

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Председатель:

Голенков В.А. д.т.н., проф.

Зам. председателя

Степанов Ю.С. д.т.н., проф.

Светкин В.В. к.т.н., доцент;

Колчунов В.И. д.т.н., проф.;

Гордон В.А. д.т.н., проф.;

Константинов И.С. д.т.н., проф.;

Садков В.Г. д.э.н., проф.;

Кулаков А.Ф. к.т.н., доцент;

Фролова Н.А. к.социол.н., доцент;

Соков О.А. к.т.н., доцент;

Борзенков М.И. к.т.н., доцент;

Поландова Л.И.

Одолева М.В.

РЕДКОЛЛЕГИЯ СЕРИИ

Главный редактор:

Гордон В.А. д.т.н., проф.

Зам. главного редактора:

Шоркин В.С. д.ф.-м.н., проф.

Технический редактор:

Разина Е.В.

Ушаков Л.С. д.т.н., проф.;

Харламов В.Ф. д.ф.-м.н., проф.;

Куценко С.А. д.т.н., проф.;

Фроленков К.Ю. к.т.н., доцент

АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ СЕРИИ

302020, Россия, г. Орел,

Наугорское шоссе, 29

Кафедра «Высшая математика»

Редколлегия журнала Известия ОрелГТУ

Серия «Естественные науки»

тел.: (4862) 419848

факс: (4862) 416684

e-mail: Gordon@ostu.ru

Зарегистрировано в Министерстве РФ

по делам печати, телерадиовещания и

средств массовой информации

Свидетельство: ПИ № 77-15469

от 20 мая 2003 г.

Формат 69х90/8

Печать ризс: рафия. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. – 16,5

Тираж 500 экз.

Содержание

• **МАТЕМАТИКА**

<i>Анохин П.Н., Гордон В.А.</i> Аналитическое решение линейных обыкновенных дифференциальных уравнений 5-го порядка с переменными коэффициентами.....	3
<i>Засимов А.С.</i> Инструментальные программные средства построения полиномиальных моделей с учетом особенностей нелинейностей.....	13
<i>Раков В.И.</i> О некоторой неадекватности формальных методов приближений и процессов моделирования нелинейностей.....	21
<i>Тузов В.О.</i> О структуре операционной среды аппроксимации.....	31

• **ИНФОРМАТИКА**

<i>Карпович Э.В.</i> Программное обеспечение для физических исследований пористых сред.....	40
<i>Радыгин В.М., Бочков П.В.</i> Модель оптимизации размещения информационных ресурсов в локальной вычислительной сети.....	45

• **МЕХАНИКА**

<i>Баранов В.Л., Канунников А.В., Смирнов Ю.П.</i> Циклическая динамика плоских механических систем с упруго-пластическим контактным деформированием в кинематических парах.....	52
<i>Верижников А.П.</i> Влияние периодической неоднородности на частоты изгибных колебаний стержней.....	61
<i>Гордон В.А., Бруслова В.И.</i> К оценке точности аналитического определения частот колебаний неоднородных стержней.....	65
<i>Корнеев Ю.С., Корнеева Е.Н., Корнеева Т.Ю.</i> Экономическая эффективность применения механических пусковых муфт в приводах машин (с большими инерционными массами).....	69
<i>Лошманов А.Ю.</i> Плоская задача о выглаживании поверхности жестким угловым штампом.....	71
<i>Моисеенко А.А.</i> Исследование конструкционной прочности соединения цилиндрического вала со ступицей по прерывистой поверхности.....	74
<i>Мулюкин О.П., Иванов Б.Г., Бусыгин М.В., Гордон В.А., Борзенков М.И., Чекмарев А.Н., Барвинок В.А., Шалавин В.В.</i> Научные основы обеспечения качества исполнительных механизмов на стадиях проектирования и изготовления.....	82
<i>Сиваченко Л.А., Богатырев М.Г.</i> Математическая модель работы пружинного активатора с дебалансом.....	91
<i>Сиваченко Л.А., Голушкова О.В.</i> Определение частот собственных колебаний рабочих органов пружинных грохотов.....	96
<i>Сиваченко Л.А., Хононов Д.М.</i> Методика расчета основных параметров пружинных мельниц и определение области их рационального использования.....	100

• **ФИЗИКА**

<i>Бармин А.В.</i> Определение состояния молекул и радикалов газа, участвующих в гетерогенных превращениях.....	105
<i>Варгашкин В.Я.</i> Динамическое генерирование планковских величин пространством – временем, наделенным керровской метрикой в условиях квантованности действия, как следствие существования принципа причинности.....	109
<i>Мосин Ю.В., Бармин А.В.</i> Кинетика электронного возбуждения поверхности твердых тел атомарным водородом.....	117
<i>Рогожина Т.С.</i> Электронно-возбужденные атомы и молекулы в системах газ – твердое тело.....	119

• **ХИМИЯ**

<i>Комова В.И.</i> Комплексные соединения.....	128
--	-----

Адрес серии «Естественные науки»:
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29
Кафедра «Высшая математика»
тел: (4862) 419848
факс: (4862) 416684
e-mail: Gordon@ostu.ru

Журнал публикует оригинальные и обзорные статьи по всем разделам математики, механики, физики, химии и их приложениям. Редакция серии приглашает к сотрудничеству отечественных и зарубежных авторов, занимающихся изучением научных проблем, которым посвящен настоящий журнал.

Журнал открыт для рекламы, оплата на договорной основе.

Объем материала, предлагаемого к публикации, измеряется страницами текста, напечатанного на листах формата А4, и, как правило, не должен превышать семи страниц для статьи, двух – для краткого сообщения, одной – для рекламного объявления. Материал принимается в **файловом виде** по электронной почте или на **дискетах 3,5** дюйма, выполненный в любом из текстовых редакторов **MS Word**, с приложением распечатки.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЬИ:

Размер шрифта **11** пт (пунктов), междустрочный интервал одинарный, поля сверху, слева, снизу по 25 мм, справа 15 мм.

Рисунки представляются в черно-белом виде, преимущественно в одном из форматов приложений Microsoft (Word, Excel, Power Point или в форматах .gif, .wmf, .jpg). В порядке исключения допускается представление рисунков, выполненных качественно тушью.

Формулы: с использованием редактора формул **MS Equation 3.0**; размеры: обычный – 11 пт, крупный индекс – 9 пт, мелкий индекс – 7 пт, крупный символ – 14 пт, мелкий символ – 10 пт; стиль всех переменных наклонный.

В редакцию представляются:

1. Текст публикации.
2. Реферат (5-7 строк) **на русском и английском языке.**
3. Заглавие статьи, фамилии и инициалы авторов **на русском и английском языке.**
4. Экспертное заключение о возможности опубликования.
5. Сведения об авторах.

К обязательным элементам оформления статьи относятся: индекс УДК, инициалы и фамилии авторов, название высшего учебного заведения (организации), заглавие, реферат (5-7 строк), название вуза (организации) – полное, в соответствии с последней редакцией устава.

В тексте все сокращения, за исключением общепринятых, расшифровываются. Физический смысл символов в формулах объясняется. Значения физических величин приводятся в единицах СИ или разрешенных к употреблению наравне с ними. Буквенные обозначения, цифры, знаки и их расположение должны быть четкими и различимыми.

Список **использованной** литературы оформляется согласно ГОСТ 7.1-84 «Библиографическое описание документа». Нумерация позиций – согласно очередности ссылок в тексте.

Иллюстрации выполняются с учетом последующего воспроизведения средствами оперативной полиграфии: штриховые (чертежи, схемы, графики, технические рисунки) – **в соответствии с требованиями ЕСКД** – программно, с использованием графических редакторов.

Реферат оформляется в соответствии с правилами ВИНТИ.

Сведения об авторах должны содержать: фамилию, имя, отчество, должность, название кафедры, вуза, организации, ученую степень и звание, домашний адрес, номера служебного и домашнего телефонов, а при возможности – e-mail.

Датой поступления статьи считается последняя после доработки.

Образец оформления статьи

УДК ????.????.???

Пробел 11 пт

Иванов А.А., докт. техн. наук, профессор кафедры «Высшая математика»

Петров В.В., канд. техн. наук, доцент кафедры «Высшая математика»

(Орловский государственный технический университет)

г.Орел, тел.(4862)419848; e-mail: Gordon@ostu.ru

Пробел 11 пт

Через 1 интервал
11 пт, курсив

НАЗВАНИЕ СТАТЬИ 13 ПТ, ШРИФТ ПОЛУЖИРНЫЙ, ВЫРАВНИВАНИЕ ПО ЦЕНТРУ, ПРОПИСНЫМИ БУКВАМИ

Пробел 10 пт

Реферат на английском языке 5-7 строк 10 пт, курсив, выравнивание по ширине, отступ красной строки 1,25 мм (никаких других отступов не допускается)

Пробел 10 пт

Статья до 7 страниц Times New Roman 11 пт, выравнивание по ширине, отступ красной строки 1,25 мм (никаких других отступов не допускается)

Рисунок по центру статьи, положение перед текстом

Рис. 1. Название рисунка (10 пт, курсив, форматирование по центру)

МАТЕМАТИКА

УДК 517.926.4

*Анохин П.Н., аспирант**Гордон В.А., докт. техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Высшая математика»**(Орловский государственный технический университет)**г. Орел, тел. (4862)419848; e-mail: gordon@ostu.ru*

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ 5-го ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Analytical solution of the linear 5th order ordinary differential equations with the variable coefficients is examined in this article.

Введение

В монографии [1] предложен аналитический метод интегрирования линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) различных порядков с переменными коэффициентами. Алгоритм метода предполагает процедуру нахождения корней алгебраических уравнений различных степеней (соответствующих порядку дифференциального уравнения) с произвольными функциональными коэффициентами. Возможности метода [1] допускают решения дифференциальных уравнений до 4-го порядка включительно. В этом случае корни соответствующих алгебраических уравнений представимы в радикалах.

Представляет практический интерес обобщить методику [1] на случай дифференциальных уравнений 5-го и выше порядков. Ниже предлагается способ аналитического решения дифференциального уравнения 5-го порядка

$$\sum_{i=0}^5 A_i \frac{d^i W}{dx^i} = 0$$

с произвольными переменными коэффициентами $A_i = A_i(x)$.

1 Приближенное решение

Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение 5-го порядка с переменными коэффициентами имеет вид:

$$\frac{d^5 W(x)}{dx^5} + A_1(x) \frac{d^4 W(x)}{dx^4} + A_2(x) \frac{d^3 W(x)}{dx^3} + A_3(x) \frac{d^2 W(x)}{dx^2} + A_4(x) \frac{dW(x)}{dx} + A_5(x) W(x) = 0. \quad (1)$$

Для приближенного решения уравнения (1) используем матричный вариант метода фазовых интегралов [2-3]. Введением неизвестных:

$$y_1 = W, y_2 = W', y_3 = W'', y_4 = W''', y_5 = W^{(4)}, \quad (2)$$

где штрих означает дифференцирование по x , представим уравнение (1) в виде системы пяти уравнений первого порядка, записанной в матричной форме

$$Y' = TY, \quad (3)$$

где Y – вектор-столбец неизвестных (2) $y_j (j = \overline{1,5})$,

T – квадратная матрица (5x5), содержащая коэффициенты уравнения (1)

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -A_5 & -A_4 & -A_3 & -A_2 & -A_1 \end{pmatrix}$$

Введем преобразование неизвестных y_i вида

$$Y = VF, \tag{4}$$

где F – вектор-столбец новых неизвестных $f_j (j = \overline{1,5})$,

V – квадратная (5x5) невырожденная матрица, столбцы которой образованы компонентами собственных векторов \bar{v}_j , соответствующих собственным числам λ_j матрицы T , которые являются корнями характеристического уравнения:

$$|T - \lambda E| = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ -A_5 & -A_4 & -A_3 & -A_2 & -A_1 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^5 + A_1\lambda^4 + A_2\lambda^3 + A_3\lambda^2 + A_4\lambda + A_5 = 0. \tag{5}$$

Полагая собственные числа $\lambda_j (j = \overline{1,5})$ матрицы T известными (схема получения корней уравнения (5) приводится ниже), из системы однородных уравнений

$$\begin{pmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ -A_5 & -A_4 & -A_3 & -A_2 & -A_1 - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{j1} \\ v_{j2} \\ v_{j3} \\ v_{j4} \\ v_{j5} \end{pmatrix} = 0$$

находим собственные векторы $\bar{v}_j = \{1, \lambda_j, \lambda_j^2, \lambda_j^3, \lambda_j^4\}$ из которых образуется матрица

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 & \lambda_4^2 & \lambda_5^2 \\ \lambda_1^3 & \lambda_2^3 & \lambda_3^3 & \lambda_4^3 & \lambda_5^3 \\ \lambda_1^4 & \lambda_2^4 & \lambda_3^4 & \lambda_4^4 & \lambda_5^4 \end{pmatrix}$$

Исключая из системы уравнений (3) неизвестные y_j с помощью преобразования (4), получим систему дифференциальных уравнений для функций f_j в матричном виде

$$F' = V^{-1}TVF - V^{-1}VF$$

или

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda_1^2 U_{1,1} & \lambda_2^2 U_{1,2} & \lambda_3^2 U_{1,3} & \lambda_4^2 U_{1,4} & \lambda_5^2 U_{1,5} \\ Q_1 & Q_1 & Q_1 & Q_1 & Q_1 \\ \lambda_1^3 U_{2,1} & \lambda_2^3 U_{2,2} & \lambda_3^3 U_{2,3} & \lambda_4^3 U_{2,4} & \lambda_5^3 U_{2,5} \\ Q_2 & Q_2 & Q_2 & Q_2 & Q_2 \\ \lambda_1^4 U_{3,1} & \lambda_2^4 U_{3,2} & \lambda_3^4 U_{3,3} & \lambda_4^4 U_{3,4} & \lambda_5^4 U_{3,5} \\ Q_3 & Q_3 & Q_3 & Q_3 & Q_3 \\ \lambda_1^5 U_{4,1} & \lambda_2^5 U_{4,2} & \lambda_3^5 U_{4,3} & \lambda_4^5 U_{4,4} & \lambda_5^5 U_{4,5} \\ Q_4 & Q_4 & Q_4 & Q_4 & Q_4 \\ \lambda_1^6 U_{5,1} & \lambda_2^6 U_{5,2} & \lambda_3^6 U_{5,3} & \lambda_4^6 U_{5,4} & \lambda_5^6 U_{5,5} \\ Q_5 & Q_5 & Q_5 & Q_5 & Q_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где обозначено

$$Q_i = - \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^5 (\lambda_i - \lambda_j),$$

$$U_{i,i} = \sum_{\substack{j,k,l=1, \\ j < k < l, \\ j \neq i, k \neq i, l \neq i}}^5 \lambda_j \lambda_k \lambda_l - 2\lambda_i \left(\sum_{\substack{j,k=1, \\ j < k, \\ j \neq i, k \neq i}}^5 \lambda_j \lambda_k \right) + 3\lambda_i^2 \left(\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^5 \lambda_j \right) + 4\lambda_i^3,$$

$$U_{i,j(i \neq j)} = - \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i, k \neq j}}^5 (\lambda_j - \lambda_k)$$

Структура системы уравнений (6) относительно функций $f_j (j = \overline{1,5})$, существенно отличается от структуры исходной системы уравнений (3) относительно функций y_j . Преобразование подобия $V^{-1}TV$ диагонализует первую матрицу в правой части уравнения (6) с элементами, равными собственным числам λ_j матрицы T . Предполагая далее малость побочных элементов матрицы $V^{-1}V'$, т.е. пренебрегая связностью уравнений системы (6), расцепим эту систему на пять независимых уравнения для функций f_j :

$$f'_j = Z_j f_j, \tag{7}$$

где

$$Z_j = \lambda_j - \frac{\lambda_j' U_{j,j}}{Q_j} \quad (j = \overline{1,5}).$$

Разделяя переменные в уравнении (7), и интегрируя, получим

$$f_j = e^{\omega_j(x,0)}, \tag{8}$$

где

$$\omega_j(x,0) = \int_0^x Z_j(r) dr.$$

Учитывая представления (4) и (2), получим решение исходного уравнения (1) в виде

$$W(x) = \sum_{i=1}^5 C_i e^{\omega_i(x,0)}. \tag{9}$$

Таким образом, принимаем в качестве приближенных частных решений исходного уравнения (1) функции (8), а их линейную комбинацию (9) – в качестве приближенного общего решения.

Каждая функция (8) является строгим решением дифференциального уравнения, получаемого пятикратным дифференцированием ее по x :

$$\frac{d^5 f_j}{dx^5} + A_1(x) \frac{d^4 f_j}{dx^4} + A_2(x) \frac{d^3 f_j}{dx^3} + A_3(x) \frac{d^2 f_j}{dx^2} + A_4(x) \frac{df_j}{dx} + (A_5(x) - g_j(x)) f_j = 0, \tag{10}$$

при этом дополнительные функции $g_j = g_j(x)$ имеют вид:

$$g_j = Z_j^{(4)} + 5Z_j'' Z_j + 10Z_j' Z_j + 10Z_j'' Z_j^2 + 15(Z_j')^2 Z_j + 10Z_j' Z_j^3 + Z_j^5 + A_1 Z_j'' + 4A_1 Z_j'' Z_j + 3A_1 (Z_j')^2 + 6A_1 Z_j' Z_j^2 + A_1 Z_j^4 + A_2 Z_j' + 3A_2 Z_j' Z_j + A_2 Z_j^3 + A_3 Z_j' + A_3 Z_j^2 + A_4 Z_j + A_5.$$

2 Точное решение

Формула (9) получена чисто формальным путем. Основным допущением было предположение о том, что частные решения исходного уравнения (1) близки к частным решениям уравнений вида (10).

Для построения строгого решения исходного уравнения (1) и последующей оценки прибли-

жений (8) представим общее решение уравнений (1) в виде суммы произведений приближений (8) на произвольные функции, подлежащие определению

$$W = \sum_{j=1}^5 D_j(x) f_j(x), \tag{11}$$

где $D_j = D_j(x)$ – неизвестные функции.

Приближение (9) соответствует случаю, когда функции $D_j = D_j(x)$ обращаются в постоянные.

Учитывая произвол в выборе функций $D_j(x)$, свяжем их пока 4-мя соотношениями:

$$\sum_{j=1}^5 D'_j f_j = 0, \sum_{j=1}^5 D'_j f'_j = 0, \sum_{j=1}^5 D'_j f''_j = 0, \sum_{j=1}^5 D'_j f'''_j = 0. \tag{12}$$

Подстановка (11) с учетом связей (12) в уравнения (1) и (10) дает пятое соотношение, связывающее введенные функции $D_j(x)$:

$$\sum_{j=1}^5 (D'_j f_j^{(4)} + D_j g_j f_j) = 0. \tag{13}$$

Система линейных алгебраических уравнений (12)-(13) относительно неизвестных $D'_j(x)$ имеет отличный от нуля определитель. Следовательно, ее решение имеет вид:

$$D'_j = -G_j \frac{\sum_{i=1}^5 D_i(x) \tilde{g}_i(x) f_i(x)}{f_j(x)},$$

где обозначено

$$\tilde{g}_j = \frac{g_j}{\det K},$$

$$G_j = K_{5j}.$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ Z_1 & Z_2 & Z_3 & Z_4 & Z_5 \\ Z_1' + Z_1^2 & Z_2' + Z_2^2 & Z_3' + Z_3^2 & Z_4' + Z_4^2 & Z_5' + Z_5^2 \\ Z_1'' + 3Z_1'Z_1 + Z_1^3 & Z_2'' + 3Z_2'Z_2 + Z_2^3 & Z_3'' + 3Z_3'Z_3 + Z_3^3 & Z_4'' + 3Z_4'Z_4 + Z_4^3 & Z_5'' + 3Z_5'Z_5 + Z_5^3 \\ \left(Z_1''' + 4Z_1''Z_1 + \right. & \left. Z_2''' + 4Z_2''Z_2 + \right. & \left. Z_3''' + 4Z_3''Z_3 + \right. & \left. Z_4''' + 4Z_4''Z_4 + \right. & \left. Z_5''' + 4Z_5''Z_5 + \right. \\ \left. + 3(Z_1')^2 + \right. & \left. + 3(Z_2')^2 + \right. & \left. + 3(Z_3')^2 + \right. & \left. + 3(Z_4')^2 + \right. & \left. + 3(Z_5')^2 + \right. \\ \left. + 6Z_1'Z_1^2 + Z_1^4 \right) & \left. + 6Z_2'Z_2^2 + Z_2^4 \right) & \left. + 6Z_3'Z_3^2 + Z_3^4 \right) & \left. + 6Z_4'Z_4^2 + Z_4^4 \right) & \left. + 6Z_5'Z_5^2 + Z_5^4 \right) \end{bmatrix}$$

K_{ij} – алгебраическое дополнение к элементу k_{ij} матрицы K .

Отсюда, если C_j – произвольные постоянные, равные соответственно значениям $D_j(x)$ при $x=0$, то функции $D_j(x)$ должны удовлетворять системе пяти интегральных уравнений типа Вольтерра, а именно:

$$D_j(x) = C_j - \int_0^x G_j(z) \frac{\sum_{i=1}^5 D_i(z) \tilde{g}_i(z) f_i(z)}{f_j(z)} dz. \tag{14}$$

Умножая обе части уравнений (14) соответственно на $\tilde{g}_j(x) f_j(x)$ и складывая, получим интегральное уравнение:

$$\varphi(x) + \int_0^x P(x, z) \varphi(z) dz = \chi(x) \tag{15}$$

с ядром

$$P(x, z) = \sum_{j=1}^5 \tilde{g}_j(x) f_j(x) \frac{G_j(z)}{f_j(z)} \tag{16}$$

и правой частью

$$\chi(x) = \sum_{j=1}^5 C_j \tilde{g}_j(x) f_j(x),$$

содержащее одну неизвестную функцию

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^5 D_j(x) \tilde{g}_j(x) f_j(x).$$

Если представить далее функцию:

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^5 C_j \varphi_j(x),$$

то интегральное уравнение (15) распадается на пять интегральных уравнений, не содержащих констант C_j :

$$\varphi_j(x) = \tilde{g}_j(x) f_j(x) - \int_0^x P(x, z) \varphi_j(z) dz. \quad (17)$$

Решив уравнение (17) и используя выражения (11) и (14), найдем:

$$W = \sum_{j=1}^5 C_j W_j(x),$$

при этом функции $W_j = W_j(x)$, не зависящие от постоянных C_j , определяются формулами

$$W_j = f_j(x) - \int_0^x H(x, z) \varphi_j(z) dz, \quad (18)$$

где

$$H(x, z) = \sum_{j=1}^5 G_j(z) \frac{f_j(x)}{f_j(z)}. \quad (19)$$

Применяя метод последовательных приближений к решению уравнений (17), предположим

$$\varphi_j(x) = \tilde{g}_j(x) f_j(x) - \sum_{n=1}^{\infty} \psi_j^{(n)}(x). \quad (20)$$

После подстановки (20) в уравнения (17), получим рекуррентную формулу:

$$\psi_j^{(n)}(x) = \int_0^x P(x, z) \psi_j^{(n-1)}(z) dz, (n = 1, 2, \dots, \psi_j^0(x) = \tilde{g}_j(x) f_j(x),$$

которая приводит к общей формуле

$$\psi_j^{(n)}(x) = \int_0^x P^{(n)}(x, z) \tilde{g}_j(z) f_j(z) dz,$$

где $P^{(1)} = P, P^{(2)}, P^{(3)}, \dots$ – последовательные итерации ядра P , определенные рекуррентным соотношением

$$P^{(n+1)}(x, z) = \int_z^x P(x, t) P^{(n)}(t, z) dt, (n = 1, 2, \dots).$$

Если определить резольвентное ядро R с помощью ряда

$$R(x, z) = - \sum_{n=0}^{\infty} P^{(n+1)}(x, z),$$

то получим

$$\varphi_j(x) = \tilde{g}_j(x) f_j(x) + \int_0^x R(x, z) \tilde{g}_j(z) f_j(z) dz. \quad (21)$$

Абсолютная и равномерная сходимость метода обеспечивается ограниченностью функции $P(x, z)$.

Подставляя (20) в формулу (17), получим в явной форме фундаментальную систему решений заданного уравнения (1):

$$W_j(x) = f_j(x) - \int_0^x H(x, z) \tilde{g}_j(z) f_j(z) dz + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^x H(x, z) \left(\int_0^z P^{(n)}(z, \eta) \tilde{g}_j(\eta) f_j(\eta) d\eta \right) dz \right),$$

где $P^{(n)}$ означает n -ю итерацию ядра P , определенного формулой (15), а H задано формулой (18).

3 Решение характеристического уравнения (4)

По теореме Абель-Руффини [4] корни уравнения 5-й степени в общем виде не представимы в радикалах, однако их можно представить через обобщенную гипергеометрическую функцию некоторой переменной t [5]. Для этого предварительно следует привести уравнение (4) в Бринг-Джеррад нормальную форму

$$\tilde{\lambda}^5 - \tilde{\lambda} - t = 0 \tag{21}$$

при помощи преобразования Чирнгауза [6-8].

Введением переменной

$$\mu = \lambda + \frac{A_1}{5} \tag{22}$$

удалим в уравнении (4) член с 4-ой степенью:

$$\mu^5 + B_2 \mu^3 + B_3 \mu^2 + B_4 \mu + B_5 = 0, \tag{23}$$

где $B_2 \doteq A_2 - \frac{2}{5} A_1^2$,

$$B_3 = A_3 + \frac{4}{25} A_1^3 - \frac{3}{5} A_2 A_1,$$

$$B_4 = -\frac{2}{5} A_3 A_1 - \frac{3}{125} A_1^4 + \frac{3}{25} A_2 A_1^2 + A_4,$$

$$B_5 = A_5 + \frac{1}{25} A_3 A_1^2 - \frac{1}{5} A_4 A_1 - \frac{1}{125} A_2 A_1^3 + \frac{4}{3125} A_1^5.$$

Для дальнейших преобразований воспользуемся формулой Ньютона [9] для суммы степеней корней уравнения. Согласно формуле Ньютона, для уравнения

$$y^5 + \alpha_1 y^4 + \alpha_2 y^3 + \alpha_3 y^2 + \alpha_4 y + \alpha_5 = 0$$

справедливы следующие формулы, связывающие пять корней этого уравнения $y_j (j = \overline{1,5})$ и его коэффициенты $\alpha_j (j = \overline{1,5})$:

$$S_n(y) = \sum_{k=1}^5 y_k^n = -n\alpha_n - \sum_{j=1}^{n-1} S_{n-j}(y) \alpha_j,$$

где $n \in \mathbb{N}$, $\alpha_j = 0$, если $j > 5$.

Значения $S_n(y)$ для $n = \overline{1,5}$ равны:

$$S_1(y) = \sum_{k=1}^5 y_k = -\alpha_1, \quad S_2(y) = \sum_{k=1}^5 y_k^2 = \alpha_1^2 - 2\alpha_2, \quad S_3(y) = \sum_{k=1}^5 y_k^3 = -\alpha_1^3 + 3\alpha_1\alpha_2 - 3\alpha_3,$$

$$S_4(y) = \sum_{k=1}^5 y_k^4 = \alpha_1^4 - 4\alpha_2\alpha_1^2 + 4\alpha_3\alpha_1 + 2\alpha_2^2 - 4\alpha_4, \tag{24}$$

$$S_5(y) = \sum_{k=1}^5 y_k^5 = -\alpha_1^5 + 5(\alpha_2\alpha_1^3 - \alpha_3\alpha_1^2 - \alpha_2^2\alpha_1 + \alpha_1\alpha_4 - \alpha_5 + \alpha_2\alpha_3)$$

Далее возможно преобразовать уравнение (23) в уравнение вида

$$v^5 + C_3 v^2 + C_4 v + C_5 = 0, \tag{25}$$

где коэффициенты C_j уравнения (26) выражаются в радикалах через коэффициенты B_j уравнения (24). Для этого будем считать, что корни v_j уравнения (26) зависят от корней μ_j уравнения (24):

$$v_j = \mu_j^2 + p\mu_j + q \quad (j=\overline{1,5}). \quad (27)$$

Определим p и q . Используя выражения (25), найдем суммы степеней корней v_j уравнения (26):

$$\begin{aligned} S_1(v) = S_2(v) = 0, \quad S_3(v) = -3C_3, \quad S_4(v) = -4C_4, \quad S_5(v) = -5C_5, \\ S_6(v) = S_7(v) = 0, \quad S_8(v) = 4C_4^2, \quad S_9(v) = 9AC_5C_4, \quad S_{10}(v) = 5C_5^2 \end{aligned} \quad (28)$$

и суммы степеней корней μ_j уравнения (24):

$$\begin{aligned} S_1(\mu) = 0, \quad S_2(\mu) = -2B_2, \quad S_3(\mu) = -3B_3, \\ S_4(\mu) = 2B_2^2 - 4B_4, \\ S_5(\mu) = B_2B_3 - 5B_5. \end{aligned} \quad (29)$$

Используя преобразование (27) можно выразить суммы степеней корней v_j уравнения (26) через суммы степеней корней μ_j уравнения (24):

$$\begin{aligned} S_1(v) = \sum_{j=1}^5 v_j = \sum_{j=1}^5 (\mu_j^2 + p\mu_j + q) &= \left(\sum_{j=1}^5 \mu_j^2 \right) + p \left(\sum_{j=1}^5 \mu_j \right) + 5q = S_2(\mu) + pS_1(\mu) + 5q, \\ S_2(v) = \sum_{j=1}^5 v_j^2 = \sum_{j=1}^5 (\mu_j^2 + p\mu_j + q)^2 &= \sum_{j=1}^5 (\mu_j^4 + 2p\mu_j^3 + (2q + p^2)\mu_j^2 + 2pq\mu_j + q^2) = \\ &= S_4(\mu) + 2pS_3(\mu) + (2q + p^2)S_2(\mu) + 2pqS_1(\mu) + 5q^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Подставляя (28) и (29) в (30) получим систему из 2 уравнений относительно неизвестных p и

$$\begin{cases} -2B_2 + 5q = 0, \\ 2B_2^2 - 4B_4 - 6B_3p - 2B_2(2q + p^2) + 5q^2 = 0. \end{cases} \quad (31)$$

Решением системы уравнений (31) будет 2 набора неизвестных (p, q) . Любой из наборов подходит для выполнения преобразования уравнения (24) к виду уравнения (26). Одно из решений системы (31):

$$p = \frac{15B_3 + \sqrt{225B_3^2 - 60B_2^3 + 200B_2B_4}}{10B_2}, \quad q = \frac{2}{5}B_2.$$

