гомеостаза, проявляющиеся в динамическом перераспределении связей активности моторных ядер спинного мозга – одни и те же мышцы работают в разных фазах цикла движения как синергисты (агонисты) и как антагонисты, а также как индивидуализированные, отдельно управляемые генераторы силы. Этот факт трактуется как средство повышения надежности поддержания устойчивости двигательного механизма в широком диапазоне внешних условий.

Длительные исследования двигательной активности детей в период их развития показали, что на начальной стадии обучения их движения существенно отличаются от движений взрослых людей, но уже к концу первого года жизни они приобретают ярко выраженные черты осознанных движений, характеризующихся кинематической и динамической инвариантностью [8]. Кинематическая инвариантность характеризуется однотипностью траекторий движения (траектории свободных движений некоторой базовой точки кисти близки к прямым линиям или гладким кривым с малой кривизной при различных скоростях и в различных направлениях движения), приближенно симметричной колоколообразной формой графика тангенциальной скорости базовой точки при перемещении от начальной точки к конечной в области достижимости [9], а также приближенной линейной зависимостью между значениями углов поворота плеча и предплечья, обнаруживаемой при определенных условиях [10]. Динамическая инвариантность, называемая “линейной синергией”, состоит в приближенной линейной зависимости между вращающими моментами, возникающими в сочленениях элементов руки:

$$\tau_S = K_D \cdot \tau_E$$

где  $\tau_S, \tau_E$  – вращающие моменты при плоском движении в сочленении плеча (shoulder) с условно неподвижной лопаткой и плеча с предплечьем (elbow), соответственно;

$K_D$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от направления движения базовой точки кисти к цели [11].

На рисунке 1 представлены типичные траектории точки в пространстве вращающих моментов, полученные путем решения обратной задачи динамики плоской двухзвенной модели конечности с использованием результатов свободных (без нагрузки) экспериментальных движений базовой точки кисти к цели в различных направлениях [11].

В результате статистической обработки результатов экспериментов авторами статьи [11] получена формула для определения коэффициента  $K_D$ :

$$K_D = 2.05 \frac{0.45\Delta\theta_e + \Delta\theta_s - 4.6}{\Delta\theta_e + 0.18\Delta\theta_s - 5.3}, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – символ, обозначающий изменение соответствующего угла;  
 $\theta_e$  – угол поворота предплечья;  
 $\theta_s$  – угол поворота плеча по отношению к начальному.

Линейная синергия выявлена также и в экспериментах с различными по величине нагрузками и скоростями движения [12].

Наличие синергий означает, что при выполнении движений происходит разделение имеющихся у руки степеней свободы на согласованно управляемые “блоки”. В результате число независимых параметров, подлежащих регулированию, меньше реального числа степеней свободы руки. По мнению многих исследователей группировка регулируемых параметров в блоки дает “один из весьма общих и эффективных способов управления сложными системами”.

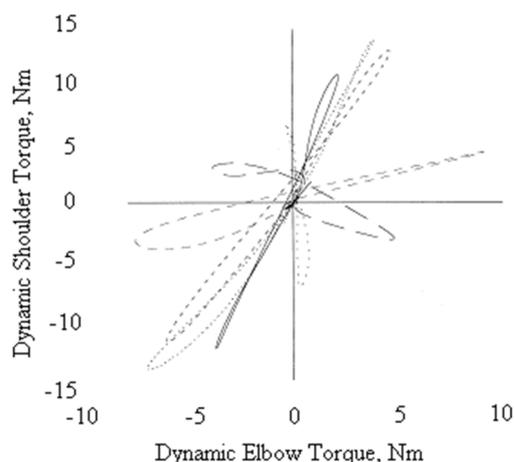
Методы решения задач динамики и управления антропоморфными механизмами, основанные на использовании синергетических принципов, уже находят достаточно широкое применение. Известны, например, метод полуобратных заданных синергий, метод оптимизирующих синергий, метод обратных задач динамики в управлении, в котором синергия используется неявно. Но, вследствие того, что природа синергетических механизмов практически не изучена, все они, по существу, основываются на эвристических подходах и, в целом, не позволяют получить решения, соответствующие реальным процессам.

Использование кинематической и динамической инвариантности, наблюдаемой при свободных движениях руки в робототехнике возможно в случае достаточно обоснованного объяснения причин ее возникновения. В связи с этим выдвигаются гипотезы, согласно которым мозг человека представляется, например, в виде классического адаптивного контроллера, работа которого определяется наличием трех составляющих: условия оптимальности или желаемых рабочих характеристик, объективного способа сравнения фактических рабочих характеристик с желаемыми и механизма регулирования параметров системы для управления фактическими рабочими характеристиками с целью их приближения к желаемым. Первая из них сводится к представлению о том, что оптимизируется при генерации движений руки человека? Исследования N. Hogan, T. Flash, V. Nelson, R. Stein, Y. Uno, M. Kawato, D. Wolpert и ряда других ученых позволили достичь определенного прогресса в данном направлении. Изучению второй составляющей, связанной с источниками информации о состоянии руки для ее двигательной адаптации и их взаимодействии посвящены работы R. Johansson, J. Wann, M. Conditt, F. Mussa-Ivaldi, F. Horak и др. Механизмы регулирования параметров состояния руки для изменения нейромоторного поведения исследовались M. Kawato, K. Newell, J. Spray и др. Следует отметить, что в данном направлении исследований до настоящего времени опубликовано относительно небольшое количество работ.

Базой для составления математических моделей руки являются результаты многочисленных экспериментов, как описанных выше, так и других. Критерием их качества могут служить решения, в той или иной степени соответствующие наблюдаемой в экспериментах кинематической и динамической инвариантности. Известны различные подходы к составлению и анализу моделей руки, но все они учитывают, по меньшей мере, три важных аспекта:

а) базовая точка кисти может перемещаться к цели по любой (из бесконечного числа возможных) траектории, удовлетворяющей геометрическим связям;

б) перемещение по каждой из таких траекторий может быть рассчитано множеством способов с учетом требуемой продолжительности движения;



**Рисунок 1 – Траектории точки в пространстве вращающих моментов в сочленениях плеча и предплечья при различных видах движений**

в) каждое положение базовой точки на траектории может определяться бесконечным числом возможных конфигураций руки[1].

Так, T.Flash и N.Hogan для планирования траектории движения кисти многошарнирной руки предложили математическую модель критерия минимального рывка (minimumjerkmodel) [13], сводящуюся к минимизации функционала

$$K_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} \sum_{i=1}^n \left( \frac{d^3 x_i}{dt^3} \right)^2 dt \quad (2)$$

где  $x_i$  – декартовы координаты базовой точки кисти;

$i = 1..n$  – номер звена модели;

$t_k$  – время перемещения кисти из одной точки рабочего пространства в другую.

Данный критерий не вполне соответствует экспериментальным исследованиям, в соответствии с которыми траектории базовой точки не являются инвариантными во всем рабочем пространстве. В результате анализа многочисленных экспериментов установлено, что использование критерия приводит к траекториям близким к прямым, если движение начинается от центра рабочего пространства и производится вдоль оси, соответствующей удалению или приближению к основанию, но если движение начинается от границ рабочего пространства, то траектории заметно изогнуты. Несогласованность с экспериментальными данными выявлена также при движении через промежуточные точки и при обходе препятствий. Графики тангенциальных скоростей, в общем, имеют колоколообразный профиль, но их максимумы смещаются вправо при медленных движениях или влево – при быстрых.

Аналогичная модель минимального углового рывка (minimumanglejerkmodel) была предложена D.Rosenbaum с коллегами [14]:

$$K_2 = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} \sum_{i=1}^n \left( \frac{d^3 \phi_i}{dt^3} \right)^2 dt \quad (3)$$

где  $\phi_i$  – обобщенные угловые координаты структурных элементов руки (человека, манипулятора и т.д.).

Для использования критерия необходимо иметь предварительное решение обратной задачи кинематики, что не всегда возможно вследствие избыточной подвижности руки.

Большинство недостатков свойственных критериям (2) и (3) отсутствуют в предложенном Y. Uno, M. Kawato и R. Suzuki критерии минимального изменения вращающих моментов в сочленениях (minimumtorque–changemodel) [15]:

$$K_3 = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} \sum_{i=1}^n \left( \frac{d\tau_i}{dt} \right)^2 dt \quad (4)$$

где  $\tau_i$  – управляющие моменты в шарнирах,  $i = 1..n$ .

В соответствии с (4) траектория исполнительного органа планируется так, чтобы изменение вращающих моментов, генерируемых в каждом из сочленений, было минимальным. Известно, что прежде чем обосновать преимущества использования критерия (4) по сравнению с другими, авторы произвели множество сравнительных оценок, в том числе с критериями (2), (3), минимальных затрат метаболической энергии, минимальных вращающих моментов, минимального времени позиционирования. Выяснилось, что критерий (4) наиболее точно соответствует экспериментальным данным. Отчасти авторы высказались и о его биологической полезности, состоящей в минимизации износа скелетно–мышечной системы.

Следует отметить, что и критерий (4) не лишен недостатков. Так, например, нет оснований считать, что суммарная энергия, затрачиваемая на совершение движений звеньев, минимальна, и, следовательно, возможно противоречие с общепринятой гипотезой, используемой при оценке движений биологических объектов. Однако его несомненное преимущество состоит в возможности планирования траекторий движения с наименьшими инерционными нагрузками, что важно при синтезе механических объектов. Аналогами

критерия (4), более вероятными с биологической точки зрения, можно считать сформулированные тем же составом авторов (Y.Uno, M. Kawato, R. Suzuki) критерий минимального изменения мышечной силы (minimummuscle–forcechange) (1989 г.) и позднее, совместно с M. Dornay, – критерий минимального изменения мышечного растяжения (minimummuscle–tensionchange). Но, как свидетельствуют сами авторы, траектории руки, рассчитываемые в соответствии с ними, практически близки к траекториям, рассчитываемым в соответствии с (4). Перспективы использования этих критериев совместно с критерием минимального изменения вращающего момента в робототехнике очевидны, если учесть, что в последние годы все большее внимание в различных областях мехатроники проявляется к использованию искусственных мышц.

Использование критерия (4) косвенно позволяет решить и другую важную задачу – устранение неопределенности движения, возникающей вследствие избыточной подвижности руки. Многие авторы стремились достичь подобной цели, формулируя другие критерии. В частности Т. Flash и N. Hogan сформулировали гипотезу (критерий) о равновесной траектории, согласно которой траектория руки соответствует постепенному смещению ее положения равновесия при движении от одной точки рабочего пространства к другой, J.F. Soechting с коллегами – гипотезу о минимальной работе, в соответствии с которой обеспечивается оптимальная финальная конфигурация руки, Е. Nakano с коллегами – гипотезу о минимальном управлении вращающимися моментами (еще один аналог критерия (4), рассматриваемый на уровне мышечной динамики).

Отмеченные выше свойства структурной, кинематической и динамической инвариантности руки человека, учитываемые в ее моделях, обоснованы в результате анализа многочисленных экспериментов и, таким образом, подтверждают гипотезы об оптимальности руки при выполнении свойственных человеку функций. Подобные свойства выявлены и при исследовании других биологических объектов.

Кроме этого следует отметить, что экспериментальные данные свидетельствуют также о геометрической инвариантности двигательного аппарата человека и других высокоорганизованных животных. Так С.В. Петухов пришел к выводу о наличии, наряду с зеркальными, конформных симметрий в блочном строении кинематической схемы человека и широкого класса животных [3]. Им установлено, что между так называемыми “длиннотными” пропорциями трехчленных кинематических блоков, имеющих в кинематической схеме человека (плечо – предплечье – кисть, бедро – голень – стопа и др.) наблюдается приближенная мебиусова симметрия. Это утверждение основывается на вычислениях инвариантов группы проективных преобразований – двойных отношений  $W$ , введенных в проективную геометрию К. Штаудтом и названных им вурфами:

$$W_n = \frac{(F_n + F_{n+1})(F_{n+1} + F_{n+2})}{F_{n+1}(F_n + F_{n+1} + F_{n+2})} = W'_n = \frac{(F'_n + F'_{n+1})(F'_{n+1} + F'_{n+2})}{F'_{n+1}(F'_n + F'_{n+1} + F'_{n+2})}$$

где  $F_n, F_{n+1}, F_{n+2}$  и  $F'_n, F'_{n+1}, F'_{n+2}$  – длины отрезков при перспективном отображении некоторой прямой  $A$  на прямую  $A'$ .

Если в качестве этих чисел взять последовательно длины элементов трехчленных кинематических блоков, то величины вурфов оказываются практически одинаковыми для людей разного возраста. С.В. Петухов, основываясь на данных В.В. Бунака и Д.Г. Рохлина, получил вурфы близкие к 1,33. В результате дальнейших исследований он приходит к выводу, что эталонной величиной, вокруг которой группируются онтогенетически инвариантные величины вурфов трехчленных кинематических блоков не только человека, но и многих других живых существ, является так называемый, “золотой вурф” –  $P \approx 1,31$ , получаемый из последовательности чисел Фибоначчи и связанный с “золотым сечением” –

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618... [3]. \text{ Известно, что } P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+2}}{2 \cdot F_n} = \frac{\Phi^2}{2} = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} = 1,309...$$

В связи с этим С.В. Петухов предполагает, что, подобно тому, как “золотое сечение” имеет важное значение в эстетике пропорций в общем, “золотой вурф” важен в наблюдаемой неевклидовой симметрии живых организмов. Однако остается открытым вопрос о том, вследствие чего эта симметрия имеет место.

Ряд авторов выступили с критикой данного предположения. В частности, В.В. Очинский считает, что сравнение С.В. Петуховым экспериментальных значений вурфов с предельным значением  $P$ , являющимся иррациональным числом, а потому на практике недостижимым, является ориентацией автора на фетишизированный результат “но отнюдь не на процесс движения к нему”. Утверждая, что принцип “золотого сечения” более совершенен для описания инвариантных свойств частей тела человека, П.Ф. Шапоренко и В.А. Лужецкий практически разделяют мнение В.В. Очинского. Такая точка зрения заслуживает внимания и уважения вне зависимости от вывода С.В. Петухова и, более того, не опровергает его, а лишь свидетельствует о разных подходах к исследованию проблемы и оценке причин наблюдаемой в природе симметрии.

Возникает вопрос: “Может ли введенное С.В. Петуховым инвариантное отношение параметров конечностей – “золотой вурф” считаться критерием качества всех конструкций, имеющих антропоморфную структуру, в том числе манипуляторов?”. Ответ на него может быть дан только в том случае, если убедительно будет доказано, что кинематические схемы конечностей не только человека, но и других биологических объектов действительно оптимальны. Кроме того, очевидно, существуют и другие инвариантные отношения (например, “золотое сечение” и т.п.), которые также можно использовать при оценке качества кинематической схемы. Вполне естественен другой вопрос: “Почему именно “золотой вурф” следует предпочитать другим инвариантам, не противоречащим антропометрическим данным?”. В этом случае ответ зависит от субъективных авторских предпочтений исследователей и конструкторов. Но, при разработке и обосновании других критериев, принципиальным становится вопрос об их соответствии с любым возможным инвариантом, а при наличии противоречий – возникает необходимость выяснения причин их появления. С этой точки зрения представляют интерес оценки геометрических свойств моделей манипуляторов, имеющих структуру аналогичную руке человека, основанные на других подходах.

Так, например, А.А. Кобринский и А.Е. Кобринский, используя введенные ими же субъективные критерии качества, такие как достижимость и манипулятивность, произвели оценку параметров плоского трехзвенного манипулятора, аналогичного руке человека, учитывая множество операций ориентирования во всех точках рабочего пространства. Ими было получено Парето–оптимальное множество решений двухкритериальной задачи синтеза с оптимизацией манипулятивности в совокупности с достижимостью, анализируя которое авторы сформулировали следующие выводы: “Относительные размеры отделов руки человека таковы, что обеспечивают (при существующих кинематической структуре и ограничениях подвижности) оптимальные достижимость и манипулятивность в сагиттальной плоскости... То удивительное обстоятельство, что найденные расчетным путем для простой плоской модели руки оптимальные отношения размеров с высокой точностью совпадают с фактическими отношениями  $a_3/L$  и  $a_1/a_2$  естественной конечности, дает серьезные основания предположить, что оценки достижимости и манипулятивности действительно являются фундаментальными геометрическими критериями качества, характеризующими функциональные возможности не только МС (манипуляционных систем) роботов, но и руки человека”;  $a_1, a_2, a_3$  – соответственно, длины плеча, предплечья и кисти,  $L = a_1 + a_2 + a_3$ . Т.е. оказалось, что введенные первоначально субъективные критерии качества, в целом адекватно отражают объективные антропометрические свойства руки, в качестве инвариантной характеристики которых может быть принят, например, “золотой вурф” С.В. Петухова.

Практически к такому же выводу приходит и Б.А. Смольников, решая задачу синтеза плоского трехзвенного манипулятора в соответствии с критерием минимума абсолютной дисперсии ошибки позиционирования рабочего органа, т.е. с одним из критериев точности. Автором были приняты предположения о независимости первичных погрешностей отработки шарнирных углов  $\Delta\varphi_i$ , и равных дисперсиях первичных ошибок  $D_i$ ,  $i=1,2,3$ . Возможно вследствие этого, или же по каким-либо другим причинам, в результате получена достаточно грубая оценка оптимального соотношения параметров:

$$l_1 = \frac{2}{5}R, l_2 = \frac{2}{5}R, l_3 = \frac{1}{5}R,$$

где  $l_1, l_2, l_3$  – соответственно, длины плеча, предплечья и кисти;

$$R = l_1 + l_2 + l_3.$$

Такое соотношение параметров дает величину вурфа равную  $W = 1.2$ , что близко к величине “золотого вурфа”, но все же отличается от него. Следовательно, если предположить, что структура руки человека оптимальна с точки зрения данного критерия, то возможны различные подходы к объяснению наблюдаемой разности  $\Delta P = P - W$ : несовершенство модели, противоречие с другими критериями и т.д., в том числе и несовершенство руки при позиционировании кисти в определенных областях рабочей зоны, что особенно важно при синтезе манипуляторов. Б.А. Смольниковым было установлено, что при случайных первичных погрешностях отработки шарнирных углов суммарная погрешность позиционирования рабочего органа принимает различные значения в каждой точке рабочей зоны манипулятора и, кроме того, зависит от конфигурации манипулятора, соответствующей данной точке. Можно предположить, что существуют оптимальные, с точки зрения точности, соотношения параметров звеньев при позиционировании рабочего органа в определенной области рабочей зоны. Возможно, во всех случаях эти соотношения будут соответствовать введенному С.В. Петуховым инварианту, характеризующему кинематические схемы конечностей животных – “золотому вурфу”. Во всяком случае, этот инвариант может быть использован в качестве одной из оценок качества манипуляторов вне зависимости от свойственных им функций. Здесь уместно привести слова Я.А. Смородинского, взятые из предисловия к книге Е. Вигнера “Этюды о симметрии”: “...не зная ни одного из законов Ньютона, Кеплер, руководствуясь только идеей о простых соотношениях между орбитами планет, находит законы, которые потом укладываются в фундамент механики Ньютона. Конические сечения как орбиты планет, законы площадей и простые соотношения между размерами орбит и периодами обращения предстали перед Кеплером как проявления гармонии природы. Необычайно искусно соединив оккультные (а потому бесплодные) поиски астрологов с мастерством астронома – наблюдателя и подкрепив с пчелиным трудолюбием свои идеи вычислениями, он открыл новый путь в познании мира”.

Подводя итоги, следует отметить, что анализ исследований авторов цитированных выше источников и многих других, не приведенных в данном обзоре вследствие их множества, свидетельствует в пользу того, что конечности не только человека, но и других животных по своей структуре, геометрии, кинематике и динамике инвариантны по отношению к выполняемым ими функциям. Следовательно, при синтезе структуры, кинематических схем, законов и систем управления биотехническими системами целесообразно производить сравнение их свойств с инвариантными свойствами конечностей животных или же использовать эти свойства в виде объективных критериев качества технических систем с целью получения оптимальных конструкций.

## 2. Приложение гипотетических критериев оптимальности для решения практических задач.

В качестве примера рассмотрим задачу планирования траектории движения базовой точки  $D$  трехзвенного плоского антропоморфного манипулятора от точки  $O$  к точке  $M$  в горизонтальной плоскости (рисунок 2).

Рассмотрим функционал:

$$\Phi = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} F(t, \varphi_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2) dt, \quad (5)$$

определяемый в соответствии с критерием (4), принимая во внимание следующую систему дифференциальных уравнений управляемого движения манипулятора (при  $\varphi_3 = const = 0$ ):

$$\begin{aligned} \tau_1 &= A_{11}\dot{\varphi}_1 + A_{12}\ddot{\varphi}_2 - A_{13}(2\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)\dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + B_{11}\dot{\varphi}_1 + B_{12}\dot{\varphi}_2 \\ \tau_2 &= A_{21}\ddot{\varphi}_1 + A_{22}\ddot{\varphi}_2 + A_{13} \sin \varphi_2 + B_{21}\dot{\varphi}_1 + B_{22}\dot{\varphi}_2 \end{aligned}, \quad (6)$$

где  $A_{11} = J_1 + J_2 + 2m_2l_1l_{2S} \cos \varphi_2 + m_2l_1^2$ ;

$$A_{12} = J_2 + m_2l_1l_{2S} \cos \varphi_2;$$

$$A_{13} = m_2l_1l_{2S}, \quad A_{22} = J_2;$$

$$A_{21} = J_2 + m_2l_1l_{2S} \cos \varphi_2;$$

$l_1$  – длина звена 1;

$l_{2S}$  – расстояние от центра шарнира  $B$  до центра масс звеньев 2 и 3;

$m_1$  – масса звена 1;

$m_2$  – суммарная масса звеньев 2 и 3;

$J_1$  – центральный момент инерции звена 1;

$J_2$  – момент инерции звеньев 2 и 3 относительно центра их масс;

$\varphi_1, \varphi_2, \tau_1, \tau_2$  – углы поворота и управляющие вращающие моменты, прикладываемые к звеньям 2 и 3, соответственно.

Численные решения поставленной задачи были получены для двух вариантов значений параметров модели манипулятора, приведенных в таблице 1. Результаты в графической форме представлены на рисунках 3 и 4. Их элементарный анализ свидетельствует о том, что значения параметров модели оказывают влияние на конечный результат решения поставленной задачи.

Следует отметить, что для значений параметров модели близких к параметрам руки человека (вариант 1), использование критерия (4) приводит к получению решения близкого к наблюдаемому в экспериментах с реальной рукой: траектория базовой точки представляет собой слабо искривленную гладкую кривую (рисунок 3, г); график тангенциальной скорости базовой точки имеет близкую к симметричной колоколообразную форму (рисунок 3, д); траектория изображающей точки в пространстве вращающих моментов имеет форму близкую к экспериментальной (рисунок 3, е).

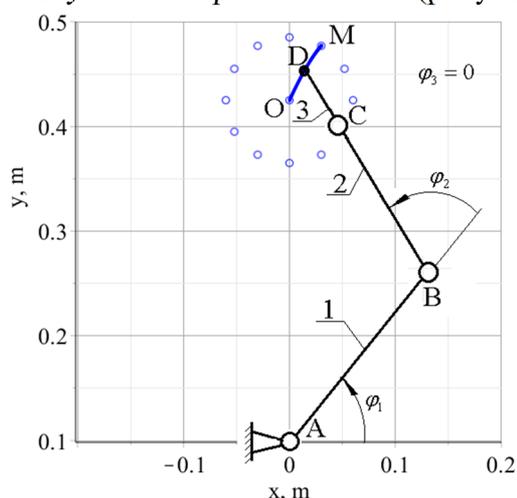


Рисунок 2 – Схема планирования движения базовой точки рабочего органа манипулятора

При этом можно предположить, что использование критерия (4) позволяет обнаружить синергетическую связь, наблюдаемую при движении элементов руки в сагитальной плоскости. Так, по значениям координат изображающей точки, может быть получена приближенная линейная функция:  $\tau_2 = a\tau_1 + b = -2.916\tau_1 - 0.221$ , позволяющая устранить кинематическую избыточность механической системы, подобной руке человека, при движении базовой точки рабочего органа от точки к точке. Ясно, что коэффициенты  $a$  и  $b$  будут изменяться в зависимости от выбора граничных точек траектории движения, но законы их изменения всегда могут быть получены приближенно в результате статистической обработки множества численных экспериментов, подобных рассматриваемому.

В качестве примера можно привести коэффициент  $K_D$  (1), вычисленный для нулевых начальных значений  $\tau_S$  и  $\tau_E$ .

Таблица 1 – Значения параметров модели.

Наименование параметра	Значение параметра			
	Звено 1 (upper arm)		Звенья 2+3 (forearm+wrist)	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
$m, kg$	1,3	1,5	1,5	1,3
$J, kg \cdot m^2$	0,07	0,1	0,1	0,07
$l, m$	0,2	0,3	0,3	0,2
$l_S, m$	—	—	0,15	0,1
$B, N \cdot m \cdot s / rad$	0,7	0,8	0,8	0,7
$B_{12} = B_{21}, N \cdot m \cdot s / rad$	0,18	0,18	0,18	0,18

Таким образом, критерий (4) можно было бы считать «синергетическим» (как

минимум в первом приближении), если бы его использование позволяло выявлять синергетические связи при решении определенного класса задач. Однако, как это следует из результатов численного эксперимента, даже изменение значений параметров модели (вариант 2), приводит к утрате линейной зависимости между вращающимися моментами, прикладываемыми к звеньям модели. Возможно, связь между ними и существует, но в таком случае она носит ярко выраженный нелинейный характер (рисунок 4, е). Полученная в результате планирования с использованием критерия (4) траектория (рисунок 4, г), представляет собой гладкую кривую, которая, при этом, в отличие от рассмотренной выше, имеет переменную выпуклость. Учитывая, что в рассматриваемом численном эксперименте расстояние между начальной и конечной точкой относительно невелико, можно предположить, что при планировании относительно длинных траекторий их искривление будет заметным.

Ясно, что результаты представленных численных экспериментов не позволяют сделать объективные выводы относительно качества траекторий, планируемых с использованием критерия (4). Но, как было показано выше, в некоторых случаях, этот критерий действительно приводит к оптимальным, с биомеханической точки зрения, решениям. Так, например, движениям звеньев модели манипулятора при значениях параметров, соответствующих варианту 1, свойственна кинематическая и динамическая инвариантность, наблюдаемая при экспериментальных исследованиях руки человека. Если учесть, что в варианте 1 значения параметров подобны соответствующим параметрам руки, то можно предположить, что синергетические связи реализуются в биомеханических системах, в которых важную роль играют не только механизмы управления, но и непосредственно сами объекты управления, с характерными для данных систем параметрами.

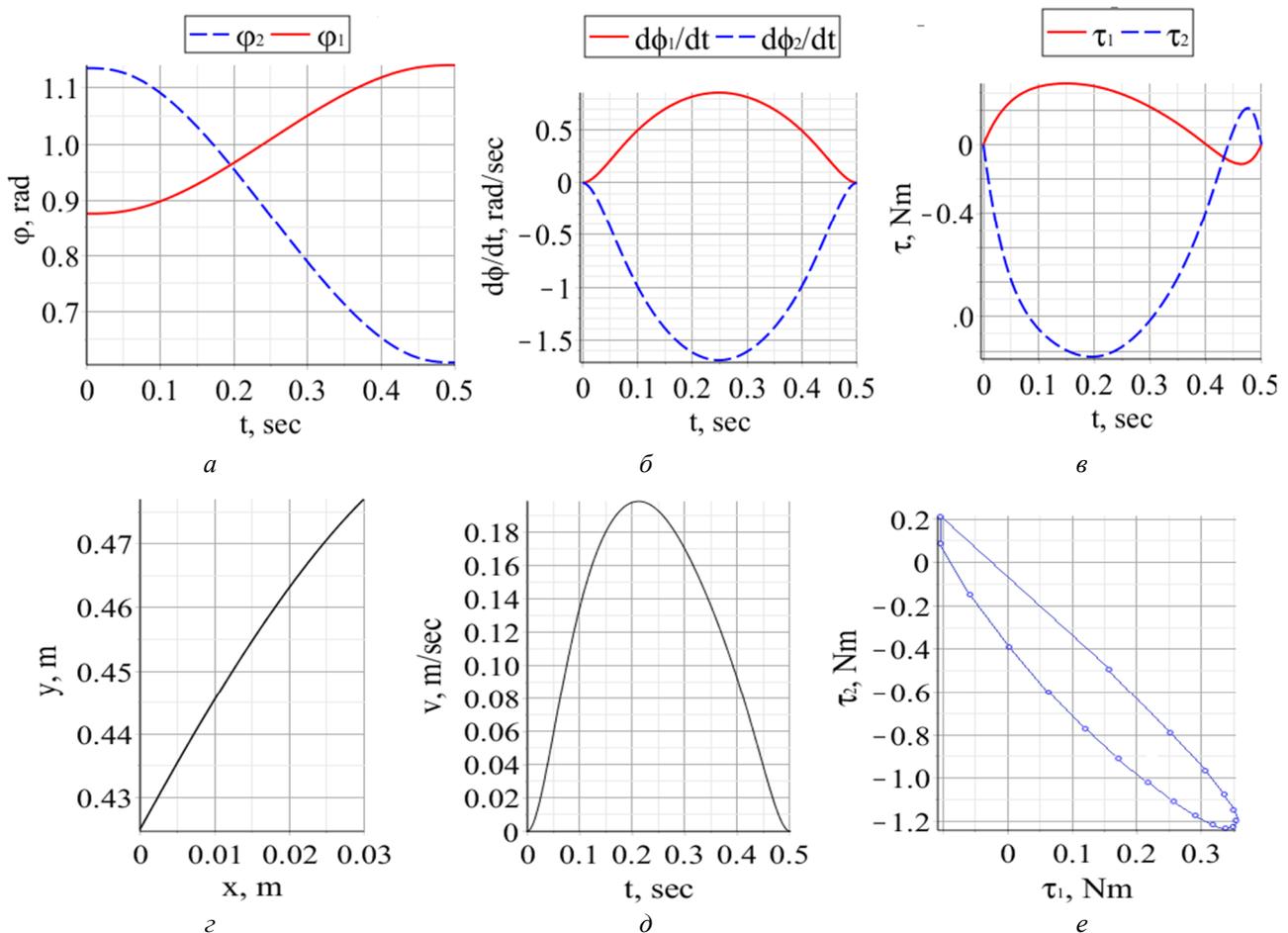


Рисунок 3 – Результаты решения задачи планирования траектории движения базовой точки рабочего органа антропоморфного манипулятора (вариант параметров 1)

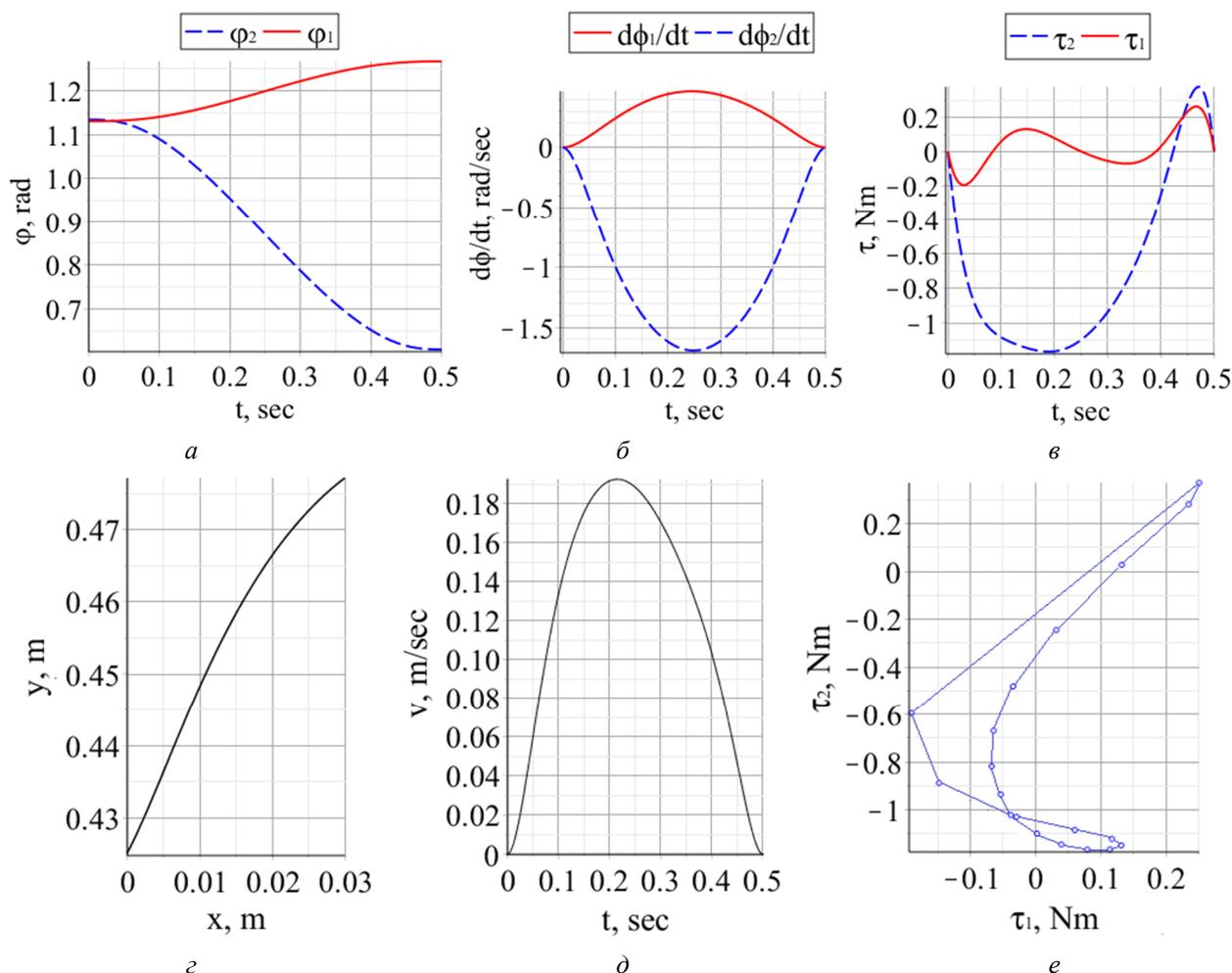


Рисунок 4 – Результаты решения задачи планирования траектории движения базовой точки рабочего органа антропоморфного манипулятора (вариант параметров 2)

Отметим, что подобно тому, как были введены представленные здесь критерии оптимальности планирования движений, могут быть введены и аналогичные. Кроме этого, такие критерии могут быть использованы, например, при синтезе биомеханических систем или подобных им антропоморфных технических систем.

Так, например, ранее нами было показано, что использование критерия минимальной суммарной работы:

$$A = \int_{t_0}^{t_k} \sum_{i=1}^n \tau_i \frac{d\varphi_i}{dt} dt \Rightarrow \min \quad (7)$$

при планировании движений антропоморфного манипулятора, приводит к решениям, близким к полученным в данной работе, но, все же, отличающимся от них.

Также нами был исследован гипотетический «синергетический критерий»

$$\Phi = \frac{1}{t_k - t_0} \int_{t_0}^{t_k} \left( \frac{dE_S}{dt} \right)^2 dt \Rightarrow \min, \quad (8)$$

где  $E_S = \tau_1 - \alpha\tau_2 - \beta$  – функция ошибки линейной синергии;

$\frac{dE_S}{dt} = \frac{d\tau_1}{dt} - \alpha \frac{d\tau_2}{dt}$  – функция изменения  $E_S$  в процессе движения рабочего органа от точки к точке;

$\alpha$  – неопределенный коэффициент линейной синергии;

$\beta$  – некоторая константа.

Серия численных экспериментов позволила установить, что функционалы (7) и (8)

могут одновременно достигать минимума при определенных значениях  $\alpha = \alpha_{opt}$ .

И, наконец, в процессе решения задачи многопараметрического синтеза трехзвенного антропоморфного манипулятора в соответствии с критерием (7) нами были получены решения не противоречащие геометрическому критерию качества руки, введенному С.В. Петуховым инварианту, характеризующему кинематические схемы конечностей животных – “золотому вурфу”.

### 3. Выводы.

1. Обзор литературных источников показал, что большинство исследователей биологических объектов и систем (в том числе человека как биомеханической системы) отмечают их оптимальность по отношению к среде обитания и свойственным им собственным функциям. Гипотезы об оптимальности биологических объектов основываются на результатах анализа множества экспериментальных данных и результатах исследования различных математических моделей.

2. При конструировании антропоморфных биомеханических систем возможно использование структурных, геометрических, кинематических и динамических свойств конечностей человека, приобретенных в процессе эволюции и, по мнению большинства исследователей, являющихся следствием их оптимальности.

3. Оптимальность конечностей человека выражается в их структурной, геометрической, кинематической и динамической инвариантности по отношению к выполняемым функциям. Установлено, что структурная и геометрическая инвариантности во многом определяются законами морфогенеза, но не противоречат оптимальному функционированию конечности в среде обитания человека. Геометрическую и кинематическую инвариантности можно трактовать как оптимальный результат эволюции конечностей в рамках законов морфогенеза. Наконец, кинематическая и динамическая инвариантности могут рассматриваться как результат гомеостаза – совокупности сложных приспособительных реакций организма человека, направленных на устранение или максимальное ограничение действия различных факторов внешней или внутренней среды, нарушающих относительное постоянство внутренней среды организма. Гомеостатические процессы, происходящие под воздействием центральной нервной системы, приводят к оптимальному функционированию конечностей при выполнении человеком свойственных ему функций, в том числе, в смысле минимизации затрат энергии, точности позиционирования, устойчивости и др.

4. Структурная инвариантность конечностей человека, свойственная множеству биологических видов, осуществляющих свою жизнедеятельность с помощью конечностей (межвидовая), характеризуется трехчленной архитектурой (без учета внутренней структуры кисти или стопы) и последовательным соединением членов. Геометрическая форма соединений в наибольшей степени соответствует функционированию конечностей под действием множества мышц и обеспечивает высокую степень подвижности. Простейшие модели верхней конечности человека (руки), достаточно полно характеризующие ее структуру, – последовательно соединенные трехзвенные кинематические цепи (плечо – предплечье – кисть; без учета внутренней структуры кисти).

5. Геометрическая инвариантность конечностей человека (также межвидовая) состоит в наблюдаемом постоянстве отношений между размерами элементов структуры. Установлено, что для многих биологических видов, в том числе и для человека, отношение между размерами элементов структуры конечностей может характеризоваться инвариантным двойным отношением – «вурфом». Достаточно грубые оценки моделей конечностей, полученные с учетом множества допущений, дают основание полагать, что наблюдаемые в результате антропометрических исследований отношения размеров соответствуют наилучшим оценкам достижимости, манипулятивности и точности.

6. Кинематическая инвариантность верхней конечности человека характеризуется однотипностью траекторий свободного движения базовой точки кисти, симметричной колоколообразной формой графика тангенциальной скорости базовой точки кисти при свободном движении от начальной точки к конечной в области достижимости, а также приближенной линейной зависимостью между значениями углов поворота плеча и предплечья, обнаруживаемой при определенных условиях. Под свободными понимаются

движения руки без нагрузки и без постановки определенных целей. Однотипные траектории движения базовой точки кисти – близкие к прямым линиям или гладким кривым траектории с малой кривизной при различных скоростях и в различных направлениях движения. Сознательно ставя перед собой различные цели, человек может осуществлять множество разнообразных допускаемых связями движений конечности. Но, на подсознательном уровне, кинематика движений конечности действительно характеризуется инвариантными свойствами, приведенными выше, что подтверждается многочисленными экспериментами.

7. Одно из свойств динамической инвариантности, названное “линейной синергией”, состоит в наблюдаемой в экспериментах приближенной линейной зависимости между величинами вращающих моментов, возникающих в сочленениях элементов руки при свободных движениях. Это свойство особенно важно при планировании траекторий и управлении движениями звеньев биомеханических систем в условиях неопределенности, появляющейся вследствие избыточной подвижности.

Другие синергетические механизмы в явном виде в результате численных экспериментов не выявлены и в доступных литературных источниках сведений о них не обнаружено. Поэтому методы, основанные на их наличии, обосновываются лишь на уровне гипотез в предположении, что динамические свойства конечностей – оптимальны, причем, по-видимому, в соответствии с различными критериями и, в том числе, противоречивыми. В связи с этим представляет интерес ряд оригинальных гипотез, более или менее точно объясняющие процесс совершения человеком однозначных движений конечности при совершении различных манипуляций. Например, гипотеза минимального изменения вращающих моментов в сочленениях элементов руки, гипотеза о равновесной траектории движения базовой точки кисти и подобные им.

Описанные в данной работе критерии оптимальности будут использованы при синтезе системы управления трансфеморальным протезом с управляемым искусственным коленным суставом.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерством образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части государственного заказа в сфере научной деятельности с регистрационным номером 115041610028.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Engelbrecht, S.E. Minimum Principles in Motor Control / S.E. Engelbrecht // Journal of Mathematical Psychology. – 2001. – V. 45. – pp.497–542.
2. Розен, Р. Принцип оптимальности в биологии / Р. Розен. – М.: Мир, 1969. – 216 с.
3. Петухов, С.В. Биомеханика, бионика и симметрия / С.В. Петухов. – М.: Наука, 1981. – 240 с.
4. Тиле, Р. Леонард Эйлер / Р. Тиле. – К.: Вища школа, 1983. – 192 с.
5. Бернштейн, Н.А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности / Н.А. Бернштейн. – М.: Медицина, 1966. – 349 с.
6. Gribble, P.L. Compensation for Interaction Torques During Single- and Multijoint Limb Movement / P.L. Gribble, D.J. Ostry // Journal of Neurophysiology. – 1999. – Vol. 82. – № 5. – pp. 2310–2326.
7. Soechting, J.F. Invariant characteristics of a pointing movement in man / J.F. Soechting, F. Lacquaniti // Journal of Neuroscience. – 1981. – Vol. 1. – pp. 710–720.
8. Zaal, F.T. An unlearned principle for controlling natural movements / F.T. Zaal, K. Daigle, G.L. Gottlieb, E. Thelen // Journal of Neurophysiology. – 1999. – Vol. 82. – № 1. – pp. 255–259.
9. Lacquaniti, F. Coordination of arm and wrist motion during a reaching task / F. Lacquaniti, J.F. Soechting // Journal of Neuroscience. – 1982. – Vol. 2. – pp. 399–408.
10. Atkeson, C.G. Kinematic features of unrestrained vertical arm movements / C.G. Atkeson, J.M. Hollerbach // Journal of Neuroscience. – 1985. – Vol. 5. – pp. 2318–2330.
11. Gottlieb, G.L. Directional control of planar human arm movement / G.L. Gottlieb, Q. Song, G.L. Almeida, D. Hong, D. Corcos // Journal of Neurophysiology. – 1997. – Vol. 78. – № 6. – pp. 2985–2998.
12. Gottlieb, G.L. Coordinating two degrees of freedom during human arm movement: load and speed invariance of relative joint torques / G.L. Gottlieb, Q. Song, D.A. Hong, D.M. Corcos // Journal of Neurophysiology. – 1996. – Vol. 76. – № 5. – pp. 3196–3206.
13. Flash, T. The coordination of arm movements; an experimentally confirmed mathematical model / T. Flash, N. Hogan // Journal of Neuroscience. – 1985. – Vol. 5. – pp. 1688–1703.
14. Rosenbaum, D.A. Planning reaches by evaluating stored posture / D.A. Rosenbaum, L.D. Loukopoulos, R.G. Meulenbroek, J. Vaughan, S.E. Engelbrecht // Psychological Review. – 1995. – Vol. 102. – pp. 28–67.
15. Uno, Y. Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement – minimum torque-change model / Y. Uno, M. Kawato, R. Suzuki // Biological Cybernetics. – 1989. – Vol. 61. – pp. 89–101.