Зная p и q , выразим коэффициенты C_3, C_4, C_5 уравнения (26) через коэффициенты B_j уравнения (24). Для этого выразим $S_3(v), S_4(v), S_5(v)$ через суммы степеней корней μ_j уравнения (24) по аналогии с выражениями (30) и, подставляя (28) и (29) в полученные выражения, получим систему из 3 уравнений относительно 3 неизвестных C_3, C_4, C_5 . Решая систему, найдем:

$$\begin{aligned} C_3 &= -2B_2B_4 + \frac{2}{3}B_2^3 - B_3^2 + 2B_2B_5 - 2B_3B_2^2 + \frac{16}{25}B_2^2B_4 - \frac{8}{25}B_2^4 + \frac{4}{5}qB_4 - \frac{6}{25}qB_2^2 + \\ &\quad + \frac{8}{125}B_3B_2^3 + \frac{12}{25}B_2B_3q + \frac{6}{5}B_2^2 - 4B_3 - \frac{1}{5}B_2q + \frac{2q}{3B_2}, \\ C_4 &= \frac{12}{25}B_2^5 - \frac{14}{5}B_2B_3B_4 - \frac{35}{25}B_2^3B_4 - \frac{18}{25}B_2^2B_3^2 + \frac{14}{5}B_2^3B_3 - \frac{8}{25}B_3B_2^4 + \frac{16}{625}B_2^4B_4 - \frac{8}{625}B_2^6 + \\ &\quad + \frac{18}{5}B_2B_4 - 2B_3B_5 + 6B_3B_2 - B_4^2 + \frac{6}{5}B_3B_2^2 + 3B_3 + \frac{8}{25}B_2^3B_5 - \frac{24}{125}B_2^4q + \frac{2}{5}B_2^3q - \frac{12B_3B_4}{B_2} + \\ &\quad + \frac{6}{25}B_2^2q - \frac{9}{20}B_2^2 - \frac{36}{5}B_3^2 - \frac{53}{250}B_2^4 + 2B_2^2B_4 + 2B_2B_3^2 - \frac{5B_3^2}{B_2^2} - \frac{14}{5}B_2^2B_5 - \frac{9}{5}B_2^3 + \frac{48}{125}B_2^2B_4q - \\ &\quad - \frac{6}{5}B_2B_4q - \frac{4}{5}B_3q + \frac{6}{5}B_2B_5q - \frac{6}{5}B_2^2B_3q + \frac{24}{625}B_2^3B_3q - \frac{3}{5}B_3^2q, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_5 = & -\frac{94}{125}B_2^5 - B_2^5 - \frac{64}{25}B_2^2B_3B_5 + \frac{36}{5}B_2^2B_3B_4 - \frac{112}{125}B_2^3B_3B_4 - \frac{192}{25}B_2B_3B_4 + \frac{38}{125}B_2^3B_4 - \\
 & -\frac{471}{125}B_2^2B_3^2 - \frac{84}{25}B_2^3B_3 - \frac{2106}{625}B_3B_2^4 + \frac{64}{25}B_2^4B_4 - \frac{16}{25}B_2^6 + \frac{32}{625}B_2^7 - 24B_3B_5 - \frac{24}{5}B_3B_2 - \\
 & -8B_3B_2^2 + \frac{18}{5}B_2^3B_5 + \frac{6}{5}B_3^3B_2 + \frac{32}{3125}B_2^5B_5 - \frac{96}{625}B_2^5B_4 - \frac{202}{625}B_2^4q - \frac{12}{25}B_2^3q - \frac{9}{125}B_2^2q + \\
 & + 24B_3B_4 + \frac{12}{5}B_2^4 + \frac{64}{3125}B_2^4B_4q - \frac{32}{125}B_2^4B_3q - \frac{32}{3125}B_2^6q - \frac{72}{125}B_2^2B_3^2q - \frac{36}{5}B_2^2B_4 + \\
 & + \frac{102}{5}B_2B_3^2 + \frac{36}{5}B_2^2B_5 - \frac{18}{25}B_2^3 + \frac{32}{125}B_2^3B_5q - \frac{4}{5}B_2^4q + \frac{8}{5}B_2B_3q - \frac{4B_2^2q}{5B_2^2} + \frac{48}{125}B_2^5q - \frac{8}{5}B_3B_5q - \\
 & -\frac{16B_4B_3q}{5B_2} - \frac{56}{25}B_2^2B_5q + \frac{8B_3^2}{B_2} + \frac{8}{5}B_2B_3^2q + 2B_2B_4^2 - \frac{56}{25}B_2B_3B_4q + \frac{12B_3^3}{B_2} + 4B_2B_3B_5 - \\
 & -\frac{18}{5}B_2B_4B_5 + 2B_3^2B_4 - \frac{144}{125}B_2^3B_4q + \frac{64}{25}B_2^3B_3^2 + \frac{112}{125}B_2^5B_3 - \frac{112}{125}B_2^4B_5 - \frac{48}{625}B_2^4B_3^2 - \\
 & -\frac{32}{3125}B_2^6B_3 - \frac{32}{25}B_2^2B_4^2 + \frac{8}{5}B_2^2B_4q + \frac{24}{25}B_2B_4q + \frac{12}{25}B_3q + \frac{8}{25}B_2^2B_3q + \frac{56}{25}B_2^3B_3q - \frac{48}{25}B_3^2q.
 \end{aligned}$$

Теперь преобразуем уравнение (26) к уравнению вида

$$z^5 + D_4z + D_5 = 0. \tag{32}$$

Для этого будем считать, что корни z_j уравнения (32) зависят от корней v_j уравнения (26):

$$z_j = v_j^4 + \alpha v_j^3 + \beta v_j^2 + \gamma v_j + \delta \quad (j = \overline{1,5}). \tag{33}$$

Определим $\alpha, \beta, \gamma, \delta, D_4, D_5$. Для этого, используя выражения (25), найдем суммы степеней корней z_j уравнения (32):

$$S_1(z) = 0, \quad S_2(z) = 0, \quad S_3(z) = 0, \quad S_4(z) = -4D_4, \quad S_5(z) = -5D_5$$

и выразим их через суммы степеней корней v_j уравнения (26). В результате получим систему из пяти уравнений с шестью неизвестными $\alpha, \beta, \gamma, \delta, D_4, D_5$. Из 1-го уравнения:

$$S_1(z) = \sum_{j=1}^5 z_j = \sum_{j=1}^5 (v_j^4 + \alpha v_j^3 + \beta v_j^2 + \gamma v_j + \delta) = S_4(v) + \alpha S_3(v) + 5\delta = -4C_4 - 3\alpha C_3 + 5\delta = 0$$

получим:

$$\delta = \frac{4}{5}C_4 + \frac{3}{5}C_3\alpha.$$

Из 2-го уравнения:

$$\begin{aligned}
 S_2(z) = \sum_{j=1}^5 z_j^2 &= \sum_{j=1}^5 (v_j^4 + \alpha v_j^3 + \beta v_j^2 + \gamma v_j + \delta)^2 = S_8(v) + 2\alpha S_7(v) + (\alpha^2 + 2\beta)S_6(v) + (2\alpha\beta + 2\gamma)S_5(v) + \\
 & + (2\alpha\gamma + \beta^2 + 2\delta)S_4(v) + (2\beta\gamma + 2\alpha\delta)S_3(v) + (2\beta\delta + \gamma^2)S_2(v) + 2\gamma\delta S_1(v) + 5\delta^2 = \\
 & = 4C_4^2 - 10(\alpha\beta + \gamma)C_5 - 4(2\alpha\gamma + \beta^2 + 2\delta)C_4 - 6(\beta\gamma + \alpha\delta)C_3 + 5\delta^2 = \\
 & = -10C_5\alpha\beta - 4C_4\beta^2 + \frac{4}{5}C_4^2 + 8C_3C_5 + \frac{46}{5}C_3C_4\alpha + \frac{6}{5}C_3^2\alpha^2 + 6C_3^2\beta - 2\gamma(5C_5 + 4C_4\alpha + 3C_3\beta) = 0,
 \end{aligned} \tag{34}$$

выберем такое β , чтобы коэффициент при γ стал равен 0, т.е.:

$$\beta = -\frac{5C_5}{3C_3} - \frac{4C_4}{3C_3}\alpha.$$

Таким образом, в уравнении (34) останется одна неизвестная α :

$$(27C_3^4 - 160C_4^3 + 300C_3C_4C_5)\alpha^2 + (27C_3^3C_4 + 375C_3C_5^2 - 400C_4^2C_5)\alpha + (-45C_3^3C_5 + 18C_3^2C_4^2 - 250C_4C_5^2) = 0. \tag{35}$$

Решением уравнения (35) будут два значения α . Любое из этих значений подходит для выполнения преобразования уравнения (26) к виду уравнения (32). Выберем:

$$\alpha = \frac{27C_3^3C_4 + 375C_3C_5^2 - 400C_4^2C_5}{-54C_3^4 + 320C_4^3 - 600C_3C_4C_5} + \frac{3\sqrt{-135C_3^6C_4^2 + 11250C_3^4C_4C_5^2 - 8000C_3^3C_4^3C_5 + 15625C_3^2C_5^4 + 540C_3^7C_5 + 1280C_4^5C_3^2}}{-54C_3^4 + 320C_4^3 - 600C_3C_4C_5}$$

Из 3-го уравнения:

$$S_3(z) = \sum_{j=1}^5 z_j^3 = \sum_{j=1}^5 (v_j^4 + \alpha v_j^3 + \beta v_j^2 + \gamma v + \delta)^3 = 0$$

после упрощения и подстановки уже найденных значений α, β, δ , получим уравнение 3-й степени относительно γ . Это уравнение и его решение не приводятся ввиду громоздкости выражений. Выбрав любое из трех решений этого уравнения, из оставшихся 2 уравнений найдем:

$$D_4 = -\frac{1}{4}S_4(z) = -\frac{1}{4}\sum_{j=1}^5 z_j^4 = -\frac{1}{4}\sum_{j=1}^5 (v_j^4 + \alpha v_j^3 + \beta v_j^2 + \gamma v + \delta)^4,$$

$$D_5 = -\frac{1}{5}S_5(z) = -\frac{1}{5}\sum_{j=1}^5 z_j^5 = -\frac{1}{5}\sum_{j=1}^5 (v_j^4 + \alpha v_j^3 + \beta v_j^2 + \gamma v + \delta)^5.$$

Точные выражения для получения D_4, D_5 также не приводятся ввиду их громоздкости.

Теперь введением переменной

$$\tilde{\lambda} = \sqrt[4]{-D_4 z} \tag{35}$$

приведем уравнение (31) к уравнению вида (21):

$$\tilde{\lambda}^5 - \tilde{\lambda} - t = 0,$$

где

$$t = -\frac{D_5}{(-D_4)^{\frac{5}{4}}}.$$

Таким образом выполнено преобразование исходного уравнения (4) в Бринг-Джеррад нормальную форму (21) с одним коэффициентом t , выражаемым в радикалах через коэффициенты A , исходного уравнения (4).

Решим полученное уравнение (21). Один из корней уравнения в Бринг-Джеррад нормальной форме можно найти через обобщенные гипергеометрические функции [5]:

$$\tilde{\lambda}_1 = -t \left({}_4F_3 \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}; \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}; \frac{3125}{256} t^4 \right) \right),$$

где ${}_4F_3$ – обобщенная гипергеометрическая функция [10].

Зная один корень $\tilde{\lambda}_1$ уравнения (21), найдем z из (35), v из (32), решив уравнение 4-й степени методом Феррари, μ из (26), решив квадратное уравнение и λ из (22), получив восемь возможных корней $r_i (i = \overline{1,8})$ исходного уравнения (4), при этом не менее чем один из них является истинным. В процессе восстановления λ из $\tilde{\lambda}$ получают лишние корни, т.к. при решении уравнения 4-й степени для v количество корней будет четыре, а при решении квадратного уравнения для μ - количество корней еще удвоится. Для нахождения истинного корня необходимо подставить все полученные корни r , в исходное уравнение (4) и оставить один корень, который будет ему удовлетворять.

Следует заметить, что можно найти пять решений уравнения (21) через обобщенные гипергеометрические функции, а затем получить сорок возможных решений уравнения (4) (по восемь возможных корней уравнения (4) на каждый корень уравнения (21)). Однако, если в решении уравнения (4) присутствуют кратные корни, то невозможно в общем случае определить из сорока возможных решений этого уравнения пять истинных корней, поскольку можно будет найти лишь все различные корни уравнения (4), но нельзя будет определить кратность каждого корня.

Для того, чтобы обойти указанную выше проблему, можно найти лишь один корень уравнения (4), а затем разделить уравнение (4) на $(\lambda - \lambda_1)$. Поскольку λ_1 – корень уравнения (4), то уравне-

ние (5) разделится на $(\lambda - \lambda_1)$ нацело, таким образом, понизив степень уравнения до 4-й. Получившееся уравнение 4-й степени можно будет решить методом Феррари, получив четыре оставшихся корня уравнения (5). При такой схеме решения все кратные корни определяются корректно.

При нахождении корней алгебраического уравнения допустимо делать подстановку в исходное уравнение (5) восьми возможных решений этого уравнения r_i . Однако в уравнении (5) коэффициенты – функции x : $A_i = A_i(x)$, и для дальнейшей работы с решением уравнения (5) необходимо убрать неоднозначность в выборе настоящего корня этого уравнения. Для этого введем функцию:

$$\theta(x) = \left[\frac{1 + |x|}{1 + 2|x|} \right],$$

где $[A]$ – целая часть от A , полученная отбрасыванием дробной части;
 $|A|$ – модуль A .

Значение введенной функции $\theta(x)$ при $x=0$ равно 1, а при всех остальных комплексных x равно 0. Тогда можно определить один из корней уравнения (5) через восемь возможных полученных корней следующим образом:

$$\lambda_1 = \theta_1 r_1 + \sum_{i=2}^8 r_i \theta_i \theta \left(\sum_{j=1}^{i-1} \theta_j \right),$$

где r_i – i -й возможный корень уравнения (5) ($i = \overline{1,8}$);

$$\theta_i = \theta(r_i^5 + A_1 r_i^4 + A_2 r_i^3 + A_3 r_i^2 + A_4 r_i + A_5)$$

Введение функции $\theta(x)$ усложняет дальнейшую работу с полученным корнем, т.к. производная этой функции равна 0 во всех точках кроме $x=0$, где она не определена. Определим производную $\lambda_1(x)$ через производные $r_i(x)$:

$$\frac{d^n \lambda_1(x)}{dx^n} = \theta_1(x) \frac{d^n r_1(x)}{dx^n} + \sum_{i=2}^8 \frac{d^n r_i(x)}{dx^n} \theta_i \theta \left(\sum_{j=1}^{i-1} \theta_j \right) \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Зная теперь один истинный корень уравнения (5), разделим это уравнение на $(\lambda - \lambda_1)$, получив уравнение 4-й степени:

$$\lambda^4 + E_1 \lambda^3 + E_2 \lambda^2 + E_3 \lambda + E_4 = 0, \tag{37}$$

где

$$E_1 = A_1 + \lambda_1,$$

$$E_2 = A_2 + A_1 \lambda_1 + \lambda_1^2,$$

$$E_3 = A_3 + A_2 \lambda_1 + A_1 \lambda_1^2 + \lambda_1^3,$$

$$E_4 = A_4 + A_3 \lambda_1 + A_2 \lambda_1^2 + A_1 \lambda_1^3 + \lambda_1^4.$$

Решив полученное уравнение 4-й степени (37) методом Феррари, найдем четыре остальных корня уравнения (5). Это решение не приводится ввиду его громоздкости.

Список литературы

1. Гордон, В.А. Метод решения задач механики неоднородных тел: монография / В.А. Гордон, В.С. Шоркин, М.И. Борзенков. – Орел: ОрелГТУ, 2005. – 161 с.
2. Хединг, Дж. Введение в метод фазовых интегралов (метод ВКБ) / Дж. Хединг. – М.: Мир, 1965 – 120 с.
3. Мэтьюз, Д. Математические методы физики / Д. Мэтьюз, Р. Уокер. – М.: Атомиздат, 1972. – 398 с.
4. Abel–Ruffini theorem // Wikipedia: The Free Encyclopedia [Electronic resource]: http://en.wikipedia.org/wiki/Abel-Ruffini_theorem, 2006.
5. Drociuk R. J. On the Complete Solution to the Most General Fifth Degree Polynomial. – Burnaby: Simon Fraser University [Electronic resource]: arXiv:math.GM/0005026v1, 2000.
6. Cayley Arthur. On Tschirnhaus’s Transformation // Phil. Trans. Roy. Soc. London. – 1991. – №151. – P. 561-578.
7. Solution of the general quintic // Wikipedia: The Free Encyclopedia [Electronic resource]:

<http://en.wikipedia.org/wiki/Ultraradical>, 2006.

8. Adamchik V.S. Polynomial Transformations of Tschirnhaus, Bring and Jerrard // ACM SIGSAM Bulletin. – 2003, September. – Vol. 37. – №3.

9. Eidswick J. A., A proof of Newton's power sum formula // American Mathematical Monthly. – 1968. - Vol. 75. – P. 396-397.

10. Hypergeometric series // Wikipedia: The Free Encyclopedia [Electronic resource]: http://en.wikipedia.org/wiki/Hypergeometric_series.

УДК 518

Засимов А.С., студент

(Орловский государственный технический университет)

г. Орел, тел. (4862) 761910; e-mail: axcelhost@mail.ru; rakov2000@hotmail.ru

ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ПОСТРОЕНИЯ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ

Opportunities of construction of tool means of modelling of nonlinear functions under formulas Ermit are discussed.

Использование информационных технологий позволяет рассматривать решение вопросов вычислительной математики с новых позиций. В частности, в ряде случаев оказывается возможным моделирование интерполяционных процессов интерактивными процедурами построения аналитических описаний нелинейных функций [1]. Практически это означает замену формального процесса неформальной процедурой общения человека и ЭВМ, направленной на достижение требуемых показателей погрешности [2].

Такие возможности делают актуальным решение задач построения интерактивных программных комплексов, реализующих численные методы, для конкретных технических приложений. В данной статье обсуждаются вопросы разработки инструментальных программных средств для организации интерактивных процессов построения полиномиальных моделей посредством интерполяционного полинома Эрмита [3,4].

1. Полином Эрмита.

Полином Эрмита рассматривается как решение задачи построения интерполяционного многочлена, удовлетворяющего условиям:

В каждой точке x_i полином Эрмита принимает значение y_i и имеет производную y_i' . Построим полином Эрмита, используя схему Хемминга. Очевидно, что искомым полином будет иметь степень $2n+1$, т.к. требуется удовлетворить $2n+2$ условий. Будем искать полином Эрмита в следующем виде:

$$y(x) = \sum_{j=1}^{n+1} [y_j H_j(x) + y_j' h_j(x)].$$

Многочлены H_j и h_j степени не выше $2n+1$ должны удовлетворять следующим условиям

$$H_j(x_i) = 0, \quad h_j(x_i) = 0, \tag{1}$$

$$H_j'(x_i) = 0, \quad h_j'(x_i) = 0, \tag{2}$$

$$H_j(x_j) = 1, \quad h_j(x_j) = 0, \tag{3}$$

$$H_j'(x_j) = 0, \quad h_j'(x_j) = 1. \tag{4}$$

$$(i \neq j)$$

Учитывая условия (1) и (2), полином $h_j(x)$ должен содержать множители $(x-x_i)^2$ (для $i \neq j$).

Если $h_j(x_j) = 0$, но $h'_j(x_j) \neq 0$, то существует простой множитель $(x - x_j)$.

Значит, полином $h_j(x)$ можно представить в виде:

$$h_j(x) = A(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_j)(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2.$$

Найдем коэффициент A , учитывая условие (4)

$$\begin{aligned} h'_j(x) &= [A(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_j)(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2]' = \\ &= A \cdot [(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_j)(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2]' = \\ &= A \cdot [(x - x_j)'(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2 + \\ &+ (x - x_j) \cdot [(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2]'], \\ h'_j(x_j) &= A \cdot [(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2 + \\ &+ (x_j - x_j) \cdot [(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2]']_{x=x_j} = \\ &= A \cdot (x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2 = 1. \end{aligned}$$

В результате получим:
$$h_j(x) = \frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_j)(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2}.$$
 Ана-

логично построим полином $H_j(x)$. поскольку $H_j(x_i) = 0$ и $H'_j(x_i) = 0$ получим, что полином $H_j(x)$ должен содержать множители $(x - x_i)^2$ (для $i \neq j$).

Чтобы удовлетворялись условия (3) и (4): $H_j(x_j) = 1$, $H'_j(x_j) = 0$, искомым полином должен иметь вид

$$H_j(x) = \frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(a_j x + b_j)(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2},$$

причем

$$a_j x_j + b_j = 1. \tag{5}$$

Для определения коэффициентов a_j, b_j найдем производную $H'_j(x)|_{x=x_j}$

$$\begin{aligned} H'_j(x)|_{x=x_j} &= \left[\frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(a_j x + b_j)(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right]'_{x=x_j} = \\ &= \left[(a_j x + b_j) \cdot \left(\frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right) \right]'_{x=x_j} = \\ &= \left[(a_j x + b_j)' \cdot \left(\frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right) + \right. \\ &+ (a_j x + b_j) \cdot \left. \left(\frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right)' \right]_{x=x_j} = \\ &= a_j \cdot \left(\frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right)_{x=x_j} + \\ &+ (a_j x_j + b_j) \cdot \left(\frac{(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2(x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2(x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2(x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right)'_{x=x_j} \tag{6} \end{aligned}$$

Поскольку справедливо (5), то соотношение (6) с учетом (4) представляется в виде

$$H'_j(x) \Big|_{x=x_j} = a_j \left(\frac{(x_j - x_1)^2 (x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2 (x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2 (x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2 (x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right) +$$

$$+ \left(\frac{(x - x_1)^2 (x - x_2)^2 \dots (x - x_{j-1})^2 (x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_{n+1})^2}{(x_j - x_1)^2 (x_j - x_2)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2 (x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_{n+1})^2} \right) \Big|_{x=x_j} = a_j + \frac{\left(\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right)'}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \Big|_{x=x_j} = 0.$$

или, что тоже самое

$$0 = a_j + \frac{\left(\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right)'}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \Big|_{x=x_j} = a_j + \frac{\left((x - x_1)^2 \cdot \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right)'}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \Big|_{x=x_j} = a_j + \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \cdot \left[[(x - x_1)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right] +$$

$$+ [(x - x_1)^2] \cdot \left[\prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right]'] \Big|_{x=x_j} = a_j + \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \cdot \left[[(x - x_1)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + (x - x_1)^2 \cdot \left[(x - x_2)^2 \cdot \prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right]' \right] \Big|_{x=x_j} =$$

$$= a_j + \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \cdot \left[[(x - x_1)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + (x - x_1)^2 \cdot \left[(x - x_2)^2 \right]' \cdot \prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + (x - x_2)^2 \cdot \left[\prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right]' \right] \Big|_{x=x_j} =$$

$$= a_j + \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \cdot \left[[(x - x_1)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + (x - x_1)^2 \cdot (x - x_2)^2 \cdot \left[\prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 \right]' \right] \Big|_{x=x_j} = \dots = a_j + \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \times$$

$$\times \left[[(x - x_1)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + \right.$$

$$\left. + (x - x_1)^2 [(x - x_2)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + \right.$$

$$\left. + (x - x_1)^2 (x - x_2)^2 [(x - x_3)^2]' \cdot \prod_{\substack{i=4 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + \dots + \right.$$

$$\left. + (x - x_1)^2 (x - x_2)^2 (x - x_3)^2 \dots (x - x_{j-1})^2 (x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_n)^2 \cdot \left[\prod_{\substack{i=n \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_{n+1})^2 \right]' \right] \Big|_{x=x_j} =$$

$$\begin{aligned}
 &= a_j + \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} \times \left[2(x - x_1) \cdot \prod_{\substack{i=2, i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + (x - x_1)^2 \cdot 2(x - x_2) \cdot \prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + (x - x_1)^2 (x - x_2)^2 \cdot 2(x - x_3) \cdot \prod_{\substack{i=4 \\ i \neq j}}^{n+1} (x - x_i)^2 + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + (x - x_1)^2 (x - x_2)^2 (x - x_3)^2 \dots (x - x_{j-1})^2 (x - x_{j+1})^2 \dots (x - x_n)^2 \cdot 2(x - x_{n+1}) \right] \Big|_{x=x_j} = \\
 &= a_j + \frac{2(x_j - x_1) \cdot \prod_{\substack{i=2, i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} + \frac{(x_j - x_1)^2 \cdot 2(x_j - x_2) \cdot \prod_{\substack{i=3 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} + \dots + \\
 &\quad + \frac{(x_j - x_1)^2 (x_j - x_2)^2 (x_j - x_3)^2 \dots (x_j - x_{j-1})^2 (x_j - x_{j+1})^2 \dots (x_j - x_n)^2 \cdot 2(x_j - x_{n+1})}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} (x_j - x_i)^2} = \\
 &= a_j + \frac{2 \cdot}{(x_j - x_1)} + \frac{2 \cdot}{(x_j - x_2)} + \dots + \frac{2 \cdot}{(x_j - x_{j-1})} + \frac{2 \cdot}{(x_j - x_{j+1})} + \dots + \frac{2 \cdot}{(x_j - x_{n+1})} = 0.
 \end{aligned}$$

Отсюда: $a_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} \frac{2}{(x_i - x_j)}$, а из соотношения (5): $b_j = 1 - a_j x_j = 1 - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+1} \frac{2x_j}{(x_i - x_j)}$.

Возможно различное использование полиномов Эрмита, но при ограниченных наборах исходных массивов данных нелинейных функций с априорно неизвестным аналитическим описанием практически полезным оказывается только путь построения интерактивной процедуры, предполагающей непосредственное участие пользователя в процессе формирования аналитического вида нелинейности [2,5]. Для этого, в общем случае, должны быть реализован такой набор программных средств, с помощью которого могли бы обрабатываться: способы формирования исходных данных, описывающих исходную нелинейность; способы визуализации исходных данных и аппроксимирующей функции с возможностью их одновременного наблюдения; приемы реализации процесса испытания сформулированной аппроксимирующей функции на близость к исходной зависимости и т.п.

При этом сама информационная технология может внешне (интерфейсно) представляться программной оболочкой, реализующей, по крайней мере, функции проектирования, моделирования и документирования. Под проектированием можно понимать ввод и изменение исходного массива данных, описывающего исходную нелинейность, и создание требуемой конкретными обстоятельствами оболочки аппроксимирующей функции. Моделирование может рассматриваться как серия вычислительных экспериментов, направленных на оценку результатов проектирования, а документирование - возможностью создания текстовых и графических отчетов по работе интерактивной процедуры или информационной технологии, в целом.

2. Структура программы

При построении и реализации программы использована концепция объектно-ориентированного программирования (ООП) [6]. Тогда вся программа представляется в виде совокупности объектов, отражающих основные свойства объектов действительности. При реализации программы каждому объекту соответствует класс, содержащий реализацию основных свойств и операций для работы с данным объектом. Структуру программы можно представить в виде блок-схемы [Рис. 1].

Как видно из блок-схемы, структуру программы можно разбить на три взаимозависимые части: пользовательский интерфейс; ядро программы; внешние подключаемые библиотеки.

2.1. Пользовательский интерфейс.

Как отмечалось ранее, данное программное средство представляет собой реализацию интерактивной процедуры. Пользовательский интерфейс является той частью программы, с которой непосредственно взаимодействует пользователь во время работы. Создание качественной программной оболочки невозможно без создания качественного интерфейса. Наиболее приемлемым решением для реализации интерфейса является использование оконно-графического интерфейса. Оконно-графический интерфейс сочетает в себе простоту в использовании и эффективность доступа к данным.

Все элементы интерфейса программы можно разбить на четыре группы:

1. **Интерфейс ввода.** К этой группе относятся визуальные средства управления (ВЗУ), с помощью которых пользователь вводит и редактирует исходные данные:

1) поля ввода «X», «Y», «Y'». Эти поля позволяют добавить точку в список точек, что достигается путем нажатия на кнопку «Добавить».

2) список точек – визуальный компонент для отображения списка введенных точек. Имеется панель управления, предоставляющая возможность использования следующего набора операций:

- а) интерполирование – создание интерполяционного полинома для текущего набора узлов;
- б) редактирование – изменение параметров выделенной точки;
- в) выбор – выбор выделенной точки в качестве узла интерполирования;
- г) удаление – удаление выделенной точки;

Доступ к этим функциям также можно получить с помощью меню главного окна программы («Точки»), а также, воспользовавшись контекстным всплывающим меню, вызываемым посредством нажатия правой кнопкой мыши на списке точек.

2. **Интерфейс вывода.** К этой группе относится набор визуальных компонентов и функций, служащих для управления выводом.

1) Средство графической визуализации нелинейностей. Представляет собой визуальный компонент, служащий для визуализации исходной и аппроксимирующей зависимостей и представляющий возможность их визуального наблюдения.

2) Средства работы с файлами: элементы «Новый», «Открыть...», «Сохранить», «Сохранить как...» меню «Файл». Эти элементы соответственно позволяют создать новый проект, открыть сохраненный проект, сохранить проект во внешней памяти ЭВМ.

3) Средства создания отчетов – элемент «Сохранить отчет...» меню «Отчет».

3. **Интерфейс управления внешними модулями.** С помощью элементов указанной группы предоставляется доступ к функциям внешних модулей. В текущей версии программы реализованы такие модули как:

1) Модули импорта. Доступ осуществляется через меню «Файл->Импорт->Модуль». В функции модулей этого типа входят операции, позволяющие загрузить данные, характеризующие исходную зависимость из файлов, которые не являются файлами проекта программы.

2) Модули формул. Для получения доступа к функциям данных модулей используется вспомогательное окно «Формулы» («Окна->Формулы»). С помощью модулей формул возможно визуализировать кривые, заданные аналитически (те, которые поддерживаются модулями). В экспериментальный набор входят: линейная зависимость, квадратичная зависимость, синус, косинус.

4. **Интерфейс управления программой.** К группе относятся вспомогательные окна «Настройки» и «Цвета» (меню «Сервис»), которые позволяют изменять параметры программы.

2.2. Объекты ядра

К объектам ядра относятся такие объекты как: объект проекта и объекты интерфейсов внешних модулей. Объект проекта представлен в программе классом проекта, который содержит реализацию всех возможностей программы:

- хранение и обработка исходных данных;
- метод интерполяции по формуле Эрмита с одной производной;
- параметры программы;
- методы сохранения и загрузки данных проекта из внешней памяти.

Те объекты, состояние которых может измениться в ходе работы, содержат методы отката. Принцип реализации отката следующий: для каждого возможного действия над объектом заводится стек «ответной реакции». Каждый стек логически соответствует действию, обратному выполненной операции (например, удалить точку – вставить точку). В этот стек помещаются данные для восстановления исходного состояния. Также существует глобальный стек, содержащий указатели на стеки «ответной реакции» и позволяющий в корректной последовательности выполнять откат.