**Поляков Александр Михайлович**  
 ФГАОУ ВО «Севастопольский  
 государственный университет»  
 кандидат технических наук, доцент  
 кафедры «Машиноведение и  
 техническая механика»  
 ведущий научный сотрудник  
 лаборатории биомеханики  
 г. Севастополь, ул. А. Косарева, 14 а  
 Тел.: +7 978 703 88 26  
 E-mail: a.m.poljakov@sevsu.ru

**Колесова Марина Александровна**  
 ФГАОУ ВО «Севастопольский  
 государственный университет»  
 ассистент кафедры «Высшая  
 математика»  
 г. Севастополь, ул. А. Кесаева, 7/3  
 Тел.: +7 978 045 69 82  
 E-mail: marishaclass@mail.ru

**Бугаев Павел Александрович**  
 ФГАОУ ВО «Севастопольский  
 государственный университет»  
 кандидат технических наук,  
 доцент кафедры «Судовождение и  
 безопасность судоходства»  
 г. Севастополь, ул. Н. Музыки, 75  
 Тел.: +7 978 855 61 40  
 E-mail: pasha\_ba@mail.ru

A.M. POLIAKOV, M.A. KOLESOVA, P.A. BUGAYOV

## APPLICATION OF HYPOTHESES ABOUT INVARIANT CHARACTERISTICS OF A HUMAN ARM FOR SOLVING MOTION PLANNING TASKS OF ANTHROPOMORPHIC MECHANISMS

*A critical analysis hypotheses about optimality of human arm as a biomechanical subsystem in the structure of the holistic system – a human, is carried out. As corollaries of optimality, invariant characteristics of the arm such as geometric, kinematic and dynamic are considered. It is shown that hypothetical criteria of quality, allowing to plan arm movements, characterized by invariance, can be used at movements planning of anthropomorphic mechanisms with the redundant mobility.*

**Keywords:** *biomechanical subsystem; human arm; optimality; invariance; quality criteria; movement planning.*

### BIBLIOGRAPHY

1. Engelbrecht, S.E. Minimum Principles in Motor Control / S.E. Engelbrecht // Journal of Mathematical Psychology. – 2001. – V. 45. – pp. 497 – 542.
2. Rozen, R. Printsip optimalnosti v biologii / R. Rozen. – M.: Mir. 1969. – 216 s.
3. Petukhov, S.V. Biomekhanika. bionika i simmetriya / S.V. Petukhov. – M.: Nauka, 1981. – 240 s.
4. Tile, R. Leonard Euler / R. Tile. – K.: Vishcha shkola, 1983. – 192 s.
5. Bernshteyn, N.A. Ocherki po fiziologii dvizheniy i fiziologii aktivnosti / N.A. Bernshteyn. – M.: Meditsina, 1966. – 349 s.
6. Gribble, P.L. Compensation for Interaction Torques During Single- and Multijoint Limb Movement / P.L. Gribble, D.J. Ostry // Journal of Neurophysiology. – 1999. – Vol. 82. – № 5. – pp. 2310 – 2326.
7. Soechting, J.F. Invariant characteristics of a pointing movement in man / J.F. Soechting, F. Lacquaniti // Journal of Neuroscience. – 1981. – Vol. 1. – pp. 710 – 720.
8. Zaal, F.T. An unlearned principle for controlling natural movements / F.T. Zaal, K. Daigle, G.L. Gottlieb, E. Thelen // Journal of Neurophysiology. – 1999. – Vol. 82. – № 1. – pp. 255 – 259.
9. Lacquaniti, F. Coordination of arm and wrist motion during a reaching task / F. Lacquaniti, J.F. Soechting // Journal of Neuroscience. – 1982. – Vol. 2. – pp. 399 – 408.
10. Atkeson, C.G. Kinematic features of unrestrained vertical arm movements / C.G. Atkeson, J.M. Hollerbach // Journal of Neuroscience. – 1985. – Vol. 5. – pp. 2318 – 2330.
11. Gottlieb, G.L. Directional control of planar human arm movement / G.L. Gottlieb, Q. Song, G.L. Almeida, D. Hong, D. Corcos // Journal of Neurophysiology. – 1997. – Vol. 78. – № 6. – pp. 2985 – 2998.
12. Gottlieb, G.L. Coordinating two degrees of freedom during human arm movement: load and speed invariance of relative joint torques / G.L. Gottlieb, Q. Song, D.A. Hong, D.M. Corcos // Journal of Neurophysiology. – 1996. – Vol. 76. – № 5. – pp. 3196 – 3206.
13. Flash, T. The coordination of arm movements: an experimentally confirmed mathematical model / T. Flash, N. Hogan // Journal of Neuroscience. – 1985. – Vol. 5. – pp. 1688 – 1703.
14. Rosenbaum, D.A. Planning reaches by evaluating stored posture / D.A. Rosenbaum, L.D. Loukopoulos, R.G. Meulenbroek, J. Vaughan, S.E. Engelbrecht // Psychological Review. – 1995. – Vol. 102. – pp. 28 – 67.
15. Uno, Y. Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement – minimum torque-change model / Y. Uno, M. Kawato, R. Suzuki // Biological Cybernetics. – 1989. – Vol. 61. – pp. 89 – 101.

**Poliakov Alexander Mychaylovich**  
 Sevastopol State University  
 PhD, Docent, Associate Professor of  
 the Department «Machines and  
 Technical Mechanics»  
 Leading Researcher Laboratory of  
 Biomechanics  
 Sevastopol, A. Kosareva Str., 14a  
 Ph.: +7 978 703 88 26  
 E-mail: a.m.poljakov@sevsu.ru

**Kolesova Marina Alexandrovna**  
 Sevastopol State University  
 Assistant of the Department «Higher  
 Mathematics»  
 Sevastopol, A. Kesaeva Str., 7/3  
 Ph.: +7 978 045 69 82  
 E-mail: marishaclass@mail.ru

**Bugayov Pavel Alexandrovich**  
 Sevastopol State University  
 PhD, Associate Professor of the  
 Department «Ship Handling and  
 Safety of Navigation»  
 Sevastopol, Muziki Str., 75  
 Ph.: +7 978 855 61 40  
 E-mail: pasha\_ba@mail.ru

А.В. НИКИТИН, В.М. СОЛДАТКИН

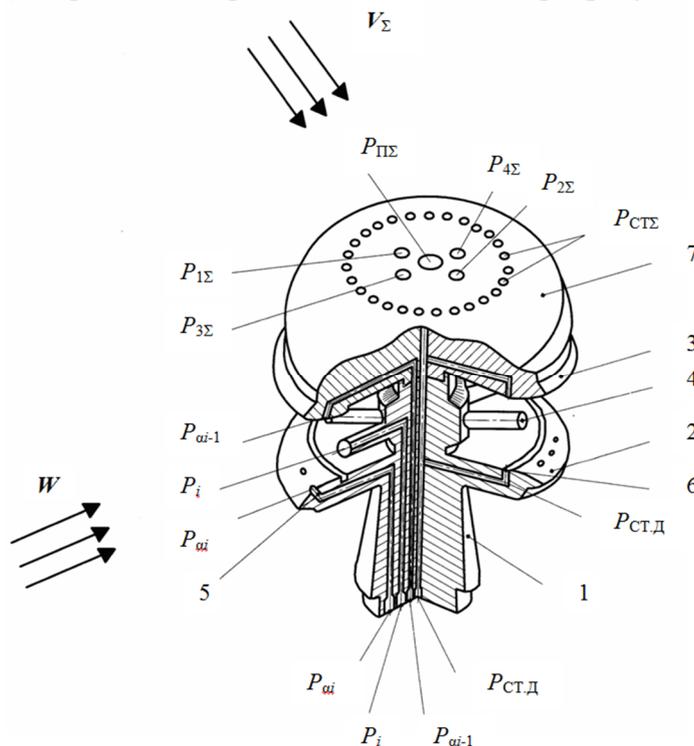
## БОРТОВАЯ АЭРОМЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРА ВЕТРА НА ВЕРТОЛЁТЕ

*Рассматриваются конструктивная схема датчика ветра, алгоритмы обработки первичной информации и вычисление скорости и угла направления ветра относительно продольной оси вертолета на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета, результаты испытаний экспериментального образца бортовой системы в аэродинамической трубе.*

**Ключевые слова:** вертолет, вектор ветра, параметры, измерение, бортовая система, конструктивная схема, алгоритмы обработки информации, скорость, угол направления ветра, относительно продольной оси вертолета.

Измерение параметров вектора ветра на стоянке, при рулении и маневрировании по земной поверхности, при взлете и посадке, на режиме висения известными средствами [1, 2] ограничивается значительными аэродинамическими возмущениями, вносимыми вихревой колонной несущего винта, что определяет необходимость создания бортовых систем, максимально учитывающих специфику аэродинамики и динамики движения вертолета на всех этапах полета.

Учитывая специфику аэродинамики вертолета на указанных режимах, предложено для определения параметров вектора ветра использовать информацию аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта, а ее восприятие осуществить с помощью неподвижного комбинированного аэрометрического приемника – датчика ветра (рисунок 1) [3].



**Рисунок 1** – Конструктивная схема датчика ветра на основе неподвижного комбинированного аэрометрического приемника

Датчик содержит неподвижный многоканальный аэрометрический приемник 1, выполненный в виде двух разнесенных по высоте экранирующих дисков 2 и 3, между внутренними профилированными поверхностями которых в азимутальной плоскости под одинаковыми углами расположены трубки полного давления 4 для забора давлений  $P_i$ ,

определяющих величину  $W$  и горизонтальный угол направления  $\psi$  вектора ветра  $\mathbf{W}$  на стояночном режиме до запуска силовой установки несущего винта. На внутренних поверхностях экранирующих дисков 2 и 3 расположены кольцевые каналы 6 для забора дросселированного статического давления  $P_{СТ.Д}$  при наличии ветра. На внутренних профилированных поверхностях экранирующих дисков 2 и 3 расположены отверстия для забора давлений  $P_{\alpha_i}$  и  $P_{\alpha_{i-1}}$ , определяющих угол ветра в вертикальной плоскости.

Для восприятия аэрометрической информации на режим маневрирования по земле и на взлетно-посадочных (полетных) режимах при вращении несущего винта вертолета, когда неподвижный датчик ветра находится в створе вихревой колонны несущего винта, на наружной поверхности экранирующего диска 3 установлен дополнительный аэрометрический приемник 7 в виде полусферы с диаметром, равным диаметру верхнего экранирующего диска. На поверхности полусферы на оси симметрии расположено отверстие, являющееся приемником полного давления  $P_{П\Sigma}$  результирующего воздушного потока вихревой колонны, определяемой вектором скорости  $\mathbf{V}_\Sigma$ . В плоскости, параллельной плоскости симметрии вертолета, под углом  $\varphi_{01}$  к оси симметрии, симметрично расположены отверстия, являющиеся приемниками давлений  $P_1$  и  $P_2$ . В плоскости, перпендикулярной плоскости симметрии вертолета, под углом  $\varphi_{02}$  к оси симметрии, расположены отверстия, являющиеся приемниками давлений  $P_3$  и  $P_4$ . Перпендикулярно оси симметрии сферического приемника, на его поверхности по окружности расположены отверстия, являющиеся приемниками статического давления  $P_{СТ\Sigma}$  результирующего набегающего воздушного потока колонны.

При рулении и маневрировании по земле и на взлетно-посадочных (полетных) режимах, за меру величин составляющих вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  и вектора истинной воздушной скорости  $\mathbf{V}_B$  вертолета принимается угловое положение воздушного потока вихревой колонны, определяемое углами скоса  $\alpha_{вк} = 90^\circ - \varphi_1$  и  $\beta_{вк} = 90^\circ - \varphi_2$ , которые регистрируются ортогонально расположенными приемниками давлений  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$ .

Давления  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$ ,  $P_{П\Sigma}$  и  $P_{СТ\Sigma}$  воспринимаемые дополнительным аэрометрическим приемником, подключены ко входам пневмоэлектрических преобразователей 4 (рисунок 2), выходы которых через последовательно соединенные мультиплексор 5 и аналого-цифровой преобразователь 6 подключены к микропроцессору 7. На вход мультиплексора 5 через электроизмерительную схему 8 также подключены выходы приемника температуры торможения  $T_{Т\Sigma}$  результирующего набегающего воздушного потока вихревой колонны несущего винта и выходы пневмоэлектрических преобразователей 9, на входы которых подаются давления  $P_i$ ,  $P_{\alpha_i}$ ,  $P_{\alpha_{i-1}}$ ,  $P_{СТ.Д}$  воспринимаемые неподвижным, многоканальным, проточным аэрометрическим приемником 1, а также выходные сигналы доплеровского измерителя скорости и угла сноса (ДИСС) и спутниковой навигационной системы (СНС).

Выход микропроцессора является выходом аэрометрического канала по величине  $W$  и направлению  $\psi$  (или продольной  $W_x$  и боковой  $W_z$  составляющим вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$ ); истинной воздушной скорости  $V_B$ , углам атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$ , составляющим  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  вектора  $\mathbf{V}_B$  истинной воздушной скорости в осях связанной системы координат.

**На стоянке** величина  $W$  и угол направления  $\psi$ , а следовательно, продольная  $W_x$  и боковая  $W_z$  составляющие вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$ , а также статическое давление  $P_{H_0}$  определяются по давлениям  $P_i$  и  $P_{СТ.Д}$ , воспринимаемым посредством трубок полного давления 4 и кольцевого приемника 6 дросселированного статического давления неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника 1 (рисунок 1).

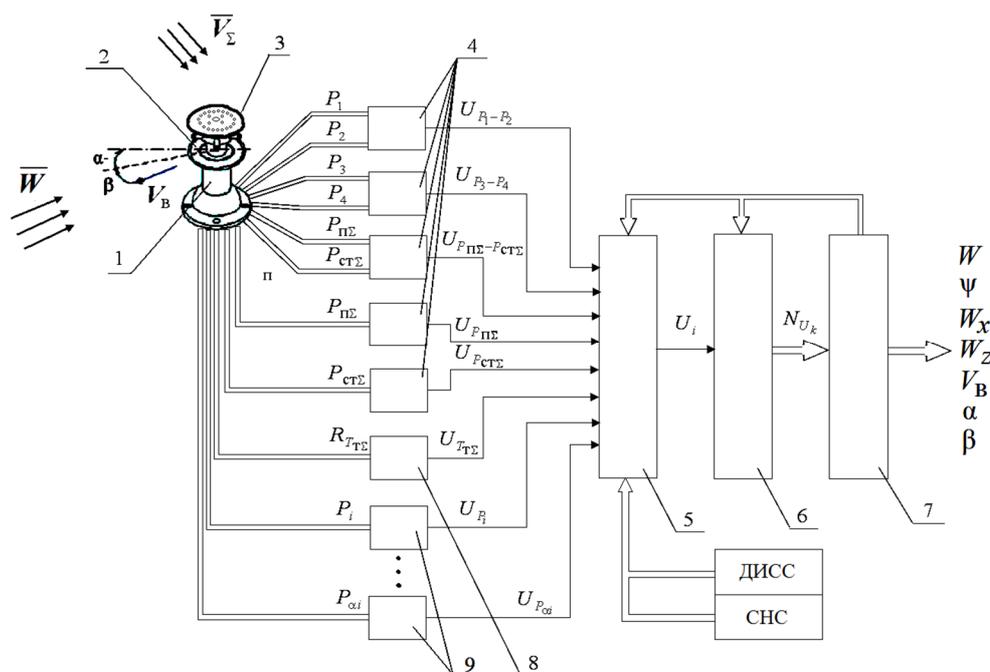


Рисунок 2 – Функциональная схема системы измерения параметров вектора ветра

Как показано в работе [4], угловая координата  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  в исходной системе координат будет определяться выражением

$$\psi = \psi_{mi} \pm (\theta_{\max} - \theta_x)t_0; \quad \psi_{mi} = \frac{360}{n}i, \quad (1)$$

где  $t_0$  – координатный шаг сплайн-функции, реализующей аппроксимирующий полином  $P_i = f(\theta)$  в безразмерной системе координат  $\theta$ , например при количестве трубок  $i$  полного давления  $n = 6$ ,  $t_0 = 60^\circ$ .

По значению  $P_{i \max}$ , соответствующему совпадению оси  $i$ -ой трубки полного давления с направлением набегающего воздушного потока ( $\psi = 0$ ), определяется численное значение величины  $W$  скорости ветра с использованием выражения вида:

$$W = \sqrt{\frac{2}{\rho_{H_0}}(P_{i \max} - P_{H_0})} = \sqrt{\frac{2P_0T_0}{P_{H_0}T_{H_0}\rho_0}(P_{i \max} - P_{H_0})}, \quad (2)$$

где  $\rho_{H_0} = \rho_0 \frac{P_{H_0}T_{H_0}}{T_0P_0}$  – плотность воздуха на высоте стоянке  $H_0$ ;

$P_{H_0}$  и  $T_{H_0}$  – статическое давление и абсолютная температура на высоте стоянки  $H_0$ ;

$P_0 = 760$  мм рт.ст. = 101325 Па,  $T_0 = 288,15$  К и  $\rho_0 = 1,225$  кг/м<sup>3</sup> – статическое давление, абсолютная температура и плотность воздуха на высоте  $H=0$  стандартной атмосферы.

**При работе двигательной установки** и раскрутки трансмиссии, при рулении и маневрировании по земной поверхности, на взлетно-посадочных режимах, при снижении и на режиме висения для определения параметров вектора ветра  $\mathbf{W}$  и вектора истинной воздушной скорости  $\mathbf{V}_B$  вертолета предлагается использовать информацию аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта. В качестве информативного параметра аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта вертолета используется вектор скорости  $\mathbf{V}_\Sigma$  в виде геометрической суммы стационарных составляющих вектора скорости  $\mathbf{V}$  воздушного потока, формируемого движением вертолета относительно окружающей среды или вектором скорости ветра  $\mathbf{W}$ , и вектора скорости  $\mathbf{V}_i$  индуктивного воздушного потока, создаваемого несущим винтом вертолета, т.е.  $V_\Sigma = V + V_i$ . За меру величин составляющих вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  и вектора истинной воздушной скорости  $\mathbf{V}_B$  вертолета принимается угловое положение вектора скорости  $\mathbf{V}_\Sigma$  результирующего воздушного потока вихревой колонны несущего винта, относительно неподвижного датчика воздушных сигналов, которое регистрируется ортогонально расположенным приемникам давлений  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$  на поверхности

полусферического приемника.

Величину  $V_{\Sigma}$  скорости результирующего набегающего воздушного потока можно определить по полному  $P_{\Pi\Sigma}$  и статическому  $P_{СТ\Sigma}$  давлениям и температуре  $T_{Т\Sigma}$  заторможенного результирующего воздушного потока, воспринимаемой приемником температуры торможения, используя зависимость [5]:

$$V_{\Sigma} = 44,826 \sqrt{\frac{T_{Т\Sigma} \left[ \left( \frac{P_{\Pi\Sigma}}{P_{СТ\Sigma}} \right)^{0,2857143} - 1 \right]}{\left( \frac{P_{\Pi\Sigma}}{P_{СТ\Sigma}} \right)^{0,2857143}}}, \quad (3)$$

где параметры, входящие в формулу (5) имеют размерности в единицах системы СИ.

Для конкретного места установки неподвижного датчика воздушных сигналов на фюзеляже вертолета составляющие  $V_{ix}$ ,  $V_{iy}$ ,  $V_{iz}$  вектора индуктивного потока  $V_i$  в связанной системе координат можно описать уравнениями вида [5]:

$$V_{ix} = k_{ix}|V_{i0}|; V_{iy} = k_{iy}|V_{i0}|; V_{iz} = k_{iz}|V_{i0}|, \quad (4)$$

где  $k_{ix}$ ,  $k_{iy}$ ,  $k_{iz}$  – безразмерные коэффициенты, зависящие от величины (модуля) вектора скорости  $V$ , угла атаки  $\alpha$ , угла скольжения  $\beta$  и других параметров полета вертолета, определяемые по результатам летных испытаний системы на вертолете;

$$|V_{i0}| = \sqrt{\frac{Gn_y}{2\chi\rho_H F}} \quad \text{– модуль вектора скорости } V_i \text{ индуктивного потока на режиме}$$

висения ( $V = 0$ );

$G$  – текущий вес вертолета;

$n_y$  – нормальная перегрузка;

$$\rho_H = \frac{P_H T_H}{T_0 P_0} \rho_0 \quad \text{– плотность воздуха на высоте полета } H;$$

$P_H$  и  $T_H$  – статическое давление и температура на высоте  $H$ ;

$F$  – площадь, ометаемая несущим винтом вертолета;

$\chi$  – коэффициент заполнения несущего винта.

Поскольку неподвижный датчик воздушных сигналов расположен на фюзеляже на определенном радиусе–векторе  $R$  от центра масс вертолета, то при вращении вертолета относительно центра масс имеет место кинематическое искажение вектора скорости  $V$  невозмущенного воздушного потока, набегающего на приемник, которое определяется уравнением вида

$$V_k = V + \omega + R(x, y, z), \quad (5)$$

где  $V_k$  – кинематически искаженный вектор скорости набегающего воздушного потока в месте установки аэрометрического приемника;

$\omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  – вектор угловой скорости вращения вертолета относительно центра масс;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – угловые скорости вращения вертолета относительно осей связанной системы координат;

$x, y, z$  – координаты места установки многофункционального аэрометрического приемника в связанной системе координат, центр которой находится в центре масс вертолета.

Проекции кинематически искаженного вектора  $V_k$  на оси связанной системы координат определяются как:

$$V_{kx} = V_x + (\omega_y z - \omega_x y); V_{ky} = V_y + (\omega_z x - \omega_x z); V_{kz} = V_z + (\omega_x y - \omega_y x), \quad (6)$$

По давлениям  $P_1, P_2$  и  $P_3, P_4$ , воспринимаемым отверстиями, расположенными на верхней поверхности полусферического приемника (рисунок 1), используя известные соотношения [6], можно вычислить углы  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , определяющие положение вектора скорости  $V_{\Sigma}$  результирующего набегающего воздушного потока вихревой колонны несущего винта вертолета относительно осей приемника:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right); \quad \varphi_2 = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right). \quad (7)$$

Тогда по давлениям  $P_1$  и  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$ ,  $P_{\Pi\Sigma}$  и  $P_{CT\Sigma}$  и по температуре торможения  $T_{T\Sigma}$ , после их преобразования в электрические сигналы с помощью пневмоэлектрических преобразователей 4 и 8 и ввода через мультиплексор 5 и аналого-цифровой преобразователь 6 в микропроцессор 7 (рисунок 2), параметры вектора истинной воздушной скорости вертолета при рулении и маневрировании по земной поверхности и на взлетно-посадочных режимах вычисляются в соответствии с уравнениями вида:

$$\begin{aligned} V_x &= V_{\Sigma} \cos \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right) \right] \times \\ &\times \cos \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right) \right] - K_{ix} |V_{i0}| - (\omega_y x - \omega_x z); \\ V_y &= V_{\Sigma} \sin \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right) \right] \times \\ &\times \cos \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right) \right] - K_{iy} |V_{i0}| - (\omega_z x - \omega_x z); \\ V_z &= V_{\Sigma} \sin \left[ 90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Pi\Sigma} - P_{CT\Sigma}} \right) \right] - K_{iz} |V_{i0}| - (\omega_x y - \omega_y x); \\ V_B &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}; \quad \alpha = \arctg \frac{V_y}{V_x}; \quad \beta = \arcsin \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} = \arcsin \frac{V_z}{V_B}. \end{aligned} \quad (8)$$

При наличии на вертолете приемника спутниковой навигационной системы (СНС) можно определить скорость  $V_p$  движения вертолета по земной поверхности, в соответствии с которой вычисляется скорость ветра  $W = V_B \pm V_p$  при рулении и маневрировании вертолета по земле. Направление  $\psi$  вектора ветра  $\mathbf{W}$  будет определяться значением угла скольжения  $\beta = \psi$ .

Используя информацию о величине  $V_{\Pi}$  и углу сноса  $\psi_c$  вектора путевой скорости  $\mathbf{V}_{\Pi}$  вертолета от доплеровского измерителя скорости и угла сноса (ДИСС) и информацию о составляющих вектора истинной воздушной скорости, можно определить величину  $W$  и направление  $\psi$  вектора скорости ветра  $\mathbf{W}$  или продольную  $W_x$  и боковую  $W_z$  составляющие вектора ветра на взлетно-посадочных режимах:

$$\Psi = \beta + \psi_c; \quad W_x = V_x - V_{\Pi} \cos \psi; \quad W_z = V_z - V_{\Pi} \sin \psi; \quad W = \sqrt{W_x^2 + W_z^2}. \quad (9)$$

Таким образом, рассмотренные принципы построения, конструктивная и функциональная схемы и алгоритмы обработки первичных информативных сигналов являются реальной основой для разработки бортовой системы измерения параметров вектора ветра на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета.

Как показали результаты испытаний экспериментального образца системы в аэродинамической трубе, инструментальная погрешность канала измерения скорости ветра на стоянке до запуска силовой установки с вероятностью 0,95 не превышает  $\Delta W = \pm 0,55 \dots 0,83$  м/с, угла направления вектора ветра –  $\Delta \psi = \pm 1,5 \dots 2^\circ$ .

На стартовых и взлетно-посадочных режимах, когда датчик воздушных сигналов находится в створе вихревой колонны несущего винта инструментальные погрешности измерения продольной  $V_x$  и боковой  $V_z$  составляющих вектора истинной воздушной скорости не превышают  $\Delta V_x = V_z = \pm 2 \dots 4$  км/ч [7].

Предлагаемая бортовая система измерения параметров вектора ветра решает задачу информационного обеспечения экипажа вертолета на стоянке, при рулении и маневрировании по земной поверхности (стартовые режимы), на взлетно-посадочных режимах. Планируемый объект применения системы – одновинтовые вертолеты. Использование системы позволит повысить эффективность применения и безопасность эксплуатации одновинтовых вертолетов различного класса и назначения.

*Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию Минобрнауки России № 2014/55 (НИР № 990).*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихомиров А.А. Ультразвуковые анемометры и термометры для измерения пульсаций скорости и температуры воздушных потоков. Обзор / А.А. Тихомиров // Оптика атмосферы и океана. – 2011. – Т.23. – № 7. – С. 585 – 600.
2. Азбукин, А.А. Автоматические метеостанции АМК–03 и их модификации / А.А. Азбукин, Л.Я. Богушевич, А.А. Кобров и др. // Датчики и системы. – 2012. – № 3. – С. 42 – 52.
3. Пат. 2426995 Российская Федерация, МПК G 01 P 5/00. Система измерения малых воздушных скоростей вертолета / Солдаткин В.В., Солдаткин В.М., Порунов Н.А. и др.; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева», ОАО «Ульяновское конструкторское бюро приборостроения». – № 2009143226/28; заявл. 23.11.2009; опубл. 20.08.2011, Бюл. № 23. – 3 с.
4. Солдаткин, В.М. Методы и средства измерения аэродинамических углов летательных аппаратов / В.М. Солдаткин. Казань: Изд-во Казан.гос. техн. ун-та, 2001. – 448 с.
5. Солдаткин, В.В. Система воздушных сигналов вертолета на основе неподвижного аэрометрического приемника и информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта: Монография / В.В. Солдаткин. Казань: Изд-во Казан.гос. техн. ун-та, 2012. – 284 с.
6. Петунин, А.Н. Методы и техника измерения параметров газового потока / А.Н. Петунин. М.: Машиностроение, 1972. – 332 с.
7. Никитин, А.В. Бортовая система измерения параметров вектора ветра на стоянке и взлетно-посадочных режимах вертолета: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук: А.В. Никитин. – Казань, 2015. – 16 с.

**Никитин Александр Владимирович**  
 Казанский национальный исследовательский  
 технический университет им. А.Н. Туполева–КАИ  
 Ассистент кафедры «Приборы и информационно-  
 измерительные системы»  
 Тел.: +7-987-220-50-20  
 E-mail: nikitin.rf@mail.ru

**Солдаткин Владимир Михайлович**  
 Казанский национальный исследовательский  
 технический университет им. А.Н. Туполева–КАИ  
 Д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Приборы и  
 информационно-измерительные системы»  
 Тел.: +7-987-290-81-48  
 E-mail: w-soldatkin@mail.ru

A.V. NIKITIN, V.M. SOLDATKIN

**ONBOARD AEROMETRIC MEASUREMENT SYSTEM OF PARAMETERS OF THE WIND VECTOR ON THE HELICOPTER**

*The structural scheme of a wind sensor, algorithms of processing of the primary information and computation velocity and angle of wind direction relative to the longitudinal axis of the helicopter in the parking lot, the starting and take-off and landing modes of the helicopter, the test results of the experimental sample onboard system in a wind tunnel are considered.*

**Keywords:** *helicopter, wind vector, parameters, measurement, onboard system, construction diagram, algorithms of information processing, speed, angle of wind direction relative to the longitudinal axis of the helicopter.*

**BIBLIOGRAPHY**

1. Tikhomirov A.A. Ultrazvukovvve anemometr v i termometr v dlva izmereniva nulsatsiv skorosti i temperatury vozdushnykh potokov. Obzor / A.A. Tikhomirov // Optika atmosfery i okeana. – 2011. – Т.23. – № 7. – С. 585 – 600.
2. Azbukin. A.A. Avtomaticheskive meteostantsii АМК–03 i ikh modifikatsii / A.A. Azbukin, L.YA. Bogushevich. A.A. Kobrov i dr. // Datchiki i sistemv. – 2012. – № 3. – S. 42 – 52.
3. Pat. 2426995 Rossijskava Federatsiva. MPK G 01 P 5/00. Sistema izmereniva malvkh vozdushnykh skorostev vertoletа / Soldatkin V.V.. Soldatkin V.M.. Porunov N.A. i dr.: zavavitel i patentoobladatel GOU VPO «Kazanskiy gosudarstvennyv tehnikeskiv universitet im. A.N. Tupoleva». ОАО «Ulvanovskove konstruktorskoye byuro priborostroveniva». – № 2009143226/28; zavavl. 23.11.2009; opubl. 20.08.2011. Bvul. № 23. – 3 s.
4. Soldatkin. V.M. Metodv i sredstva izmereniva aerodinamicheskikh uglov letatelnykh apparatov / V.M. Soldatkin. Kazan: Izd-vo Kazan. gos. tekhn. un-tа. 2001. – 448 s.
5. Soldatkin. V.V. Sistema vozdushnykh signalov vertoletа na osnove nepodvizhnogo aerometricheskogo privemnika i informatsii aerodinamicheskogo polva vikhrevov kolonny nesushchego vinta: Monografiya / V.V. Soldatkin. Kazan: Izd-vo Kazan. gos. tekhn. un-tа. 2012. – 284 s.
6. Petunin. A.N. Metody i tekhnika izmereniya parametrov gazovogo potoka / A.N. Petunin. M.: Mashinostrovenive. 1972. – 332 s.
7. Nikitin. A.V. Bortovava sistema izmereniva parametrov vektora vetra na stovanke i vzletno-posadochnykh rezhimakh vertoletа: Avtoref. diss. ... kand. tekhn. nauk: A.V. Nikitin. – Kazan, 2015. – 16 s.

**Nikitin Aleksandr Vladimirovich**  
 Kazan National Research Technical University. AN  
 Tupolev–KAI  
 Assistant Professor «Devices and systems»  
 Ph.: +7-987-220-50-20  
 E-mail: nikitin.rf@mail.ru

**Soldatkin Vladimir Mikhaylovich**  
 Kazan National Research Technical University. AN  
 Tupolev–KAI  
 Professor, Head of Department of «Devices and systems»  
 Ph.: +7-987-290-81-48  
 E-mail: w-soldatkin@mail.ru

## ПОДХОДЫ К РАЗРАБОТКЕ МЕТОДОВ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*В статье рассмотрены подходы к разработке методов автоматической сегментации областей на изображениях, полученных по данным компьютерной томографии. Проведен анализ трех поколений методов сегментации, отличающихся точностью, сложностью, возможностью использования в автоматическом режиме, применимостью для определенных объектов исследования, возможностью анализа трехмерных изображений и другими параметрами. Представлен анализ доступного программного обеспечения для проведения сегментации КТ-изображений лёгких.*

**Ключевые слова:** *томографические изображения, автоматическая сегментация областей на изображениях, компьютерная томография*

В медицинской лучевой диагностике при анализе структурных и функциональных характеристик тканей одной из важнейших задач является постпроцессинговая обработка томографических изображений. В связи с огромным объемом первичных медицинских данных и высокой загруженностью врачей, одним из путей решения этой задачи является разработка методов автоматической сегментации и вычисления объемов зон интереса по результатам медицинской визуализации. Медицинские данные в этом случае могут быть получены с помощью различных методов лучевой диагностики: рентгеновской компьютерной томографии (КТ), магнитно-резонансной томографии (МРТ), функциональной магнитно-резонансной томографии (фМРТ) и др.). При разработке методов сегментации разделение изображения на регионы осуществляется в соответствии с поставленной перед исследователем задачей. В одних случаях сегментация применяется в качестве последнего шага интерпретации исследования, например, для уточнения границ и объема объекта. В других случаях, наоборот, она служит предварительным шагом для последующего анализа [1–5].

Растущая потребность в автоматическом анализе изображений и обработке больших массивов данных вызывает необходимость разработки новых алгоритмов сегментации [6, 7].

Разработка и реализация новых методов автоматической сегментации изображений позволит решить ряд медицинских задач, например:

- сегментация образований легких, определение их параметров и доброкачественности на основе данных рентгеновской компьютерной томографии;
- сегментация и вычисление объема печени и внутрипеченочных образований по данным магнитно-резонансной томографии;
- сегментация и вычисление объема эпикардального жира в оценки риска развития ишемической болезни сердца на основе DICOM-данных магнитно-резонансной томографии;
- сегментации и вычисления объема резецируемого фрагмента миокарда межжелудочковой перегородки при хирургическом лечении больных с обструктивными формами гипертрофической кардиомиопатии.

Целью работы является повышение степени автоматизации при обработке данных медицинской лучевой визуализации, разработка методов математического анализа, постобработки и визуализации результатов лучевой диагностики, направленных на упрощение и ускорение постановки диагноза по результатам различных видов диагностики, с повышением информативности результатов обработки относительно исходных данных.

Современные биомедицинские изображения, формируемые в процессе обработки данных многокурсного или многочастотного сканирования, представляют собой в большинстве случаев результат реализации тех или иных алгоритмов цифровой реконструкции. Эти изображения довольно специфичны и требуют от врача-диагноста большого и разностороннего опыта работы для их адекватной интерпретации. В помощь персоналу выпускаются различные атласы биомедицинских изображений, применяется адаптивная регулировка яркости и контраста и т.д. [2, 5].

Задача сегментации биомедицинских изображений, т.е. выделения на этих изображениях областей, соответствующих биотканям с одинаковыми характеристиками, остается одной из самых актуальных для развития современных диагностических методов.

Задачи данного класса относятся к более широкой области исследования, а именно к разработке программных средств распознавания образов и визуализации [8, 10].

Использование автоматической сегментации при визуализации в лучевой диагностике ограничивается невысоким пространственным разрешением, низкой контрастностью изображений, артефактами и шумами в исходных данных, нечеткими границами между структурами [5, 11].

Точность проведения сегментации зоны интереса в значительной мере ограничивают [1, 5]:

- шумы, искажающие интенсивность сигнала отдельных вокселей, и затрудняющие их классификацию, рисунок 1;
- неоднородность интенсивности изображений, т.к. уровень яркости одного класса ткани постепенно изменяется в различных зонах;
- ограниченность количества пикселей на изображении, приводящая к эффекту частичного объема (наложение различных структур внутри одного пикселя).

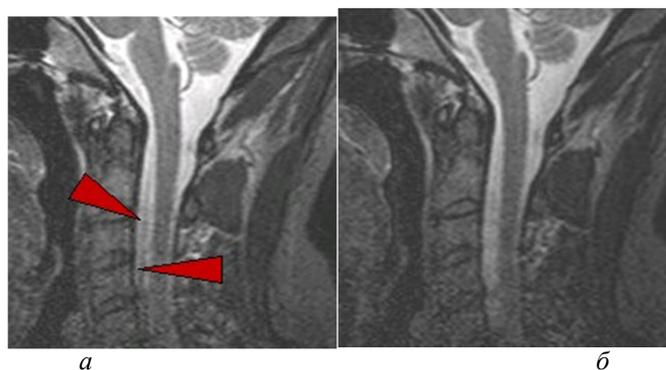


Рисунок 1 – Изображение при наличии (а) и отсутствии (б) артефакта пульсации спинномозговой жидкости

Существуют различные подходы, позволяющие преодолевать перечисленные ограничения, и гибко подбирать параметры получения исходных данных [6]. Кроме того, автоматическая сегментация изображений, являющаяся предметом постоянного научного интереса, в настоящий момент непрерывно эволюционирует [1–7, 12–16].

Существует несколько разных *методов сегментации изображений*, которые различаются между собой по точности, сложности, возможности использования в автоматическом режиме, применимости для определенных органов, возможности анализа трехмерных изображений и другим параметрам. Также все методы сегментации можно условно разбить на три поколения, в каждом из которых используются различные алгоритмы [1, 6].

К *первому поколению* относятся низкоуровневые методы, которые не ссылаются на заранее известную информацию об объекте, что делает их уязвимыми по отношению к некоторым проблемам. Одним из представителей первого поколения является *метод краёв, линий и точек*, которые несут массу информации о различных областях изображения. Край является границей между двумя различными регионами. На рисунке 2 представлены различные типы краев. Линии же могут находиться внутри равномерной однородной области. Точка включена в равномерную однородную область и её полутон отличается от значения полутона области, в которой она находится.

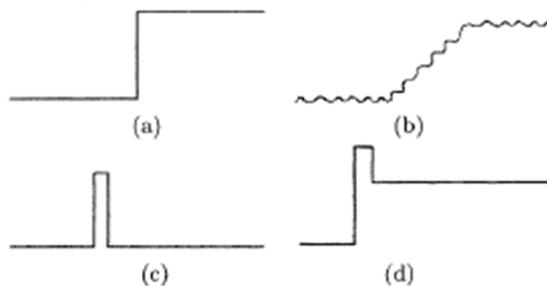


Рисунок 2 – Различные типы краев: (а) ступень, (б) наклон, (с) линия, (д) ступень–линия

Операция обнаружения края – это операция по выявлению значительных локальных изменений в уровнях интенсивности на изображении. Изменение уровня интенсивности определяется с помощью градиента. Так как функция  $f(x, y)$  является двумерной, то её градиент – вектор:

$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{df}{dx} \\ \frac{df}{dy} \end{bmatrix}$$

Величину градиента можно вычислить несколькими способами:

$$\left. \begin{aligned} G | f(x, y) | &= \sqrt{G_x^2 + G_y^2}, \\ G | f(x, y) | &= | G_x | + | G_y |, \\ G | f(x, y) | &= \max \{ | G_x |, | G_y | \}. \end{aligned} \right\}$$

Направление градиента:  $\theta(x, y) = \text{arctg}(G_y / G_x)$ , где  $\theta$  – угол, который определяется по отношению к оси  $x$ . Градиентные операторы вычисляют изменения в интенсивности полутонов а также направление, в котором происходит это изменение. Это рассчитывается по разности в значениях интенсивностей соседних пикселей, т.е. производных по оси  $x$  и по оси  $y$ .

Данный метод подходит для сегментации изображений, на которых присутствует высокий контраст между различными объектами. К минусам метода можно отнести его восприимчивость к шуму и сложность в нахождении корреляции между интересующей областью и полученными границами, так как выделяются все границы на изображении. Граничные методы сами по себе не являются методами сегментации и, как правило, используются с другими алгоритмами сегментации для решения частной задачи [2–6].

Ко *второму поколению* относится *метод нейронных сетей*. Искусственные нейронные сети широко используются для сегментации изображений и классификации объектов. Это большой объем взаимосвязанных нейронов, которые сначала обучаются при помощи подходящих для данной цели данных, после чего уже могут использоваться для сегментации других подобных изображений. Нейронные модели зачастую эквивалентны соответствующим методам статистического распознавания образов. Также для сегментации медицинских изображений используются различные комбинации нейронных сетей и *алгоритмов нечеткой логики*[13]. Основные характеристики нейронных сетей – это устойчивость, чувствительность, оптимальный поиск и подавление шумов. Искусственные нейронные сети могут применяться в сегментации в качестве методов классификации и кластеризации. Методы сегментации, относящиеся ко второму поколению, весьма успешно применяются на практике, однако в общем случае они недостаточно эффективны для полностью автоматизированной и аккуратной сегментации медицинских изображений [1, 13].

К *третьему поколению* относят методы, основанные на использовании знаний более высокого уровня, например, заранее известной информации о структуре объекта, заданных пользователем правил, а также моделей объектов, например, активные контурные модели.

*Активные контурные модели*, или «змеи», как их часто называют, являются вариантом деформированных моделей, в которых начальные контуры алгоритмически деформируются в сторону краев изображения. В основном они используются для аппроксимации формы границ объекта в предположении, что границы гладкие. Название «змея» мотивировано поведением таких моделей, которые приспосабливают контур между двумя контрольными точками.

Активные контурные модели (пример такой сегментации представлен на рисунке 3) опираются на исходный контур, который либо предлагается пользователем, либо получается из априорного знания (касательно геометрических ограничений, ограничений данных, таких как диапазон ожидаемых полутонов, и знания, касающиеся формы объектов). Начиная с исходного контура, функционал энергии минимизируется на основе деформации контура и внешних сил изображения. Процесс оптимизации не может гарантировать, что глобальный минимум на самом деле найден. Вместо этого принимается локальный минимум на основе начального контура.

Функционал энергии с параметрическим описанием кривой  $v(s) = (x(s), y(s))^T$ , где  $x(s)$  и  $y(s)$  представляют собой координаты вдоль кривой  $s \in [0,1]$ , описывается следующим соотношением:

$$E_{\text{contour}} = \int_0^1 [E_{\text{int}}(v(s)) + E_{\text{ext}}(v(s))] ds.$$

Внутренняя энергия  $E_{\text{int}}$  представляет собой гладкость кривой и может быть гибко параметризована с помощью  $\alpha$  и  $\beta$ , чтобы кодировать ожидания относительно гладкости и эластичности контура целевой структуры. Величина значения  $\alpha$ , например, сжимает кривую. Часто  $\alpha$  и  $\beta$  – константы.

$$E_{\text{int}} = \alpha(s) \frac{|dv|^2}{|ds|} + \beta(s) \frac{|d^2v|^2}{|ds^2|}.$$

Внешняя энергия  $E_{\text{ext}}$  противодействует внутренней энергии и получается с помощью значений полутонов и градиента изображения в соответствии с уравнением:

$$E_{\text{ext}} = \omega_1 f(x, y) - \omega_2 |\nabla(G_\sigma(x, y) * f(x, y))|^2,$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – веса, которые представляют собой влияние значений полутонов  $f(x, y)$  и градиента  $\nabla(G)$ .

Значения полутонов предполагаются нормально распределенными. Значение  $\sigma$  характеризует стандартное отклонение от этого распределения [14].

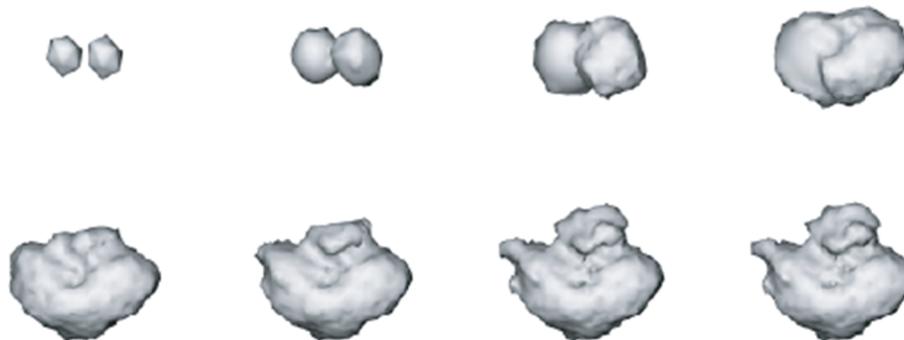


Рисунок 3 – Сегментация с помощью активных контурных моделей. Начинается с двух небольших объёмов (левый верхний угол) и через 40 итераций достигает конечного результата (правый нижний угол)

Нейронно–сетевой подход к сегментации изображений имеет преимущества перед традиционными математическими методами. Содержание нейронно–сетевой концепции применительно к задаче визуализации определяется общими принципами функционирования многослойных перцептронов и включает в себя три этапа: а) сбор и подготовку данных; б) обучение перцептрона и в) распознавание. Следует отметить, что в отличие от стандартных математических процедур реконструкции важным этапом нейронно–сетевых вычислений является первый этап — этап представления и анализа данных измерений. Именно от того, в какой форме данные представлены, как произведены их предварительный отбор и фильтрация в определяющей степени зависит быстродействие современных алгоритмов обучения, а, в конечном счете, и способность нейронной сети к запоминанию (выделению характерных закономерностей в обучающих данных) и обобщению (адекватной обработке входных сигналов, не использовавшихся для обучения).

Несмотря на то, что сегментация изображений может осуществляться огромным количеством методов, далеко не все из них подходят для автоматической сегментации по различным причинам. В первую очередь, методы, относящиеся к различным поколениям, отличаются между собой по точности и сложности, которые часто обратно пропорциональны друг другу. Во–вторых, некоторые методы могут существовать, как часть какого–то другого алгоритма сегментации и не могут быть использованы в автоматическом режиме. Структура исследуемого объекта также вносит ограничения на возможность применения некоторых методов. Так, например, в случае метода активных контурных моделей ограничение внутренней энергии моделями снижает их гибкость и затрудняет формирование трубчатых и

ветвящихся структур или объектов с сильными выступам, что делает их плохо применимыми для сегментации сосудов и бронхиальных деревьев.