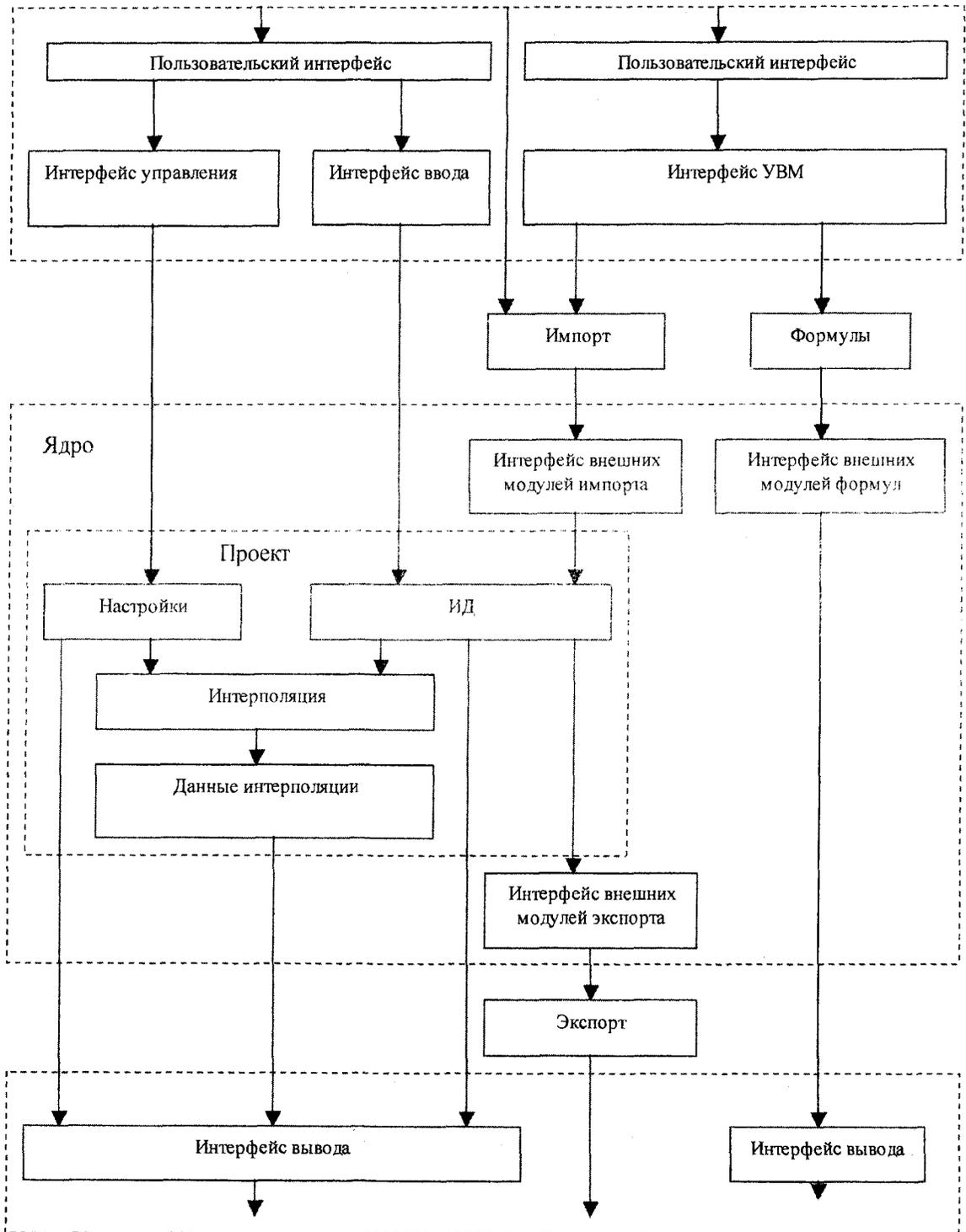


Рис. 1. Структура программ (блок-схема),
 где: ИД – исходные данные, интерфейс УВМ – интерфейс управления внешними модулями

2.3. Внешние модули

Объект интерфейса внешних модулей предоставляет детерминированный набор правил по взаимодействию между компонентами программы и внешними подключаемыми библиотеками. Рассмотрим реализацию интерфейса на примере интерфейса модулей импорта/экспорта.

```

unit WMIEModuleTypes;
interface
const
  WMIEGetModuleInfoFuncName = 'GetModuleInfo';
  WMIEGetPointsCountFuncName = 'GetPointsCount';
  WMIEIEExecuteFuncName = 'IEExecute';
type
  {информация о модуле внешнего обмена}
  TWMIEModuleInfo = record
    caption:string[255]; //описание модуля
    ext:string[255]; //расширения файлов
  end;
  TWMIEModuleInfoFunc = function :TWMIEModuleInfo;
  TWMIEModuleInfoFunc = function (filename:string):LongWord;
  TWMIEModuleFunc = function (filename:string; points:TWMPoints):boolean;
implementation
end.

```

Существует файл, который содержит описание типов и формат экспортируемых процедур. Константы определяют имена экспортируемых процедур, исключая возможность (при использовании данных констант во время реализации модуля) несовместимости модулей с ядром. Также накладываются ограничения на формат и смысл экспортируемых процедур и функций (под форматом здесь понимается количество и типы передаваемых параметров):

```

TWMIEModuleInfoFunc = function :TWMIEModuleInfo;
TWMIEModuleInfoFunc = function (filename:string):LongWord;
TWMIEModuleFunc = function (filename:string; points:TWMPoints):boolean;

```

Экспортируемые процедуры и функции зачастую выступают в качестве «черного ящика». Внутренняя реализация процедуры неизвестна и нет возможности повлиять на ход выполнения. Исключения составляют интерактивные экспортируемые процедуры, снабженные диалоговыми средствами управления.

В качестве внешних модулей возможно реализовать и методы интерполяции. При таком подходе добавление нового метода сводится к созданию соответствующей внешней библиотеки, что облегчает разработку. С другой стороны ошибка в реализации модуля полностью выведет из строя всю программу, лишив ее функциональности. Поэтому при реализации данной версии программы методы интерполяции реализованы в ядре.

3. Интерфейс программы

Интерфейс обеспечивается возможностями программной системы [Рис. 2-5].

4. Аprobация

Структура предложенной программы реализована в экспериментальном программном продукте *wt.exe* вместе с набором экспериментальных модулей *import/Text.dll* и *formuls/std.dll* [4,7,8]. Программа работает на платформе IBM PC под управлением операционной системы Microsoft Windows и особо не требовательна к ресурсам компьютера. Для ее работы необходима SVGA-совместимая видеокарта, которая поддерживает разрешение 640x480 точек и 256 цветов. К остальному оборудованию компьютера специальных требований не предъявляется. Работа с программной системой показала, что предложенный интерфейс отличается простотой в освоении, а встроенная контекстная справка для всех элементов управления оказывается полезной на всех этапах моделирования.

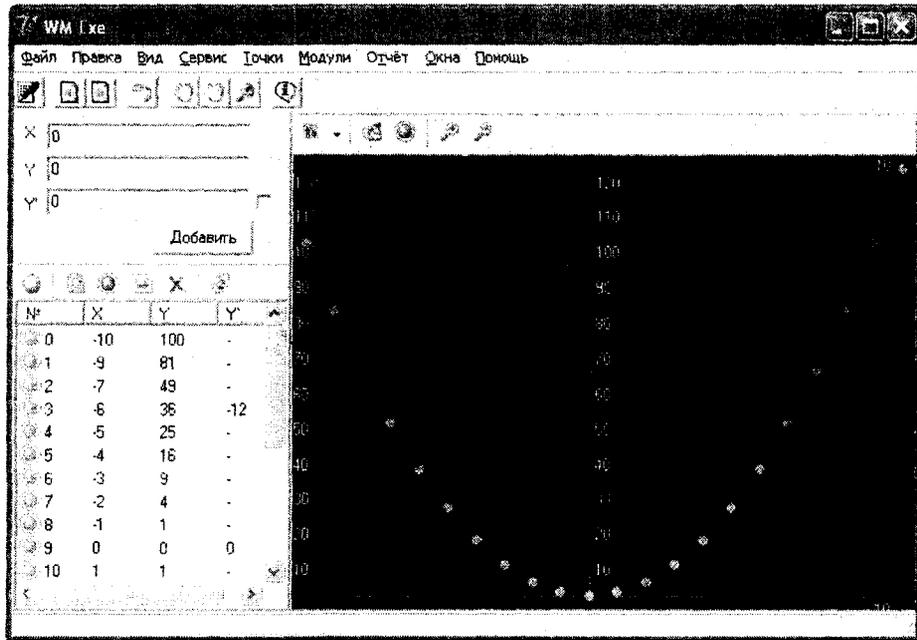


Рис. 2. Основное окно программы

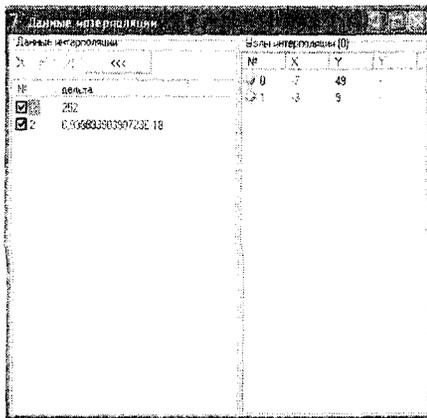


Рис. 3. Данные интерполяции

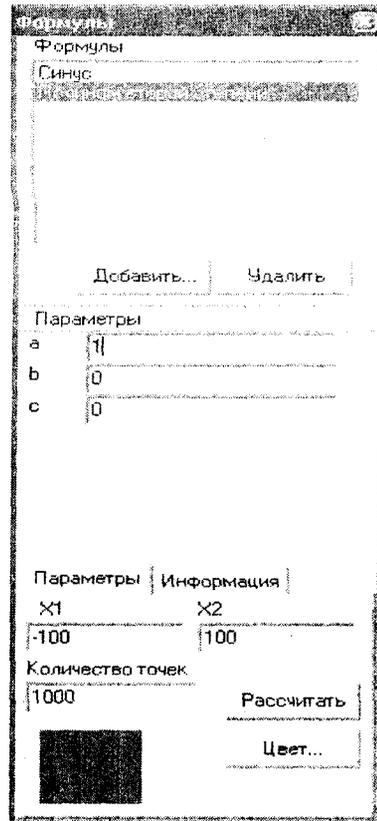


Рис. 5. Окно формул

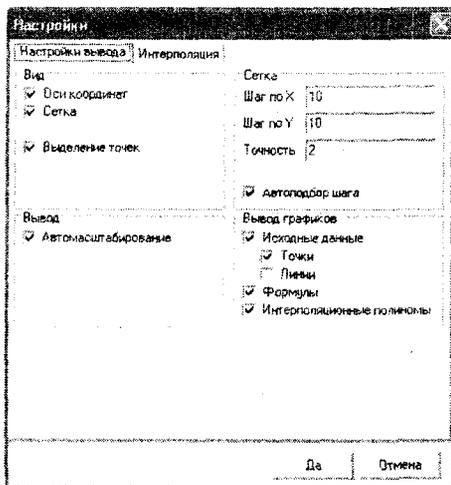


Рис. 4. Окно настроек

Список литературы

1. Раков В.И. Вывод интерполяционной формулы для полиномиальных моделей имитации нелинейностей // Известия Орловского государственного технического университета. – Орел: ОрелГТУ, 2003. – Серия: Естественные науки. – №3-4. – С. 2-20.
2. Раков В.И. К обоснованию необходимости применения средств интерактивной аппроксимации при моделировании сигналов / Аэродинамика, механика и аэрокосмические технологии (АМАТ-2001): Сборник трудов первой всероссийской электронной научно-технической конференции. – Воронеж: ВГТУ, 2001. – Ч.2. – С. 69-78.
3. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров: пер. с англ. / Под ред. Р.С. Гутера. – 2-е изд. – М.: Наука, 1972. – 400 с.
4. Засимов А.С. Типовые расчеты по дисциплине «Вычислительная математика»: отчет // Кафедра Информационных систем факультета электроники и приборостроения. Рук. к.т.н. Раков В.И. – Орел: ОрелГТУ, 2004. – 8 с.
5. Раков В.И. Оценка возможностей традиционной методологии проектирования нелинейностей. / Известия ОрелГТУ. – Орел: ОрелГТУ, 2003. – Серия «Информационные системы». – Вып. 1. – С. 33-40.
6. Буч Г. Объектно-ориентированное проектирование. – М.: Радио и связь, 1993. – 443 с.
7. Федоров А. Создание Windows-приложений в среде Delphi. – М.: Компьютер-Пресс, 1995. – 288 с.
8. Дантеман Д. Программирование в среде Delphi. – Киев: DiaSoft Ltd., 1995. – 608 с.

УДК 518

*Раков В.И., канд. техн. наук, доцент кафедры «Информационные системы»
(Орловский государственный технический университет)
г.Орел, тел. (4862) 761910; e-mail: rakov2000@hotmail.ru*

О СИСТЕМНОМ ХАРАКТЕРЕ ПОТРЕБНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ

Обсуждается актуальность и системная широта проблематики моделирования нелинейных функций.

Введение

При организации и проведении математического моделирования приходится «теневым» образом зависеть от многих факторов. Зависеть от погрешностей используемых западных вычислительных технологий и операционных систем, которые не всегда лицензионные, а если лицензионные, то не всегда возможно тестирование системы на классе задач пользователя не только потому, что не всегда ясна методика тестирования, а потому что, иногда, не совсем ясны границы самих задач моделирования. Зависеть от особенностей некоторого несоответствия описания формального языка и его трансляционных программ в конкретной операционной среде. Зависеть от неадекватно используемых методов численного анализа или в виду отсутствия таковых для конкретного случая. Зависеть от погрешностей, связанных с привычным порядком организации вычислительного процесса (алгоритма и его реализации на конкретной машине), который может быть не совсем пригодным для намеченного процесса моделирования. Зависеть от ошибок, связанных с ограниченностью разрядной сетки ЭВМ, от известных трудностей оценки объемов вычислений даже в статистическом плане и т.д.

Однако есть сложности более высокого порядка. Например, пусть требуется осуществить моделирование некоторого процесса, описывающегося дифференциальным уравнением, производная в левой части которого *существенно зависит* от численно заданной нелинейной функции в его правой части. Предварительно, чтобы не зависеть от объемов численного материала, для нелинейной функции надо найти подходящее аналитическое описание. Обычно, вопросы представления нелинейностей сводятся к задачам аппроксимации как при непосредственном представлении функции (заданием способа вычисления), так и при задании функции совокупностью своих особенностей. Для этого нелинейность приближается многочленом наилучшего приближения (если нет дополнительных требований использования «энергетических» (среднестепенных) критериев) и затем, используя, например, формулу прогноза Рунге-Кутта или более совершенную для конкретного случая модель, решает-

ся дифференциальное уравнение. Казалось бы, реализован естественный порядок действий.

Однако эту нелинейность нельзя аппроксимировать многочленом наилучшего приближения, поскольку (по теореме Чебышева) многочлен наилучшего приближения или, в общем (по лемме Колмогорова), обобщенный многочлен наилучшего приближения на определенном наборе точек должен отклоняться от заданной функции на равные величины с чередованием знака. Независимо от степени полинома наилучшего приближения, то есть точности аппроксимации, именно это «чередование» и приведет к неправильному результату моделирования дифференциального уравнения на ЭВМ при любой формуле прогноза: поведение производной (в модели на ЭВМ), существенно зависящее от нелинейности, при такой аппроксимации нелинейности, вообще говоря, будет принципиально отличаться от поведения реальной производной исходного уравнения.

По существу, «простая» акция описания нелинейности предопределила результаты моделирования дифференциального уравнения. Оказалось, что задача моделирования нелинейности не может не рассматриваться в границах более широкой, охватывающей ее проблемы. Задача моделирования нелинейности вышла за рамки стандартной аппроксимации. Можно констатировать факт того, что вопросы моделирования нелинейностей связаны с системным пониманием более концептуально емкого моделируемого процесса (объекта, явления). И, прежде всего, они связаны с адекватностью (соответствием) предмета и представления о нем. Не исключены ситуации, когда в виду такого несоответствия процесс моделирования заранее обречен на неудачу, хотя априорно такое положение может быть далеко не очевидным.

В работе обсуждается актуальность и системная широта проблематики моделирования нелинейных функций. Обсуждаются то, что делает задачи моделирования нелинейных функций (действительного переменного) актуальными не только для текущего момента, но и, по-видимому, для значительного периода общественной практики.

1. Проектирование структур: моделирование отношений взаимодействующих систем

Выбирая в качестве исходного наиболее общее понятие инженерного объекта как объекта, значения параметров которого подлежат количественной или качественной оценке [1, С. 29], будем под системой понимать любую структуру, в которой человек взаимодействует с инженерным объектом или которая предназначена для реализации этого взаимодействия.

Система локализует человека и его деятельность в пространстве и времени. Она существует как то, что целенаправленно связывает различные явления, события или объекты природы, являясь участником или посредником различных отношений. Система, подчас, является невольным участником различных отношений: внешнего мира и человека, человека с человеком, внешнего мира с внешним миром. Анализируя семантический аспект таких отношений, можно заметить, что они определяют и форму проявления отношений и несколько групп неких обобщенных функций системы: коммуникации и связи, инструмента жизнеобеспечения, орудия жизнедеятельности, средства повышения жизнеспособности человека.

В целом, идея функции системы ведет к модельному представлению самой системы по различным направлениям, например: 1) как препятствие в пространстве, как независимый от живой субстанции (хотя и порожденный ею) неделимый объект в комплексе с процессами жизнеобеспечения, 2) как нечто, связывающее различные явления, события или объекты, 3) как то, что реализует социальные потребности, различные технологии жизнедеятельности человека, 4) как то, что гармонизирует отношения (объединяет) человека с внешней средой (природой и Создателем), 5) для обеспечения оздоровительных мероприятий и т.д.

Функция системы может обрабатываться любой из ее компонент, комплексом сопутствующих инструментальных технических средств или посредством различных потоков сигналов, распространяющихся в системе как целостном материальном образовании. Функция системы может обрабатываться веществом, исполняться энергетическими воздействиями, выражаться сложными вещество-энергетически-организационными отношениями. Функции системы могут проявляться по-разному и восприниматься различно в зависимости от условий среды (или ее локально-организованной части). Поэтому проблема моделирования как все то, что предопределено для оценки эффективности и для обеспечения эффективной реализации функций системы [2, С. 357], имеет концептуальную направленность и представляется двояко:

– в виде концептуального вопроса «как понимать» и «как трактовать», и

– как проблема построения инструментальных средств моделирования, соответствующих выбранной интерпретации концептуальных представлений.

Анализ отмеченных функции системы в аспекте того, *что* определяет возможность организации процесса моделирования функций и *какое* назначение должно быть у соответствующих инструментальных средств моделирования, позволяет выразить содержательную сторону проблематики модельного представления функций в виде таблицы [Табл. 1]. В таблице обозначен перечень принципиальных аспектов моделирования:

– структурных единиц замкнутого контура обмена воздействиями со средой; закономерностей взаимодействия явлений реальной среды или систем; закономерностей преобразования, «поглощения» и формирования воздействий;

– закономерностей воздействия природы на человека; закономерностей процессов самоисцеления; закономерностей восстановления молекулярного состава организма человека, закономерностей процессов достижения состояния комфортности,

– стратегий и процедур регулирования порядка и исполнения функций системы, в том числе процедур организации «интеллектуального» интерфейса.

Если нельзя априорно утверждать, что выделенные закономерности имеют нелинейный характер, то, учитывая возможности системы обуславливаться *совокупностями* обрабатываемых функций и их *различных композиций*, нелинейный характер закономерностей становится очевидным. В этом плане можно говорить о том, что моделирование систем – это, прежде всего, моделирование нелинейных функций, отображающих нелинейный характер закономерностей их функционирования. Вообще говоря, не является неожиданностью факт того, что в нынешний период развития из всего перечня реальной готовностью для организации соответствующих процессов моделирования обладают лишь несколько позиций этого набора. Более всего к ним можно отнести представления: о структурных единицах замкнутого контура обмена воздействиями со средой; о закономерностях преобразования, «поглощения» и формирования воздействий; о процедурах регулирования порядка и исполнения функций системы.

2. Проектирование законов управления: моделирование динамики

Реальные процессы управления могут описываться дифференциальными уравнениями (кратко – диффурами), в которые входят различные нелинейные функции, заранее неопределенного аналитического описания. Принято моделирование (или решение) диффур осуществлять на цифровых вычислительных машинах (ЦВМ) непосредственно в структурах (замкнутого контура) управления или отдельно при их исследовании. Есть следующие веские причины для предварительного построения аналитических описаний любых нелинейных численно заданных зависимостей, входящих в дифференциальные управления:

1) несмотря на то, что в ЦВМ цифровая форма представления данных и реализуется алгоритмический метод их обработки, поточечное задание нелинейностей существенно усложняет процесс моделирования (решения) диффур на ЦВМ, поскольку ограничивает область определения сугубо *своим набором значений* нелинейности. Кроме того, разные нелинейности, входящие в диффуру, могут иметь *различные* наборы дискретных значений, что, в целом, делает процесс решения диффур, попросту, невозможным ни на ЦВМ, ни «вручную»;

2) аналитическое описание определяет динамику внутренних процессов в нелинейности (динамику нелинейности). Именно динамика определяет качество процессов управления, поскольку в левой части диффур производные, а в правой – нелинейности. Разностные отношения как прообразы производных – идеальны для задания динами кривой при возможности: а) абсолютно точного задания значения каждой точки набора (то есть возможности задания значения каждой точки с произвольно заданной погрешностью) и б) при возможности, по существу, бесконечного увеличения количества точек (или бесконечного уменьшения промежутка между точками).

Поскольку в действительности имеются лишь *ограниченные* наборы *конечных* значений, то можно сказать, что разностные отношения как прообразы производных в лучшем случае подходят для «некоторой» оценки динамики нелинейности в точке и спорно их использования для *задания или определения* динамики исходной кривой в целом;

3) трудно сомневаться в том, что только значительное количество точек кривой может отражать структурные качества нелинейности (то есть многообразие ее экстремумов, точек перегиба,

различных степеней производных в нулевых и экстремальных значениях) и ее энергетические характеристики («площадь», «центр тяжести», высокие моменты). Большие объемы массивов исходных данных могут вести к значительным потерям времени обработки, что при работе в реальном времени формирования управляющих воздействий может привести к задержкам и ухудшению качества управления;

4) трудно добиться получения одинаковой точности представления данных конкретного набора точек нелинейности из измерительного тракта далеко не по причинам возможных ошибочных измерений. Поэтому последовательная обработка различных значений может вести к нерегулируемым погрешностям обработки и непрогнозируемым результатам. Кроме того, отсутствует возможность оценки чувствительности формы кривой от ее образующих компонент, в том числе значений точек в виду конкретности, ограниченности и конечности их набора;

Таблица 1. Интерпретация содержательности модельного представления

№	Функции системы	ЧТО определяет возможность процесса моделирования функций	КАКОЕ назначение должно быть у инструментальных средств моделирования
1	2	3	4
1	Функции совместимости со средой	Замкнутый контур обмена воздействиями: «система - внешняя среда – система»; «внешняя среда – система – внешняя среда»; «система – микро-среда – система»; «микросреда – система - микросреда»	Моделирование структурных единиц замкнутого контура обмена воздействиями
			Моделирование среды
2	Функции связи и коммуникации.	Закономерности взаимодействия явлений реальной среды	Моделирование закономерностей взаимодействия явлений
		Закономерности преобразования воздействий	Моделирование закономерностей преобразования воздействий
		Закономерности формирования воздействий	Моделирование закономерностей формирования воздействий
		Закономерности «поглощения» воздействий.	Моделирование закономерностей «поглощения» воздействий
3	Функции по гармонизации отношений человека со средой.	Закономерности воздействия на человека сигналов внешней среды (природы).	Воспроизведение закономерностей воздействия природы.
			Моделирование сигналов
4	Функции повышения жизнеспособности и активного долголетия человека	Закономерности процессов самоисцеления человека	Инструментальные средства конструирования языкового описания закономерностей.
		Закономерности восстановления молекулярного состава организма человека	Средства моделирования процедур питания
		Средства моделирования замкнутого контура обмена воздействиями	
5	Организационные функции	Закономерности процессов достижения состояния комфортности	Инструментальные средства конструирования языкового описания закономерностей
		Стратегии и процедуры регулирования порядка исполнения функций системы	Инструментальные средства организации «интеллектуального» интерфейса

5) аналитическое описание это описание на формальном языке без использования не формализуемых средств естественного языка. В этом смысле различные кусочно-постоянные, кусочно-линейные и, в общем, кусочно-нелинейные, включая сплайны, также относятся к аналитическим описаниям. Однако в точках сочленения кусков происходит разрыв качеств кривой (ее производных). Можно с уверенностью говорить о том, что решение дифуры вблизи таких точек может иметь удиви-

тельные проявления. При этом, чем больше точек сочленения, тем больше таких окрестностей со «странным» поведением результата. В конечном итоге, при значительном числе кусков аппроксимирующей кусочно-нелинейной функции кривая решения диффуры может восприниматься сплошь из участков «странного» поведения. И в таком случае формальные методы для установления участков достоверного вида полученного решения дифференциального уравнения могут оказаться бессильными. Поэтому аналитическое описание, по-видимому, не должно, в общем случае, представлять собой набор «кусочных» формальных моделей.

3. Контроль качества функционирования различных структур системы

Тактика по ослаблению «всеобъемлющего» влияния среды может исследоваться с различных позиций: разработка способов изолирования негативного воздействия среды и создания, так называемых чистых технологических сред; создание условий, при которых возникают, в некоторой степени, партнерские отношения со средой при формировании требуемых управляющих воздействий на объект; создание методик, в которых среда воспринимается как дополнительный сопутствующий объект управления; создание методов, прогнозирующих возникновения пагубных воздействий среды и т.п. [3-6]. При этом каждый подход может иметь разумное объяснение. Однако, оценивая, в общем, возможности воздействия среды, можно отметить, что *внешняя среда имеет существенно большие возможности влияния на реальную структуру системы*, в частности, ее аппаратуру, чем на выходные сигналы как на *результаты* функционирования (структуры) системы.

Как известно, взаимодействующие системы как материальные образования характеризуются своими тремя составляющими, именуемыми веществом (субстанцией), энергией, организацией (ВЭО), которые в своей языковой (лингвистической) детализации могут представляться тривиальным базовым набором: 1) элементной базой, то есть тем, из чего образован (составлена, сформирована, изготовлена) система, 2) внутренними взаимоотношениями (состояниями элементов, отношениями между элементами), 3) внешними взаимоотношениями (система-среда, часть-среда, элемент-среда, структура-среда и т.п., связанное с системой), 4) взаимоотношениями различных типов отношений, 5) языком имитации целостности (функционирования) системы, 6) языком, отражающим информационно-энергетическое взаимодействие системы с внешним миром, 7) видами (типажом) энергий, развивающихся внутри системы и взаимодействующих с внешним миром, 8) закономерностями функционирования системы, 9) законами развития системы, 10) условиями, при которых реализуются законы развития и функционирования.

Каждая система при взаимодействии, прежде всего, как чувствительное устройство воспринимает в той или иной степени ВЭО – составляющие другой системы. Воспринимая или, по-другому, *ощущая* на себе воздействия вещества, энергии и организации (структуры, информации), система может эти ощущения фиксировать (запечатлеть, воспринимать, чувствовать), вероятно, любой комбинацией, любым составом характеристик своего базового набора. Акт фиксации ощущений от воздействий, без сомнения, может пройти либо без изменения *чего-либо* в базовом наборе, либо с изменением *чего-либо* в нем. Если изменения в базовом наборе не произошли, то либо отсутствуют сведения от взаимодействующей системы, либо определенный дефект восприятия каких-то ВЭО составляющих, либо между системами существует препятствие, поглощающее воздействия, и т.д. Изменения в характеристиках базового набора системы означают восприятие информации (новостей) об объекте. Такие изменения – это отражение изменения ВЭО содержимого датчика. Следовательно, *вещественно-энергетически-организационное изменение системы – это целеобразующий принцип ее существования как объективной реальности, как функционирующего материального образования*. Вещественно-энергетически-организационные изменения системы в процессе чувствования могут представляться различными уровнями языкового обобщения, например: как полное разрушение (отказ или ликвидация предмета); как уменьшение жизненного цикла (сокращение времени наработки на отказ, уменьшение срока службы); как невозстанавливаемое частичное разрушение предмета; как сбой; как новое состояние, не ухудшающее показатели функционирования предмета; как новое состояние, характеризующее более высокие возможности предмета и т.д.

Но в любом случае вещественно-энергетически-организационные изменения системы в процессе чувствования, по-видимому, будут осуществляться в разрушительном, созидательном, или разрушительно-созидательном для системы процессе. Это надо, безусловно, признать «природной» функцией системы. Исходя из концептуального представления о том, что развитие (созидание) – это

разрушение предыдущего состояния или предыдущей структуры, можно утверждать следующее: *в относительно малом или относительно значительном разрушении системы и запечатлеваются воспринимаемые сигналы*. Нельзя исключать и того, что само *разрушение* может быть следствием процесса чувствования, и оно может не иметь прямого отношения к *отображению* сигнала.

Таким образом, для связки «система-система» существенно важным является организация процессов оценки того: 1) на сколько в процессе восприятия и чувствования в системе изменяется («нарушается») ее содержимое, изменяется ее долговечность, качество функционирования и, в целом, качество исполнения ею своего предназначения, своих целевых функций, 2) на сколько в процессе взаимного чувствования в системах изменяется характер взаимодействия друг с другом, систем с их средами, на сколько изменяются от этого системы и их среды, словом, на сколько, в конечном счете, нарушается баланс обменных процессов систем со средой.

С одной стороны, внешняя среда имеет существенно большие возможности влияния на реальную структуру системы, чем на выходные сигналы как на результаты ее функционирования. С другой, – принципиально важным являются оценки того, на сколько, по существу, изменилась структура системы в каждом «акте» процесса взаимодействия систем, поскольку от этого зависит реальность (достоверность) восприятия и, в конечном итоге, эффективность взаимодействия, в частности, управления. Поэтому процесс оценки «качества» (*целостности*) структуры системы является существенно важным как для самой структуры системы, так и всех процессов, в которых система принимает участие. При организации систем управления подобные процессы составляют содержание *функции контроля* (проф. Файоль А., 1924 [7], акад. Глушков В.М., 1972 [8]) в общем контексте основных задач автоматизированных систем управления, именуемых оперативным управлением, контролем, учетом и планированием.

Таким образом, с системных позиций *функция контроля структуры системы является ее структурообразующей функцией*. Без текущей систематической оценки качества «функционирования» структуры, то есть оценки ее соответствия своей начальной «содержательности» или соответствия некоему своему изначально или текуще выбранному «эталону» не может быть уверенности в нормальном функционировании системы как системной компоненты. Другими словами, без «структурной» функции контроля реальность восприятия системой *сомнительна*. Структурообразующее назначение функции контроля отражает факт того, что при любой своей конкретизации структура системы должна иметь элементы и отношения, осуществляющие операции проверки и оценки компонент структуры на соответствие заданным эталонам.

Конфигурация системы образовывается множеством элементов и блоков (чипов) с различным целевым назначением. Естественно полагать, что количество структур, образующихся на этих блоках и элементах, ограничено (конечно), а множество входов и выходов обозримо. Тогда каждая структурная композиция может быть охарактеризована законами изменения (функциями) выходных параметров от входных по соответствующим выходам и входам структуры. Назовем эти законы для определенности *переходными характеристиками*. В идеальных условиях *переходные характеристики* имеют соответствующие *исходные функциональные представления* (аналитический вид исходных функций). При функционировании приборов, оборудования и прочих технических средств в условиях сложно контролируемой среды происходит ухудшение параметров технических средств и как результат – текущее изменение *переходных характеристик* (текущих функций). Сравнение исходных *переходных характеристик* (исходных функций) с текущими *переходными характеристиками* (текущими функциями), очевидно, позволяет делать квалифицированное заключение о качестве функционирования технических структур (средств) [9]. Для осуществления подобных сравнений с учетом независимости от возможных объемов числового материала текущих переходных характеристик все переходные характеристики должны иметь аналитическое описание. Исходным материалом для построения аналитических выражений являются массивы данных (точек) переходных характеристик, зафиксированных соответствующей аппаратурой аналого-цифрового преобразования конкретной контролируемой структуры системы, и методология теории аппроксимации.

4. Системное предназначение «нелинейностей» и «неадекватностей»

Термины *пропорциональность* и *линейность* несут похожую семантическую нагрузку. Все, что образуется не посредством линейных преобразований, что ведет к непропорциональным соотношениям как в частностях, так и в целом, относят к категории нелинейных преобразований или име-

ную нелинейностями. Не планируемые нелинейности в тактах передачи и восприятия квалифицируются как *искажения*. Неучтенные нелинейности в регуляторе вносят вклад в формирование *неадекватных* управляющих воздействий. Неконтролируемые нелинейности исполнительных механизмов создают условия *бесполезности* информационных процессов (законов, методов или алгоритмов управления).

Человек воспринимает лишь *проекцию* явления объективной реальности на свою пяти или шести «координатную (чувственную) сетку». Создаваемые средства технического оснащения (приборное оборудование) увеличивают возможности чувствования и восприятия *в рамках концептуальных представлений* [10,11] человека об исследуемом или управляемом явлении. Именно в тех рамках, которые и обусловили создание соответствующих приборов. Нелинейности и неадекватности концептуальных представлений (моделей) лежат в основе организуемых процессов управления, проектирования и исследования (изучения, экспериментирования).

Опыт познания формируется чувственными и смысловыми (этническими) компонентами (средствами) естественных языков. Самостоятельно ни этнические языки, ни отдельно языки чувственного восприятия и выражения не могут обладать полнотой описания явлений объективной реальности. Языки чувственной ориентации только изредка фиксируемы техническими средствами. Нелинейности и неадекватности представления (описания) одной из компонент языка также как и в случае концептуальных моделей существенно влияют на организуемые процессы управления.