В настоящее время существует достаточно большое количество *программных продуктов* для постпроцессинговой обработки изображений. В большинстве своем эти продукты органоспецифичны. Ниже приведены примеры программного обеспечения для постпроцессинговой обработки КТ–изображений лёгких:

- NIH–CIDI Lung Segmentation Tool. Свободно распространяемое программное обеспечение для сегментации КТ–изображений лёгких. Может работать в полностью автоматическом и полуавтоматическом режимах, позволяет пользователю выполнять основные операции фильтрации и ручной коррекции сегментации, если это необходимо [17].

- NeuLungCARE. Платная система, основанная на анализе КТ–изображений лёгких. Может самостоятельно работать на ПК, обеспечивая обнаружение узелков лёгких, эмфиземы легких и количественный анализ их функций [18].

- Cloud–Based SafeCT® for Low–Dose CT Lung Cancer Screening. С помощью этой услуги изображения, полученные при низкодозной КТ, пересылают по протоколу HTTPS на удаленный облачный сервер для немедленного их преобразования в изображения диагностического качества. Обработанные изображения через безопасное соединение сразу же отправляются заказчику и направляются в систему PACS клиентов [19].

При разработке методов автоматической сегментации при визуализации в лучевой диагностике целесообразным является поиск метода сегментации, направленного на увеличение точности, аккуратности, скорости обработки исходных данных и уменьшение вмешательства оператора в процесс обработки томограмм. Рациональным является создание метода сегментации на основе нейронных сетей с использованием алгоритмов нечеткой логики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Магонов, Е.П. Автоматическая сегментация МРТ–изображений головного мозга: методы и программное обеспечение / Е.П. Магонов, Т.Н. Трофимова // ИМЧ РАН. Лекции и обзоры. – 2012. – Т. 3. – № 3. – С. 35 – 40.
2. Марусина, М.Я. Инвариантный анализ и синтез в моделях с симметриями / М.Я. Марусина. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2004. – 144 с.
3. Иванов, В.А. Инвариантные аппроксимации и их применение в МР–томографии / В.А. Иванов, М.Я. Марусина, А.В. Флегмонов // Научное приборостроение. – 2003. – Т. 13. – № 2. – С. 22 – 26.
4. Марусина, М.Я. Методы повышения качества томографических изображений на основе инвариантного анализа и синтеза / М.Я. Марусина // Изв. вузов. Приборостроение. – 2005. – Т. 48. – № 5. – С. 29 – 33.
5. Марусина, М.Я. Повышение качества измерений на основе теоретико–группового анализа и синтеза измерительных систем / М.Я. Марусина // Дисс... доктора техн. наук. – СПб: ИТМО, 2005. – 340 с.
6. Bankman, I.H. Handbook of medical image processing and analysis. / I.H. Bankman // Burlington: Elsevier, 2009. – 984 p.
7. Иванов, В.А. Обработка измерительной информации в условиях неопределенностей / В.А. Иванов, М.Я. Марусина, В.С. Сизиков // Контроль. Диагностика. – 2001. – № 4. – С. 40–43.
8. Марусина, М.Я. Оптимизация измерительных преобразований на основе теоретико–группового анализа / М.Я. Марусина // Изв. вузов. Приборостроение. – 2005. – Т. 48. – № 3. – С. 27 – 31.
9. Иванов, В.А. Применение теории групп при решении задач реализации измерительных преобразований / В.А. Иванов, М.Я. Марусина // Изв. вузов. Приборостроение. – 2000. – Т. 43. – № 6. – С. 36 – 39.
10. Иванов, В.А. Групповые свойства измерительных преобразований / В.А. Иванов, М.Я. Марусина, А.Г. Липиньски // Авиакосмическое приборостроение. – 2003. – № 5. – С. 32 – 35.
11. Марусина, М.Я. Коррекция неоднородности основного магнитного поля МР–томографа на постоянных магнитах / М.Я. Марусина // Дисс... канд. техн. наук. – СПб: ИТМО, 1993. – 128 с.
12. Dhawan, A.P. Medical edition analysis / A.P. Dhawan // IEE Press, 2011. – 380 p.
13. Acharya, T. Image processing. Principles and applications / T. Acharya, A.K. Ray, 2005. – 428p.
14. Dougherty, G. Digital image processing for medical applications / G. Dougherty // Cambridge University Press, 2009. – 447 p.
15. Анодина–Андриевская, Е.М. Перспективные подходы к анализу информативности физиологических сигналов и медицинских изображений человека при интеллектуальной деятельности / Е.М. Анодина–Андриевская, С.В. Божокин, М.Я. Марусина и др. // Изв. вузов. Приборостроение. – 2011. – Т. 54. – № 7. – С. 27 – 35.
16. Марусина, М.Я. Синхронизация физиологических сигналов интеллектуальной деятельности человека с помощью многофункционального измерительного комплекса / М.Я. Марусина, Н.Б. Суворов, А.В. Козаченко, Д.В. Толкович // Научно–технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – Санкт–Петербург: СПбНИУ ИТМО. – 2013. – № 4 (86). – С. 49 – 55.
17. NITRC / Neuroimaging Informatics Tools and Resources Clearinghouse. URL: <http://www.nitrc.org/projects/nihlungseg> (дата обращения 23.04.15).
18. Neusoft / IT Solutions and Services provider. – URL: <http://www.neusoft.com/products&platform/1383/> (дата обращения 23.04.15).
19. MedicVision / Imaging Solutions. URL: <http://medicvision.com/usa/wf-menu-cpanel/the-product/cloud-based-safeft-for-low-dose-ct-lung-cancer-screening> (дата обращения 23.04.15).

**Марусина Мария Яковлевна**

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, г. Санкт-Петербург, доктор технических наук, профессор, зав. кафедры «Измерительные технологии и компьютерная томография»  
Тел.: 8(812)233-59-52  
E-mail: marusina\_m@mail.ru

**Волгарева Александра Павловна**

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, г. Санкт-Петербург, магистрант  
Тел.: +7(952)381-34-17  
E-mail: volgareva2007@rambler.ru

M.Ya.MARUSINA, A.P.VOLGAREVA

**APPROACHES TO DEVELOPMENT OF METHODS FOR AUTOMATIC SEGMENTATION OF THE TOMOGRAPHIC IMAGES**

*The article discusses the approaches to the development of methods for automatic region segmentation in images obtained by data of computer tomography. Analyzed tree generations of segmentation methods which differ by accuracy, complexity, the possibility of automatic using, the possibility of using for certain objects of research, opportunity analysis of tree-dimensional images and other parameters. Submits an analysis of available software for segmentation of lung CT-images.*

**Keywords:** topographic images, automatic region segmentation in images, computer tomography.

**BIBLIOGRAPHY**

1. Magonov. Ye.P. Avtomaticheskaya segmentatsiya MRT–izobrazheniy golovnogo mozga: metodv i programmnove obespecheniye / Ye.P. Magonov, T.N. Trofimova // IMCH RAN. Lektsii i obzory. – 2012. – T. 3. – № 3. – S. 35 – 40.
2. Marusina. M.YA. Invariantnyy analiz i sintez v modelyakh s simmetriyami / M.YA. Marusina. – SPb.: SPbGU ITMO. 2004. – 144 s.
3. Ivanov. V.A. Invariantnyvye approksimatsii i ikh primeneniye v MR–tomografii / V.A. Ivanov, M.YA. Marusina. A.V. Flegmonov // Nauchnove priborostrovenive. – 2003. – T. 13. – № 2. – S. 22 – 26.
4. Marusina. M.YA. Metodv novsheniya kachestva tomograficheskikh izobrazheniy na osnove invariantnogo analiza i sinteza/ M.YA. Marusina// Izv. vuzov. Priborostrovenive. – 2005. – T. 48. – № 5. – S. 29 – 33.
5. Marusina. M.YA. Povsheniye kachestva izmereniy na osnove teoretiko–grunnovogo analiza i sinteza izmeritelnykh sistem/ M.YA. Marusina // Diss. ... doktora tekhn. nauk. – SPb: ITMO. 2005. – 340 s.
6. Bankman, I.H. Handbook of medical image processing and analysis./ I.H. Bankman // Burlington: Elsevier, 2009. – 984 n.
7. Ivanov. V.A. Obrabotka izmeritelnykh informatsii v usloviyakh neopredelennostey/ V.A. Ivanov, M.YA. Marusina. V.S. Sizikov // Kontrol. Diagnostika. – 2001. – № 4. – S. 40–43.
8. Marusina. M.YA. Optimizatsiya izmeritelnykh preobrazovaniy na osnove teoretiko–gruppovogo analiza/ M.YA. Marusina // Izv. vuzov. Priborostrovenive. – 2005. – T. 48. – № 3. – S. 27 – 31.
9. Ivanov. V.A. Primeniye teorii grupp pri reshenii zadach realizatsii izmeritelnykh preobrazovaniy./ V.A. Ivanov, M.YA. Marusina // Izv. vuzov. Priborostrovenive. – 2000. – T. 43. – № 6. – S. 36 – 39.
10. Ivanov. V.A. Grunnovvye svoystva izmeritelnykh preobrazovaniy/ V.A. Ivanov, M.YA. Marusina, A.G. Lipinski // Aviakosmicheskove priborostrovenive. – 2003. – № 5. – S. 32 – 35.
11. Marusina. M.YA. Korrektivnaya neodnorodnosti osnovnogo magnitnogo polya MR–tomografa na postoyannykh magnitakh/ M.YA. Marusina // Diss. ... kand. tekhn. nauk. – SPb: ITMO. 1993. – 128 s.
12. Dhawan. A.P. Medical edition analysis/ A.P. Dhawan // IEE Press. 2011. – 380 p.
13. Acharva. T. Image processing. Principles and applications / T. Acharva. A.K. Rav. 2005. – 428 n.
14. Dougherty, G. Digital image processing for medical applications/ G. Dougherty // Cambridge University Press, 2009. – 447 n.
15. Anodina–Andriyevskaya Ye M. Perspektivnyye podkhody k analizu informativnosti fiziologicheskikh signalov i meditsinskikh izobrazheniy cheloveka pri intellektualnoy devatelnosti / Ye M. Anodina–Andriyevskaya, S.V. Bozhokin. M.YA. Marusina i dr. // Izv. vuzov. Priborostrovenive. – 2011. – T. 54. – № 7. – S. 27 – 35.
16. Marusina. M.YA. Sinkhronizatsiya fiziologicheskikh signalov intellektualnoy devatelnosti cheloveka s nomoshchvuy mnogofunktsionalnogo izmeritel'nogo kompleksa/ M.YA. Marusina. N.B. Suvorov. A.V. Kozachenko. D.V. Tolkovich // Nauchno–tekhnicheskiv vestnik informatsionnykh tekhnologiy, mekhaniki i optiki. – Sankt–Peterburg: SPbNIU ITMO. – 2013. – № 4 (86). – S. 49 – 55.
17. NITRC / Neuroimaging Informatics Tools and Resources Clearinghouse. URL: <http://www.nitrc.org/projects/nihlungseg/data obrashcheniya 23.04.15>.
18. Neusoft / IT Solutions and Services provider. – URL: <http://www.neusoft.com/products&platform/1383/data obrashcheniya 23.04.15>.
19. MedicVision / Imaging Solutions. URL: [http://medicvision.com/usa/wf–menu–cpanel/the–product/cloud–based–safect–for–low–dose–ct–lung–cancer–screening\(data obrashcheniya 23.04.15\)](http://medicvision.com/usa/wf–menu–cpanel/the–product/cloud–based–safect–for–low–dose–ct–lung–cancer–screening(data obrashcheniya 23.04.15)).

**Marusina Mariya Yakovlevna**

St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Professor, Head. Department of «Measurement technology and computed tomography»  
Тел.: 8 (812) 233–59–52  
E-mail: marusina\_m@mail.ru

**Volgareva Aleksandra Pavlovna**

St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, undergraduate  
Тел.: +7 (952) 381–34–17  
E-mail: volgareva2007@rambler.ru

УДК 617.582

П.К. СОПИН, Я.Н. ГАЙНУЛЛИНА

## РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ СТЕНДА–СИМУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ ПЛАТФОРМЫ СТЮАРТА–ГАУФА

*Рассматриваются особенности конструктивного исполнения стенда–симулятора на основе платформы Стюарта–Гауфа, предназначенного для испытаний различных видов имплантируемых изделий медицинского назначения.*

**Ключевые слова:** конструкция, привод, платформа, нагрузка, движение, имплантат.

Мировой опыт эндопротезирования крупных суставов человека показывает, что повышенное количество продуктов износа, образующихся в парах трения в эндопротезах при их работе, приводит к возникновению серьёзных послеоперационных осложнений, снижению срока службы эндопротеза и необходимости выполнения ревизионных операций [7]. Прогнозирование поведения различных имплантатов и их ресурса, с учётом множества сопутствующих факторов (экологических, медицинских, технологических), сложная многовариантная задача, которая может решаться на основе выполнения глубоких теоретических и экспериментальных исследований.

В Севастопольском государственном автономном университете (до 2014 г. – Севастопольский национальный технический университет) на протяжении ряда лет коллектив авторов занимается как разработкой конструкций различных имплантов (эндопротез тазобедренного сустава, спинальные импланты и имплантируемые конструкции и т.д.), так и разработкой конструкций специальных стендов–симуляторов.

Соответствие разработок мировому уровню подтверждено рядом охранных документов – патентами Украины и Российской Федерации. В процессе исследований рассматривались различные пары трения, их достоинства и недостатки, и сделан вывод, что ресурс имплантируемых изделий во многом зависит от интенсивности нагрузок, материалов, характера и механизма износа трущихся поверхностей.

Фирмы–изготовители имплантируемых изделий проводят испытания на износ на стендах–симуляторах с целью выбора оптимальных материалов и геометрии элементов конструкций. Как правило, их проектируют в соответствии с требованиями стандартов, регламентирующих испытания имплантов. В Севастопольском государственном автономном университете (СевГУ) в лаборатории биомеханики в рамках госбюджетных научно–исследовательской работы «ЭНДАРТ–2» был выполнен глубокий анализ конструкций и возможностей испытательных стендов для поведения трибологических испытаний.

Целью исследований было создание универсального моделирующего устройства для испытаний элементов имплантируемых систем на основе манипулятора параллельной структуры типа платформы Стюарта–Гауфа с широким диапазоном создаваемых нагрузок испытуемых образцов, моделированием функциональных движений, обеспечением длительности испытаний. Стенд должен быть легко перенастраиваемым для обеспечения условий испытаний, соответствующих стандартам. Стандарт ISO/DIS 14242–1, например, регламентирует при проведении испытаний ацетабулярного компонента эндопротеза тазобедренного сустава создание максимальной нагрузки до 3,0 кН, частоту относительного перемещения компонентов в 1 Гц, продолжительность испытаний до 3 млн. циклов (с шагом в 500 тыс. циклов). В соответствии со стандартом ASTM F2346–05, при проведении усталостных испытаний ортопедических имплантов, замещающих межпозвоночные диски, температура среды испытаний должна составлять 37°С, а частота относительного перемещения компонентов 2 Гц. При проведении статических испытаний на сжатие и сдвиг некоторых вариантов динамических транспедикулярных систем фиксации позвоночника, стандарт ASTM F2077–03 регламентирует скорость поворота подвижного сегмента относительно неподвижного 60 град/мин, осевую нагрузку дискретно принимающую значения 100 Н, 300 Н, 500 Н.

Универсальные стенды характеризуются высоким уровнем конструктивной сложности и наличием быстро перепрограммируемой системы управления, что позволяет

проводить испытания широкой номенклатуры изделий в широком диапазоне изменения кинематических и динамических параметров движения и существенно уменьшить стоимость испытаний. При определении прототипа проектируемого моделирующего устройства в качестве основных были приняты испытания искусственных межпозвонковых дисков в соответствии со стандартами ASTM F2346–05(2011), ASTM F1717–96, ASTM F2267–04. Конструктивное исполнение устройства должно обеспечивать вращательные движения подвижного элемента испытываемого блока относительно неподвижного по трём вращательным степеням свободы, изгиб во фронтальной плоскости, реверсивный изгиб в сагиттальной плоскости и вращение в трансверсальной плоскости. Кроме того устройство должно обеспечивать возможность приложения к испытываемому образцу внешней сжимающей аксиальной нагрузки. Это наиболее распространённый вариант нагружения при испытаниях искусственных межпозвонковых дисков, кейджей (имплантов, блокирующих тела соседних позвонков) и других вспомогательных конструкций и устройств. Внешний вид спроектированного моделирующего устройства показан на рисунке 1.



Рисунок 1. Внешний вид моделирующего шести координатного устройства стенда-симулятора

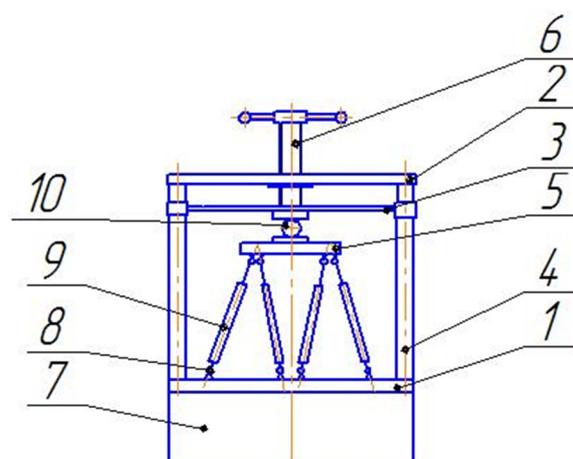


Рисунок 2. Конструктивная схема шести координатного стенда-симулятора

Конструктивная схема шести координатного стенда-симулятора показана на рисунке 2. Стенд имеет два массивных основания в виде стальных дисков: нижнее 1 и верхнее 2, связанных между собой тремя стойками 4. Стойки трубчатой конструкции расположены равномерно по окружности под углом  $120^\circ$  и крепятся к основаниям болтовым соединением. Такая сборка жёсткого и массивного каркаса стенда позволит обеспечить точность передачи движения шести исполнительных механизмов (приводов) 9 к подвижной платформе облегчённой конструкции 5. Облегчённая конструкция подвижной платформы 5 позволит снизить инерционные нагрузки на исполнительные механизмы при реализации заданных законов движения. Исполнительные механизмы шарнирно, с помощью сферического шарнира 8, крепятся одним концом к нижнему основанию 1, а другим к подвижной платформе 5. Угол наклона исполнительного механизма к вертикальной плоскости составляет  $12^\circ$ , угол между осями исполнительных механизмов –  $28^\circ$ . Над подвижной платформой 5 располагается нагрузочная платформа 3, которая имеет возможность перемещений вдоль стоек 4 на опорах скольжения с последующей фиксацией на стойках. Перемещение нагрузочной платформы 3, с возможностью нагружения объекта испытаний 10, обеспечивается, как предварительная настройка стенда, винтом 6. Фиксация нагрузочной платформы 3 на стойках компенсирует влияние величины зазоров в подвижных соединениях на точность передачи законов движения от исполнительных механизмов 9 к испытываемому объекту 10. Вся конструкция стенда смонтирована на подставке 7, в которой располагается система управления приводами 9, выполненная на элементной базе концерна FESTO.

В качестве альтернативных вариантов применения исполнительных механизмов привода подвижной платформы рассматривались два варианта: пневмомускулы и электромеханические сервомодули движения (СМД) с винтовыми передаточными механизмами (ПМ) производства фирмы FESTO. Каждый из вариантов обладает набором достоинств и недостатков.

Пневмомускулы сегодня находят достаточно широкое применение в различных механизмах и устройствах, в том числе копирующих биомеханические системы, для обеспечения подвижности их элементов (например экзоскелетоны). К достоинствам пневмомускула можно отнести следующие: небольшая масса, технологичность изготовления, возможность создания значительного усилия при высоком ускорении, равномерное движение под нагрузкой и простота позиционирования, бесшумность работы и возможность эксплуатации в «чистых» помещениях. В зависимости от диаметра и длины эластичного элемента, а так же рабочего давления в пневмосистеме, пневмомускулы могут создавать усилие до 4000 Н, с максимальной рабочей частотой – 2...3 Гц, гистерезисом – до 5 %, допустимой скоростью – max 1,5...2 м/с, min 0,05 м/с, точность повторения движения – до 3 %. Однако для достижения значительных усилий может потребоваться параллельная постановка нескольких эластичных элементов, что увеличит габариты стенда, а для обеспечения работы необходим компрессор с системой подготовки воздуха, стоимость которых существенно увеличивает стоимости стенда. К отрицательным свойствам следует отнести и нормальную утечку воздуха до 1 л/час. Анализ приведённых факторов и характеристик склонил выбор в пользу другого привода производства фирмы FESTO, а именно электромеханические сервомодули движения.

Механотронные модули движения (ММД) на базе электромеханических устройств в сочетании с информационно–программными средствами ориентированы на получение заданных параметров управляемого движения рабочих органов. СМД серии DNCE конструктивно объединяют в одном блоке шаговый двигатель и передаточный механизм, основой которого является самотормозящаяся винтовая передача качения. Винтовой передаточный механизм смонтирован в закрытом корпусе блока и снабжён хвостовиком для соединения с приводным серводвигателем. Система управления серводвигателями (СД) модульной конструкции смонтирована в раме 7 стенда. Некоторые технические характеристики СМД серии DNCE приведены в таблице 1.

Таблица 1 Технические характеристики СМД серии DNCE.

№ п/п	Характеристика	Значение
1	Максимальное усилие на штоке, Н	800
2	Реверсивный люфт пары качения, мм	±0,05
3	Точность воспроизведения перемещения, мм	±0,02
4	Максимальная скорость перемещения штока, м/с	0,64
5	Максимальное ускорение, м/с <sup>2</sup>	6

Приведенные технические характеристики наиболее оптимально удовлетворяют перечисленным выше условиям испытаний имплантов. Увеличение нагрузочных характеристик штоковых винтовых СМД может быть достигнуто постановкой усиленных направляющих штока, а увеличенный ресурс по сравнению с пневмомускулом не вызывает сомнения. Отсутствие компрессорной станции также свидетельствует в пользу использования СМД в качестве устройства для получения заданных параметров управляемого движения.