Наиболее принятая в настоящее время форма отображения (фиксирования) языков чувственного восприятия и выражения – это описание или отображение чувственных образов на искусственных «языках» (дифференциальные управления, функциональный анализ, теория сигналов, обобщенные функции и т.д.). Конструктивно выразительные средства этнического языка определяются его семиотическими основами. Непрерывность лежит вне этнического языка в области смысла, духовной интерпретации и т.п. Искусственные «языки» семиотически выражают (описывают) непрерывные явления, воображаемые (абстрактные) или воспринимаемые органами чувств или соответствующими средствами технического оснащения. По-видимому, без них невозможна фиксация явления объективной реальности в том объеме, который доступен человеку, и в том качестве *непрерывности*, которое характерно действительности.

Внешняя среда, являющаяся *реальным* партнером и объекта управления и управляющего устройства, вносит свой вклад в создание различных неконтролируемых, непрогнозируемых и имеющих негативный оттенок «нелинейностей» и «неадекватностей» в закономерности функционирования объектов и систем управления, в целом. Внешняя среда явно или неявно, навязывая человеку свой «ритм», втягивая его деятельность в свои закономерности взаимодействия, предоставляет ему и «свои» критерии оценки качества результатов его деятельности, его функционирования. Если это является ключевым моментом обеспечения протокола общения среды и человека в ней в процессе деятельности, в процессе его участия в системах управления инженерными объектами, то роль среды в формировании непрогнозируемых нелинейностей трудно недооценить.

Спектр «фундаментальных нелинейностей и неадекватностей» порождается и процессами целеположения, осуществляемыми человеком для надления (проектируемой) системы управления конкретной целью [12,13]. Целеположение основывается на общественно значимой духовной оценке качества самого процесса существования человека (критериальность цели); выражается в виде желаемых образов будущих результатов деятельности, которые определяют характер процесса деятельности (желаемость и множественность цели); представляется в виде следствия предшествующих действующих причин (причинность цели); является объективно существующими отношениями, определяющими возможные направления изменения и развития процессов деятельности (объективность и описательность цели).

Общественно значимые духовные оценки качества какой-либо деятельности проводятся ради будущей деятельности и характеризуются: а) ограничением многосмысленности и многовариантности понимания этой деятельности, ее места и роли в жизни сообщества, б) процессом формирования требуемого понимания того, как трактовать результаты этой деятельности в аспекте их возможных воздействий на общественную жизнь, в) процессом подготовки специалистов (экспертов) для выполнения функций оценивания самой деятельности. Эти положения ограничивают концептуальность индивидуума. Целеполагание наделяет *экспертным характером* выбор концептуальных воззрений (моделей), а коллективы, как и отдельные личности, не избавлены от заблуждений.

Целеположение как желаемые образы будущих результатов деятельности имеет особенности. Каждый индивидуум будет иметь свою череду образов результатов деятельности. Выстраивается ряд поэтапных желаемых образов результатов деятельности: очень близких, близких, далеких и образов далекого будущего. Для различных специалистов эти ряды могут различными. Более того, возможны социально сформированные ряды собирательных образов. Реально наличие параллельных прогнозирующих процессов как одновременно существующих рядов желаемых и текуще ожидаемых образов результатов деятельности. Кроме того, нельзя исключать и ряды образов будущих результатов деятельности, которые, образно выражаясь, желаемы средой, а не человеком.

Проявлением причинности цели, ее причинно-следственной обусловленности является: а) наличие начального целеположения, *не обусловленного* причинно-следственными отношениями, б) наличие связанного множества (последовательности, совокупности) целей, соотносимых с начальным целеположением и друг с другом как реализованных причинно-следственных отношений, в) порождение причинно-следственных отношений взаимодействием конкретной формы деятельности со средой, в которой она возникает, формируется и развивается, структурой и закономерностями конкретной деятельности, начальным целеположением и всей ранее полученной совокупности конкретных целей.

Естественным проявлением причинно следственной обусловленности является значительное влияние различных известных теорий и представлений на формирование концептуальных взглядов при изучении новых явлений. Фактически *непредвзятое построение модели нереально*. Вопрос, по-видимому, в том, *на сколько сильно* создаваемая концептуальная модель бессознательно и, возможно, необоснованно зажата рамками известных моделей (теорий, языков) и к какой степени неадекватности восприятия обстоятельств это приводит.

Объективность и описательность цели указывает на реальность существования наиболее подходящей концептуальности и последовательности соответствующих прогнозирующих процессов в каждой реальной обстановке. Однако «наиболее подходящая концептуальность» – достаточно относительна в сознании различных специалистов. Она может представляться единой методикой понимания и трактовки, «распределенной методикой» понимания и толкования, действующей в различных узлах структуры системы управления, но составляющей «единую» техническую «идеологию» концептуальности, «распадающейся методикой», кающейся не столько структуры реального объекта, сколько его функциональных проявлений и т.д.

Особенности целеположения вносят вклад в возникновение различных начальных погрешностей, по существу, неподдающихся корректированию в процессе деятельности.

Одной из важных причин [12,14], определяющих исходные позиции при разработке методик управления, является потребность в знаниях о превентивном оценивании степени воздействия управляющего сигнала на объект управления. Любые превентивные оценки для объекта управления, управляющего устройства и той внешней среды, в которой взаимодействуют объект и устройство и которая каким-то образом участвует в этом взаимодействии, обуславливаются и основываются, по крайней мере, на трех факторах:

- 1) на степени полноты восприятия сигналов (воздействий) от партнеров для того, чтобы сформировать (представить) возможные (ожидаемые) результаты своего воздействия на партнера,
- 2) на степени правильности (адекватности) формирования сигнала для воздействия на партнера по результатам превентивной оценки своих действий,
- 3) на степени соответствия ожидаемых закономерностей функционирования партнера его реальному поведению (адекватность как соответствие между реальностью и моделью).

Поскольку адекватность, в общем, относительна и носит ситуационный и временной характер, представляется рациональным сделать изначально акцент не столько на обеспечении априорной адекватности модели или сигналов сколько на проработке подхода по корректированию (подправлению) начальных моделей или воспроизводимых качеств сигналов по результатам активного взаимодействия объекта, устройства управления, среды и человека в процессе функционирования. При этом, по-видимому, нельзя исключать возможность оценивания результатов по тенденциям их изменения при различных степенях адекватности. В известной мере – это наиболее реальный взгляд на обработку обстоятельств, обуславливающих и определяющих появление «нелинейностей» и «неадекватностей» раздела превентивного оценивания.

Практика построения систем управления показывает значительную зависимость устройства

управления от полноты восприятия сигналов от объекта и среды, а также от содержания формируемого для воздействия на объект сигнала. В тех случаях, когда это касается непрерывных физически фиксируемых сигналов, вопросы восстановления сигналов по ограниченному множеству их признаков в реальном времени процессов управления представляются достаточно актуальными и для методологии проектирования. В частности это касается моделирования воздействий (сигналов) и структурных единиц контура управления. Принято закономерности преобразования и формирования сигналов выражать различными нелинейными характеристиками отдельных составных частей системы или системы как целостного образования. В этом плане вопросы моделирования воздействий – это вопросы моделирования нелинейностей отдельных компонент структуры.

Таким образом, «нелинейности» и «неадекватности» во всем их видимом многообразии не являются сопутствующими явлениями информационно-энергетических процессов, развивающихся в материальных образованиях «система управления – объект – среда». Они, по существу, играют роль *структурно образующих компонент*. Исходя из этого, становится очевидной научная необходимость создания методологии языкового представления (описания) нелинейностей для структур управления.

Материализация образов – это моделирование мысленных и языковых образов этнического и чувственного выражения возможностями объективной реальности. Несмотря на охват концептуальных и языковых моделей, и всего того, что принято соотносить с ними [1,10,11], моделирование основано на языковом представлении (описании) явления. Языковое представление (описание) – это обязательный этап («мостик») в процессах материализации (образов) и, в частности, в процессах технического и промышленного воплощения (идей, методов и теорий). Поэтому становится очевидной и техническая целесообразность создания методологии языкового представления (описания) нелинейностей для *структур управления*.

5. Потребности вычислительной математики

Обычно, при вычислении оператора L , действующего в некотором множестве функций $f(x)$, основываются на следующих рассуждениях. Результат $L[f(x)]$ ищут (если L – линейный оператор) исходя из данных в узлах значений функции и ее производных, например, в виде формулы:

$$L[f(x)] = a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2) + \dots + a_n f(x_n) + b_1 f'(x_1) + b_2 f'(x_2) + \dots + b_n f'(x_n) + \\ + k_1 f^{(k-1)}(x_1) + k_2 f^{(k-1)}(x_2) + \dots + k_n f^{(k-1)}(x_n). \quad (1)$$

Пусть для простоты в (1) имеются лишь значения функции, то есть только коэффициенты a_i . Пусть используется приближение многочленом и требуется точное совпадение его с данными значениями в узловых точках. Тогда для определения коэффициентов a_i используется три метода. Первый состоит в нахождении приближающего многочлена и применении к нему оператора L ; это направление аналитической замены. Второй заключен в том, чтобы разложить $f(x)$ в ряд Тейлора, подставить разложение в левую и правую части (1) и приравнять коэффициенты при одинаковых производных, подобно тому, как это делается, например, при выводе формулы Симпсона. Третий метод требует, чтобы формула была точной для последовательности функций $f(x) = 1, x, x^2, \dots$ до возможно более высокой степени.

«Однако при решении конкретной задачи метод аналитической замены, при котором в первую очередь строится приближающая функция для исходных данных, часто бывает лучше, так как он дает возможность получающему результаты видеть своими глазами, какая именно аппроксимация проводится» [15, С. 93]. В общем, в численных методах наиболее часто выделяются два раздела: I) есть массивы данных, которые участвуют в реализации некоторых операторов (интегрирования, дифференцирования, интерполяции, нахождения нулей и пр.). Чтобы исполнить операторы необходимо численный материал заменить такими аналитическими описаниями, применение к которым требуемых операторов возможно известными средствами, II) есть оператор L , действующий в некотором классе функций $f(x)$ сложного (трудно воспринимаемого) аналитического вида. То есть $f(x)$ имеет такой аналитический вид, что $L[f(x)]$ нереализуем традиционными формальными средствами. Для получения практического результата действия операторов эти функции заменяются функциями более простого аналитического описания, применение к которым требуемых операторов возможно известными средствами. Таким образом, в обоих разделах решение проблемы описания нелинейностей является существенно важным фактором для построения эффективных численных методик.

Заключение

В работе предложена мысль о системном характере потребности и системных источниках моделирования нелинейностей.

Моделирование нелинейности – это не просто решение формальной задачи аппроксимации, это *компромисс*, по меньшей мере, между: а) способами восприятия (фиксирования, сохранения, измерения) в границах более широкой исследуемой проблемы, обусловленной концептуальными представлениями человека-исследователя, б) семиотическими формами представления результатов восприятия, в) способами конструирования аппроксимирующих функций и г) критериями близости.

Потребность раскрытия этого компромисса, по-видимому, непреходящая необходимость, связанная и обуславливающая некоторый симбиоз дедуктивной (формального вывода) и индуктивной (интуиции) компоненты моделирования. Она не может быть реализована только формальными методами теории приближения. Адекватные методы должны отражать или воплощать *формальные и экспертные знания*, быть интерактивным выразителем дедуктивной и интуитивной составляющих всего процесса моделирования.

Список литературы

1. Чулков В.О. Инфография. Курс лекций. – М.: МИСИ, 1991. – Ч.1, Ч.2. – 20 п.л.
2. Скурихин В.И. Системотехника // Энциклопедия кибернетики. – Киев: Гл. ред. укр. сов. энц., 1975. – Т. 2. – С. 356-359.
3. Лукичев А.В. Технологические среды // Электроника: энциклопедический словарь. – М.: Сов. энц., 1991. – С. 547.
4. Автономов В.Н. Создание современной техники. Основы теории и практики. – М.: Машиностроение, 1991. – 304 с.
5. Веригин А.Н., Малютин С.А., Шашихин Е.Ю. Химико-технологические агрегаты. Системный анализ при проектировании. – СПб.: Химия, 1996. – 256 с.
6. Раков В.И. К вопросу о возможностях моделирования информационно-технических структур современных зданий средствами традиционного управления. // Совр. пробл. строит. материаловедения. Материалы Седьмых академических чтений РААСН / БелГТАСМ. – Белгород, 2001. – Ч.2. – С.243-248.
7. Файоль А. Общее и промышленное управление. – Л-М.: Книга, 1924.
8. Глушков В.М. Введение в АСУ. – К.: Техніка, 1972. – 310 с.
9. Раков В.И., Гашо Е.Г. К обоснованию целесообразности структурной оценки качества функционирования технических средств АСУТП // Управление качеством: Труды региональной научно-практической конференции. – Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2003. – С.82-90.
10. Раков В.И. О семантике понятий «модель» и «моделирование» // Синергетика в совр. мире: Сб. докл. Межд. науч. конф. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2000. – С. 82-87.
11. Раков В.И. О роли концептуальной модели в процессах моделирования // Синергетика в совр. мире: Сб. докл. Межд. науч. конф. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2000. – С. 107-112.
12. Раков В.И. О реальности построения инженерной методики прогнозирования на основе причинной модели. – Белгород. – 72 с. – Деп. ВИНТИ от 1 апреля 1998 г., N 958-В98. – С.59.
13. Константинов И.С., Веригин А.Н., Раков В.И. Лингвистическое прогнозирование в структурах управления. – СПб.: Изд-во гос. ун-та, 1998. – 165 с.
14. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления. – М.: Машиностроение, 1996. – 446 с.
15. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров: Пер. с англ. / Под ред. Р.С. Гутера. – 2-е изд. – М.: Наука, 1972. – 400 с.

УДК 004.514

Тузов В.О., студент

(Орловский государственный технический университет)

г.Орел, тел. (4862) 761910; e-mail: stuzov@yahoo.com; rakov2000@hotmail.com

О СТРУКТУРЕ ОПЕРАЦИОННОЙ СРЕДЫ АППРОКСИМАЦИИ

The possibilities of structure building of application packages for an approximation of non-breaking functions are being discussed.

Все явления в природе, как правило, можно описать при помощи дифференциальных уравнений. Однако при исследовании объекта или процесса часто возникает проблема, связанная с нелинейностью его измеренных и зафиксированных характеристик. В большинстве случаев аналитическое представление нелинейностей, требуя значительных затрат времени и усилий, отличается исключительной сложностью и громоздкостью. В результате чего решение дифференциальных уравнений, в которые входят эти нелинейности, зачастую крайне затруднено в силу методологических проблем и сложностей организации вычислительных процессов. По-видимому, наиболее удачный выход из этой ситуации – это использование моделирующих программных продуктов, позволяющих с заданной точностью приблизить исходную нелинейность, сделав из нее как можно более простую с вычислительной точки зрения функцию.

Основными достоинствами подобных систем моделирования являются возможности графического представления полученных результатов с использованием средств машинной графики, всевозможные корректировки и преобразования полученного изображения, что позволяет определить достаточность проделанной работы зрительно, не прибегая к вычислению остаточных членов, вычислению отклонений и другим аналитическим методам оценки близости [1-4]. Однако на практике зачастую бывает недостаточно использование визуализации отдельных значений функций. При создании моделирующих пакетов программ должно выполняться еще одно существенное требование: система должна позволять сравнивать и анализировать поведения зависимостей [5].

Существует достаточное количество различных профессиональных программных продуктов, позволяющих производить моделирование нелинейных характеристик [2, 4, 6, 7]. Как правило, каждый из них обладает значительным набором функций аппроксимации и визуализации [8]. Однако следует отметить, что наличие функций контроля в них за качественной стороной организуемых процессов аппроксимации крайне ограничено. Так, например, математический пакет Maple, разработанный компанией Waterloo Maple, Inc. (ядро символьных вычислений которого используют также такие математические пакеты, как MathCad и MathLab), способен выполнять различные виды приближений: аналитически заданных функций, табличных значений, сплайн-интерполяция и обладает широкими возможностями визуализации. Однако первые два вида аппроксимаций, используемых системой Maple, не обеспечивают качественной близости реальной и смоделированной зависимостей, а сплайн-интерполяция, в свою очередь, определяет лишь набор кусочных функций, описанных на каждом участке отдельным полиномом [9].

Табличный процессор Microsoft Excel, разработанный компанией Microsoft, и поставляющийся в составе пакета офисных приложений Microsoft office, также обладает встроенными инструментами моделирования, использующими регрессионный анализ, позволяющий оценить степень связи между переменными, предлагая механизм вычисления предполагаемого значения переменной из нескольких уже известных значений. Однако такой метод имеет слабые возможности оценки поведенческой близости рассматриваемых детерминированных зависимостей.

Вышеописанные недостатки упомянутых систем упираются в желание разработчиков подогнать моделирование всех классов нелинейностей под единый стандарт, что, естественно, порождает определенное количество тупиковых ситуаций и несоответствий реальности полученным результатам. Таким образом, до настоящего времени создание системы моделирования нелинейностей остается достаточно актуальным вопросом.

1. Контуры требований

Прежде чем приступить к непосредственной разработке подобного программного обеспечения, целесообразно отграничить круг будущих возможностей системы для последующей их реализации.

Обычно аппроксимация определяется методикой приближений [10-12] и формулируется в виде списка требуемых к исполнению функций:

- 1) вычисления значений интерполяционных полиномов Лагранжа или интерполяционных тригонометрических полиномов в форме Гаусса по введенным данным;
 - 2) нахождения ошибки (погрешности) приближения;
 - 3) языкового представления упомянутых полиномов: а) с индексированными переменными;
- б) в виде массива числовых значений;
- 4) экспорта текстовых файлов с информацией о виде полинома и исходных данных.

При организации интерактивных процессов отмеченные функции расширяются возможностями [5, 13]:

- 5) автоматизированного ввода исходных данных с редактированием входных данных;
- 6) графического представления интерполяционных полиномов;
- 7) автомасштабирования при графическом отображении;
- 8) назначения узлов интерполяции;
- 9) выбора координат точек и их свойств с использованием ресурса компьютера, в частности «мыши»;
- 10) контроля недопустимых значений;
- 11) отображения координат курсора мыши для более точного позиционирования точек.
- 12) сдвига графика (с системой координат) по координатным осям;
- 13) раздельного масштабирования по координатным осям и простейшего авто- масштабирования;

14) ведения журнала действий и реализация механизма отката на основные операции с исходными данными.

Иногда, опыт моделирования показывает [14], что эффективность процесса машинного приближения может быть связана с наличием:

- 15) одновременного отображения исходной, аппроксимирующей функции и функции отклонения (функции ошибки);
- 16) возможности экспорта изображений в текстовые файлы и экспорта и импорта исходных данных программы и ее настроек;
- 17) расширенных возможностей по управлению графическим представлением совокупности отображаемых данных: а) с масштабируемой, убираемой линейки по осям координат; б) с координатной сеткой управляемого размера клетки; в) с гибкостью изменения цветовой гаммы (темные/светлые тона); г) с заданием и графическим отображением апертур интерполирующих функций (как погрешностей аппроксимации); д) с возможностью экстраполяции; е) с представлением интерполирующих функций в виде линии или в виде криволинейной трапеции.

Несмотря на широту отмеченных требований 1-17, они не охватывают представлений о важнейшем функционале системы моделирования: механизме конструирования схемы моделирования под конкретные потребности приложения. В частности, о конструировании интерполяционных процессов, например, подобных процессам Фейера или С.Н. Бернштейна [12].

Соответственно система должна обладать возможностями графического представления всего процесса полученного решения. Существенно важная роль должна быть также отведена функции контроля правильности проведения процессов моделирования, например, в виде оценки результатов на каждом этапе проектирования нелинейности. В итоге система должна обеспечивать автоматизацию усилий человека, направленных на решение основных проблем, возникающих в ходе моделирования некоторого явления.

Таким образом, исходя из вышестоящих рассуждений, можно сформировать содержательность основных требований к системе в следующем виде:

- 1) возможность построения интерполяционных полиномов с использованием традиционных формул,

- 2) возможность конструирования интерполяционного процесса,
- 3) возможность контроля недопустимых значений,
- 4) визуализация проводимых процессов и получаемых результатов,
- 5) возможность документирования реализуемых процессов,
- 6) возможность визуальной и точной (численной) оценки поведения и близости функций.

2. Структура программы

Программа состоит из двух основных взаимодействующих частей: ядра и управляющей оболочки.

Ядро программы составляют функции построения интерполяционных полиномов, вычисления их значений, вычисления значений отклонений, интерпретации строковых выражений, предварительной обработки входных выражений и числовых данных. Управляющую оболочку составляют функции хранения, изменения и сохранения входных и выходных данных, визуализации, манипулирования графическим изображением (рисунок 1).

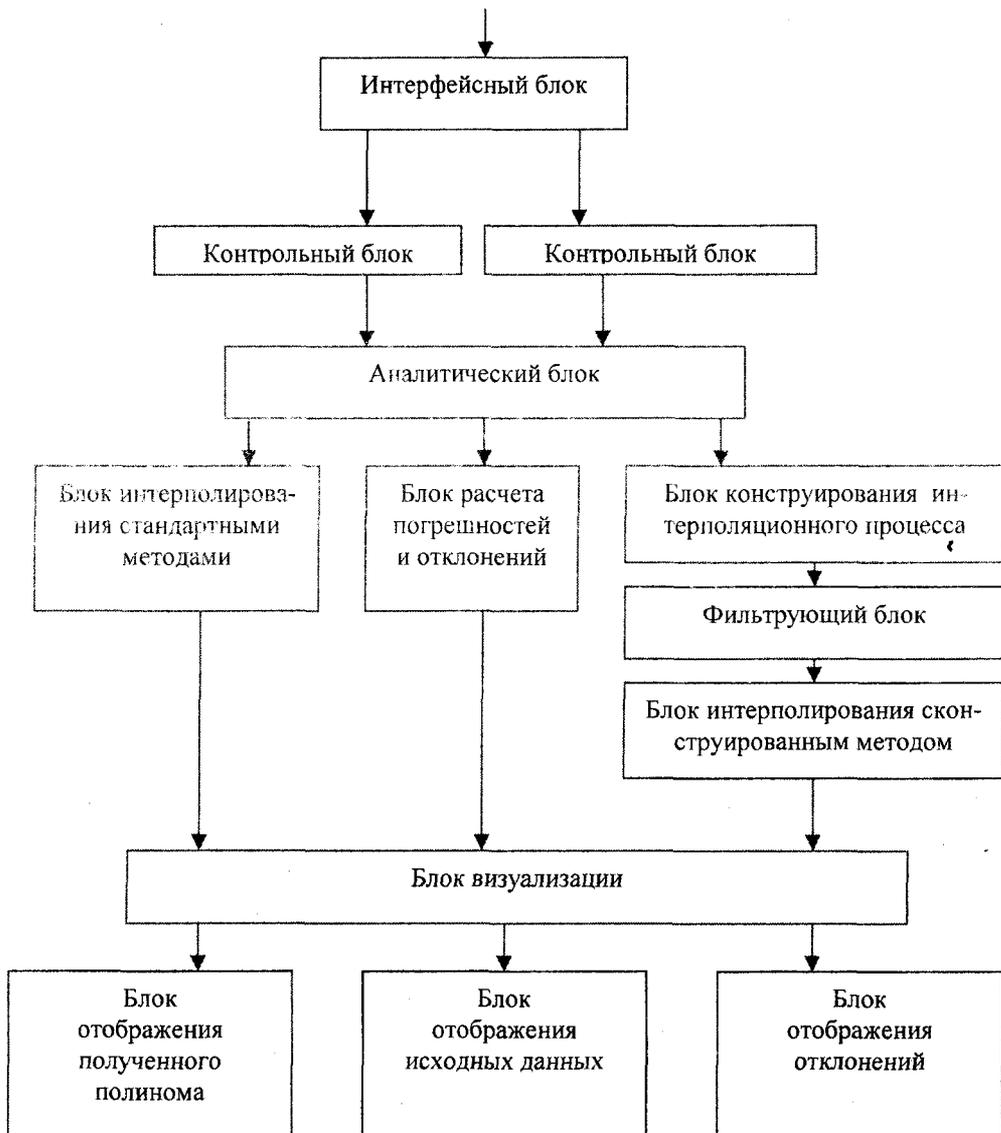


Рис. 1. Структура программы

Интерфейсный блок обеспечивает задание исходных данных, их модификацию и сохранение. Воспринимает два основных потока данных – аналитические и визуальные. Производит обработку графических входных данных, приводя их к аналитическому виду.

Контрольные блоки производят корректировку входных данных, проверяя их синтаксически

и семантически. В случае полного несоответствия данных требованиям ядра и невозможности исправить их происходит отказ от их дальнейшей обработки

Аналитический блок, по сути, является ядром системы, оценивает дальнейшие действия по обработке данных, решая, какому из следующих блоков передать управление.

Блок интерполирования стандартными методами фактически разбит на несколько блоков, при этом их количество может изменяться с добавлением или удалением стандартных методов интерполирования. Производит вычисления по стандартным схемам.

Блок расчета погрешностей и отклонений обеспечивает аналитическую оценку количественных характеристик полученных зависимостей и сравнение их с исходными наборами данных.

Блок конструирования интерполяционного процесса, по сути, производит формирование будущего интерполяционного полинома

Фильтрующий блок производит модификацию сконструированного полинома, а в частности, транслирует его в синтаксис более подходящий для дальнейшей работы. По сути, обеспечивает интерфейс для компилятора выражений.

Блок интерполирования сконструированным методом производит вычисления по смоделированной схеме.

Способ интерпретации строковых выражений использует внешний компилятор, запускающийся как отдельный процесс, именно это и является основным фактором, заметно тормозящим основные вычисления. Наверное, удачным решением данной проблемы было бы использование интегрированного интерпретатора. Однако разработка достаточно мощного интерпретирующего механизма является довольно сложной задачей [15].

Блок визуализации производит действия по подготовке выходных данных к дальнейшему их отображению и принимает решение, какому из следующих блоков их следует передать. А также обеспечивает: подготовку рабочего поля вывода графической информации, манипулирование графическими представлениями процессов (их масштабирование, сдвиг и т.д.).

Блоки отображения полученного полинома, исходных данных и отклонений, по сути, выполняют сходные функции, заключающиеся в визуализации уже подготовленных входных (в виде графиков исходных зависимостей или табличных значений узлов интерполирования) и выходных (в виде непрерывных графиков отклонений, дискретных значений отклонений для отдельно взятого узла, графиков результирующих полиномов).

Поскольку структуру системы дополняет компилятор компании Borland- DCC32.exe, распознающий синтаксис языка программирования Object Pascal, потребовались методы работы с внешними процессами операционной системы, также реализованные в виде отдельного блока, не включенного в структурную схему (рисунок 1), поскольку они являются лишь инструментами, но не дополняющими структуру системы механизмами.

При проектировании системы были предусмотрены возможности расширения ее функциональности, которое в дальнейшем может осуществляться путем добавления новых методов интерполирования. При этом минимальных изменений потребует лишь класс взаимодействия. В качестве основополагающего принципа был выбран принцип Объектно-ориентированного подхода (ООП) [16]. Благодаря инкапсулированности основных классов, модификация методов одного из них не повлечет за собой изменений остальных.

3. Пользовательский интерфейс

Внешне система выглядит как набор взаимосвязанных окон, основными из которых являются 1) окно ввода исходных данных в алфавитно-цифровом виде 2) окно визуального отображения результатов проделанной работы (рисунок 2).

Ввод исходных данных. Окно для ввода исходных данных (рисунок 3) имеет страничную структуру и состоит из ряда вкладок (страниц) на каждой из которых реализуются функции ввода данных для построения конкретного полинома.

Каждая страница в свою очередь разбита еще на две вкладки. Вкладка под заголовком «Ручной ввод» обеспечивает ручной ввод исходных данных, то есть ввод при помощи клавиатуры каждого узла в отдельности с автоматической их сортировкой по значению аргумента.

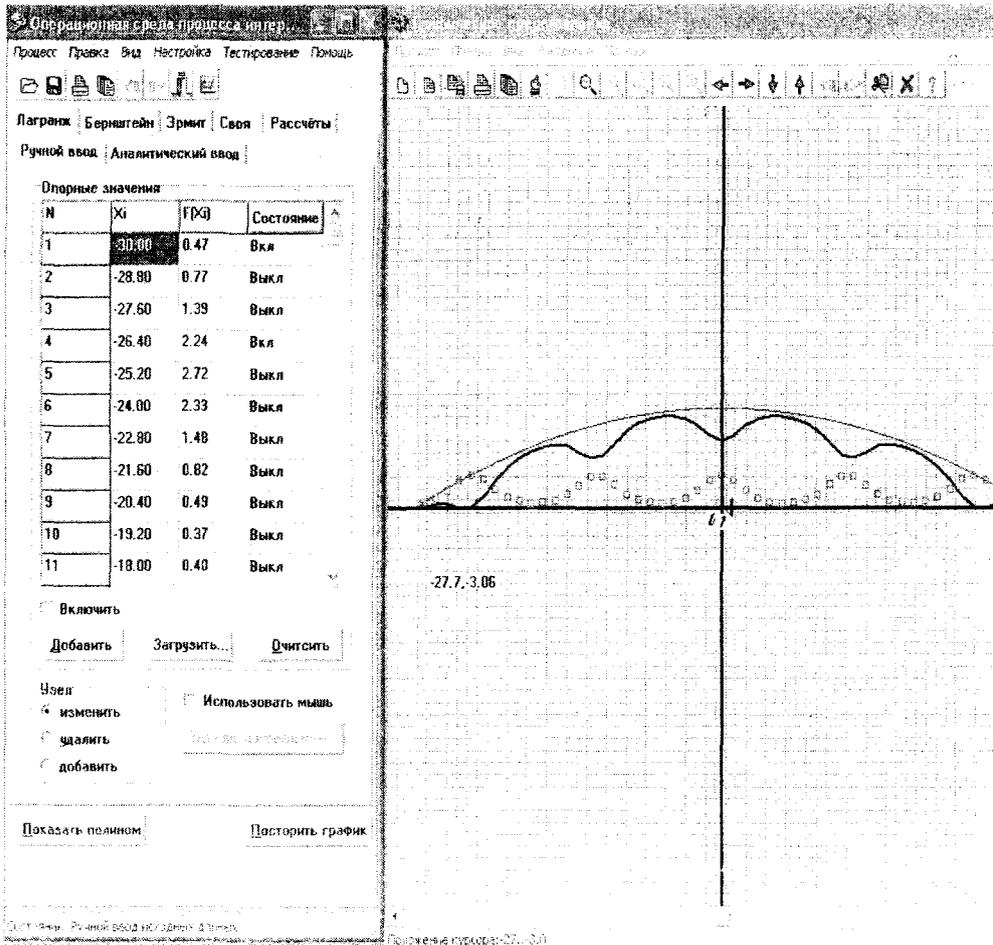


Рис. 2. Внешний вид операционной среды процесса интерполирования,

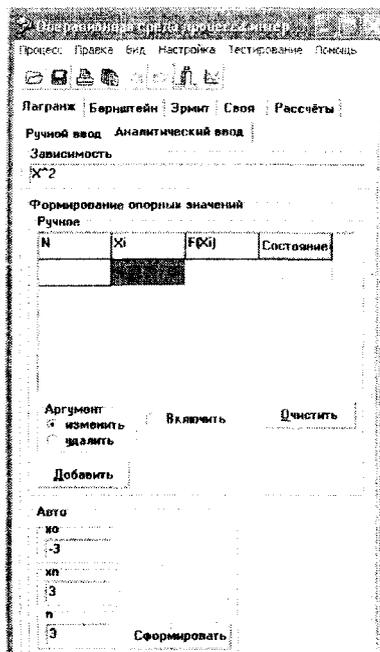


Рис. 3. Окно ввода данных

При этом введенные данные фиксируются в таблице состоящей из четырех колонок: 1»N», 2»Xi», 3»F(Xi)», 4»Состояние» – содержит данные о включении или исключении узла из списка тех, что принимают участие в построении полинома, и синхронное отображение введенных узлов в окне графического вывода

При этом ячейки четвертой колонки являются активными – при щелчке по одной из них происходит переключение состояния соответствующего узла (вкл./выкл.).

Данная вкладка также содержит компоненты, управляющие графическим вводом данных, при этом непосредственный ввод осуществляется в графическом окне при помощи мыши.

При «взведении» флажка с заголовком «Использовать мышь» включается режим графического ввода и становится доступным окно задания погрешности графического ввода (рисунок 4), активизирующегося по нажатию на кнопку «Задание погрешности...»

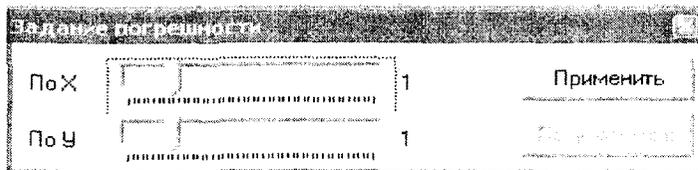


Рис. 4. Окно задания погрешности

Вкладка под заголовком «Аналитический ввод» реализует функции аналитического ввода данных, то есть автоматической генерацией системой опорных узлов при задании исходной зависимости. На данной вкладке также располагается таблица, фиксирующая введенные данные.

Аналитический ввод может осуществляться двумя способами: а) автоматическая генерация опорных узлов и количества разбиений данного интервала, б) автоматическая генерация отдельного значения исходной зависимости при задании отдельного значения аргумента. Введенные данные также синхронно отображаются.

При отображении опорных узлов происходит их автоматическое масштабирование, благодаря которому все они постоянно находятся в видимой области и максимально занимают ее полезную площадь.

Окно ввода также содержит ряд дополнительных управляющих элементов:

Главное меню, содержащее следующие пункты: «Процесс», «Правка», «Вид», «Настройка», «Тестирование», «Помощь».

Пункт «Процесс» отвечает за сохранение, очистку, документирование, распечатку текущего документа, загрузку ранее сохраненного, и начало нового документа.

Пункт «Правка» отвечает за отмену и возврат ранее отмененных действий.

Пункт «Вид» отвечает за настройку внешнего вида окна (скрытие и активацию панелей).

Пункт «Настройка» отвечает за настройку параметров системы (точность вычислений или количество знаков после запятой, включение/ выключение режима автомасштабирования, описанного выше, и т.д.).

Пункт «тестирование» отвечает за тестирование полученного полинома.

Пункт «помощь» содержит руководство по использованию системы и информацию об ее разработчике.

Моделирование. Кнопка «Построить график» отвечает за визуальное отображение полученного полинома и после ее нажатия происходит автоматическая перерисовка графика при последующем добавлении опорных узлов.

Кнопка «Показать полином» отвечает за аналитическое отображение полученного полинома и при ее нажатии происходит отображение окна, содержащего полученную зависимость (рисунок 5).

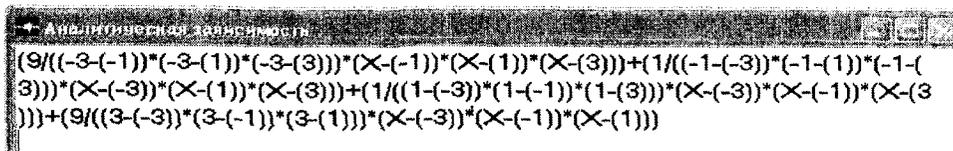


Рис. 5. Окно аналитического отображения полученного полинома

Панель быстрого доступа содержит основные функции главного меню.

Графический вывод (рисунок 6). Основным предназначением данного окна является графическое отображение аналитических зависимостей. Оно также содержит ряд управляющих элементов:

- главное меню частично повторяет функции главного меню окна аналитического ввода, однако реализует и некоторые функции управления средой графического отображения (масштабирование и сдвиг по осям, настройку параметров графической среды),

- панель быстрого доступа содержит основные функции главного меню,

- всплывающее меню (рисунок 7). Оно активизируется при правом щелчке мыши, если указатель находится над одним из узлов и содержит следующие пункты: «удалить» – удаление текущего узла из списка; «включить» – включение текущего узла в список опорных узлов интерполяции; «выключить» – исключение текущего узла из списка опорных узлов интерполяции; «отклонение» – включает/выключает режим численного отображения значения отклонения для данного узла.

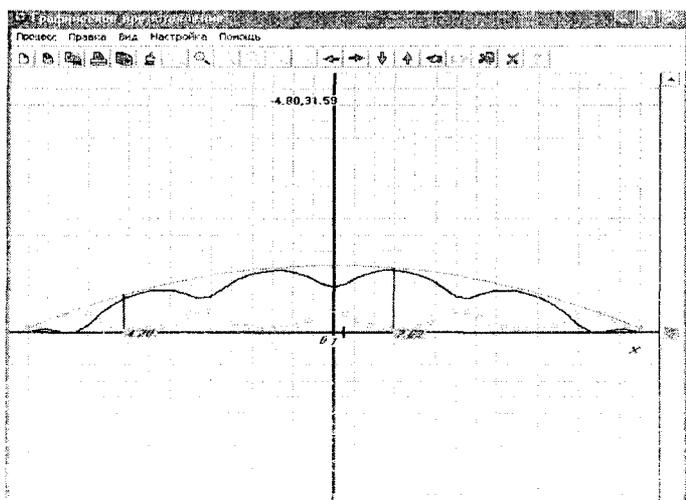


Рис. 6. Окно графического ввода/ вывода

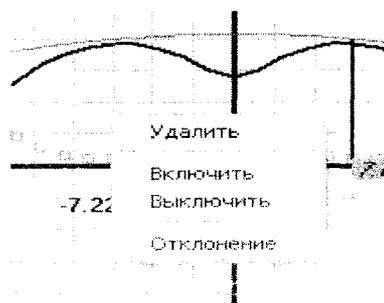


Рис. 7. Всплывающее меню

Масштабирование осуществляется как отдельно по осям, так и для обеих осей одновременно, с сохранением текущих пропорций. Кроме того, существует функция масштабирования отдельного фрагмента, при этом выделение подлежащей масштабированию области производится путем перемещения указателя мыши по экрану при удерживании правой ее кнопки. Функции сдвига осуществляются по осям Y и X при перемещении ползунка одной из прокручиваемых областей вертикальной и горизонтальной соответственно. Для удобства позиционирования курсора при графическом вводе имеется функция отображения текущих координат в небольшой области, привязанной к указателю мыши.

4. Механизмы реализации основных функций системы

Реализация функции интерполирования по сконструированной формуле основывается на нескольких этапах: 1) задание структурообразующей функции; 2) формирование выражения в строковой форме; 3) интерпретация полученной строки как математического выражения и вычисление его значения при заданном аргументе. Первый этап тривиален. Системный монитор считывает из текстового поля структурообразующую функцию и передает ее ядру. При этом ядро, работающее в режиме интерполирования по формуле пользователя, инициализирует одну из своих переменных. На втором этапе ядро анализирует входные данные и приступает к формированию выражения, используя общий вид интерполяционной формулы. Формирование полинома проводится за несколько шагов. В первую очередь формируется список слагаемых, каждое из которых в свою очередь является списком множителей. Далее происходит упрощение слагаемых, которое заключается в интерпретации и подсчете числовых выражений, не содержащих переменные. Этим занимается интегрированный в систему интерпретатор Eval.

Общий случай интерпретации выражения основан на следующей схеме:

а) построение бинарного дерева, листьями которого являются константы и переменные, а внутренними узлами – знаки операций. Построение бинарного дерева основано на одном простом принципе: исходное выражение разбивается на две части, причем местом разбиения является оператор с наименьшим приоритетом (выполняемый в последнюю очередь) при этом сам оператор отправляется в корень дерева, а описанный выше процесс повторяется для правой и левой части выражения;

б) замена переменных константами происходит на обходе дерева. На данном шаге проводится вычисление значений простых и сложных функций. Причем для сложных аргументов этих функций описываемый алгоритм выполняется рекурсивно. То есть для каждого сложного аргумента, представляющего собой целое выражение строится и вычисляется упомянутое выше бинарное дерево;

в) вычисление дерева. Корень дерева и его потомки заменяются результатом применения операции, хранящейся в корне к двум операндам, хранящимся в узлах его сыновей. Результат в этом случае становится новым операндом [15].

Интерпретатор Eval анализирует выражения любой сложности, способен распознавать до 12 основных элементарных функций (sin, cos, tan, ctg, arcsin, arccos, arctan, arcctg, exp, ln, lg, !fact!) факториал числа реализуется как функция целого аргумента.

Когда завершаются процессы формирования и упрощения коэффициентов система приступает к сборке полинома. Готовый многочлен передается системным монитором на вход фильтру, основным предназначением которого является трансляция выражения (преобразование к синтаксису языка Pascal). Фильтрация является одним из подготовительных этапов перед передачей полинома компилятору. Далее происходит формирование заготовки исходного файла динамической библиотеки, в который затем включается обработанный многочлен, который является телом единственной функции библиотеки, предназначенной для внешнего вызова. Готовый файл, передается компилятору DCC32.exe, который формирует из него библиотеку .dll (Dynamic Link Library). Монитор загружает библиотеку в память. После чего получение значения исходного полинома будет сводиться в вызову внешней функции, единственным параметром которой является аргумент выражения. Таким образом, в данном разделе было осуществлено взаимодействие приложений по средствам библиотек .dll, основным достоинством которых является возможность их динамической загрузки и выгрузки из памяти [7].

Реализация функции интерполирования по формуле Лагранжа обычная. Поскольку общий вид формулы заранее известен, в данном случае нет необходимости в построении строкового выражения, и его интерпретации. Располагая опорными узлами, можно сразу вычислить значение полинома, подставив их в формулу:

```

For J<= 0 to N-1 Do
  For I <= J+1 to N Do
    p[i].y<=((x0-p[j].x)*p[i].y-(x0-p[i].x)*p[j].y)/(p[i].x- p[j].x)
  End for
End for
Return p[N-1].y, где p – некоторый массив входных узлов данных.

```

5. Апробация

Данная программа работает на платформе IBM PC с минимальными требованиями: Windows 9x, процессор Intel Pentium 133, память – 32 мб, Видео – SVGA-совместимая карта, поддерживающая разрешение 800x600x256 и выше. Желательно наличие в системе Web браузера. Программа выполнена в стиле стандартного оконного Windows- приложения [17] и обладает простым и удобным пользовательским интерфейсом. Имеется возможность составления отчета по проделанной работе, который предоставляется пользователю в виде файла в формате html. В комплекте с программой поставляется компилятор синтаксиса языка программирования Object Pascal и набор библиотек, необходимых для его корректного функционирования.

Список литературы

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
2. Дьяконов В.П. MATLAB: учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 560 с.
3. Дьяконов В.П. Mathcad 8/2000: Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.
4. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.
5. Раков В.И. Вывод интерполяционной формулы для полиномиальных моделей имитации нелинейностей // Известия Орловского государственного технического университета. – Орел: ОрелГТУ, 2003. – Серия: Естественные науки. – №3-4. – С. 2-20.
6. Дьяконов В.П.. Maple 6 / Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 608 с.
7. Бобровский С.И. Delphi 7. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2003. – 736 с.
8. Гулятьев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB. – СПб.: Питер, 2001. – 432 с.
9. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 631 с.
10. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров: Пер. с англ. / Под ред. Р.С. Гутера. – 2-е изд. – М.: Наука, 1972. – 400 с.
11. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. – 2-е изд. – М.: Наука, 1965. – 408 с.
12. Гончаров В.Л. Теория интерполирования и приближения функций. – М.: Гос. изд. тех.-теоретич. лит., 1954. – 2-е изд. – 328 с.
13. Раков В.И. К обоснованию необходимости применения средств интерактивной аппроксимации при моделировании сигналов / Аэродинамика, механика и аэрокосмические технологии (АМАТ-2001) // Сб. тр. первой всерос. электр. науч.-техн. конф. – Воронеж: ВГТУ, 2001. – Ч.2. – С. 69-78.
14. Раков В.И. Моделирование информационно-технических средств интеллектуальных строений: автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. – Орел: ГТУ, 2002. – 14 с.
15. Ахо А. Компиляторы: принципы, технологии, инструменты. - М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. – 768с.
16. Буч Г. Объектно-ориентированное проектирование. – М.: Радио и связь, 1993. – 443 с.
17. Федоров А. Создание Windows- приложений в среде Delphi. – М.: Компьютер Пресс, 1995. – 288 с.

ИНФОРМАТИКА

УДК 629.7.023.001.2

*Карпович Э.В., канд. техн. наук, преподаватель кафедры «Экспериментальная физика»
(Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации)
г. Орел, тел. (4862) 412453*

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОРИСТЫХ СРЕД

This paper presents general description and results of detailed testing of program complex for solution of the whole system of nonstandard differential equations, describing conjugate heat and mass transfer in porous bodies in double-measured calculating area of free form in orthogonal or cylindrical coordination systems. The author offers five test problems worked out by him. A very important moment is the comparison of calculated data with experimental results, satisfactory coincidence of which confirmed correct work of program complex.

Необходимость увеличения эффективности тепловых двигательных и энергетических установок требует повышения температуры рабочих процессов, что, в свою очередь, вызывает увеличение плотности теплового потока на поверхность элементов и деталей конструкции, ухудшение их теплопрочностных характеристик. Тепловая защита элементов конструкции и повышение эффективности теплообменных устройств является, таким образом, условием развития энергетики и двигателестроения.

Анализ научных публикаций в последнее время свидетельствует о существовании тенденции применения пористых материалов в теплообменных аппаратах. Следовательно, существует необходимость расчета подобных теплообменных аппаратов. Большое количество вариантов конструкции одного исполнения теплообменных аппаратов с пористым наполнителем и номенклатуры самих пористых материалов не позволяет создать единую эмпирическую методику расчета гидравлических и тепловых свойств таких теплообменных аппаратов или выбрать единый критерий их сравнения. Разработка методики расчета трактов с секционным подводом теплоносителя, изученных менее всего затруднена больше всех, так как реализовать данный тип подвода охладителя возможно в различных конкретных конструктивных решениях. В связи с этим возникают сложности при обобщении полученных данных и их сравнении с ранее достигнутыми результатами. В настоящее время существуют надежные методы определения лишь отдельных теплофизических характеристик пористых материалов, таких как коэффициенты гидравлического сопротивления α и β , и теплопроводности материала каркаса λ .

Наибольшее количество данных имеется для пористых сетчатых материалов, полученных из металлических тканых сеток и наиболее перспективных для применения в энергетическом машиностроении.

В то же время большое разнообразие математических моделей [1], описывающих гидродинамику и теплообмен в пористой структуре, позволяет надеяться на корректное численное моделирование конкретного теплообменного тракта или его элементов и получение надежных данных по его тепловым свойствам и гидравлическому сопротивлению. Кроме того, использование методов численного моделирования позволяет рассчитывать согласно единому подходу различные варианты конфигурации теплообменных трактов, способов подвода к нему охладителя, различные теплофизические свойства материала пористого каркаса и элементов конструкции.

Таким образом, наиболее выгодными на сегодня видятся численные методы изучения сложных теплообменных аппаратов с использованием пористых материалов на основе надежных данных о теплофизических свойствах пористого каркаса и теплоносителя, которые можно получить экспериментально в более простой постановке.

Полная процедура численного решения задач гидродинамики и теплообмена в пористой среде является итерационной и разработана на базе алгоритма SIMPLER [2]. Сначала, используя начальные поля скоростей и температур теплоносителя, решается дискретный аналог для давления. С использованием этого нового поля давлений решаются уравнения движения и получаются новые значения узловых скоростей. Затем решаются дискретные аналоги уравнений энергии и теплопроводности. Для дискретизации любых конвективно-диффузионных уравнений используется поле скоростей w (не является узловой скоростью [3]), удовлетворяющее уравнению неразрывности. После этого проверяется сходимость, и цикл повторяется пока не будет достигнута сходимость всех переменных.

Описанный выше метод был реализован в программном комплексе FEM_PR_2D, созданном на кафедре «Инженерная теплофизика» в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Комплекс предназначен для решения системы нестационарных дифференциальных уравнений, описывающих сопряженный тепло- и массообмен в пористых телах в двумерной расчетной области произвольной формы в декартовой или цилиндрической системах координат. Программный комплекс собран таким образом, что кроме уравнений движения и уравнений для давления и поправки давления можно решать любое количество конвективно-диффузионных уравнений. В описываемой в этой статье версии программного комплекса число дополнительных уравнений равно шести.

Программный комплекс традиционно состоит из двух блоков подпрограмм: блока пользователя, в который входят подпрограммы START, DENSE, GAMSOR, BOUND, OUTPUT, и основного блока, состоящего из подпрограмм FLUX, SETUP1, SETUP2, SETUP3, SETUP4, SETUP5 и сервисных подпрограмм. Перечисленные подпрограммы имеют следующие назначения:

START – определяет начальные поля необходимых переменных и задает данные разбиения расчетной области на конечные элементы;

DENSE – предназначена для задания значений в узлах каждого конечного элемента коэффициентов проницаемости пористой среды, объемного коэффициента теплоотдачи, динамической вязкости и плотности охлаждающего газа;

GAMSOR – задает коэффициенты теплопроводности и диффузии, а также значения источников членов для каждого узла каждого элемента расчетной области;

BOUND – задает граничные условия в текущий момент времени;

OUTPUT – выводит на печать промежуточные и окончательные результаты решения уравнений;

FLUX – определяет расход газа через границу расчетной области;

SETUP1 – предназначена для обработки результатов разбиения расчетной области на треугольные конечные элементы и контрольные объемы;

SETUP2 – реализует итерационную процедуру;

SETUP3 – создает и решает систему линейных уравнений, которая является дискретным аналогом конвективно-диффузионного уравнения;

SETUP4 – определяет поля скоростей в узлах расчетной области;

SETUP5 – решает уравнение неразрывности и определяет поля давления.

Для решения систем линейных алгебраических уравнений в подпрограммах SETUP3 и SETUP5 применяется метод сопряженных градиентов с предобуславливанием.

Для проверки работоспособности разработанного программного комплекса было проведено его подробное тестирование. С этой целью был решен ряд задач, имеющих аналитическое решение, и было получено хорошее соответствие численных и точных решений. Составленные автором пять тестовых задач представлены в настоящей статье.

Задача 1. Изотермическая проницаемость через плоскую пористую стенку.

Плоская пористая стенка толщиной δ имеет вязкостный α и инерционный β коэффициенты сопротивления. На левой границе стенки поддерживается давление воздуха P_1 , на правой – P_2 . Температура воздуха, протекающего через стенку, поддерживается постоянной. Требуется определить распределение давления по толщине стенки и расход газа.

Для этого случая точное решение для давления записывается следующим образом

$$P = \sqrt{P_1^2 \left(1 - \frac{x}{\delta}\right) + P_2^2 \frac{x}{\delta}}. \tag{1}$$

А расход газа G определяется следующим соотношением

$$G = \frac{-\alpha\mu + \sqrt{(\alpha\mu)^2 + 2\beta \frac{(P_1^2 - P_2^2)}{\delta RT}}}{2\beta}, \quad (2)$$

где μ – динамическая вязкость воздуха.

Численное решение задачи проводилось в расчетной области, имеющей вид прямоугольника, на сетках с различным числом узлов. Результаты численных расчетов показали хорошее совпадение с точным решением. Относительная ошибка определения расхода воздуха через стенку для всех расчетов не превышала 1,79%, а максимальная относительная погрешность определения давления была меньше 3%.

Задача 2. Изотермическая проницаемость через цилиндрическую пористую стенку.

Цилиндрическая пористая стенка с внутренним радиусом r_1 , внешним радиусом r_2 имеет вязкостный α и инерционный β коэффициенты сопротивления. На внутренней и внешней поверхностях цилиндра поддерживается давление воздуха P_1 и P_2 соответственно. Температура воздуха, перетекающего через цилиндрическую стенку, поддерживается постоянной. Требуется определить распределение давления по радиусу цилиндра и расход воздуха.

При аналитическом решении расход газа G определяется следующим соотношением

$$G = -\frac{\alpha\mu r_2 r_1 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\beta(r_2 - r_1)} + \sqrt{\left(\frac{\alpha\mu r_2 r_1 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\beta(r_2 - r_1)}\right)^2 + \frac{r_2 r_1 (P_1^2 - P_2^2)}{2\beta RT (r_2 - r_1)}}. \quad (3)$$

А распределение давления по радиусу описывается выражением

$$P = P_1^2 - 2\alpha\mu GRT \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) - 2\beta G^2 RT \frac{r - r_1}{r r_1}. \quad (4)$$

Причем в математической модели для численного решения этой задачи учтено, что

$$G = \rho v r = const.$$

Численное решение задачи проводилось в расчетной области, имеющей вид прямоугольника, на сетках с различным числом узлов. Результаты расчетов показали хорошее совпадение с точным решением. Относительная ошибка определения расхода воздуха через стенку для всех расчетов не превышала 1,8%, а максимальная относительная погрешность определения давления была меньше 3%.

Задача 3. Изотермическая фильтрация воздуха через сегмент цилиндрической пористой стенки.

Описание задачи практически полностью соответствует описанию задачи 2. Для аналитического решения ничего не изменяется, поэтому распределение давления воздуха по толщине цилиндра определяется выражением (4), а расход газа через цилиндрическую стенку – выражением (3). Для численного же решения изменения существенны. Расчетной областью теперь служит сегмент, являющийся одной четвертой кольца, получающегося сечением цилиндра плоскостью, перпендикулярной его оси. Это заставляет учитывать переход от линейного случая к двумерному и закладывать изменения в математическую модель. Результаты численных расчетов показали хорошее совпадение с точным решением. Относительная ошибка определения расхода воздуха не превышала 2,36%, а максимальная относительная погрешность определения давления была меньше 6%.

Задача 4. Определение температурного состояния плоской стенки с активным охлаждением.

Вертикальная плоская пористая стенка толщиной δ нагревается горячей жидкостью с температурой T_1 , омывающей правую границу стенки. Охлаждение стенки происходит в результате теплообмена между стенкой и холодной жидкостью с температурой T_2 , которая омывает левую границу стенки и протекает сквозь нее по порам. Коэффициенты теплоотдачи для горячей и холодной жидкостей соответственно α_2 и α_1 , теплоемкость охлаждающей жидкости (охлаждителя) c_p , расход охладителя через пористую стенку ρv , объемный коэффициент теплоотдачи от охладителя к стенке α_v и теплопроводность стенки λ .

Решение задачи сводится к решению обыкновенного линейного дифференциального уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами относительно температуры охладителя. Численные расчеты показали практически полное совпадение с полученным аналитическим решением.

Задача 5. Температурное состояние обогреваемой непроницаемой стенки с пористым охлаждением.

Непроницаемая плоская стенка толщиной h и длиной L покрыта с одной стороны пористым каркасом длиной L и высотой δ (схема расчетной области представлена на рисунке 1). Стенка нагревается потоком продуктов сгорания плотностью ρ со стороны непроницаемой поверхности. Охлаждитель поступает в пористый каркас равномерно распределенным по поверхности, перпендикулярной направлению его движения. Расход охладителя G , плотность – ρ , теплопроводность – λ_G и теплоемкость – c_p . Теплопроводность каркаса λ_1 вдоль оси Ox и λ_2 вдоль оси Oy . Гидравлическое сопротивление пористого каркаса определяется вязкостным α и инерционным β коэффициентами сопротивления. Давление и температура охладителя на входе в пористый каркас P_1 и T_1 , давление охладителя на выходе из пористого каркаса равно P_2 . Объемный коэффициент теплоотдачи от охладителя к каркасу пористой стенки α_v . Требуется определить распределение температуры T_w на поверхности непроницаемой стенки, покрытой пористым каркасом.

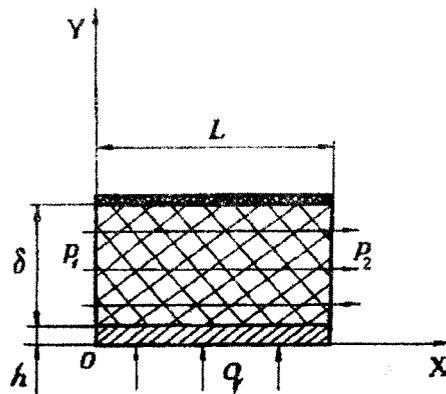


Рис. 1.

В этой задаче режим теплообмена принимается форсированным, поэтому влиянием продольного переноса теплоты теплопроводностью в каркасе и охладителе можно пренебречь [4]. В этом случае распределение температуры на поверхности непроницаемой стенки, соприкасающейся с пористым каркасом, рассчитывается с помощью зависимости [5]:

$$T_w = T_1 + \frac{2q\delta}{\lambda} \left(\frac{2}{Pe} \xi + \frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\mu_n^2 \left(1 + \frac{4\mu_n^2}{\gamma^2} \right)} \exp \frac{-4\mu_n^2 \xi}{Pe \left(1 + \frac{4\mu_n^2}{\gamma^2} \right)} \right) \right), \quad (5)$$

где $Pe = \frac{G\delta c_p}{\lambda}$; $\gamma^2 = \frac{4\alpha_v \delta^2}{\lambda}$; $\xi = \frac{x}{2\delta}$; $\mu_n = n\pi$; $G = \frac{qL}{c_p \Delta T_G}$, а ΔT_G – подогрев охладителя в пористом каркасе.

Результаты численного решения задачи показали хорошее соответствие с аналитическим решением, что отражено на рисунке 2. Различным обозначениям на графиках соответствуют решения задачи на сетках 7×7, 11×11, 21×21, 41×41 узлов в расчетной области.

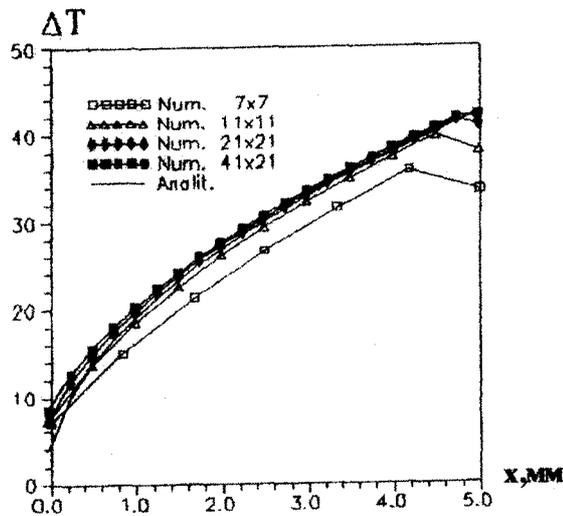


Рис. 2.

Как отмечалось ранее, в настоящее время предлагаются и рассматриваются различные конструкции трактов охлаждения с пористым наполнителем [1,6]. В связи с необходимостью оценки эффективности предлагаемых устройств возникает проблема их подробного и разностороннего изучения еще на этапе выбора и оптимизации конструкции.

Поэтому завершающим этапом проверки работоспособности программного обеспечения является сравнение расчетных данных с результатами экспериментов. Для этого проводилось численное моделирование натуральных испытаний с различными по длине пористыми секциями [6]. Исследовались пористые секции длиной 5, 10 и 15 мм (рисунок 3).



Рис. 3.

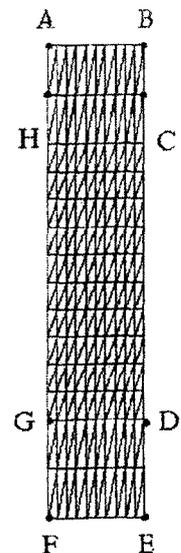


Рис. 4.

Для численного расчета составлялась соответствующая физической картине экспериментальных исследований замкнутая математическая модель течения и теплообмена [6], которая дополнялась граничными условиями по всем граничным поверхностям расчетной области. Расчетная область для задачи математического моделирования натуральных экспериментов приведена на рисунке 4. По

границе FE подводится тепловой поток q , в области GHCD движется теплоноситель, на границе АВ учитывается теплообмен с окружающей средой, происходящий по закону Ньютона-Рихмана.

Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений температуры подтвердило корректную работу программного обеспечения. Таким образом, при исследованиях различных по конфигурации пористых элементов не обязательно проводить дорогостоящие огневые испытания трудоемких в изготовлении экспериментальных образцов. Экспериментальные исследования пористых теплообменников в большинстве случаев можно заменить численным моделированием, что очень выгодно экономически.

Список литературы

1. Карпович Э.В. Особенности организации теплообмена в пористых структурах // Известия ОрелГТУ. Математика. Механика. Информатика. – Орел: ОрелГТУ, 2000. – № 3. – С. 109-114.
2. Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. – Hemisphere: Washington, D.C., 1980. – 140 p.
3. Prakash C.F., Patankar S.V. A Control-Volume-Based Finite-Element Method for Solving the Navier-Stokes Equation Using Equal-Order Variable Interpolation // Heat Transfer. – 1985. – V.8. – P. 259-280.
4. Данилов С.А., Нурков-Морозов Е.Е. Численное исследование процессов теплопереноса в пористом компактном теплообменнике // Известия вузов. Машиностроение. – 1990. – № 2. – С. 57-61.
5. Поляев В.М., Майоров В.А., Васильев Л.Л. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1988. – 168 с.
6. Карпович Э.В. Теплообмен и гидродинамика в пористой структуре тракта с посекционной раздочей теплоносителя // Известия ОрелГТУ. Математика. Механика. Информатика. – Орел: ОрелГТУ, 2000. – № 3. – С. 103-109.

УДК 519.6

*Радыгин В.М., докт. техн. наук, профессор, начальник кафедры математики
Бочков П.В., старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела
(Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации)
г. Орел, тел. (4862) 419914*

МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ В ЛОКАЛЬНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

The article reviews optimization models of allocation of information resources and their illegal access protection organization on basis of realized in the network operation system access distribution mechanisms to them. According to specificity of requirements to organization of information process in the local area network models of its information resources allocation optimization according to maximum efficiency, maximum protectability and belonging to Pareto area criterions are reviewed.

В настоящее время неотъемлемой компонентой инфраструктуры практически любой крупной государственной и коммерческой организации становятся многодоменные локальные вычислительные сети (ЛВС) и построенные на их основе информационные системы (ИС), относящиеся согласно [1] к первой группе, то есть многопользовательских ИС, в которых одновременно обрабатывается и (или) хранится информация разных уровней конфиденциальности при неоднородных полномочиях пользователей по доступу к ней.

Значительные объемы, разнородность форматов и различная степень конфиденциальности данных в подобных системах, их распределенность, многодоменная структура сетей, информационная связанность и территориальная удаленность рабочих станций определяют необходимость распределения информационных ресурсов (ИР) по нескольким серверам ЛВС, в рамках которой ИР интегрируются для решения информационных и расчетных задач.

Практика показывает, что при синтезе подобных систем для выполнения требований к значениям показателей эффективности их функционирования необходимо принятие сложных инженерных решений по построению всех основных видов обеспечения ИС, одним из ключевых компонентов

которого является их информационное обеспечение, включающее совокупность распределенных по сети ИР.

В связи с этим в деятельности разработчика на этапе проектирования ЛВС и администратора на этапе ее эксплуатации выделяются два основных направления:

- обеспечение эффективного функционирования сети по показателю оперативности обслуживания, то есть обеспечение заданной производительности ЛВС;
- эффективное применение средств обеспечения безопасности информационного процесса, то есть обеспечение заданной защищенности ИР.