В результате проведенных исследований в лаборатории биомеханики СевГУ разработана конструкция шести координатного стенда–симулятора на основе платформы Стюарта–Гауфа с использованием механотронных модулей движения и информационно–программных средств концерна FESTO. Создание такого универсального стенда позволит осуществлять испытания широкого круга имплантируемых изделий при их проектировании и производстве, что в свою очередь обеспечит решение актуальной задачи в условиях импортозамещения – насыщение рынка Российской Федерации эндопротезами и другими изделиями медицинского назначения отечественной конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калинин, М. Исследование влияния износа и технологических факторов на долговечность искусственных суставов человека/ Отчёт о научно-исследовательской работе «Эндарт-2», госрегистрация № 0104U002226// М. Калинин, В. Пахалюк, А. Поляков и др.; Севастополь, изд-во СевНТУ, 2006. – 204 с.
2. Edidin, A.A. Influence of mechanical behavior on the wear of 4 clinically relevant polymeric biomaterials in a hip simulator / A.A. Edidin, S.M. Kurtz // J Arthroplasty. – 2000. – Vol. 15. – pp. 321 – 331.
3. Мителева, З.Н. Современные биомеханические подходы к эндопротезированию тазобедренного сустава / З.Н. Мителева, И.А. Суббота, М.Ю. Карпинский // Ортопедия, травматология и протезирование. – 2003.– № 1. – С. 37 – 41.
4. Пашков, Е.В. Следящие приводы промышленного технологического оборудования / Е.В. Пашков, В.А. Крамарь, А.А. Кабанов. – СПб.: Издательство «Лань», 2015. – 368 с.
5. Stewart, D. A platform with six degrees of freedom/ D. Stewart// Proceedings of the institution of mechanical engineers.– 1965.– Vol. 180.– Part 1. – № 15.– pp. 371 – 386.
6. Янсон, Х.А. Биомеханика нижней конечности человека/ Х.А. Янсон. – Рига: Знание, 1975. – 324 с.
7. Новиков, Н.В. Эндопротезы суставов человека: Материалы и технологии / Н.В. Новиков, О.А. Розенберг, Й. Гавлик. – Киев: Изд. «Синопис», 2011. – 528 с.

**Сопин Павел Константинович**  
 ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»  
 кандидат технических наук, доцент кафедры «Автомобильного транспорта»  
 научный сотрудник лаборатории биомеханики  
 г. Севастополь, пр-т Октябрьской революции, 23  
 Тел.: +7 978 7300952,  
 E-mail: pavel.sopin@gmail.com

**Гайнуллина Яна Николаевна**  
 ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»  
 аспирант кафедры «Машиноведение и техническая механика»  
 г. Севастополь, А. Кесаева, 8  
 Тел.: +7 978 7494 581,  
 E-mail: medeya\_ua@i.ua

P.K. SOPIN, Ya.N. GAYNULLINA

**DESIGN BOOTH–SIMULATION BASED ON THE STEWART–GOUGH PLATFORM**

*We consider the design of the stand–simulator based on the Stewart–Gough platform, designed for different types of trials of implantable medical devices.*

**Keywords:** structure, drive, platform, load, motion, implant.

**BIBLIOGRAPHY**

1. Kalinin, M. Issledovaniye vliyaniya iznosa i tekhnologicheskikh faktorov na dolgovechnost iskusstvennykh sustavov cheloveka/ Otchot o nauchno–issledovatel'skoy rabote «Endart–2», gosregistratsiya № 0104U002226// M. Kalinin, V. Pakhalyuk, A. Polyakov i dr.; Sevastopol, izd–vo SevNTU, 2006. – 204 s.
2. Edidin, A.A. Influence of mechanical behavior on the wear of 4 clinically relevant polymeric biomaterials in a hip simulator / A.A. Edidin, S.M. Kurtz // J Arthroplasty. – 2000. – Vol. 15. – pp. 321 – 331.
3. Miteleva, Z.N. Sovremennyye biomekhanicheskiye podkhody k endoprotezirovaniyu tazobedrennogo sustava / Z.N. Miteleva, I.A. Subbota, M.YU. Karpinskiy // Ortopediya, travmatologiya i protezirovaniye. – 2003.– № 1. – S. 37 – 41.
4. Pashkov, Ye.V. Sledyashchiye privody promyshlennogo tekhnologicheskogo oborudovaniya / Ye.V. Pashkov, V.A. Kramar, A.A. Kabanov. – SPb.: Izdatelstvo «Lan», 2015. – 368 s.
5. Stewart, D. A platform with six degrees of freedom/ D. Stewart// Proceedings of the institution of mechanical engineers. – 1965. – Vol. 180. – Part 1. – № 15. – pp. 371 – 386.
6. Yanson, KH.A. Biomekhanika nizhney konechnosti cheloveka/ KH.A. Yanson. – Riga: Znaniye, 1975. – 324 s.
7. Novikov, N.V. Endoprotezy sustavov cheloveka: Materialy i tekhnologii / N.V. Novikov, O.A. Rozenberg, Y. Gavlik. – Kiyev: Izd. «Sinopsis», 2011. – 528 s.

**Sopin Pavel Konstantinovich**  
 Sevastopol State University  
 PhD, Docent, Researcher Laboratory of Biomechanics  
 Sevastopol, prospect October revolution, 23  
 Tel. +7 978 7300952  
 E-mail: pavel.sopin@gmail.com

**Gainullina Yana Nikolaevna**  
 Sevastopol State University, graduate student of «Machines and technical mechanics»  
 Sevastopol, A. Kesaeva, 8  
 Tel. +7 978 7494 581  
 E-mail: medeya\_ua@i.ua

## **КОНТРОЛЬ, ДИАГНОСТИКА, ИСПЫТАНИЯ**

УДК 531.7, 681.2.08

Д.Ю. БОГОМОЛОВ, В.В. ПОРОШИН, О.В. ПОРОШИН

### **ПРЕЦИЗИОННАЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ТОПОГРАФИИ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В НАНОДИАПАЗОНЕ**

*Представлена прецизионная измерительная система для трехмерного анализа топографии поверхности в нанодиапазоне. Измерительная система основана на метрологическом атомном силовом микроскопе, оснащенный измерительным столиком с расширенным диапазоном горизонтальных перемещений. В системе реализован количественный трехмерный анализ текстуры поверхности в соответствии с недавно принятым международным стандартом ISO 25178–2:2012.*

**Ключевые слова:** измерительная система, топография поверхности, трехмерный анализ, нанодиапазон.

Динамика, надежность и долговечность механических систем во многом определяются состоянием поверхностного слоя взаимодействующих элементов. Для оценки качества поверхностного слоя традиционно используется количественный анализ путем вычисления ряда научно обоснованных геометрических параметров. Ввиду малого времени измерения, простоты в использовании и низкой стоимости измерительного оборудования, двухмерный профильный анализ с помощью щуповых профилометров до сих пор является основным методом оценки топографии поверхности.

В то же время развитие высокотехнологичных и наукоемких производств в микроэлектронике, авиационной, космической, атомной, медицинской промышленности, на предприятиях оборонного комплекса и других отраслей реального сектора экономики требует широкого внедрения новых прецизионных методов измерения топографии поверхности с разрешением до нанометров. Так, допускаемая погрешность формы изготовления деталей для медицинской техники, аппаратов для биологических исследований, деталей оптической техники и т.п. составляет 10...100 нм, а амплитуда шероховатости поверхности 2–10 нм.

Однако в настоящее время в России нет собственных серийных высокоточных автоматизированных приборов, которые позволили бы проводить количественную оценку топографии поверхности в субмикродиапазоне и нанодиапазоне. Существующие микроскопы обеспечивают главным образом качественную визуальную оценку характерных размеров и структуры неровностей с минимальными возможностями их количественной оценки. Зарубежные измерительные приборы с разрешением порядка нанометров часто относятся к запрещенным к экспорту.

Прецизионный анализ топографии поверхности подразумевает использование более точного и подробного трехмерного подхода взамен традиционного двухмерного. Преимущества трехмерного анализа вкупе с развитием и удешевлением измерительного оборудования определило принятие в 2012 г. международного стандарта по трехмерной оценке топографии поверхности ISO 25178 [1]. Ряд ведущих стран Евросоюза, Япония и США ведут разработки измерительных систем для трехмерного анализа топографии поверхности с последующим изменением национальных стандартов. Внедрение этих стандартов в перспективе приведет к возникновению проблем у предприятий–экспортеров Российской Федерации ввиду отсутствия у них измерительного оборудования и современных отечественных нормативных документов.

В связи с вышесказанным разработка отечественных измерительных комплексов для трехмерного анализа топографии поверхности в нанодиапазоне является крайне актуальной задачей. Такие комплексы позволят повысить точность измерений и расширить их диапазон до мирового уровня, что обеспечит существенное повышение качества, надежности и безопасности механических систем в изделиях наукоемких отраслей промышленности. В статье представлена высокоточная автоматизированная система для измерения и количественной параметрической оценки топографии поверхности в нанодиапазоне на базе сканирующего зондового микроскопа «НаноСкан–3Di» [2].

Система построена на основе модульно–блочной архитектуры. В ее состав входят: СЗМ «НаноСкан–3Di», трехкоординатный пьезоэлектрический наноманипулятор с лазерным гетеродинным интерферометром, а также персональный компьютер с управляющей и аналитической программами. Технические характеристики автоматизированной измерительной системы представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Технические характеристики измерительной системы

Принцип измерения	Сканирующая зондовая микроскопия
Тип измерительного щупа	Алмазный индентер
Горизонтальный диапазон (мкм)	500
Вертикальный диапазон (мкм)	50
Горизонтальное разрешение (нм)	< 0,1
Вертикальное разрешение (нм)	< 0,1
Временное разрешение (мс)	1
Макс. скорость сканирования (мкм/с)	30
Ошибка ортогональности осей (рад)	0,01
Трехмерная цифровая фильтрация	Фазокорректирующий Гауссовский фильтр, фильтрация наклона и формы
Анализируемые параметры	Sa, Sq, Sp, Sv, Sz, Ssk, Sku, Sdq, Sdr, Sal, Str, Std, Smr, Sdc, Sxp, Vmp, Vmc, Vvv, Vvc, Spd, Spc, S5p, S5v, S10z, Sda, Sha, Sdv, Shv

Базовым измерительным прибором автоматизированной измерительной системы является модернизированный сканирующий зондовый микроскоп СЗМ «НаноСкан–3Di», расположенный во ФГУП ВНИИМС. Характерной особенностью микроскопов серии «НаноСкан» является сочетание наконечников из синтетического алмаза и пьезорезонансного зонда с высокой изгибной жесткостью консоли. В области измерений шероховатости в субмикродиапазоне данный СЗМ является исходным средством измерения по точности, однако его аналитические возможности включают в себя главным образом визуализацию результатов измерений и определение максимальных высот неровностей [3].

Схемы сканирования образца в СЗМ «НаноСкан–3Di» предполагают его перемещение с помощью трехкоординатного пьезоэлектрического наноманипулятора. Однако традиционные наноманипуляторы на основе емкостных датчиков не обеспечивают необходимых для количественного параметрического анализа точности позиционирования и диапазона перемещений [4]. В связи с этим система оснащена специально разработанным по заказу ФГУП ВНИИМС трехкоординатным пьезоэлектрическим наноманипулятором с лазерным гетеродинным интерферометром с цифровой реализацией фазового детектора, который осуществляет привязку результатов измерения к единице длины, задаваемой через длину волны лазерного излучения.

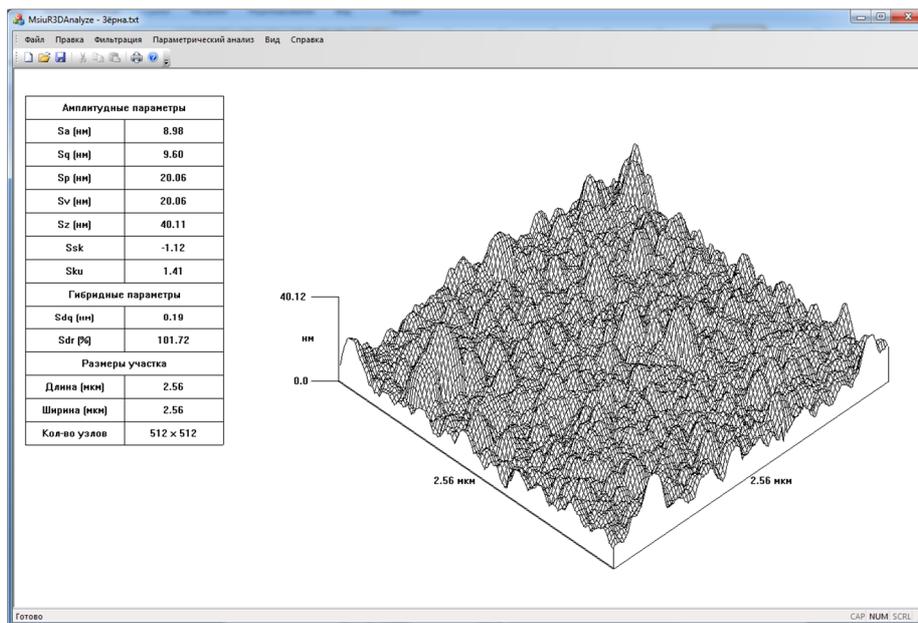
Электронный модуль наноманипулятора обладает временным разрешением в 1 мс, что позволяет сканировать поверхность со скоростью до 30 мкм/с. Результаты измерения передаются на персональный компьютер по интерфейсу USB.

Управляющее ПО обеспечивает следующие операции:

1) предварительное наведение измерительного датчика для выбора измеряемого участка поверхности;

- 2) минимизация наклона измеряемого участка поверхности относительно горизонтальной плоскости в полуавтоматическом режиме;
- 3) горизонтальное перемещение зонда относительно измеряемого образца по определенной траектории, целиком охватывающее исследуемый участок;
- 4) измерение высоты неровности поверхности в заданных узловых точках, синхронизированное с процессом горизонтального перемещения;
- 5) объединение и структурирование полученных в результате измерения данных;
- 6) сохранение на электронном носителе результатов измерения объединенных и структурированных результатов измерения.

После окончания измерения управляющее ПО микроскопа передает результаты измерения топографии поверхности для последующего анализа в аналитическую программу MsiuR3DAnalyze посредством файлов специального формата (рисунок 1).



*Рисунок 1 – Общий вид главного окна программы MsiuR3DAnalyze*

Аналитическое ПО обеспечивает:

- 1) визуализацию поверхности в виде трехмерной изометрической проекции;
- 2) фильтрацию формы и наклона поверхности;
- 3) фильтрацию неровностей с помощью цифровых фильтров Гаусса;
- 4) параметрическую оценку топографии поверхности (рисунок 2);
- 5) корреляционный анализ топографии поверхности (рисунок 3);
- 6) построение аналитических кривых (рисунок 4,5).

Параметрический анализ включает в себя 28 параметров, которые разделены на группы, отображаемые в отдельных графических окнах программы: амплитудные и гибридные параметры, пространственные параметры, аналитические кривые, параметры сегментации.

На собранном опытном образце автоматизированной измерительной системы была проведена серия измерений топографии поверхности в нанодиапазоне для оценки его работоспособности. Были проведены измерения калибровочных решеток TGT и TGZ, поверхности алмаза и ряда других поверхностей. Для всех поверхностей полученные значения Sz соответствуют номиналу калибровочных решеток. Значения параметров Sp и Sv в сумме дают Sz. Значение параметра Sz соответствует максимальной высоте измеренной поверхности. Значения параметров Sa и Sq не превышают Sz и составляют 30–50 % от Sz. Значения параметра Sdr для всех поверхностей незначительно превышает 100%. Оно минимально для поверхности с самой малой высотой неровностей (калибровочная мера

TGZ01). В целом полученные значения параметров топографии неровностей поверхности согласуются с имеющимися теоретическими представлениями.

Амплитудные параметры	
Sa (нм)	2.50
Sq (нм)	2.85
Sp (нм)	7.07
Sv (нм)	7.07
Sz (нм)	14.13
Ssk	-1.30
Sku	1.91
Гибридные параметры	
Sdq (нм)	0.03
Sdr (%)	100.04
Размеры участка	
Длина (мкм)	10.22
Ширина (мкм)	10.22
Кол-во узлов	512 x 512

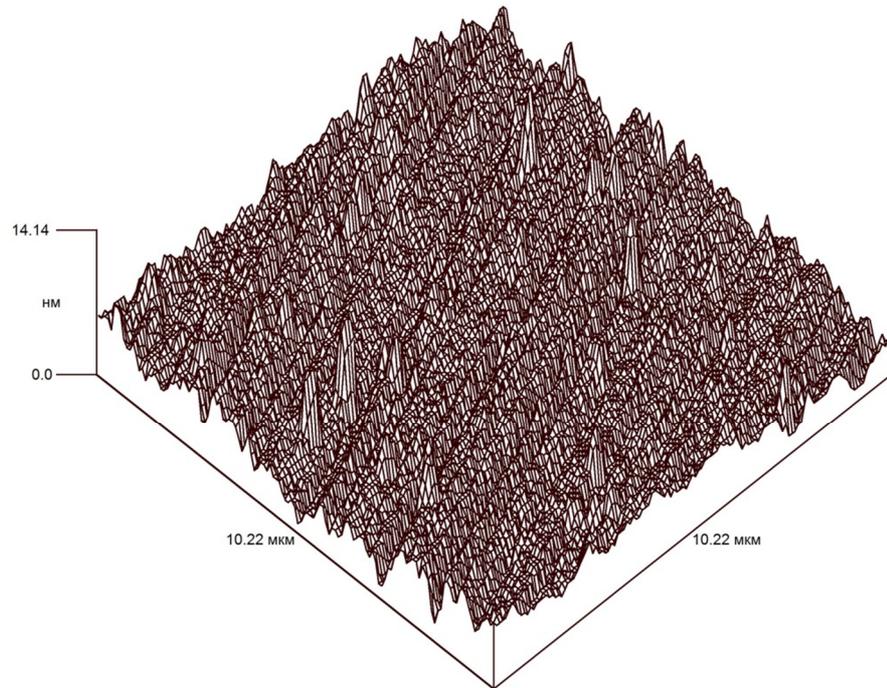


Рисунок 2 – Графический и параметрический анализ топографии поверхности, высотные и гибридные параметры

Автокорреляционная функция	
Шар tx (%)	0.0
Шар ty (%)	0.0
ACF	1.00
SaI	0.014
Str	1.002
Размеры участка	
Длина (мкм)	10.22
Ширина (мкм)	10.22
Кол-во узлов	512 x 512

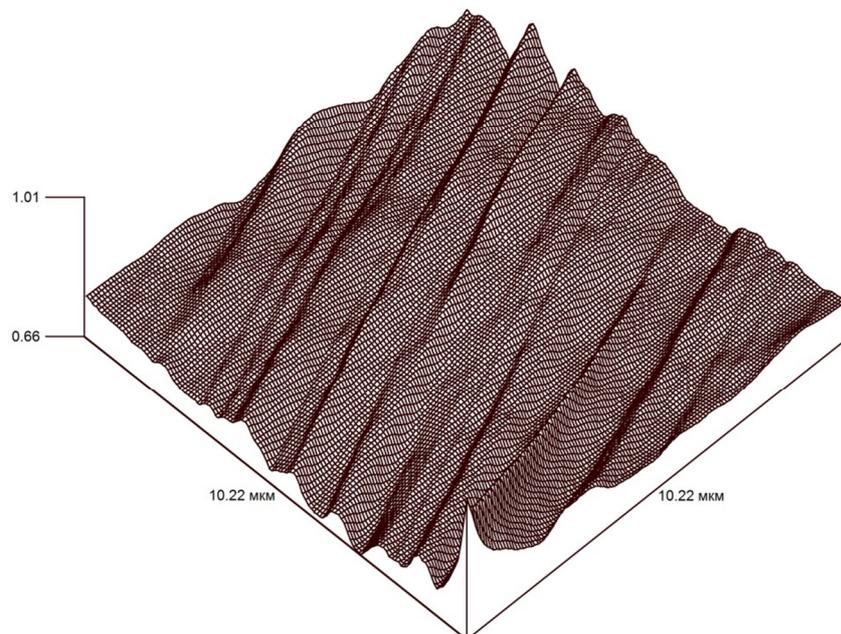


Рисунок 3 – Графический и параметрический анализ топографии поверхности, корреляционный анализ

Кривая Аббота	
Уровень p (%)	50.0
Smr(p) (%)	0.04
Уровень p1 (%)	0.0
Уровень p2 (%)	100.0
Spr (%)	1.0
Размеры участка	
Длина (мкм)	10.22
Ширина (мкм)	10.22
Кол-во узлов	512 x 512

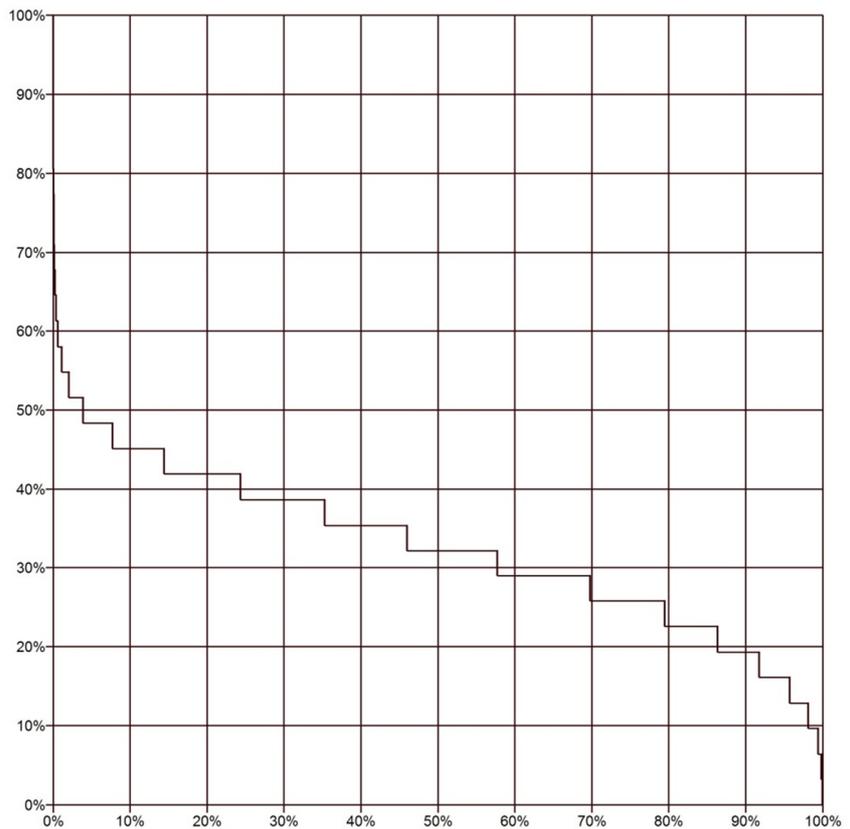


Рисунок 4 – Графический и параметрический анализ топографии поверхности, кривая Аббота

Кривая материального объема	
Уровень p (%)	50.0
Vmp (%)	0.99
Уровень p1 (%)	0.0
Уровень p2 (%)	100.0
Vmc (%)	1.0
Размеры участка	
Длина (мкм)	10.22
Ширина (мкм)	10.22
Кол-во узлов	512 x 512

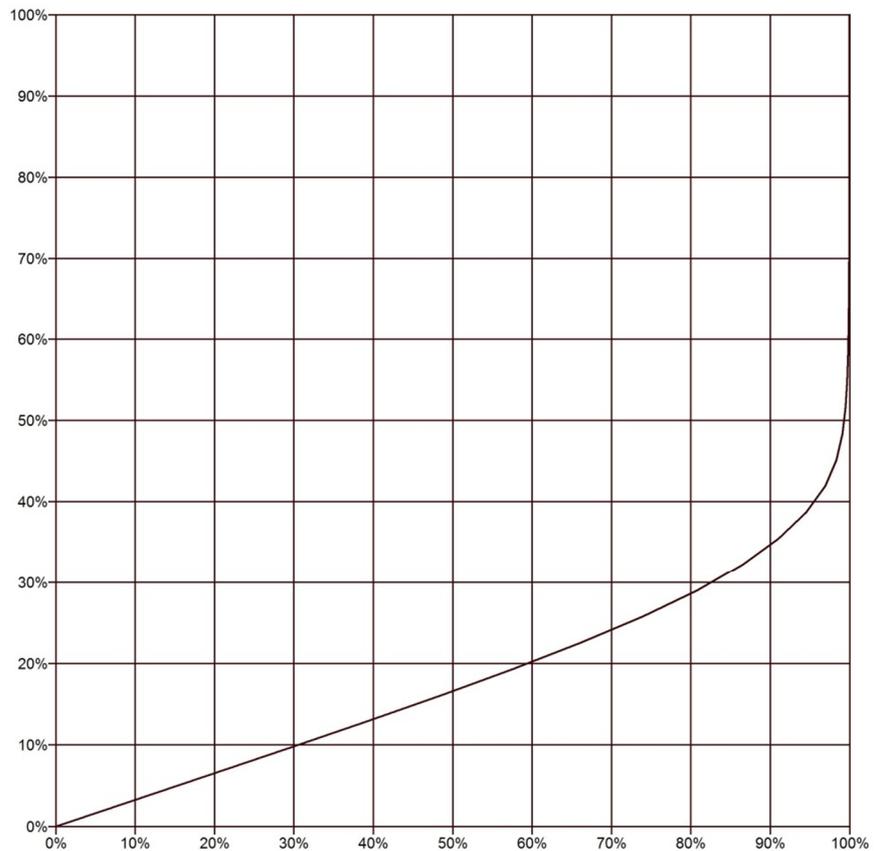


Рисунок 5 – Графический и параметрический анализ топографии поверхности, кривая материального объема

Представленная измерительная система позволяет производить автоматизированное высокоточное измерение и параметрический количественный анализ топографии поверхности в нанодиапазоне в соответствии со стандартом ISO 25178. Система может найти широкое применение в различных областях точного машиностроения, а также послужить основой для создания отечественных эталонов в области трехмерного анализа топографии поверхности.