Известные на сегодняшний день методы, поддерживающие первое направление, можно разбить на две группы: экстенсивные и интенсивные. Экстенсивные методы направлены или на повышение производительности сети за счет внедрения новых, более производительных аппаратно-программных средств (выбор и модернизация аппаратно-программных средств ЛВС), или на улучшение показателей обслуживания отдельных категорий пользователей за счет перераспределения имеющегося ресурса (введение приоритетов в обслуживании пользователей и управление предоставлением вычислительных ресурсов пользователям ЛВС). Интенсивные методы ориентированы на повышение производительности ЛВС и качества обслуживания всех ее пользователей за счет более эффективного использования имеющегося сетевого оборудования через изменение схем размещения ИР (локализация ИР в узлах ЛВС и оптимизация размещения ИР в ЛВС) [2, 3]. Очевидно, что рассмотрение задач, направленных на применение последних, является более предпочтительным, так как их реализация не требует дополнительных финансовых вложений и значительных временных затрат на проведение дорогостоящих и трудоемких работ.

Научные исследования, посвященные эффективному применению средств обеспечения безопасности информационного процесса в ЛВС, в общем случае связаны с синтезом моделей защиты, адекватных угрозам безопасности и их оптимизации в соответствии с заданными критериями и ограничениями. В зависимости от целевой установки в качестве критерия оптимизации в таких задачах могут быть выбраны минимальная вероятность НСД при ограничениях на стоимостные, временные и другие показатели; минимальные суммарные потери от «взлома» системы защиты или минимальные затраты на разработку и эксплуатацию системы при ограничениях на вероятность «взлома» защиты [4–7]. При этом наряду с другими важное место в работах данного направления отводится группе задач, связанных с синтезом эффективной системы разграничения доступа пользователей к ИР ЛВС и ее оптимизации по критерию минимальной вероятности НСД.

Анализ работ, посвященных решению указанных выше задач, показывает, что в предлагаемых моделях размещения ИР и разграничения доступа к ним не учитываются вопросы их взаимозависимости. Вместе с тем, при независимом (параллельном) рассмотрении задач оптимизации размещения ИР и организации разграничения доступа к ним результаты их решения вступают в противоречие друг с другом, так как оптимизация в каждой из них осуществляется по своему критерию, а результаты их решения взаимозависимы и в ряде случаев могут быть противоречивы [2–6]. Так, например, противоречивость результатов решения этих задач связана с тем, что оптимальное размещение ИР в многодоменной ЛВС предполагает их приближение к местам наиболее интенсивного использования, а оптимальная защита в аспекте разграничения доступа – группирование ИР по уровню их конфиденциальности и множеству полномочий пользователей.

В качестве альтернативы такому подходу представляется целесообразным решение совместной задачи обеспечения оперативного и безопасного доступа пользователей к ИР путем оптимизации их размещения с учетом реализованного в сети механизма разграничения доступа к ним.

Необходимость одновременного удовлетворения требований к оперативности и безопасности доступа при решении задачи оптимизации размещения ИР приводит к следующим вариантам ее постановки:

- скаляризации целевой функции по одному из критериев (критерию максимума оперативности или критерию максимума безопасности);
- векторной двухкритериальной оптимизации (по критерию максимума оперативности и безопасности доступа).

Это, в свою очередь, обуславливает необходимость постановки и решения следующих частных задач:

- разработка модели оптимизации размещения и организации защиты ИР при доминировании требований безопасности обеспечения доступа пользователей ЛВС;
- разработка модели оптимизации размещения и организации защиты ИР при доминировании требований оперативности обеспечения доступа пользователей ЛВС;
- разработка модели совместной оптимизации размещения и организации защиты ИР.

Введение принятых в теории и практике моделирования ЛВС и систем защиты обозначений [3, 8, 9] позволяет формализовать рассмотренную постановку задачи в следующем виде.

Заданы:

1. Множество серверов $R = \{r_1, r_2, \dots, r_v\}$, где v – общее число серверов ЛВС.
2. Множество пользователей $W = \{w_1^k, w_2^k, \dots, w_m^k\}$, где m – общее число пользователей в ЛВС; k – значение метки безопасности из множества меток безопасности $M_6 = \{M_1, \dots, M_k\}$.
3. Множество ИО, подлежащих размещению $F = \{f_1^k, f_2^k, \dots, f_n^k\}$, где n – общее число ИО; k – значение метки безопасности из множества меток безопасности $M_6 = \{M_1, \dots, M_k\}$.
4. Множество логических дисков серверов ЛВС, доступных для размещения ИО $D = \{d_1, d_2, \dots, d_h\}$, где h – общее число логических дисков серверов ЛВС.
5. Множество каталогов файловой системы дисков серверов ЛВС, доступных для размещения ИО $E = \{e_1^k, e_2^k, \dots, e_s^k\}$, где s – общее число каталогов; k – значение метки безопасности из множества меток безопасности $M_6 = \{M_1, \dots, M_k\}$.
6. Вектор значений объема ИО $V_o = |v_1^o \quad v_2^o \quad \dots \quad v_n^o|$, где v_j^o – объем j -го ИО.

$$7. \text{ Матрица разграничения доступа пользователей ЛВС к ИО } M_{\text{до}} = \begin{pmatrix} m_{11}^{\text{до}} & m_{12}^{\text{до}} & \dots & m_{1m}^{\text{до}} \\ m_{21}^{\text{до}} & m_{22}^{\text{до}} & \dots & m_{2m}^{\text{до}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1}^{\text{до}} & m_{n2}^{\text{до}} & \dots & m_{nm}^{\text{до}} \end{pmatrix},$$

где $m_{ij}^{\text{до}} = \begin{cases} 1, & \text{если к } i\text{-му ИО разрешен доступ } j\text{-го пользователя;} \\ 0 & \text{-- в противном случае.} \end{cases}$

$$8. \text{ Матрица размещения логических дисков по серверам сети } M_{\text{рд}} = \begin{pmatrix} m_{11}^{\text{рд}} & m_{12}^{\text{рд}} & \dots & m_{1v}^{\text{рд}} \\ m_{21}^{\text{рд}} & m_{22}^{\text{рд}} & \dots & m_{2v}^{\text{рд}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{h1}^{\text{рд}} & m_{h2}^{\text{рд}} & \dots & m_{hv}^{\text{рд}} \end{pmatrix},$$

где $m_{ij}^{\text{рд}} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й диск размещен на } j\text{-м сервере;} \\ 0 & \text{-- в противном случае.} \end{cases}$

9. Вектор параметров логических дисков серверов ЛВС $V_d = |v_1^d \quad v_2^d \quad \dots \quad v_h^d|$, где v_j^d – объем (размер) i -го логического диска.

10. Матрица размещения каталогов, доступных для размещения ИО по дискам серверов сети

$$M_{\text{рк}} = \begin{pmatrix} m_{11}^{\text{рк}} & m_{12}^{\text{рк}} & \dots & m_{1h}^{\text{рк}} \\ m_{21}^{\text{рк}} & m_{22}^{\text{рк}} & \dots & m_{2h}^{\text{рк}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{s1}^{\text{рк}} & m_{s2}^{\text{рк}} & \dots & m_{sh}^{\text{рк}} \end{pmatrix}, \text{ где } m_{ij}^{\text{рк}} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й каталог размещен на } j\text{-м диске;} \\ 0 & \text{-- в противном случае.} \end{cases}$$

11. Вероятность преодоления подсистемы разграничения доступа $P_{\text{пр}}$ в результате однократной попытки подбора нарушителем параметров аутентификации.

Задача оптимизации размещения ИР в ЛВС при доминировании требований безопасности обеспечения доступа пользователей может быть представлена в следующем виде.

Найти: вариант размещения ИО по серверам, дискам и каталогам ЛВС (распределения элементов множества F по элементам множеств E и D), описываемый трехмерной матрицей

$M_{\text{разм}}^* = \|m_{ijk}^p\|$, который соответствует минимальному значению вероятности НСД, то есть

$$M_{\text{разм}}^* = \arg \min_{M_{\text{разм}} \in \{M_{\text{разм}}\}} (P_{\text{НСД}}) = \arg \min_{M_{\text{разм}} \in \{M_{\text{разм}}\}} [f(M_{\text{разм}}, V_o, M_{\text{лп}}, M_{\text{рд}}, M_{\text{рк}}, P_{\text{пр}})], \quad (1)$$

где $m_{ijk}^p = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й ИО размещен в } k\text{-м каталоге } j\text{-го диска;} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$

$\{M_{\text{разм}}\}$ – множество допустимых вариантов размещения ИО.

Ограничения:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^S m_{ilk}^p \cdot v_i^o \leq v_1^d, \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^S m_{ihk}^p \cdot v_i^o \leq v_h^d, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^S m_{1jk}^p = 1, \\ \dots \\ \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^S m_{njk}^p = 1; \end{cases} \quad (3)$$

$$\bullet \quad \dots \quad \text{для } \forall f_{ij}^{k_f} \in e_j^{k_e}, \text{ выполняется условие } k_f = k_e, \quad (4)$$

где $i \in \{1, \dots, n\}$ | n – общее число ИО; $j \in \{1, \dots, s\}$ | s – общее число каталогов $e, f \in \{1, \dots, k\}$

k – значение метки безопасности из множества меток безопасности $M_{\text{б}} = \{M_1, \dots, M_k\}$;

$$T_{\text{оп}} \leq T_{\text{оп}}^{\text{нб}} \quad (5)$$

Физический смысл ограничения (2) состоит в том, что суммарный объем информационных объектов, размещенных на каждом диске множества D , не может превышать его объем, значение которого определяется соответствующим элементом вектора параметров логических дисков V_d .

Ограничение (3) сводится к требованию размещения только одного экземпляра каждого информационного объекта, то есть элемента множества F .

Ограничение (4) устанавливает, что в каталоге не должно быть ИО, к которым допущены пользователи, имеющие более высокие, чем у него метки безопасности.

Ограничение (5) устанавливает, что в рассматриваемом варианте размещения среднее время выполнения запросов не должно превышать заданного для данной ЛВС.

В задаче оптимизации размещения ИР в ЛВС, при доминировании требований обеспечения оперативности доступа пользователей, целевым показателем является среднее время выполнения запросов. При этом под затратами на получение необходимых данных понимается время, затрачиваемое на передачу запроса, ответа на него и информационный обмен с серверами других доменов ЛВС (далее ассоциируем их как удаленные, относительно рабочих станций рассматриваемого домена).

Общее время выполнения запросов к информационным массивам определяется формулой

$$T_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^R T_{\text{обр } i} + \sum_{i=1}^R T_{\text{выб } i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R T_{\text{ком } ij}, \quad (6)$$

где $T_{\text{обр } i}$ – суммарное время для обработки запросов и ответов на них на сервере домена;

$T_{\text{выб } i}$ – суммарное время, затрачиваемое на выборку ИО при выполнении запросов;

$T_{\text{ком } ij}$ – суммарное время, затрачиваемое на передачу запросов и ответов на них между i -м и j -м серверами по сети при выполнении удаленных запросов.

Первые два слагаемых выражения (6) фактически отражают суммарное время обработки запросов на сервере рассматриваемого домена (далее ассоциируем его как локальный), практически не зависящее от варианта размещения ИО, а третье слагаемое характеризует затраты времени на пере-сылку подзапросов и данных между серверами доменов ЛВС. И именно оно существенно зависит от оптимальности размещения ИР и характеристик элементов телекоммуникационной составляющей ЛВС.

Выразить общее время выполнения запросов можно в виде

$$T_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^R \frac{V_{\text{обр } i}}{v_{\text{обр } i}} + \sum_{i=1}^R \frac{V_{\text{выб } i}}{v_{\text{выб } i}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R \frac{V_{\text{ком } ij}}{v_{\text{ком } ij}}, \quad (7)$$

где $V_{\text{обр } i}$, $V_{\text{выб } i}$, $V_{\text{ком } ij}$ – соответственно объем обрабатываемых и выбираемых данных на локальном сервере и объем передаваемых данных между серверами доменов; $v_{\text{обр } i}$, $v_{\text{выб } i}$, $v_{\text{ком } ij}$ – скорости, с которыми указанные выше объемы данных обрабатываются, выбирают-ся и передаются в сети.

Следует учесть, что обработка и выборка данных на локальном сервере являются величина-ми, зависящими только от производительности сервера, а объем реально передаваемых данных по сети – от принятого варианта размещения ИР.

Тогда

$$T_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^R \frac{V_{\text{обр } i} + V_{\text{выб } i}}{v'_{\text{обр } i}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R \frac{(V_{\text{обр } ij} + V_{\text{выб } ij}) \cdot K_{\text{уд}} + \Delta v'_{\text{ком } ij}}{v_{\text{ком } ij}}, \quad (8)$$

где $K_{\text{уд}}$ – процент данных, передаваемых по сети от (к) серверов доменов;

$\Delta v'_{\text{ком } ij}$ – величина превышения объема данных, передаваемых по сети, над требуемым за-счет разбиения их на пакеты и т.д.

Отсюда

$$T_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^R \frac{V_{\text{обр } i} + V_{\text{выб } i}}{v'_{\text{обр } i}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R \frac{(V_{\text{обр } ij} + V_{\text{выб } ij}) \cdot K_{\text{уд}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R \frac{\Delta v'_{\text{ком } ij}}{v_{\text{ком } ij}}}{v_{\text{ком } ij}}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что время выполнения запросов к информационным массивам в значительной степени зависит от величины объемов данных, передаваемых между серверами, и скоростей переда-чи данных в ЛВС. В связи с тем, что вопросы совершенствования характеристик элементов телеком-муникационной составляющей ЛВС образуют самостоятельную группу исследований и в данной задаче не рассматриваются, основной путь значительного снижения времени выполнения запросов состоит в сокращении объемов данных, передаваемых между серверами, то есть в уменьшении $K_{\text{уд}}$.

Исходя из этого, в качестве основного критерия оптимальности размещения ИО в ЛВС предлагается принять коэффициент локализации запросов пользователей или субъектов доступа (СД) \bar{K}^n , харак-теризующий затраты на информационный обмен между серверами доменов.

Коэффициент \bar{K}^n представляет долю локальных обращений к i -му ИО при размещении его на сервере доминирующего по обращениям домена; значения коэффициентов локализации опреде-ляются в процессе мониторинга сети на основе статистики числа обращений каждого пользователя к каждому ИО.

Таким образом, задача оптимизации размещения ИР в ЛВС по критерию минимума затрат на информационный обмен между ее серверами может быть представлена в следующем виде.

Найти: вариант распределения элементов множества F по элементам множеств E и D , описы-ваемый трехмерной матрицей

$$M_{\text{разм}}^* = \|m_{ijk}^p\|,$$

где $m_{ijk}^p = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-й ИО размещен в } k\text{-м каталоге } j\text{-го диска;} \\ 0 - \text{ в противном случае,} \end{cases}$

$\{M_{\text{разм}}\}$ – множество допустимых вариантов размещения ИО, который соответствует максимальному среднему значению коэффициента локализации данных, то есть

$$M_{\text{разм}}^* = \arg \min_{M_{\text{разм}} \in \{M_{\text{разм}}\}} (1 - \bar{K}^{-\lambda}) =$$

$$= \arg \min_{M_{\text{разм}} \in \{M_{\text{разм}}\}} [f'(M_{\text{разм}}, V_o, M_{\text{дп}}, M_{\text{рд}}, M_{\text{рк}}, P_{\text{пр}})] \quad (10)$$

Ограничения в данной постановке соответствуют рассмотренным выше выражениям (2)-(4), дополненным условием

$$P_{\text{нсд}} \leq P_{\text{нсд}}^{\text{зад}}. \quad (11)$$

Ограничение (11) устанавливает, что в рассматриваемом варианте размещения вероятность несанкционированного доступа пользователей не должна превышать значения, заданного требованиями к системе защиты информации.

Задача совместной оптимизации размещения и защиты ИР в ЛВС по критериям минимума вероятности несанкционированного доступа и максимума среднего значения коэффициента локализации данных (как было показано выше, это обеспечивает минимум затрат на информационный обмен между ее серверами) может быть представлена в следующем виде.

Найти: вариант размещения (распределения) элементов множества F по элементам множеств E и D , описываемый трехмерной матрицей

$$M_{\text{разм}}^* = \|m_{ijk}^p\|,$$

где $m_{ijk}^p = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й ИО размещен в } k\text{-м каталоге } j\text{-го диска;} \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases}$

$\{M_{\text{разм}}\}$ – множество допустимых вариантов размещения ИО, который соответствует минимальному значению целевой функции

$$M_{\text{разм}} = \arg \min_{M_{\text{разм}} \in \{M_{\text{разм}}\}} f''[P_{\text{нсд}}, (1 - \bar{K}^{-\lambda})] =$$

$$= \arg \min_{M_{\text{разм}} \in \{M_{\text{разм}}\}} [g(M_{\text{разм}}, V_o, M_{\text{дп}}, M_{\text{рд}}, M_{\text{рк}}, P_{\text{пр}})] \quad (12)$$

Ограничения в данной постановке задаются выражениями (2)-(4).

Для решения задачи оптимизации в двухкритериальной постановке необходимо введение дополнительной функции свертки, обеспечивающей скаляризацию векторного критерия оптимизации,

$$f''[P_{\text{нсд}}, (1 - \bar{K}^{-\lambda})] = \alpha P_{\text{нсд}} + (1 - \alpha)(1 - \bar{K}^{-\lambda}), \quad (13)$$

где α – коэффициент скаляризации.

Список литературы

1. РД ГТК. Автоматизированные системы. Защита от несанкционированного доступа к информации. Классификация автоматизированных систем и требования по защите информации. – М.: Военное издательство, 1992.
2. Назаров С.В., Ашихмин Н.В., Луговец А.В. и др. Локальные вычислительные сети: Справочник. В 3-х кн. Кн. 3: Организация функционирования, эффективность, оптимизация / Под ред. С.В. Назарова. – М.: Финансы и статистика, 1995. – 248 с.
3. Мамиконов А.Г. и др. Оптимизация структур распределенных баз данных в АСУ. – М.: Наука, 1990. – 240 с.

4. Щеглов А.Б. Защита компьютерной информации от несанкционированного доступа. – СПб.: Наука и Техника, 2004. – 384 с.
5. Бияшев Р.Г., Афонская Т.Л. Некоторые задачи защиты информации // Зарубежная радиоэлектроника, 1994. – № 2/3. – С. 42-45.
6. Зегжда Д.П., Ивашко А.М. Основы безопасности информационных систем. – М.: Горячая линия – Телеком, 2000. – 452 с.
7. Кульба В.В., Ковалевский С.С., Косяченко С.А., Сиротюк В.О. Теоретические основы проектирования оптимальных структур распределенных баз данных. Серия «Информатизация России на пороге XXI века». – М: СИНТЕГ, 1999. – 600 с.
8. Тиори Т., Фрай Дж. Проектирование структур баз данных. В 2-х кн. Кн. 1. – М.: Мир, 1985. – 218 с.
9. Попов А.А., Телушкин И.М., Бушуев С.Н. и др. Основы общей теории систем. Часть II. – СПб.: ВАС, 1992. – 332 с.

МЕХАНИКА

УДК 531.36:539.372:539:319

Баранов В.Л., докт. техн. наук, профессор, зав. кафедрой РИПАМ
Канунников А.В., канд. техн. наук, доцент кафедры РИПАМ
Смирнов Ю.П., докт. техн. наук, профессор кафедры РИПАМ
 (Тульский государственный университет)
 г. Тула, тел (4872) 35-18-69; e-mail: misi-ripam@tsu.tula.ru

ЦИКЛИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ПЛОСКИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИМ КОНТАКТНЫМ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

A model of mechanical system dynamics, stated in multiversion formulation and with local elasto-plastic contact straining in cinematic pairs is described. Also there are results of applying the developed model for analysis of a slider type rounding supply mechanism.

В инструментальном наборе средств решения контактных задач динамики механических систем в современных автоматизированных комплексах САПР наиболее широкое распространение получили следующие модели: модель ударного взаимодействия абсолютно твердых тел на основе гипотезы Ньютона; дискретные контактные модели; модель Герца и конечноэлементное представление контактирующих тел [1, ..., 4].

Идеализации, лежащие в основе первых двух контактных моделей, часто оказываются физически неприемлемыми, в связи с чем возникает необходимость перехода к более сложным и ресурсоемким моделям – модели Герца, как одной из простейших среди моделей контактных задач в МДТТ, получившей применение в САПР благодаря простоте ее алгоритмической реализации в обобщенном виде, и КЭ модели твердых тел. Однако и эти модели также недостаточно эффективны: модель Герца не позволяет моделировать сцепление тел силами трения, а КЭ модель требует несоизмеримо больших вычислительных затрат, что делает ее малоприменимой для моделирования работы всей системы в целом.

Особое значение этот факт приобретает при решении задач параметрической оптимизации с учетом периода приработки для основного периода эксплуатации. С целью разрешения указанных трудностей была предпринята попытка разработки модели *динамики механической системы*, требующей существенно меньше вычислительных ресурсов, чем КЭ модель, но, в то же время, предоставляющей более широкие возможности моделирования контактного взаимодействия, чем модель Герца.

В основе рассматриваемой модели лежит представление плоской механической системы как системы твердых тел, произвольно сталкивающихся и взаимодействующих между собой. Иначе говоря, тела сами, в зависимости от параметров геометрии, нагрузок и свойств материалов образуют так называемые удерживающие системы неударяющих связей [5].

Поверхности тел имеют кусочно-полиномиальное представление в виде функций

$$P_n(\tau) = \sum_{k=0}^n a_k \tau^k.$$

Рабочие поверхности тел разбиты на сегменты; профиль каждого сегмента тела описывается алгебраическим полиномом n -го порядка от безразмерного аргумента $\tau_{j,i} \in [0; 1]$ – так называемые функции профиля $\Phi_{j,i}(\tau_{j,i})$, где i – индекс каркасного вектора j -го тела. Пары векторов $\bar{\tau}_{j,i}, \bar{n}_{j,i}$

образуют сублокальные системы координат в локальных системах координат тел; функции профилей определены в сублокальных координатных системах.

Определение глубины «взаимного проникания» профилей контактирующих тел на каждом шаге интегрирования осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматриваются проекции векторов, образующих замкнутый контур $ABCD$, на каркасный вектор абсцисс $\bar{\tau}_2$. Считается, что все векторы, входящие далее в соотношения, уже определены в глобальной системе координат XOY , если только их компоненты определены в локальных системах координат, или не используется явное преобразование координат этих векторов в соотношениях через матрицы поворота.

В приводимых далее выражениях индекс j , как правило, не указывается, так как все соотношения записаны для двух произвольно выбранных сегментов тел, образующих контактную пару, и индексы этих сегментов и тел указаны явно. Расчетная схема контактной задачи приведена на рисунке 1.

1. Определение глубины «взаимного проникания» профилей тел.

Векторный контур $ABCD$ представлен равенством

$$\bar{R}_{1,2} + \bar{r}_{\Phi_2} - \bar{h} - \bar{r}_{\Phi_1} = 0, \tag{1}$$

умножение которого на вектор $\bar{\tau}_2$ скалярно, и после введения обозначений

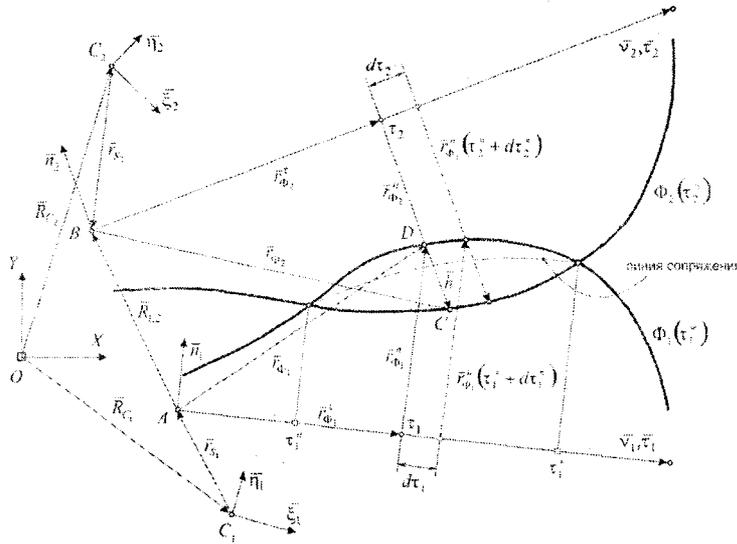


Рис. 1. Расчетная схема определения глубины взаимного проникания профилей опорных поверхностей тел

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_1 \cdot \bar{\tau}_2 &= \alpha, & \bar{\tau}_1 \cdot \bar{n}_2 &= \gamma_1, & \bar{R}_{1,2} \cdot \bar{\tau}_2 &= \zeta_1, \\ \bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2 &= \beta, & \bar{\tau}_2 \cdot \bar{n}_1 &= \gamma_2, & \bar{R}_{1,2} \cdot \bar{n}_2 &= \zeta_2, \end{aligned} \tag{2}$$

с учетом

$$\begin{aligned} \bar{r}_{\Phi_1} &= \mu_1 \cdot \bar{\tau}_1 + \Phi_1(\tau_1) \cdot \bar{n}_1 \\ \bar{r}_{\Phi_2} &= \mu_2 \cdot \bar{\tau}_2 + \Phi_2(\tau_2) \cdot \bar{n}_2 \end{aligned} \tag{3}$$

где $\bar{\tau}_1, \bar{n}_1, \bar{\tau}_2, \bar{n}_2$ – единичные векторы, коллинеарные или ортогональные каркасным векторам сегментов первого и второго тел соответственно, имеющие своей начальной точкой начальную точку соответствующего каркасного вектора; $\mu_1 = \tau_1 \cdot |\bar{v}_1|$ и $\mu_2 = \tau_2 \cdot |\bar{v}_2|$ – масштабирующие множители размерности единиц длины; приводит к выражению для безразмерной величины абсциссы проекции точки, находящейся на поверхности первого профиля, при ее проектировании на орт абсцисс каркасного вектора второго профиля

$$\tau_2^{\approx} = \frac{1}{|\bar{v}_2|} \cdot \left[\alpha \tau_1^{\approx} |\bar{v}_1| + \gamma_2 \Phi_1(\tau_1^{\approx}) - \zeta_1 \right]. \quad (4)$$

Далее, умножением (1) на вектор \bar{n}_2 скалярно, и с учетом того, что $\bar{\tau}_2 \cdot \bar{n}_2 = 0$, $\bar{n}_2 \cdot \bar{n}_2 = 1$, а также обозначений (2), получено равенство

$$\zeta_2 + \Phi_2(\tau_2^{\approx}) - |\bar{h}| - \gamma_1 \tau_1 - \beta \Phi_1(\tau_1^{\approx}) = 0, \quad (5)$$

из которого определяется величина модуля вектора \bar{h} – приближенное значение глубины взаимного проникания.

Знак вычисленного по (5) модуля $|\bar{h}|$ определяется знаком проекции вектора \bar{h} на вектор \bar{n}_2 и является признаком нахождения конкретной точки сегмента первого профиля в контакте со связанной с ней соотношением (4) точкой второго профиля. Для сокращения записи приводимых далее выражений используется обозначение h , под которым подразумевается величина $|\bar{h}|$, взятая с учетом знаков проекций и коэффициентов, задающих относительное расположение материала деталей по отношению к внешней границе деформируемого слоя.

Рабочее соотношение для искомого параметра имеет вид

$$\tau_2^{\approx} = \frac{1}{|\bar{v}_2|} \cdot \left[\alpha \tau_1^{\approx} |\bar{v}_1| + \gamma_2 \Phi_1(\tau_1^{\approx}) - \zeta_1 \right], \quad (6)$$

где $\lambda_2^{sign} = \pm 1$ в соответствии с относительным расположением материала детали. Положительному значению множителя соответствует положительное значение скалярного произведения вектора, указывающего направление «из тела» в точке от аргумента τ_2^{\approx} , и вектора ординат \bar{n}_2 .

Дифференцированием (6) по времени определяется скорость изменения глубины взаимного проникания

$$\frac{dh}{dt} = \lambda_2^{sign} \cdot \left\{ \frac{d\zeta_2}{dt} + \frac{d\Phi_2(\tau_2^{\approx})}{d\tau_2^{\approx}} \cdot \frac{d\tau_2^{\approx}}{dt} - \Phi_1(\tau_1^{\approx}) \frac{d\beta}{dt} - \tau_1 \frac{d\gamma_1}{dt} \right\}, \quad (7)$$

где τ_1^{\approx} и τ_2^{\approx} – безразмерные аргументы;

$\tau_2 = |\bar{v}_{2,1}| \cdot \tau_2^{\approx}$ – размерная величина абсциссы в сублокальной системе координат;

$\frac{d\tau_2^{\approx}}{dt} = \frac{1}{|\bar{v}_{2,1}|} \cdot \left[\frac{d\alpha}{dt} \tau_1 + \frac{d\gamma_2}{dt} \Phi_1(\tau_1^{\approx}) - \frac{d\zeta_1}{dt} \right]$ – скорость изменения абсциссы проекции точки

первого профиля в системе координат второго профиля в относительном движении.

Необходимо отметить, что в некоторых частных случаях относительного расположения контактирующих сегментов величина $h(\tau_1^{\approx}, \tau_2^{\approx})$, а, следовательно, скорость ее изменения $\frac{dh}{dt}$, может определяться со значительной ошибкой, что требует ее коррекции – один из таких случаев представлен на рисунке 2 – в связи с чем величина $h(\tau_1^{\approx}, \tau_2^{\approx})$ корректируется вычислением скалярного произведения $H^*(h, \psi) = H(h, \psi) \cdot |\bar{n}_2^G \cdot \bar{n}_k^G|$, где \bar{n}_2^G – вектор ординат \bar{n}_2 локальной системы координат сегмента, преобразованный в глобальную систему координат; \bar{n}_k^G – вектор нормали к профилю тела \bar{n}_k , преобразованный в глобальную систему координат.

В качестве варианта уточнения решения было выбрано вычисление скалярного произведения

$$\begin{aligned} \dot{h}_n &= \frac{d}{dt} \{ h \cdot |\bar{n}_2 \cdot \bar{n}_k| \} = \\ &= \left\{ |\bar{n}_2 \cdot \bar{n}_k| \frac{dh}{dt} + h \cdot \left[\bar{n}_k \frac{d\bar{n}_2}{dt} + \bar{n}_2 \frac{d\bar{n}_k}{dt} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где
$$\bar{n}_K(\tau_2^{\approx}) = \frac{\lambda_2^{sign}}{\sqrt{|\bar{v}_{2,1}|^2 + [\Phi'(\tau_2^{\approx})]^2}} \times \|M_2\| \times \|M_{2,1}\| \times$$

$$\times [-\Phi'(\tau_2^{\approx})\bar{\tau}_2 + |\bar{v}_{2,1}|\bar{n}_2].$$
 – вектор нормали к сегменту профиля

тела;

$\|M_{2,1}\|$, $\|M_2\|$ – матрицы преобразования координат при переходе из сублокальной в локальную, и из локальной в глобальную системы координат соответственно;
 $|\bar{v}_{2,1}|$ – размерная длина вектора абсцисс (каркасного вектора) второго тела.

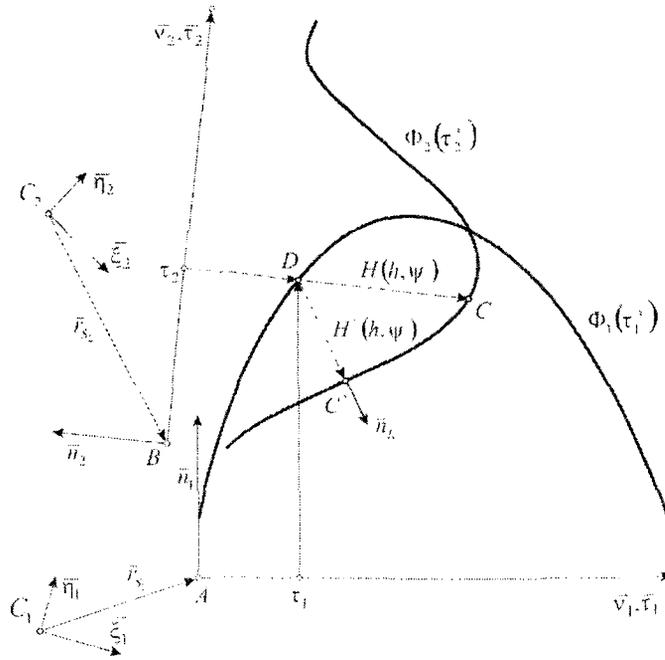


Рис. 2. Пример некорректного определение глубины проникания на основе только лишь значения $h(\tau_1^{\approx}, \tau_2^{\approx})$

Выражение для $\frac{dh_n}{dt}$ с учетом указанной поправки после ряда преобразований имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dh_n}{dt} = \lambda_2^{sign} \cdot |\bar{n}_2 \cdot \bar{n}_K| \times & \left\{ \mu_1 \tau_1^{\approx} \left[\frac{1}{\mu_2} \Phi_2' \bar{\tau}_2 - \mu_1 \bar{n}_2 \right] \dot{\bar{\tau}}_1 + \right. \\ & + \frac{\Phi_2'}{\mu_2} [\mu_1 \tau_1^{\approx} \bar{\tau}_1 + \Phi_1 \bar{n}_1 - \bar{R}_{1,2}] \dot{\bar{\tau}}_2 + \\ & + \Phi_1 \left[\frac{1}{\mu_2} \Phi_2' \bar{\tau}_2 - \bar{n}_2 \right] \dot{\bar{n}}_1 + [\bar{R}_{1,2} - \Phi_1 \bar{n}_1 - \mu_1 \tau_1^{\approx} \bar{\tau}_1] \dot{\bar{n}}_2 + \\ & \left. + \left[\bar{n}_2 - \frac{1}{\mu_2} \Phi_2' \bar{\tau}_2 \right] \dot{\bar{R}}_{1,2} \right\} + h \times |\bar{n}_K \dot{\bar{n}}_2 + \bar{n}_2 \dot{\bar{n}}_K|. \end{aligned} \tag{9}$$

2. Моделирование упруго-пластических деформаций.

Деформации тел определяются интегрированием выражений для скоростей деформаций, непосредственно связанных с кинематикой относительного движения, моделями материалов и НДС. В общем случае ограничений на применение каких-либо определенных моделей материалов не накладывается, однако при разработке данной контактной модели было использовано упрощенное представление диаграммы нагружения в виде ее кусочно-линейной аппроксимации двумя участками – участок чисто упругих деформаций и участок упруго-пластического деформирования с упрочнением – так называемая схема Прандтля [6]. Вязкие свойства материала не учитывались.

Считается, что упругий слой испытывает только деформации сжатия вдоль направления вектора нормали к сегменту второго тела; касательные напряжения, вызванные силами трения, отсутствуют. Соответствующая расчетная схема представлена на рисунке 3.

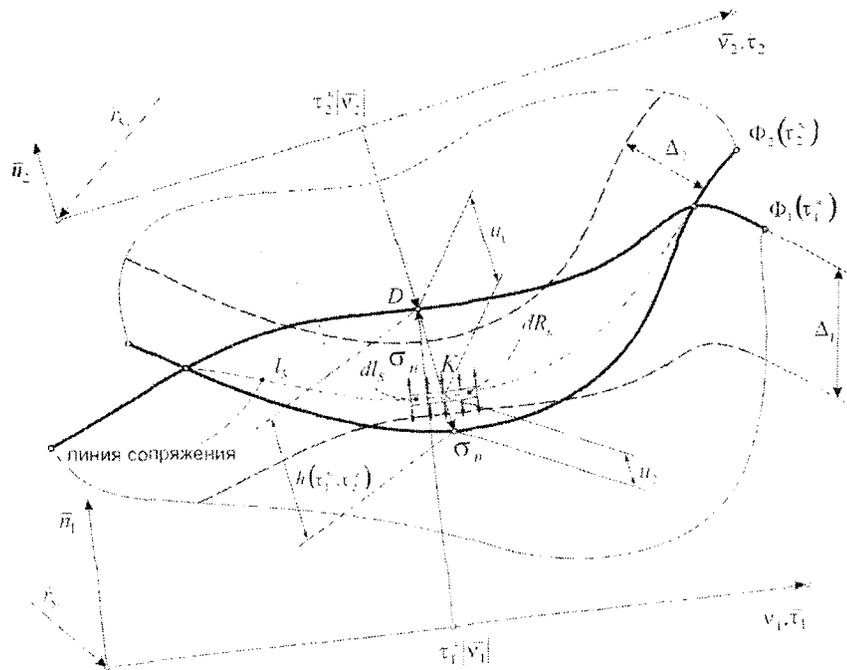


Рис. 3. Определение величин перемещений внешних границ деформируемых слоев

На основании принятых допущений и выбранной модели материала записана система уравнений (10). Система имеет вид

$$\begin{cases} \Delta_1 \varepsilon_1 + \Delta_2 \varepsilon_2 = h; \\ k_{11} E_{11} \varepsilon_1 + k_{12} [\sigma_{y1} + E_{12} (\varepsilon_1 - \varepsilon_{y1})] = \\ = k_{21} E_{21} \varepsilon_2 + k_{22} [\sigma_{y2} + E_{22} (\varepsilon_2 - \varepsilon_{y2})]; \end{cases} \quad (10)$$

- где k_{ij} – переключающие множители, принимающие значения либо 0, либо 1, и являющиеся признаками состояний, в которых находится материал;
 E_{i1} – модули упругих деформаций;
 E_{i2} – модули упрочнения элементов профилей тел;
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – полные деформации элементов профилей тел;
 $\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}$ – деформации, соответствующие текущему значению предела упругости для каждого из элементов профилей;
 σ_{y1}, σ_{y2} – пределы упругости материалов контактирующих тел;
 Δ_1, Δ_2 – толщины деформируемых слоев.
 Состояния материалов задаются переключающими множителями на каждом шаге интегриро-

вания. Значения переключающих множителей определяются согласно следующим условиям

$$k_{i1} = \begin{cases} 1, \sigma \in [0, \sigma_{yi}); \\ 0, \sigma \geq \sigma_{yi}; \end{cases} \quad k_{i2} = \begin{cases} 0, \sigma \in [0, \sigma_{yi}); \\ 1, \sigma \geq \sigma_{yi}; \end{cases}$$

Дифференцированием (10) по времени получена система, связывающая скорости деформаций нагруженных участков

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \Delta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} &= \frac{dh}{dt}; \\ k_{11} \left[E_{11} \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \varepsilon_1 \frac{\partial E_{11}}{\partial \varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dt} \right] + k_{12} \left[\frac{\partial \sigma_{y1}}{\partial \varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dt} + E_{12} \left(\frac{d\varepsilon_1}{dt} - \frac{d\varepsilon_{y1}}{dt} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (\varepsilon_1 - \varepsilon_{y1}) \frac{\partial E_{12}}{\partial \varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dt} \right] = \\ &= k_{21} \left[E_{21} \frac{d\varepsilon_2}{dt} + \varepsilon_2 \frac{\partial E_{21}}{\partial \varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dt} \right] + k_{22} \left[\frac{\partial \sigma_{y2}}{\partial \varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dt} + E_{22} \left(\frac{d\varepsilon_2}{dt} - \frac{d\varepsilon_{y2}}{dt} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (\varepsilon_2 - \varepsilon_{y2}) \frac{\partial E_{22}}{\partial \varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dt} \right]; \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Согласно принятой модели материала имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{11}}{\partial \varepsilon_1} = 0, \quad \frac{\partial E_{12}}{\partial \varepsilon_1} = 0, \quad \frac{\partial E_{21}}{\partial \varepsilon_2} = 0, \quad \frac{\partial E_{22}}{\partial \varepsilon_2} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{y1}}{\partial \varepsilon_1} = E_{12}, \quad \frac{\partial \sigma_{y2}}{\partial \varepsilon_2} = E_{22}; \end{aligned}$$

на основании чего система (11) приобретает вид

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \Delta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} &= \frac{dh}{dt}; \\ k_{1,1} E_{1,1} \frac{d\varepsilon_1}{dt} + k_{1,2} E_{1,2} \left[2 \frac{d\varepsilon_1}{dt} - \frac{d\varepsilon_{y1}}{dt} \right] &= \\ &= k_{2,1} E_{2,1} \frac{d\varepsilon_2}{dt} + k_{2,2} E_{2,2} \left[2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} - \frac{d\varepsilon_{y2}}{dt} \right], \end{aligned} \right. \quad (12)$$

После подстановки $\frac{d\varepsilon_{yi}}{dt} = \frac{d\varepsilon_{i2}}{dt}$ в (12) система решается относительно $\frac{d\varepsilon_1}{dt}$ и $\frac{d\varepsilon_2}{dt}$. Решение имеет вид

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{(\Delta_1 + \chi \Delta_2)} \cdot \frac{dh}{dt}; \quad \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{\chi}{(\Delta_1 + \chi \Delta_2)} \cdot \frac{dh}{dt}, \quad (13)$$

где $\chi = \frac{k_{11}E_{11} + k_{12}E_{12}}{k_{21}E_{21} + k_{22}E_{22}}$ – безразмерный множитель, определяющий соотношение скоростей деформаций в зависимости от механических свойств и состояний контактирующих материалов.

Интегрируя (13) для каждого элемента сегмента по времени при начальных условиях

$$t_0 = T_{sim}, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_1^{rem}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_2^{rem};$$

где T_{sim} – текущее время симуляции; $\varepsilon_1^{rem}, \varepsilon_2^{rem}$ – остаточные деформации на момент реализации контакта для элемента сегмента профиля, вычисляется контактное напряжение

$$\sigma(\tau_1^{\approx}, t) = k_{1,1} E_{1,1} \varepsilon_1(\tau_1^{\approx}, t) + k_{1,2} \left\{ \sigma_{y1}(\tau_1^{\approx}, t^*) + E_{1,2} \left[\varepsilon_1(\tau_1^{\approx}, t) - \varepsilon_{y1}(\tau_1^{\approx}, t^*) \right] \right\},$$

и величины перемещений элементов профилей тел

$$u_1(\tau_1^{\approx}, t) = \Delta_1 \varepsilon_1(\tau_1^{\approx}, t); \quad u_2(\tau_1^{\approx}, t) = \Delta_2 \varepsilon_2(\tau_1^{\approx}, t). \quad (14)$$

В соответствии с вычисленными перемещениями (13) для текущего шага интегрирования по времени производится аппроксимация профиля методом наименьших квадратов. Порядок аппроксимирующего полинома для каждого из сегментов контактной пары таков же, как и порядок исходного полинома этого сегмента. При определении коэффициентов аппроксимирующего полинома ищется минимум функции

$$U_{j,i} = \sum_{k=1}^{n_i} \left\{ \left[\Phi_i^*(\tau_{i,k}^{\approx}) - \lambda_i \Delta_i \varepsilon_{i,k}^{rem}(\tau_{i,k}^{\approx}) \right] - \Phi_i^u(\tau_{i,k}^{\approx}) \right\}^2, \quad (15)$$

где $\Phi_i^*(\tau_{i,k}^{\approx})$ – исходная функция профиля, заданная на этапе проектирования;

$\tau_{i,k}^{\approx}$ – k -е значение аргумента в соответствии с сеткой интегрирования i -й функции профиля j -го тела.

3. Определение главных векторов реакций связей.

Элемент площади соприкосновения контактирующих профилей $A \cdot dl_S$, где A – характерный поперечный размер в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, определяется выражением

$$dl = \sqrt{\left(|\bar{v}_{2,1}| \frac{d\tau_2^{\approx}}{d\tau_1^{\approx}} d\tau_1^{\approx} \right)^2 + \left(\Phi_{2\tau_1}^{ls'} \cdot d\tau_1^{\approx} \right)^2}, \quad (16)$$

где

$$\Phi_{2\tau_1}^{ls'} = \frac{d\Phi_2(\tau_2^{\approx})}{d\tau_2^{\approx}} \cdot \frac{d\tau_2^{\approx}}{d\tau_1^{\approx}} - \lambda_2 \Delta_2 \frac{d\varepsilon_2(\tau_1^{\approx}, t)}{d\tau_1^{\approx}};$$

$$\left(\tau_2^{\approx} \right)_{\tau_1^{\approx}}' = \frac{1}{|\bar{v}_{2,1}|} \cdot \left[\alpha |\bar{v}_1| + \gamma_2 \frac{d\Phi_1(\tau_1^{\approx})}{d\tau_1^{\approx}} \right];$$

$$d\tau_2 = |\bar{v}_{2,1}| \cdot \left(\tau_2^{\approx} \right)_{\tau_1^{\approx}}' \cdot d\tau_1^{\approx}.$$

Тогда вектор полной реакции для рассматриваемой нагруженной области пары контактирующих сегментов записывается так

$$\begin{aligned} \bar{R}_{j,i,k} = A \cdot |\bar{v}_{2,1}| \int_{\tau_{1n}^{\approx}}^{\tau_{1k}^{\approx}} & \left(\frac{\lambda_2^{sign}}{\sqrt{|\bar{v}_{2,1}|^2 + \left[\Phi'(\tau_2^{\approx}) \right]^2}} \times \|M_2\| \times \|M_{2,1}\| \times \right. \\ & \left. \times \left[-\Phi'(\tau_2^{\approx}) \bar{\tau}_2 + |\bar{v}_{2,1}| \bar{n}_2 \right] \right. \\ & \left. + \Psi \left(\frac{dh_{\tau}}{dt}, sign \left(\frac{dh_{\tau}}{dt} \right) \right) \times \frac{1}{|\bar{s}_K|} \times \|M_2\| \times \|M_{2,1}\| \times \bar{s}_K \right) \times \\ & \times \left(\tau_2^{\approx} \right)_{\tau_1^{\approx}}' \sqrt{1 + \left(\frac{\Phi_{2\tau_2}^{ls'}}{|\bar{v}_{2,1}|} \right)^2} d\tau_1^{\approx}; \end{aligned} \quad (17)$$

где $\frac{dh_\tau}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\left(\bar{R}_{1,2} + \bar{r}_{\Phi_2} - \bar{r}_{\Phi_1} \right) \cdot \bar{s}_K \right]$ – проекция вектора скорости изменения модуля h , коллинеарного \bar{n}_2 , на вектор \bar{s}_k – касательную ко второму сегменту в точке от аргумента τ_2^{\approx} ;
 $\Psi \left(\frac{dh_\tau}{dt}, \text{sign} \left(\frac{dh_\tau}{dt} \right) \right)$ – модель трения.

Соответственно, главный вектор реакций связей и их моментов относительно центра масс j -го тела

$$\begin{aligned} \bar{R}_j^G &= \sum_{i=1}^{m_j} \left(\bar{R}_{Nj,i} + \bar{R}_{frj,i} \right); \\ \bar{M}_j^G &= \sum_{i=1}^{m_j} \left(\bar{M}_{Nj,i} + \bar{M}_{frj,i} \right). \end{aligned} \tag{18}$$

Поступательное и угловое ускорения определяются соответственно

$$\begin{aligned} \ddot{x}_j^G &= \frac{1}{M_j} \sum_{i=1}^{m_j} \left(\bar{R}_{Nj,i} + \bar{R}_{frj,i} \right), \\ \ddot{\phi}_j^G &= \frac{1}{J_j} \sum_{i=1}^{m_j} \left(\bar{M}_{Nj,i} + \bar{M}_{frj,i} \right). \end{aligned} \tag{19}$$

При проведении численных экспериментов рассмотренная модель динамики плоских механических систем показала хорошие результаты: при ее сравнительно невысокой ресурсоемкости (моделирование 20 циклов работы типовой схемы патронподающего узла на ПК 1200МГц 320Мб занимает около 40 минут) она позволяет отразить специфику работы как самого узла, так и силового взаимодействия его элементов, а также процесс приработки. Значительный интерес представляет моделирование работы узла (рисунок 4) при наличии дефектов изготовления – копирный паз имеет дефект изготовления – сужение в середине рабочего участка, палец затворной рамы проходит рабочую часть копирного паза с натягом. При моделировании процесса приработки отчетливо прослеживается рост кинетической энергии затворной рамы после прохождения рабочего участка с каждым новым циклом работы автоматки, что непосредственно свидетельствует о приработке. График изменения скорости затворной рамы после прохождения копирного паза представлен на рисунке 5.

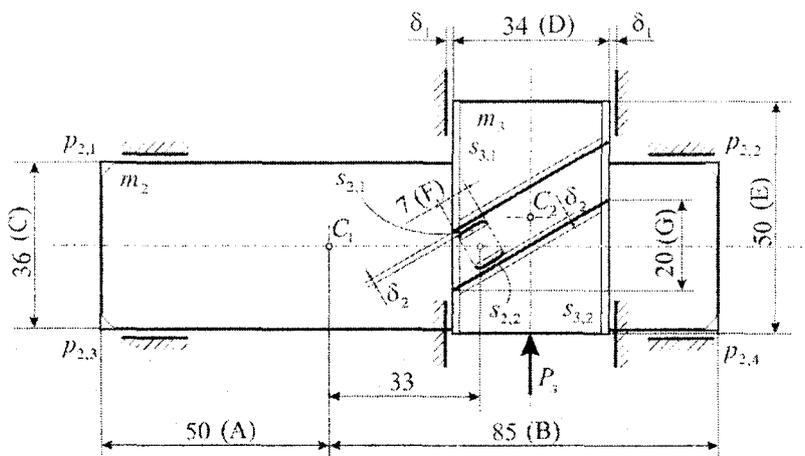


Рис. 4. Схема патронподающего узла

Анализ рисунка 5 приводит к неочевидному выводу: уже начиная с 20-го цикла работы наблюдается вновь рост скорости, несмотря на то, что основная часть процесса приработки уже прошла. Это объясняется тем, что каждый цикл моделируется при одних и тех же начальных условиях,

но на долю первых циклов (период интенсивной приработки) приходится наиболее существенные потери энергии пластического деформирования как пальца затворной рамы, так и копирного паза, в то время, как после приработки деформации преимущественно упругие и без потерь (как говорилось выше, вязкое сопротивление в модель не вводилось).

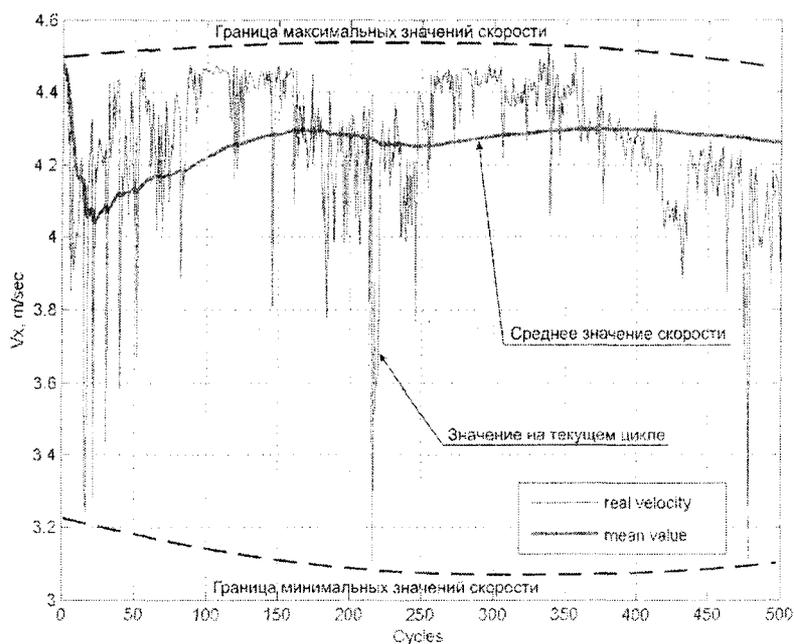


Рис. 5. Скорость затворной рамы в конце рабочего перемещения по циклам работы автоматики

Дополнительными факторами здесь выступают особенности геометрии: пропорции звеньев, малые зазоры при упругих деформациях. Все это приводит к торможению механизма импульсами сил трения, а также импульсами нормальных реакций упругих деформаций, и возникновению высокочастотной осцилляции с достаточно широким спектром. Таким образом, негативный фактор, сопутствующий особенностям конструкции и примененному материалу, обнаруживается в виде склонности данного узла к резонансным явлениям, при которых возможна потеря работоспособности. Безусловно, прогнозирование такого варианта поведения конструкции уже на этапе инженерного проектирования крайне востребована.

Список литературы

1. Киргетов В.И. К теории абсолютно упругого удара материальных систем // ПММ. – 1961, – Т. 25. – Вып. 2. – С. 3-8.
2. Батуев Г.С., Голубков Ю.В., Ефремов А.К. Инженерные методы исследования ударных процессов. – М.: Машиностроение, 1977. – 240 с.
3. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. – М.: Наука, 1977.
4. Галагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. англ. – М.: Мир, 1984. – 248 с
5. Подчуфаров Ю.Б., Никольский В.В., Кирик Г.Б. Математические модели пневмогидроэлектромеханических систем автоматического управления. – М.: НТЦ «Информтехника», 1992. – 272 с.
6. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1961. – 536 с.

УДК 539.3

*Верижников А.П., студент
(Орловский государственный технический университет)*

ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НА ЧАСТОТЫ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЕЙ

В работе приводится ряд задач по расчету частот собственных изгибных колебаний стержней с периодически изменяющейся неоднородностью.

I. Рассматривается стержень постоянного поперечного сечения (площадь A и момент инерции J сечения постоянны по длине стержня), выполненный из неоднородного материала с периодически изменяющимися модулем упругости E и плотностью ρ вдоль оси ξ

$$E = E_m \pm E_a \cos 2\pi n \xi, \quad \rho = \rho_m \pm \rho_a \cos 2\pi n \xi,$$

где E_m, ρ_m – соответственно среднее по длине стержня значение модуля упругости и плотности материала;

E_a, ρ_a – соответственно амплитуда цикла /1/ функций $E = E(\xi)$ и $\rho = \rho(\xi)$;

$n = 1, 2, 3, \dots$

Полагая $E_* = E_m$ и $\rho_* = \rho_m$ /1/, получим следующие законы изменения безразмерных функций плотности $S = S(\xi)$ и изгибной жесткости $G = G(\xi)$ по длине стержня

$$S = \frac{\rho}{\rho_m} = 1 \pm \mu_\rho \cos 2\pi n \xi, \quad G = \frac{E}{E_m} = 1 \pm \mu_E \cos 2\pi n \xi, \quad (1)$$

где $\mu_E = \frac{E_a}{E_m} < 1, \quad \mu_\rho = \frac{\rho_a}{\rho_m} < 1.$

На рисунке 1 условно изображен стержень переменной плотности $\rho = \rho_m(1 \pm \mu_\rho \cos 2\pi n \xi)$ и постоянной изгибной жесткости $G = const$ при двух значениях $n = 1, 2.$

Функции (1) удовлетворяют условиям (5) из работы /1/

$$S'(0) = S'(1) = G'(0) = G'(1) = 0.$$

Следовательно, частота изгибных колебаний такого стержня при всех видах опирания рассчитывается по формуле /1/

$$P_{nj} = \left(\frac{\lambda_{nj}}{B} \right)^2 = \left(\frac{\lambda_{nj}}{\int_0^1 \frac{1}{(1 + \mu_E \cos 2\pi n \xi)^{1/4}} d\xi} \right)^2, \quad (2)$$

причем, согласно (10) из работы /1/ P_{nj} не зависит от параметра неоднородности n – количества циклов функции неоднородности, укладываемых по длине стержня.

На рисунках 2 и 3 показана зависимость основной частоты P_{1j} от параметров неоднородности μ_E и μ_ρ .

Например, в случае сочетания неоднородностей $S = 1 + 0,4 \cos 2\pi n \xi$ и $G = 1 + 0,8 \cos 2\pi n \xi$ для защемленного по обоим концам стержня при произвольном целом n основная частота изгибных колебаний уменьшается на 9,8% по сравнению с частотой колебаний стержня с равномерным распределением плотности и модуля упругости.

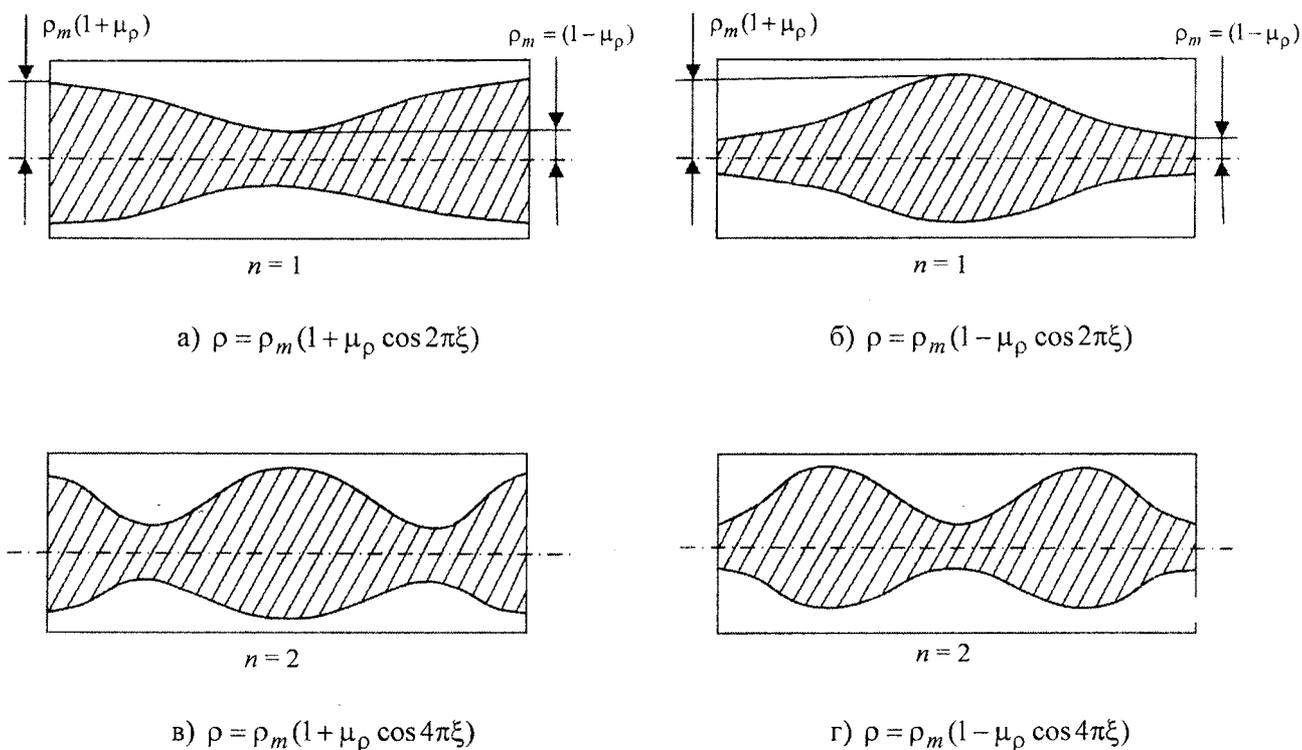


Рис. 1. Распределение плотности материала по длине стержня

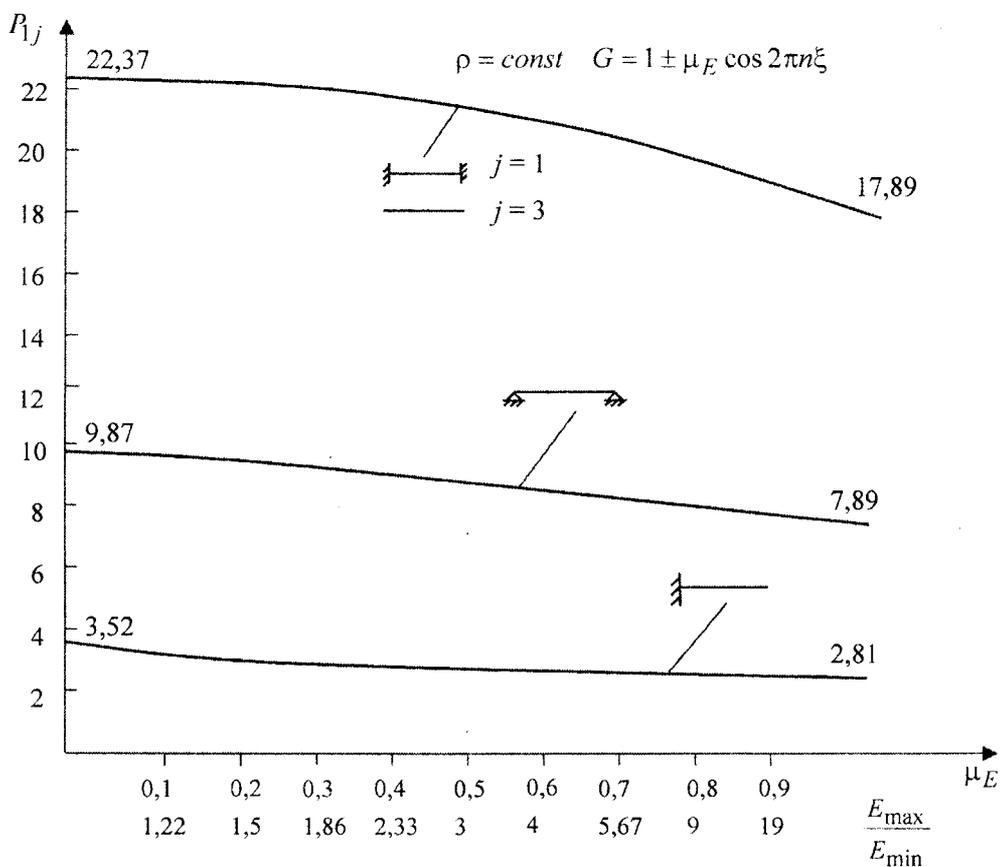


Рис. 2. Уменьшение основной частоты колебаний стержня при периодическом изменении модуля упругости вдоль оси

Анализ расчетных данных показывает, что заданное периодическое изменение плотности вдоль оси стержня (1) (при $E = const$) приводит во всех случаях опирания к увеличению основной частоты (до 12,2% при $\frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} = 19$) (рисунок 3), а такое же изменение модуля упругости (при

$\rho = const$) приводит к снижению основной частоты (до 20% при $\frac{E_{max}}{E_{min}} = 19$) (рисунок 2).