*Исследования проводились при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания на оказание услуг (выполнение работ) за 2014–2016 гг.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Geometric Product Specification (GPS) – Surface texture: areal – Part 2: Terms, definitions and surface texture parameters. International Standard ISO 25178–2:2012.
2. Гоголинский, К.В. Исследование метрологических характеристик измерительного сканирующего зондового микроскопа с применением калибровочных решеток типа TGZ / К.В.Гоголинский, С.С.Голубев, К.Л.Губский и др. // Измерительная техника. – 2012. – №4. – С. 18–21.
3. Лысенко, В.Г. Нанометрология и особенности метрологического обеспечения измерений параметров шероховатости и рельефа наноструктурированных поверхностей / В.Г.Лысенко, В.В. Соловьев, П.Н. Лускинович и др.// Измерительная техника. – 2010. – № 11. – С. 17–21.
4. Yacoot, A.A. Recent developments in dimensional nanometrology using AFMs (Review) / A.A. Yacoot, L.B. Koenders // Measurement Science and Technology. – 2011. – pp. 22.

**Богомолов Дмитрий Юрьевич**  
Московский государственный  
индустриальный университет,  
г. Москва.  
Кандидат технических наук,  
ведущий научный сотрудник.  
E-mail: bogom-ov@mail.ru

**Порошин Валерий Владимирович**  
Московский государственный  
индустриальный университет,  
г. Москва.  
Доктор технических наук, директор  
Технологического института.  
E-mail: vporoshin@mail.ru

**Порошин Олег Валерьевич**  
Московский государственный  
индустриальный университет,  
г. Москва.  
аспирант.  
E-mail: mr.cln@yandex.ru

D.Yu. BOGOMOLOV, V.V. POROSHIN, O.V. POROSHIN

## PRECISION MEASURING SYSTEM FOR THE CONTROL TOPOGRAPHY WORKING SURFACE MECHANICAL SYSTEMS AT THE NANOSCALE

*The precise measurement system for 3D analysis of the surface topography at the nanoscale is described. Proposed measuring system is based on the metrological atomic-force microscope having a specimen table with extended horizontal range. System implies the 3D surface texture analysis according to recent standard ISO 25178–2:2012.*

**Keywords:** measurement system, surface topography, 3D analysis, nanoscale.

## BIBLIOGRAPHY

1. Geometric Product Specification (GPS) – Surface texture: areal – Part 2: Terms, definitions and surface texture parameters. International Standard ISO 25178–2:2012.
2. Gogolinskiy, K.V. Issledovaniye metrologicheskikh kharakteristik izmeritelnogo skaniruyushchego zondovogo mikroskopa s primeneniye kalibrovochnykh reshetok tipa TGZ / K.V. Gogolinskiy, S.S. Golubev, K.L. Gubskiy i dr. // Izmeritelnaya tekhnika. – 2012. – №4. – S. 18 – 21.
3. Lysenko, V.G. Nanometrologiya i osobennosti metrologicheskogo obespecheniya izmereniy parametrov sherokhovatosti i relyefa nanostrukturirovannykh poverkhnostey / V.G. Lysenko, V.V. Solovyev, P.N. Luskinovich i dr.// Izmeritelnaya tekhnika. – 2010. – № 11. – S. 17 – 21.
4. Yacoot, A.A. Recent developments in dimensional nanometrology using AFMs (Review) / A.A. Yacoot, L.B. Koenders // Measurement Science and Technology. – 2011. – pp. 22.

**Bogomolov Dmitriy Yuryevich**  
Moscow State Industrial University,  
Moscow.  
Ph.D., lead researcher.  
E-mail: bogom-ov@mail.ru

**Poroshin Valeriy Vladimirovich**  
Moscow State Industrial University,  
Moscow.  
Doctor of Technical Sciences,  
Director of Institute of Technology.  
E-mail: vporoshin@mail.ru

**Poroshin Oleg Valeryevich**  
Moscow State Industrial University,  
Moscow.  
a graduate student.  
E-mail: mr.cln@yandex.ru

УДК 621.313.048

В.В. КАРПЕНКО, Д.Ю. ВАСИЛЕНКО, С.И. ЯЦКО

## ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ ИЗОЛЯЦИИ КЛАССА НАГРЕВОСТОЙКОСТИ 220°C ТЯГОВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН НА УСТОЙЧИВОСТЬ К ВОЗДЕЙСТВИЮ ВНЕШНИХ КЛИМАТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

*Приведены результаты экспериментальных сравнительных исследований стойкости систем электрической изоляции образцов ТЭМ на основе классов нагревостойкости 220°C с серийными образцами на основе классов F или H. Построена математическая модель результатов испытаний на влагостойкость. Определено расчетное время, за которое изоляция ТЭМ сохраняет допустимые значения. Установлено, что образцы ТЭМ на основе изоляции класса 220°C имеют характеристики изоляции достаточно высокие по сравнению с образцами класса H. На основании результатов сравнительных испытаний подтверждена целесообразность и перспективность применения изоляции класса 220°C, рекомендовано технологическое решение для обеспечения образования на поверхностях обмоток глянцевой пленки для противодействия скоплению пыли.*

**Ключевые слова:** класс нагревостойкости, сопротивление изоляции, климатические испытания, температура, окружающая среда, повышенная влажность.

В отечественной практике электромашиностроения, а также в странах СНГ при изготовлении электрических машин подвижного состава железнодорожного транспорта применяется изоляция класса нагревостойкости F или H по [1]. Вместе с тем, большим резервом повышения технических характеристик, в том числе ресурсных характеристик ТЭМ является переход на класс изоляции 200°C и 220°C. Такая конструкция изоляции находит все более широкое применение в ТЭМ иностранных изготовителей, в т.ч. «Alstom transport» (Франция), «General electric» (США), «Traktionssysteme Austria GmbH» (Австрия) и др.

Чтобы оценить пригодность систем изоляции 200°C (220°C) в условиях эксплуатации железных дорог Украины и странах СНГ, в частности РФ, необходимо провести комплекс исследований в условиях имитирующих реальные климатические факторы (влажность до 100%, повышенную и пониженную температуру и степень защиты обеспечиваемые оболочками).

Фирма Traktionssysteme Austria GmbH (далее TSA) проектирует и изготавливает тяговые электродвигатели (далее ТЭД) и генераторы с классом нагревостойкости 220°C для подвижного состава компании Stadler, поставила электрооборудование для межобластного электропоезда, изготавливаемого Кременчукским вагоностроительным заводом, электропоезда для Московского наземного транспорта и др.

В 2013 – 2014 г. TSA проводила сертификационные испытания ТЭД и генератора в испытательном центре тягового электрооборудования ГП завод «Електротряжмаш» (ИЦ ТЭО).

Новые электроизоляционные материалы а также принципы ее изготовления позволили усовершенствовать системы изоляции ТЭМ, улучшить тем самым эксплуатационные и энергетические характеристики ТЭМ [2, 3]. Разработки [2 – 5] с подробно описанными видами изоляции, технологическими операциями изготовления, результатами испытаний различных образцов, основного технологического оборудования для изготовления изоляции обмоток нашли широкое применение в промышленности стран СНГ, в частности метод вакуум–нагнетательной пропитки изоляции.

Специалистами ИЦ ТЭО были предложены методы испытаний на нагревостойкость с точки зрения приближения режимов испытания ТЭМ к реальным нагрузкам и условиям эксплуатации и обоснован выбор минимального порога сопротивления изоляции 1 МОм при стабилизированной температуре +110 °C при испытаниях ТЭМ на стойкость к воздействию верхнего значения температуры окружающей среды по методу 201 – 1.2 [6]. Были получены зависимости сопротивления изоляции в условиях повышенной влажности от времени ее воздействия, которые дают возможность прогнозировать сопротивление изоляции после воздействия на нее повышенной влажности в течение заданного времени, а также определить, за какое время сопротивление изоляции достигнет допустимое значение 0,5 МОм [7].

Целью работы является сравнение конструкции изоляции классов нагревостойкости H и 220°C в части устойчивости к воздействию климатических факторов, анализ результатов исследований и выработка рекомендации по применимости класса 220°C для железных

дорог Украины и стран СНГ.

Исследования проводили на пяти образцах ТЭМ с классом нагревостойкости изоляции Н и двух образцах с классом нагревостойкости 220° в условиях воздействия имитируемых климатических факторов (повышенной и пониженной температуры, повышенной влажности воздуха).

Испытания проводятся в климатических камерах КТВВ–8000–IV и КТВВ–8000–2, имеющие следующие основные характеристики: полезный объем 8м<sup>3</sup>, температура от минус 60±3 °С до +220±3 °С, относительная влажность от 0 до 100±3 % при температурах до 70 °С).

Образец ТЭМ с классом нагревостойкости 220° перед испытаниями в климатермобарокамере КТВВ–8000–IV показан на рисунке 1.

Критерием оценки состояния изоляции принята величина сопротивления изоляции относительно корпуса R<sub>из</sub>, измеренная диагностическим тестером TeraOhm 5kV типа MI 2077 фирмы «METREL» (Словения).

**Воздействие повышенной температуры окружающей среды (по методу 201–1 [8]).**

Образцы подвергали воздействию температуры среды равной (180±3)°С для класса Н и (220±3)°С для класса 220° в испытательной камере, выдерживали их до прогрева по всему объему, затем охлаждали до температуры, соответствующей нормальным климатическим условиям испытаний (далее н.к.у.и.).



*Рисунок 1 – Образец ТЭМ перед испытаниями в климатермобарокамере КТВВ–8000–IV*

На рисунке 2, а результаты исследований представлены в виде температурных зависимостей R<sub>из</sub> = f(T).

Все представленные образцы показали высокие значения сопротивлений изоляции (допустимое значение при температуре 110°С не менее 1 МОм). Образцы с классом изоляции 220° (рисунок 2, а) при температуре 220°С имели существенно более высокие значения сопротивления изоляции, чем образцы с классом Н при температуре 180°С (от 2 до 40 раз), а также не уступали классу Н по сопротивлению изоляции при температуре 110°С.

**Воздействие пониженной температуры окружающей среды (по методу 203–1 [9]).**

Образцы подвергали воздействию температуры среды равной (минус 50±3)°С в испытательной камере, выдерживали их до охлаждения по всему объему, затем нагревали до температуры (40±3)°С.

На рисунке 2, б представлены результаты исследований образцов в виде температурных зависимостей R<sub>из</sub> = f(T).

Из рисунка 2, б видно что все представленные образцы имели высокие значения сопротивления изоляции на всем диапазоне температур окружающей среды и восстановили их после испытания до высоких значений (допустимое значение после восстановления в н.к.у.и. не менее 20 МОм).

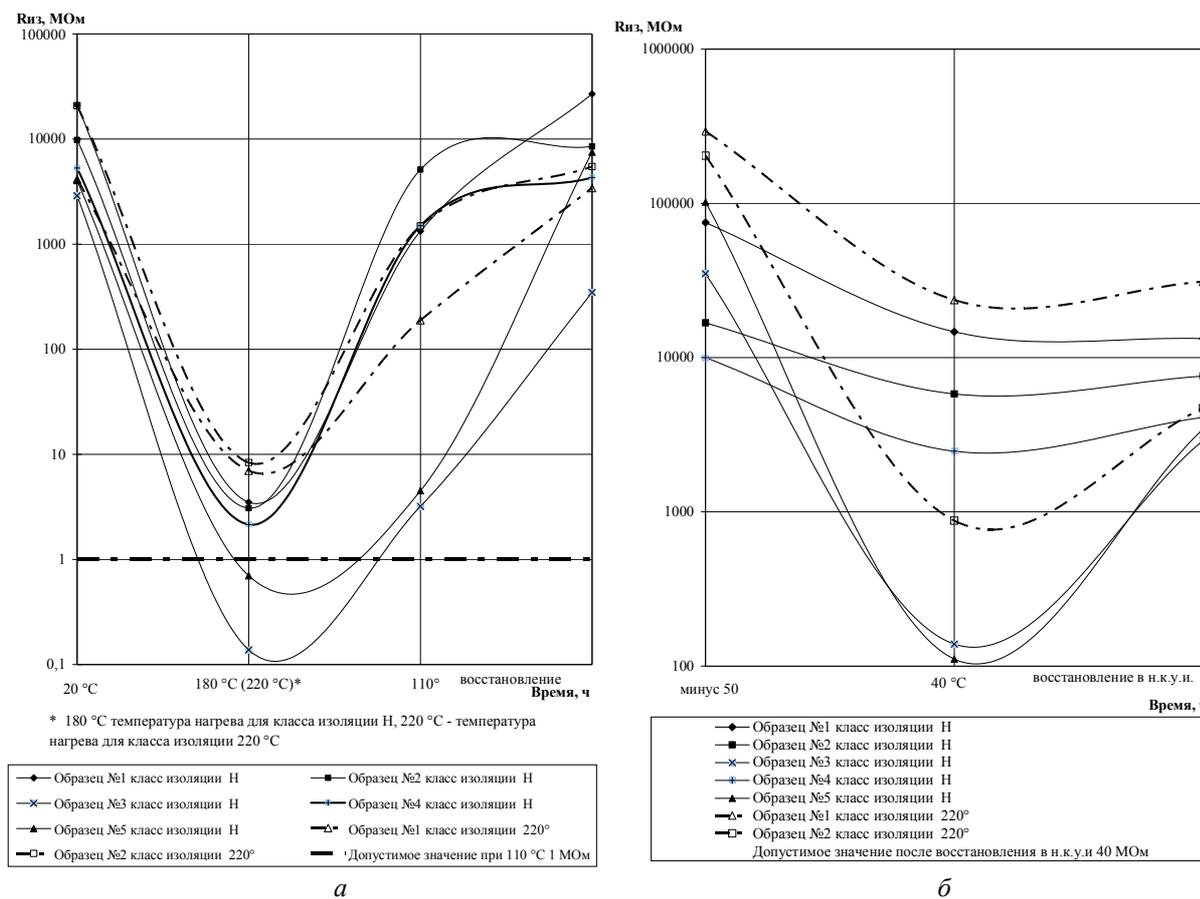


Рисунок 2 – Зависимость величин сопротивления изоляции ТЭМ от воздействия температуры среды: а – воздействие повышенной температуры, б – воздействие пониженной температуры

Образцы с классом изоляции 220° показали величины сопротивления изоляции во время действия пониженной температуры минус 50°С более высокие, чем образцы с классом F, а также не уступали классу Н по сопротивлению изоляции при увеличении температуры среды до 40°С и восстановления в н.к.у.и.

**Воздействие повышенной влажности воздуха (по методу 207–1 [8]).**

Образцы подвергали воздействию шести непрерывно следующих друг за другом циклов (продолжительность цикла 24 часа), каждый из первых пяти циклов состояли из двух этапов: 16 часов при температуре (40±2)°С и относительной влажности (95±3)% и 8 часов при температуре (35±2)°С и относительной влажности (95–100)%. В последнем шестом цикле: 16 часов при температуре (40±2)°С и относительной влажности (95±3)% и 8 часов при температуре (25±2)°С и относительной влажности (95–100)%.

На рисунке 3 представлены результаты измерений сопротивления изоляции образцов I и II групп в виде временных зависимостей  $R_{из} = f(t)$ , где  $t$  – длительность испытания в часах, а  $R_{из}$  – усредненные значения сопротивлений изоляции образцов в  $n$ -м цикле, соответствующие каждому этапу.

$$R_{из} = \Sigma R_{изи} / i ,$$

где  $i$  – количество измеренных значений сопротивления изоляции в каждом цикле (на этапах продолжительностью 16 часов  $i = 4$ , на этапах продолжительностью 8 часов  $i = 2$ ).

Все представленные образцы в течение воздействия повышенной влажности показали высокие значения сопротивлений изоляции.

Из рисунка 3 видно, что образцы с классом изоляции 220° в процессе испытаний по значениям сопротивления изоляции не уступали большинству образцов с классом Н и эти значения были не ниже допустимых (допустимое значение не ниже 0,5 МОм).

При воздействии повышенной влажности зависимость сопротивления изоляции от времени воздействия влажности на изоляцию имеет экспоненциальный вид [7]

$$R_{из} = F \cdot e^{\gamma t} , \tag{1}$$

где  $t$  – время, часов;  
 $F, \gamma$  – коэффициенты, которые зависят от физических свойств изоляции.

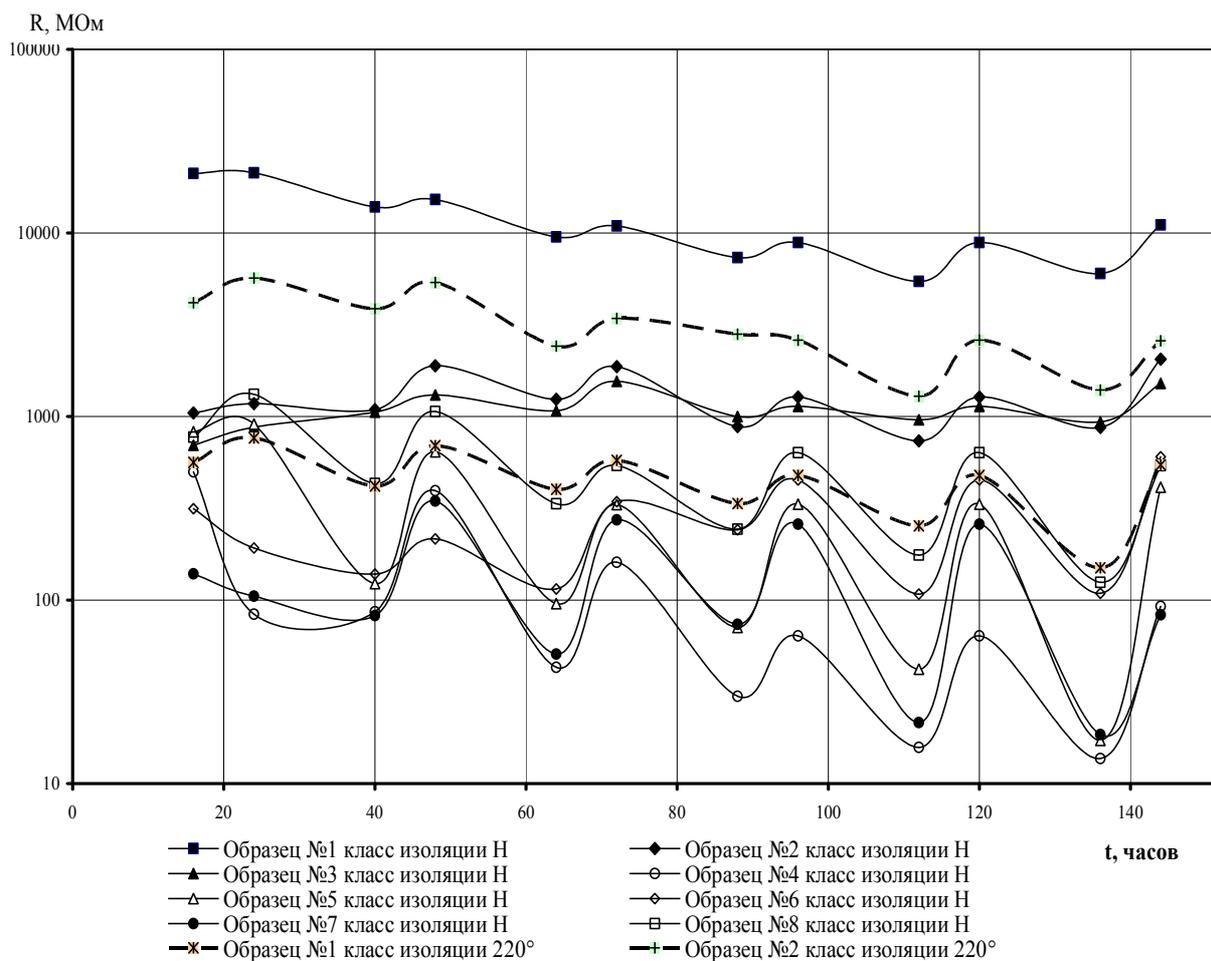


Рисунок 3 – Зависимости сопротивления изоляции относительно корпуса от времени воздействия повышенной влажности

При эксплуатации ТЭМ возможно более продолжительное воздействие повышенной влажности, чем та, которой подвергались образцы при испытаниях. По полученным зависимостям можно спрогнозировать, каким будет сопротивление изоляции через 10, 20 и больше суток, а также прогнозировать, через какое время  $R_{из}$  достигнет допустимого значения. Для этого найдем значение  $t$  из формулы (1):

$$t = \frac{1}{\gamma} \cdot \ln \frac{R_{из}}{F} \quad (2)$$

На рисунке 4 приведены математические модели зависимости сопротивления изоляции от времени воздействия повышенной влажности, которые получены аппроксимацией экспериментальных значений (рисунок 3) и продлены до 504 часов (21 суток).

Выбран именно этот период, потому как изделия тропического «Т» исполнения по [10] подвергаются испытаниям 21 сутки [8]. Из метеонаблюдений последних 6 – 8 лет, размещенных в архивах погоды во многих регионах, где имеет место эксплуатация подвижного состава железнодорожного транспорта, известно, что относительная влажность воздуха в течение более 30 суток может сохранять значения превышающие 90%.

Как видно из рисунка 4, у двух из восьми образцов ТЭМ с классом изоляции Н сопротивление изоляции за представленный период по прогнозу снизится до значений ниже допустимого 0,5 МОм.

Время  $t$ , которое может прослужить изоляция ТЭМ в условиях повышенной влажности можно рассчитать аналитически по формуле (2), или при помощи графиков, рисунок 5, где ось времени продлена еще на 1000 часов для определения  $t$  всех образцов. Для образцов №1 и №2 с классом изоляции 220° по прогнозу сопротивление изоляции достигнет допустимого значения через 1206 часов (50,2 суток) и 1112 часов (46,3 суток) соответственно. В сравнении с образцами с классом изоляции Н это один из высоких показателей. Лишь образец №1 (класс Н) достигнет допустимого значения через 1286 часов (53,6 суток).

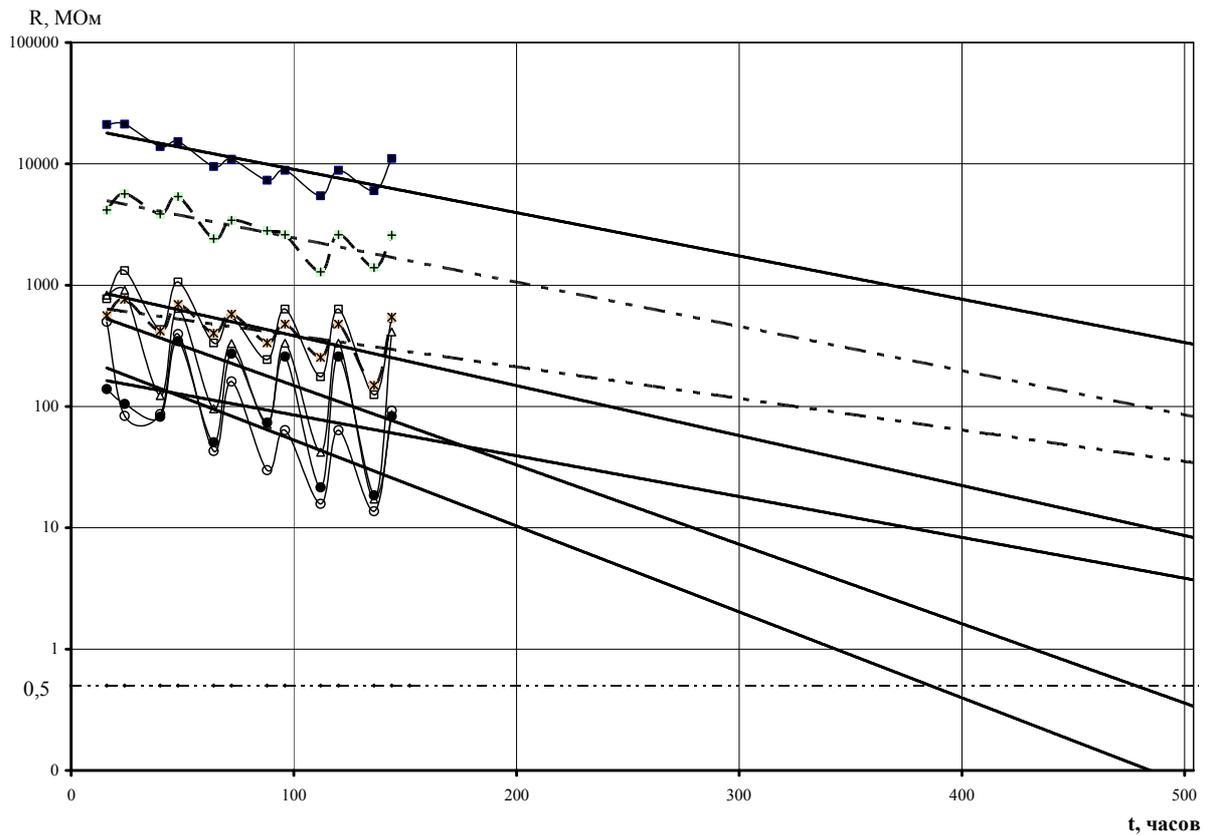


Рисунок 4 – Прогнозируемые зависимости сопротивления изоляции относительно корпуса от времени воздействия повышенной влажности

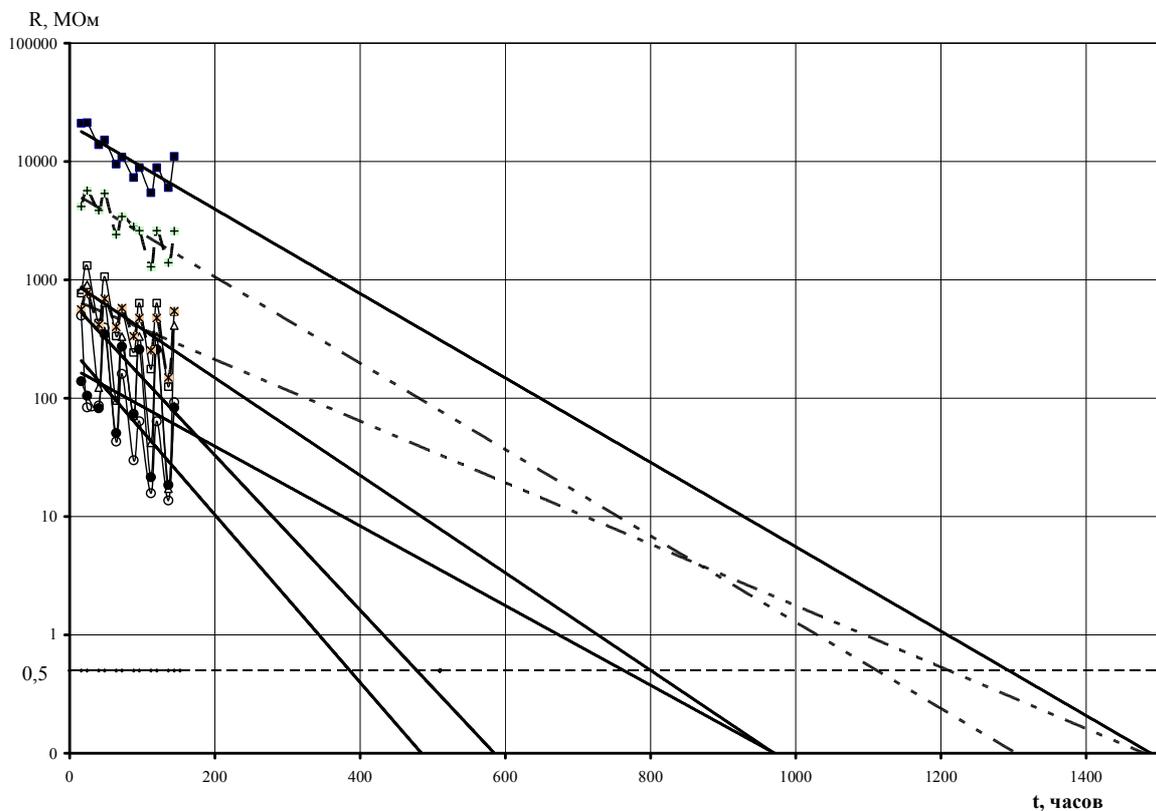


Рисунок 5 – Прогнозируемые зависимости сопротивления изоляции относительно корпуса от времени воздействия повышенной влажности

При внешнем осмотре образцов №1 и №2 с классом изоляции 220° после испытаний у образца №1 (рисунок 6, а), не имеющего лакокрасочных покрытий обмоток, была выявлена ворсистость поверхности изоляции обмоток, что может привести к скоплению пыли на

поверхности, и как следствие приведет к снижению сопротивления изоляции, пробоем изоляции или межвитковому замыканию. У образца №2, обмотки которого дополнительно были покрыты лакокрасочным покрытием, состояние поверхности после всех испытаний сохранилось в удовлетворительном состоянии как видно на рисунке 6, б.



Рисунок 6 – Результаты внешнего осмотра образцов с классом изоляции 220° после испытаний:  
а – образец № 1 с классом изоляции 220°, б – образец № 2 с классом изоляции 220°

### Выводы:

1. Положительные результаты сравнительных климатических испытаний и исследования методом математического моделирования показали целесообразность и перспективность внедрения в производство ТЭМ с классом изоляции 220°С для применения на железных дорогах Украины и стран СНГ. Кроме того, полученные результаты свидетельствуют о возможности внедрения в производство ТЭМ без покрытия эмалью поверхности обмоток при условии вторичной пропитки для образования поверхностной глянцевои пленки.

2. В результате исследований подтверждено, что образцы ТЭМ с классом нагревостойкости 220°С имеют существенно более высокую нагревостойкость изоляции по сравнению с образцами ТЭМ с классом нагревостойкости Н, а также не уступают в стойкости к низким температурам и демонстрируют способность работать в условиях воздействия повышенной влажности больший срок, чем большинство образцов с классом нагревостойкости Н.

3. Разработанные математические модели позволили спрогнозировать значения сопротивления изоляции после воздействия на нее повышенной влажности на протяжении заданного времени и определить за какое время сопротивление изоляции достигнет критических значений в этих условиях. Данные модели рекомендуется применять в дальнейшем для исследований целесообразности внедрения новых конструктивных или технологических решений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 8865 – 93 (МЭК 85 – 84). Системы электрической изоляции. Оценка нагревостойкости и классификация. – М.: Издательство стандартов, 1995. – 8 с.
2. Электроизоляционные материалы и системы изоляции для электрических машин. В двух книгах. Кн. 2 / В.Г. Огоньков и др.; под ред. В.Г. Огонькова, С.В. Серебrenникова – М.: Издательский дом МЭИ, 2012. – 304 с.
3. Пак, В.М. Новые материалы и системы изоляции высоковольтных электрических машин / В.М. Пак, С.Г. Трубочев. – М.: Энергоатомиздат, 2007. – 415 с.
4. Юхимчук, В.Д. Технология производства электрических машин / В.Д. Юхимчук. – Харьков: Тимченко, 2006. – Кн. 2. – 592с.
5. Ященко, С.А. Модернизация и исследования системы электрической изоляции класса нагревостойкости Н тяговых электродвигателей, эксплуатируемых в экстремальных условиях: дисс...канд. техн. наук. – С.А. Ященко. – М., 2009.
6. Яцько, С.И. Обґрунтування вибору методів контролю нагрівостійкості тягових електричних машин / С.И. Яцько, В.В. Карпенко, Д.Ю. Василенко // Збірник наукових праць української державної академії залізничного транспорту – Харків: УкрДазт. – 2013. – № 136. – С. 146 – 152.
7. Яцько, С.И. Исследования устойчивости систем изоляции тяговых электрических машин к воздействию климатических факторов / С.И. Яцько, В.В. Карпенко, Д.Ю. Василенко // Вісник Кременчуцького державного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДУ. – 2010. – № 4/2010 (63). – Ч. 1. – С. 134 – 140.
8. ГОСТ 16962.1–89. Изделия электротехнические. Методы испытаний на устойчивость к климатическим внешним воздействующим факторам. – М.: Издательство стандартов, 1989. – 76 с.

9. ГОСТ 20.57.406–81. Комплексная система контроля качества. Изделия электронной техники, квантовой электроники и электротехнические. Методы испытаний. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 217 с.

10. ГОСТ 15150–69. Машины, приборы и другие технические изделия. Исполнения для различных климатических районов. Категории, условия эксплуатации, хранения и транспортирования в части воздействия климатических факторов внешней среды. – М.: Издательство стандартов, 1989.

**Карпенко Владимир Владиславович**  
Государственное Предприятие завод  
«Электротяжмаш», г. Харьков, Украина  
кандидат технических наук,  
руководитель ИЦ ТЭО ГП завод  
«Электротяжмаш»  
E-mail: icteo@spetm.com.ua

**Василенко Денис Юрьевич**  
Государственное Предприятие  
завод «Электротяжмаш»,  
г. Харьков, Украина  
заведующий лабораторией  
климатических исследований  
E-mail: icteo@spetm.com.ua

**Яцко Сергей Иванович**  
Украинская Государственная  
академия железнодорожного  
транспорта, г. Харьков, Украина  
кандидат технических наук, доцент  
кафедры систем электрической тяги  
E-mail: si\_yatsko@mail.ru

---

V.V. KARPENKO, D.Yu. VASILENKO, S.I. YATSKO

## STUDY OF ISOLATION THERMAL CLASS 220 °C TRACTION ELECTRIC MACHINES RESISTANCE TO EXTERNAL CLIMATIC FACTORS

*The results of experimental researches of comparative stability of the electrical insulation based on the TEM samples insulation class and 220° C with serial samples on the basis of class F or H. A mathematical model of the results of tests on water resistance is constructed. Determined the estimated time during which the TEM insulation keeps the allowable values. It was found that samples of TEM-based insulation class 220 ° C insulation characteristics are quite high in comparison with samples of class H. Based on the results of comparative tests confirmed the feasibility and prospects of applying insulation class 200 ° C and 220 ° C, recommended technological solution for creation on the surfaces of windings glossy film to counteract the accumulation of dust.*

**Keywords:** heat resistance class, insulation resistance, climatic tests, temperature, environment, high humidity.

### BIBLIOGRAPHY

1. ГОСТ 8865 – 93 (MEK 85 – 84). Системы электрической изоляции. Оценка нагревостойкости и классификация. – М.: Издательство стандартов, 1995. – 8 с.
2. Электроизоляционные материалы и системы изоляции для электрических машин. В двух книгах. Кн. 2 / V.G. Ogonkov i dr.; pod. red.. V.G. Ogonkova, S.V. Serebrennikova – М.: Издательский дом MEI, 2012. – 304 с.
3. Pak. V.M. Novvve materialy i sistemy izolyatsii vysokovoltnykh elektricheskikh mashin / V.M. Pak, S.G. Trubachev. – М: Energoatomizdat, 2007. – 415 с.
4. Yukhimchuk, V.D. Tekhnologiya proizvodstva elektricheskikh mashin / V.D. Yukhimchuk. – Kharkov: Timchenko, 2006. – Kn. 2. – 592s.
5. Yashchenko, S.A. Modernizatsiya i issledovaniya sistemv elektricheskoy izolyatsii klassa nagrevostoykosti N tyagovykh elektrodvigateley, ekspluatiruyemykh v ekstremalnykh usloviyakh: diss...kand. tekhn. nauk. – S.A. Yashchenko. – М., 2009.
6. Yatsko, S.I. Obruntovannya vboru metodiv kontrolyu nagrivotyvkosti tyagovykh velektrichnikh mashin / S.I. Yatsko, V.V. Karpenko, D.YU. Vasilenko // Zbirnik naukovikh prats ukraïnskoï derzhavnoï akademii zaliznichnogo transportu – Kharkiv: UkrDazt. – 2013. – № 136. – S. 146 – 152.
7. Yatsko, S.I. Issledovaniya ustoychivosti sistem izolyatsii tyagovykh elekticheskikh mashin k vozdeystviyu klimaticheskikh faktorov / S.I. Yatsko, V.V. Karpenko, D.YU. Vasilenko // Visnik Kremenchutskogo derzhavnogo univrsitetu imeni Mikhayla Ostrogradskogo. – Kremenchuk: KDU. – 2010. – № 4/2010 (63). – CH. 1. – S. 134 – 140.
8. ГОСТ 16962.1–89. Изделия электротехнического. Методы исптанив на устoychivost k klimaticheskim vneshnim vozdeystvuvushchim faktoram. – М.: Издательство стандартов, 1989. – 76 с.
9. ГОСТ 20.57.406–81. Комплексная система контроля качества. Изделия электронной техники, квантовой электроники и электротехнического. Методы исптанив. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 217 с.
10. ГОСТ 15150–69. Mashiny, pribory i drugive tekhnicheskive izdeliya. Ispolneniya dlya razlichnykh klimaticheskikh rayonov. Kategorii, usloviya ekspluatatsii, khraneniya i transportirovaniya v chasti vozdeystviya klimaticheskikh faktorov vneshney sredy. – М.: Издательство стандартов, 1989.

**Karpenko Vladimir Vladislavovich**  
The State Enterprise factory  
«Electrotyazhmash», Kharkov,  
Ukraine  
c.t.s., manager TC TEE State  
Enterprise factory  
«Electrotyazhmash»  
E-mail: icteo@spetm.com.ua

**Vasilenko Denis Yurievich**  
The State Enterprise factory  
«Electrotyazhmash», Kharkov,  
Ukraine  
head of climatic research laboratory  
E-mail: icteo@spetm.com.ua

**Yatsko Sergei Ivanovich**  
Ukraine State Academy of Railway  
Transport, Kharkov, Ukraine  
c.t.s., PhD in Technical Science  
department of electric traction  
systems  
E-mail: si\_yatsko@mail.ru

**Уважаемые авторы!**  
**Просим Вас ознакомиться с основными требованиями**  
**к оформлению научных статей**

- Объем материала, предлагаемого к публикации, измеряется страницами текста на листах формата А4 и содержит от 4 до 10 страниц; все страницы рукописи должны иметь сплошную нумерацию.

- Статья предоставляется в 1 экземпляре на бумажном носителе и в электронном виде (по электронной почте или на любом электронном носителе).

- Водном сборнике может быть опубликована только **одна статья одного автора**, включая соавторство.

- Параметры набора. Поля: зеркальные, верхнее, левое, правое – 2 см, нижнее – 1,6 см, переплет – 0. Отступы до колонтитулов: верхнего – 1,25 см, нижнего – 0,85 см. Текст набирается в одну колонку, шрифт – Times New Roman, 12 пт. Отступ первой строки абзаца – 1,25 см. Выравнивание – по ширине. Междустрочный интервал – единичный. Включить автоматический перенос. Все кавычки должны быть угловыми («»). Все символы «тире» должны быть среднего размера («–», а не «-»). Начертание цифр (арабских, римских) во всех элементах статьи – прямое (не курсив).

- Структура статьи:

УДК:

Список авторов на русском языке – **12 пт, ВСЕ ПРОПИСНЫЕ** в формате И.О. ФАМИЛИЯ **по центру без абзацного отступа**;

Название (не более 15 слов) на русском языке – **14 пт, полужирным, ВСЕ ПРОПИСНЫЕ по центру без абзацного отступа**;

Аннотация (не менее 200–250 слов) на русском языке – **10 пт, курсив**;

Ключевые слова на русском языке (не менее 3 слов или словосочетаний) – **10 пт, курсив**;

Текст статьи;

Список литературы (в порядке цитирования, ГОСТ 7.1–2003) на русском языке, заглавие списка литературы – **12 пт, полужирным, ВСЕ ПРОПИСНЫЕ по центру без абзацного отступа**, литература оформляется **10 пт**.

Сведения об авторах на русском языке – **10 пт**. Приводятся в такой последовательности:

Фамилия, имя, отчество;

учреждение или организация;

ученая степень, ученое звание, должность;

адрес;

телефон;

электронная почта.

- Название статьи, фамилии и инициалы авторов, аннотация, ключевые слова, список литературы (транслитерация) и сведения об авторах **обязательно дублируются на английском языке за статьей**.

- Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Размер символов: обычные – **12 пт**, крупный индекс – **9 пт**, мелкий индекс – **7 пт**. Нумерация формул – по правому краю в круглых скобках «( )». Описание начинается со слова «где» без двоеточия, без абзацного отступа; пояснение каждого символа дается **с новой строки** в той последовательности, в которой символы приведены в формуле. Единицы измерения даются в соответствии с Международной системой единиц СИ.

- Рисунки – черно-белые. Если рисунок создан средствами MS Office, необходимо преобразовать его в картинку. Для растровых рисунков разрешение не менее 300 dpi. Подрисуночные надписи выполнять шрифтом **Times New Roman, 10 пт, полужирным, курсивным**, в конце точка не ставится.

- Рисунки с подрисуночной подписью, формулы, выравниваются **по центру без абзацного отступа**.

С полной версией требований к оформлению научных статей Вы можете ознакомиться на сайте [www.gu-unpk.ru](http://www.gu-unpk.ru).

**Плата за опубликование статей не взимается.**

Право использования произведений предоставлено авторами на основании п. 2 ст. 1286 Четвертой части Гражданского Кодекса Российской Федерации.

*Адрес учредителя:*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс»  
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29  
Тел. (4862) 42–00–24  
Факс (4862) 41–66–84  
www.gu-unpk.ru  
E-mail: unpk@ostu.ru

*Адрес редакции:*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс»  
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29  
(4862) 54–15–19, 55–55–24, +7(906)6639898, 41–98–48, 41–98–03

www.gu-unpk.ru  
E-mail: tiostu@mail.ru

Материалы статей печатаются в авторской редакции

Право использования произведений предоставлено авторами на основании  
п. 2 ст. 1286 Четвертой части Гражданского Кодекса Российской Федерации

Технический редактор Тюхта А.В.  
Компьютерная верстка Тюхта А.В.

Подписано в печать 26.08.2015 г.  
Формат 60x88 1/8. Усл. печ. л. 10.  
Тираж 600 экз.  
Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета на полиграфической базе  
ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»  
302030, г. Орел, ул. Московская, 65.