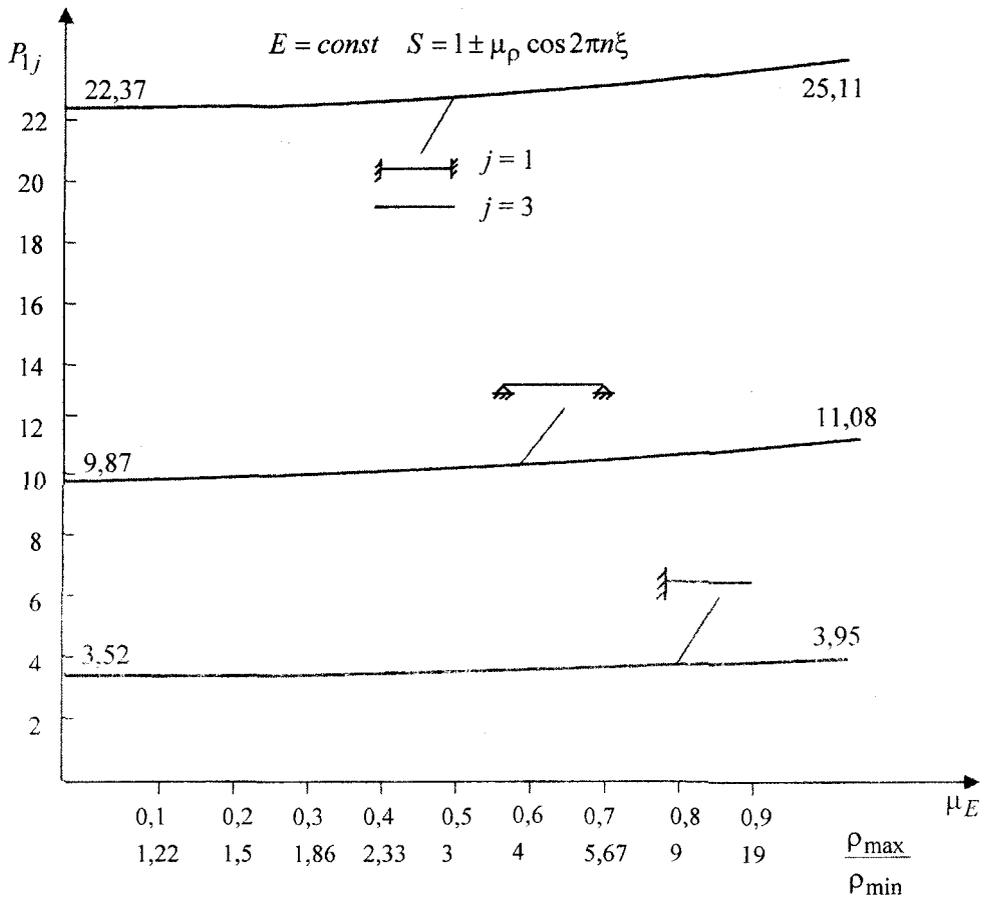


Рис. 3. Возрастание основной частоты колебаний стержня при периодическом изменении плотности материала вдоль оси

Таким образом, как следовало ожидать /1/, формула (2) не реагирует на число циклов изменения функций неоднородности, однако точность определения частоты будет переменной при различных сочетаниях параметров неоднородности, что объясняется свойствами ВКБ-приближения /3/.

II. Рассматривается тот же, что и в первом случае, стержень, но с иным законом распределения плотности, а именно

$$\rho = \rho_m [1 - \mu\rho(1 - 2 \sin \pi\xi)].$$

Условно этот стержень изображен на рисунке 4. Среднее по длине значение плотности ρ_m в данном случае такое же, как в первом случае.

Функции S и G в данном случае принимают вид

$$S = 1 - \mu\rho(1 - 2 \sin \pi\xi), \quad G = 1.$$

Эти функции не удовлетворяют условиям (3) и (5) из работы /1/, так как

$$S'(0) \neq S'(1),$$

поэтому вычисление частот изгибных колебаний производится по общим формулам (5.2.9), (5.2.10) из монографии /2/. На рисунке 5 приведены значения основной частоты шарнирно опертого стержня в зависимости от параметра μ_ρ .

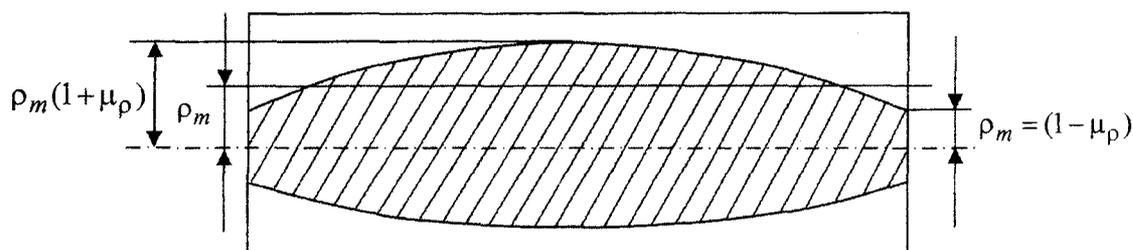


Рис. 4. Распределение плотности по длине стержня

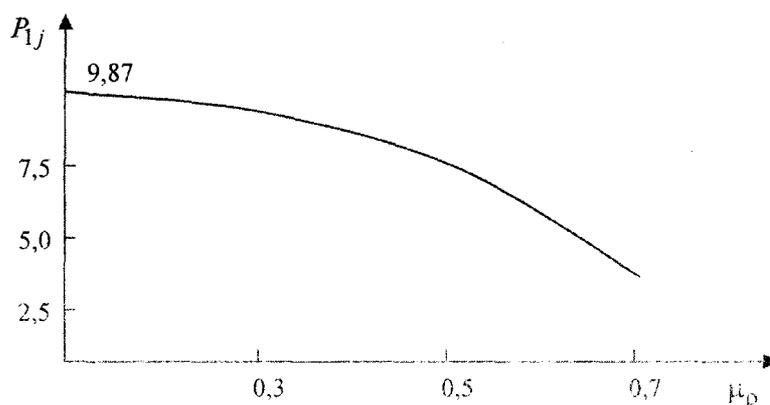


Рис. 5. Уменьшение основной частоты изгибных колебаний шарнирно опертого стержня при периодическом изменении плотности материала вдоль оси

Здесь, в отличие от предыдущего примера (рисунок 1б) концентрация массы к середине стержня приводит к снижению основной частоты изгибных колебаний. Сравнение результатов примеров I и II приводит к важному практическому выводу: выбор расчетных схем реальных неоднородных стержней с близкими по форме, но с различными аналитическими выражениями (законами распределения), плотностями в виде однородного ($\rho = \rho_m = const$) стержня может привести к качественно противоположным результатам. Так, замена стержня, условно изображенного на рисунке 1б однородным с осредненной плотностью, дает заниженную по сравнению с истинной частоту, а замена практически такого же стержня, условно изображенного на рисунке 4, на соответствующий однородный дает завышенную частоту. Таким образом, очевидна необходимость тщательного анализа вида неоднородности при моделировании реальных конструкций упрощенными расчетными схемами.

Список литературы

1. Верижников А.П. К расчету колебаний стержней с периодической неоднородностью // Изв. ОрелГТУ. Серия «Естественные науки». – №7-8. – 2005. – С. 57-60.
2. Гордон В.А. Метод решения задач механики неоднородных тел. – Орел: ОрелГТУ, 2005. – 161 с.
3. Хединг Дж. Введение в метод фазовых интегралов (метод ВКБ). – М.: Мир, 1965. – 120 с.

УДК 539.3

Гордон В.А., докт. техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Высшая математика»**Брусова В.И.**, аспирант

(Орловский государственный технический университет)

г. Орел, тел. (4862) 419848; e-mail: Gordon@vestu.ru**Балан В.Ф.**, канд. техн. наук, доцент кафедры «Сопротивление материалов»

(Технический университет Молдовы)

К ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ

В работе [1] приводятся оценки точности приближенных решений задач об изгибных колебаниях клиновидных и конусообразных стержней. По методике, изложенной в монографии [2], вычисляются пять первых частот колебаний для стержней указанного типа с трапециевидным продольным сечением при различных способах опирания, и сравниваются затем с соответствующими частотами, полученными точным решением задачи с применением функций Бесселя [3]. Анализ расчетов показывает, что метод [2] дает достаточно высокую точность результатов даже при сильной неоднородности.

Представляют практический интерес результаты этой работы для установления связи оценок точности по частотам колебаний с оценками точности по частным решениям уравнения форм собственных изгибных колебаний неоднородных стержней

$$[G(\xi)W''(\xi)]'' - S(\xi)W(\xi) = 0, \quad (1)$$

где $W = W(\xi)$ – безразмерный прогиб, штрих означает дифференцирование по безразмерной осевой координате ξ ;

$G = G(\xi)$, $S = S(\xi)$ – соответственно безразмерные жесткость на изгиб и плотность материала стержня.

Предполагается использовать установленную связь для ограничения параметров неоднородности исследуемых стержней, когда задача решается приближенно. Ограничение подразумевает установление максимальной степени неоднородности, при которой ошибка не превышает заданного уровня.

Введем интегральную характеристику $\Delta_{\text{инт}}$ – среднюю по длине стержня относительную ошибку между точным $W_j(\xi)$ и приближенным $f_j(\xi)$ ($j = \overline{1,4}$) частными решениями исходного уравнения (1). Для этого воспользуемся оценкой [2]

$$\Delta_{\text{инт}} = \int_0^1 \frac{|W_j(\xi) - f_j(\xi)|}{|f_1(\xi)|} d\xi \leq \int_0^1 e^{4\psi(\xi,0)} - 1 d\xi \cdot 100\%, \quad (2)$$

где обозначено

$$\psi(\xi,0) = \int_0^\xi |g(z)| dz, \quad (3)$$

здесь

$$|g(z)| = |\bar{K}(\xi)| + |\bar{L}(\xi)| + |\bar{M}(\xi)| \geq |g_j(\xi)|,$$

$g_j = g_j(\xi)$ – функции, входящие в коэффициент дифференциальных уравнений сравнения [2]

$$[G(\xi)f_j''(\xi)]'' - [S(\xi) + g_j(\xi)]f_j(\xi) = 0, \quad (4)$$

точные частные решения $f_j(\xi)$ которого принимаются приближенными частными решениями исходного уравнения (1)

$$g_j = K(\xi) + \varepsilon_j L(\xi) + \varepsilon_j^2 M(\xi);$$

$$K(\xi) = \frac{(Gq'')''}{q};$$

$$L(\xi) = G\beta \left[\frac{G''}{G} \left(\frac{\beta'}{\beta} + 2 \frac{q'}{q} \right) + \frac{G'}{G} \left(6 \frac{q''}{q} + 2 \frac{\beta''}{\beta} + 6 \frac{q'\beta'}{q\beta} \right) + 4 \frac{q'''}{q} + \frac{\beta'''}{\beta} + 6 \frac{q''\beta'}{q\beta} + \frac{4q'\beta''}{q\beta} \right];$$

$$M = G\beta^2 \left[\frac{G''}{G} + 6 \frac{G'}{G} \left(\frac{q'}{q} + \frac{\beta'}{\beta} \right) + 6 \frac{q''}{q} + 12 \frac{q'\beta'}{q\beta} + 3 \left(\frac{\beta'}{\beta} \right)^2 + 4 \frac{\beta''}{\beta} \right], \quad (5)$$

$$\bar{K}(\xi) = \frac{1}{4G\beta^3} \bar{K}(\xi) \text{ и т.д.,}$$

$$q = (\alpha\beta)^{-0,5}, \quad \alpha = \frac{S}{\beta^2} p^2, \quad \beta^4 = \frac{S}{G} p^2.$$

Используя соотношения (3) и (5), найдем функцию $4\psi(3,0)$ для стержней трех типов, рассмотренных в работе [1] при различных значениях параметра неоднородности $r = \frac{R_k}{R_*} < 1$, где R_k, R_* – значения характерного размера поперечного сечения стержня на концах $\xi = 0$ и $\xi = 1$ соответственно:

1) стержень прямоугольного поперечного сечения постоянной высоты $R = const$ и переменной ширины $b = b(\xi)$

$$4\psi = \frac{5}{16p_{nk}^{3/2}} (1-r)^3 \left[(1-(1-r)\xi)^{-3} - 1 \right] + \frac{3}{2p_{nk}} (1-r)^2 \left[(1-(1-r)\xi)^{-2} - 1 \right] + \frac{3}{2p_{nk}^{1/2}} (1-r) \left[(1-(1-r)\xi)^{-1} - 1 \right], \quad (6)$$

2) стержень круглого или квадратного поперечного сечения с радиусом или стороной квадрата R

$$4\psi = \frac{45}{128p_{nk}^{3/2}} (1-r)^3 \left[(1-(1-r)\xi)^{-3/2} - 1 \right] + \frac{15}{8p_{nk}} (1-r)^2 \left[(1-(1-r)\xi)^{-1} - 1 \right] + \frac{9}{4p_{nk}^{1/2}} (1-r) \left[(1-(1-r)\xi)^{-1/2} - 1 \right], \quad (7)$$

3) стержень прямоугольного поперечного сечения переменной высоты $R = R(\xi)$ и постоянной ширины $b = const$

$$4\psi = \frac{63}{256p_{nk}^{3/2}} (1-r)^3 \left[(1-(1-r)\xi)^{-3/2} - 1 \right] + \frac{15}{8p_{nk}} (1-r)^2 \left[(1-(1-r)\xi)^{-1} - 1 \right] + \frac{3}{4p_{nk}^{1/2}} (1-r) \left[(1-(1-r)\xi)^{-1/2} - 1 \right], \quad (8)$$

здесь n означает номер частоты колебаний, $k = \overline{1,4}$ – способ опирания стержня ($k = 1$ – защемление обоих концов, $k = 2$ – консоль, $k = 3$ – свободное опирание концов, $k = 4$ – свободные концы).

Результаты вычислений для основной ($n = 1$) частоты при трех типах опирания ($k = 1, 3, 4$) приведены в таблице 1.

Таблица 1.

$k \backslash r$	1	0,75	0,5	0,33	0,25
Усеченный клин (6) $S = 1 - (1-r)\xi, G = 1 - (1-r)\xi$					
$k = 1$	0	1,36	8,56	26	53
$k = 3$	0	1,36	8,56	26	53
$k = 4$	0	2,20	15,00	60	184
Усеченный конус (7) $S = [1 - (1-r)\xi]^2, G = [1 - (1-r)\xi]^4$					
$k = 1$	0	1,01	7,2/1,09	16,2/2,47	29,1/4,8
$k = 3$	0	1,01	7,2/1,54	16,2/3,65	29,1/6,09
$k = 4$	0	1,60	12,6/2,36	33,0/5,31	62,8/8,16
Усеченный клин (8) $S = 1 - (1-r)\xi, G = [1 - (1-r)\xi]^3$					
$k = 1$	0	0,4	5,79/0,64	8,3/0,86	15,3/2,0
$k = 3$	0	0,4	5,79/1,57	8,3/3,9	15,3/6,9
$k = 4$	0	0,67	7,2/1,4	18,2/3,11	32,3/5,24

В числителе приводится значение характеристики $\Delta_{\text{инт.}}$, в знаменателе – погрешность вычисления соответствующей частоты Δ_{1k} . Расчеты такого типа для консольного стержня не приводились, так как главный член асимптотики [1, 2] для этого случая дает качественно неверный результат (уменьшение частоты при наличии конусности или клиновидности вместо увеличения) и, следовательно, оценка точности этого приближения теряет смысл. Заметим, что учет второго члена асимптотики для консоли дает результат, достаточно близкий к точному [1].

Анализ данных, приведенных в таблице 1, показывает, что достаточно малой ошибке при вычислении частот соответствует сравнительно высокий уровень параметра $\Delta_{\text{инт.}}$ при использовании функций $f_j(\xi)$ в качестве частных решений исходного уравнения. Отсюда, прежде всего, следует вывод о грубости оценки (2), что можно было ожидать, учитывая процедуру построения ее. С другой стороны, если предположить достаточную тонкость оценки (2), тогда частоты собственных колебаний неоднородных стержней оказываются слабо чувствительными к такого типа интегральной характеристике.

Однако, для целей установления ограничений на параметры неоднородностей произвольных стержней, анализ причин высоких значений характеристики $\Delta_{\text{инт.}}$ не обязателен. Важен факт установления соответствия между двумя видами погрешностей, одна из которых ($\Delta_{\text{инт.}}$) всегда может быть найдена для произвольного стержня с различными законами неоднородностей.

Сравнение погрешностей $\Delta_{\text{инт.}}$ и Δ_{1k} показывает, что 10%-ой ошибке в определении частот с учетом второго приближения соответствует 60-80%-ый уровень характеристики $\Delta_{\text{инт.}}$ для защемленных и свободно опертых стержней ($k = 1, 4$) и 20-40%-ый уровень – для свободных стержней.

Учитывая, что данное сравнение погрешностей проведено для различных законов изменения коэффициентов исходного уравнения, в дальнейшем будем придерживаться следующего утверждения: если величина $\Delta_{\text{инт.}}$ для стержня с заданной неоднородностью не будет превышать 70% при жесткой заделке и свободном опирании (либо 30% при свободных концах), частоты собственных колебаний, рассчитанные по методике [2], будут определены с ошибкой, не превышающей 10%.

Для консольных стержней, учитывая примерно одинаковый со свободными стержнями уро-

вень ошибки, установим 30%-ое ограничение на характеристику $\Delta_{\text{инт.}}$

Таким образом, при расчете конкретного стержня с заданной неоднородностью следует предварительно определить параметр $\Delta_{\text{инт.}}$, и, если величина ожидаемой погрешности не превышает установленный уровень, вычислить частоту.

Аналогично устанавливаются ограничения на параметры неоднородности при расчете высших частот. С увеличением номера частоты величины погрешностей $\Delta_{\text{инт.}}$ и Δ_{nk} практически совпадают. В этом случае характеристика $\Delta_{\text{инт.}}$ становится оценкой точности вычисления частот.

В качестве примера рассчитаны значения характеристики $\Delta_{\text{инт.}}$ для стержня с параболическим очертанием [3]. В таблице 2 приведены числовые данные для случаев заземленного и свободного стержней при различных значениях параметров k и m . В числителе дается величина $\Delta_{\text{инт.}}$, а в знаменателе – соотношение конечных диаметров $\frac{d_k}{d_0}$. Согласно приведенным данным, удовлетворительная точность расчетов частоты ($\Delta_{1k} < 10\%$, $k = 1,3$) сохраняется для всех парабол до неоднородности, соответствующей примерно двукратному перепаду конечных диаметров $\left(\frac{d_k}{d_0} > 0,55\right)$.

Таблица 2.

$m \backslash k$	2	4	6	8
0,2	$\frac{6,2}{0,89}$	$\frac{5,3}{0,94}$	$\frac{3,9}{0,97}$	$\frac{3,05}{0,98}$
0,3	$\frac{10,7}{0,84}$	$\frac{8,8}{0,91}$	$\frac{6,5}{0,96}$	$\frac{5,05}{0,98}$
0,4	$\frac{16,04}{0,77}$	$\frac{13,3}{0,88}$	$\frac{9,7}{0,94}$	$\frac{7,5}{0,97}$
0,5	$\frac{26,7}{0,71}$	$\frac{19,4}{0,84}$	$\frac{14}{0,92}$	$\frac{10,7}{0,96}$
0,6	$\frac{44,56}{0,63}$	$\frac{28,2}{0,79}$	$\frac{19,8}{0,89}$	$\frac{15,1}{0,94}$
0,7	$\frac{90}{0,55}$	$\frac{43,4}{0,74}$	$\frac{29,08}{0,86}$	$\frac{21,8}{0,93}$

Разработанная методика может применяться для установления ограничений на параметры неоднородности, в рамках которых погрешность расчетов частоты колебаний не будет превышать установленный уровень $x\%$.

Список литературы

1. Гордон В.А., Брусова В.И. Свободные изгибные колебания клиновидных и конических стержней / Известия ОрелГТУ. Серия «Естественные науки». – №3-4. – 2003. – С. 42-53.
2. Гордон В.А., Шоркин В.С., Борзенков М.И. Метод решения задач механики неоднородных тел / Монография. – Орел: ОрелГТУ, 2005. – 161 с.
3. Гордон В.А., Брусова В.И. Изгибные колебания стержней оживального типа / Материалы II междунар. конф. «Механика неоднородных деформируемых тел: методы, модели, решения». – Севастополь: Изд-во ОрелГТУ, 2005. – С. 27-30.

УДК 621.825-57:338.314

Корнеев Ю.С., канд. техн. наук, доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика»
Корнеева Е.Н., старший преподаватель кафедры «Высшая математика»
Корнеева Т.Ю., студент
(Орловский государственный технический университет)
г.Орел, тел. (4862) 419896

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ПУСКОВЫХ МУФТ В ПРИВОДАХ МАШИН (С БОЛЬШИМИ ИНЕРЦИОННЫМИ МАССАМИ)

Анализ состояния вопроса исследования механических приводов позволяет сделать следующие выводы:

1. Применяемые в приводах машин асинхронные электродвигатели с короткозамкнутым ротором обуславливают быстрое протекание пускового процесса, в результате чего элементы привода подвергаются значительным динамическим нагрузкам.

2. В настоящее время в приводах технологических машин применяется большое число муфт различных конструкций, среди которых наиболее простыми и часто используемыми являются глухие муфты и муфты типа МУВП. Однако приводы с этими муфтами обладают рядом недостатков: в приводе возникают большие динамические нагрузки; приводы имеют неудовлетворительные пусковые характеристики; двигатели находятся в период разгона длительное время под повышенной нагрузкой и в связи с этим они перегреваются и могут выйти из строя.

Эти факторы сказываются на производительности оборудования, качестве выпускаемой продукции, работоспособности узлов привода.

3. Более совершенными являются фрикционные муфты с гидравлическими и пневматическими системами управления, однако приводы с такими муфтами не обладают высокой надежностью в эксплуатации и сложны по устройству и управлению. Их применение в ряде случаев бывает экономически неоправдано.

4. Системы электропривода с активным сопротивлением в цепи ротора и индуктивным реактором, системы с двигателем постоянного тока, хотя и обеспечивают надлежащее качество пуска, однако отличаются многоэлементностью, в силу чего их применение оправдано лишь в приводе мощных конвейерных установок.

Для улучшения режима работы технологических машин предложена механическая пусковая муфта [1]. Применение таких муфт позволит расширить возможности уменьшения динамических перегрузок машин при использовании дешевых и надежных механических устройств (по сравнению с электрическими, гидравлическими и пневматическими системами регулирования).

С целью проверки работоспособности механических пусковых муфт в производственных условиях был изготовлен опытный образец муфты на передаваемую мощность $N = 5,5$ кВт и частоту вращения $n = 1460$ об/мин и установлен в приводе тележки для сушки стержней в литейном цехе Орловского завода «Химтекстильмаш» (Литформ).

Ранее привод тележки осуществлялся от асинхронного короткозамкнутого электродвигателя марки А02-42-4 через упругую втулочно-пальцевую муфту типа МУВП и червячный редуктор. Режим работы тележки – повторно-кратковременный. Применение механической пусковой муфты позволило заводу для одного стержневого участка практически устранить брак за счет падения стержней при пуске, остановке и перемещении тележки.

Муфта в течение всего периода эксплуатации не требовала специального ухода. Включение привода тележки происходило более плавно, без рывков и вибраций по сравнению с применявшейся ранее упругой втулочно-пальцевой муфтой. Механическая пусковая муфта обеспечила безнагрузочный разгон электродвигателя до скорости равной или близкой номинальной. В течение всего периода эксплуатации не наблюдалось случаев простоя тележки по техническим причинам, относящимся к его приводу. Повысилась надежность и долговечность привода. После временной разборки муфты визуальными наблюдениями установлено, что износ поверхностей фрикционных, нажимного и регу-

лирующего дисков, шаров отсутствует, пластическая деформация или иные признаки выхода из строя деталей муфты не наблюдаются.

Краткий расчет годового экономического эффекта

$A_2 = 71616$ шт. – годовой объем выпускаемых стержней (годных).

$A_{\text{ГОДН.}}^1 = 83\%$ – процент выхода годных стержней до использования механической пусковой муфты.

$A_{\text{ГОДН.}}^2 = 94\%$ – процент выхода годных стержней после использования механической пусковой муфты.

$C = 18,85$ руб. – себестоимость изготовления стержней на одну тонну годного литья.

$L_{\text{ГОДН.}} = 3877$ тонн – количество тонн годного литья в год.

$K = 1010516$ руб. – капитальные вложения в стержневой участок.

$E_H = 0,15$ – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений.

$C_1 = \frac{C \cdot L_{\text{ГОДН.}}}{A_2} = \frac{18,85 \cdot 3877}{71616} = 1,02$ руб. – себестоимость изготовления единицы годной

продукции до использования механической пусковой муфты.

$K_1 = \frac{K}{A_2} = \frac{1010516}{71616} = 14,11$ руб. – удельные капитальные вложения в расчете на единицу год-

ной продукции до использования механической пусковой муфты.

$C_2 = C_1 \cdot \frac{A_{\text{ГОДН.}}^1}{A_{\text{ГОДН.}}^2} = 1,02 \cdot \frac{83}{94} = 0,9$ руб. – себестоимость изготовления единицы годной про-

дукции после использования механической пусковой муфты.

$K_2 = K_1 \cdot \frac{A_{\text{ГОДН.}}^1}{A_{\text{ГОДН.}}^2} = 14,11 \cdot \frac{83}{94} = 12,46$ руб. – удельные капитальные вложения в расчете на

единицу годной продукции после использования механической пусковой муфты.

$$\begin{aligned} \Delta &= (Z_1 - Z_2) \cdot A_2 = [(C_1 + E_H \cdot K_1) - (C_2 + E_H \cdot K_2)] \cdot A_2 = \\ &= [(1,02 + 0,15 \cdot 14,11) - (0,9 + 0,15 \cdot 12,46)] \cdot 71616 = 26318,88 \text{ рублей.} \end{aligned}$$

Фактический годовой экономический эффект от внедрения механической пусковой муфты по одному цеху составил свыше 26000 рублей.

Эти муфты могут завоевать широкую область применения, не ограничиваясь приводами машин литейных предприятий. В частности, муфта указанной конструкции с той же технической характеристикой была применена в качестве предохранительного звена в приводе скребкового транспортера на Орловском заводе «Шестерен» (Автосельмаш) вместо применявшейся муфты типа МУВП.

До замены муфты наблюдался перегрев электродвигателя, часто происходили поломки траверсы и самой муфты МУВП. После замены муфты перечисленные выше недостатки были устранены. Общие простои транспортера по техническим причинам, демонтаж и монтаж привода снизились в пять раз, а затраты электроэнергии уменьшились на 3,4% по сравнению с таким же сроком эксплуатации транспортера до установки механической пусковой муфты, что дало заводу годовой экономический эффект 2775 рублей.

Краткий расчет годового экономического эффекта

$C_1 = 4,69$ руб. – стоимость изготовления одной упругой втулочно-пальцевой муфты.

$C_2 = 2,68$ руб. – стоимость демонтажа и монтажа привода.

$C_3 = 15,40$ руб. – стоимость ремонта траверсы.

$n = 5$ – количество простоев транспортера при использовании упругой втулочно-пальцевой муфты.

$N_{ЭД} = 5,5$ квт. – мощность электродвигателя.

$\Phi = 3934$ час. – годовой фонд времени работы транспортера.

$\Psi = 0,93$ коп. – стоимость 1 квт.час. электроэнергии.

$\Delta_3 = 0,034$ (3,4%) – экономия электроэнергии в год.

$A_2 = 29$ шт. – годовой объем производства механических пусковых муфт (количество транспортеров).

$C_4 = N_{ЭД} \cdot \Phi \cdot \Psi \cdot \Delta_3 = 5,5 \cdot 3934 \cdot 0,0093 \cdot 0,034 = 6,84$ руб. – экономия электроэнергии в рублях при замене муфты типа МУВП механической пусковой муфтой.

$Z_1 = (C_1 + C_2 + C_3) \cdot n + C_4 = (4,69 \text{руб.} + 2,68 \text{руб.} + 15,40 \text{руб.}) \cdot 5 + 6,84 \text{руб.} = 120,69$ руб. – затраты при использовании муфты типа МУВП.

$Z_2 = 25$ р. – затраты при использовании механической пусковой муфты.

$\mathcal{E}_Г^1 = Z_1 - Z_2 = 120,69 \text{руб.} - 25 \text{руб.} = 95,69$ руб. – годовой экономический эффект от внедрения (использования) одной механической пусковой муфты.

$\mathcal{E}_Г = (Z_1 - Z_2) \cdot A_2 = 95,69 \text{руб.} \cdot 29 = 2775$ руб. – годовой экономический эффект от внедрения механических пусковых муфт.

Список литературы

1. Авторское свидетельство 418645 (СССР). Центробежная пусковая муфта / Авт.изобрет. Б.Г. Кобцев, В.Н. Коськин. – Заявл.31.01.72, №1741625/25-27, опубл. 05.03.74.
2. Методика (Основные положения) определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рационализаторских предложений. – М.: Экономика, 1977.
3. Детали машин: Справочник / Под ред. Н.С. Ачеркана. – М.: Машиностроение, 1969. – Т.3.

Лошманов А.Ю.

(Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН)

e-mail: loshmanov@kmscom.ru

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА О ВЫГЛАЖИВАНИИ ПОВЕРХНОСТИ ЖЕСТКИМ УГЛОВЫМ ШТАМПОМ

Жесткопластический анализ [1] позволяет исследовать механику большинства процессов обработки материалов давлением, резанием; при расчете оценки несущей способности конструкций при длительной эксплуатации с большим накоплением остаточных деформаций.

Анализ накопления больших пластических деформаций связан в первую очередь с резким изменением геометрии свободной поверхности, которые принято называть концентраторами напряжений. Эти элементы с точки зрения теории идеального жесткопластического тела являются концентраторами деформаций, определяющими несущую способность всей конструкции. Расчет полей деформаций в окрестности концентраторов вызывает ряд определенных трудностей вследствие наличия значительных градиентов напряжений в этих зонах.

Другой проблемой этого направления является то, что деформации в пластической области распределяются крайне неравномерно. Основные деформации, как правило, наблюдаются на особенностях поля скоростей перемещений (точек, линий и поверхностей разрывов различного порядка, существование которых допускается принципом максимума Мизеса) [2-3]. Деформации на них значительно превышают деформации в непрерывном поле скоростей перемещений и могут определять процессы разрушения материала.

Целью работы является жесткопластический анализ накопления пластических деформаций и их локализация на особенностях поля скоростей перемещений в задаче о выглаживании поверхности угловым штампом. Область пластического течения и поле линий скольжения представлены на рисунок 1.

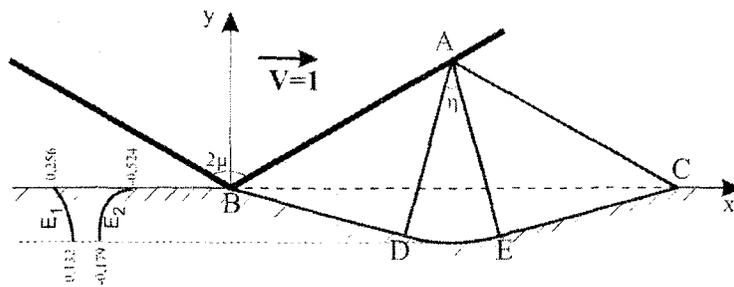


Рис. 1. Выглаживание поверхности угловым штампом

Пластическая область состоит из треугольников ABD и AEC равномерного напряженного состояния и центрированного веера ADE , в центре которого сходятся прямолинейные линии семейства β , α – линии окружности с центрами в точке A .

Поле скоростей однородно во всей пластической области. На жесткопластической границе $BDEC$ проекция v скорости перемещения вдоль β равна нулю. Тогда согласно уравнению Гейрингера, выполняющегося вдоль оси α , проекция u на каждой линии α является постоянной, и при краевом условии на AB равна $u = \sqrt{2} \cos \mu$. Углы μ и η связаны соотношением, вытекающим из требования стационарности рассматриваемого процесса:

$$\eta = \frac{\pi}{2} - \mu.$$

В качестве меры деформации используется тензор конечных деформаций Альманси:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} - A_{ik} A_{jk}),$$

где $A_{ij} = \partial X_j / \partial x_i$ – компоненты дисторсии, X_i, x_i – соответственно, лагранжевы и эйлеровы координаты. В условиях плоской деформации в связи с несжимаемостью идеального жесткопластического тела только один инвариант тензора E_{ij} является независимым (например, E_1 – первое главное значение тензора Альманси), и он принимается за характеристику величины деформации частицы.

В [2-3] показано, что распределение деформаций в окрестности особенности поля скоростей перемещений, в виде линии разрыва, определяется удельной диссипацией энергии W , зависящей от разрыва касательной составляющей скорости перемещения $[V_\tau]$, от нормальной составляющей V_ν и нормальной скорости G распространения линии разрыва:

$$W = \frac{[V_\tau]}{V_\nu + G}, \quad E_1 = \frac{W^2}{4} \left(\sqrt{1 + \frac{4}{W^2}} - 1 \right).$$

В выбранной системе координат составляющие скорости перемещения:

$$V_\nu = v^\pm = 0, \quad [V_\tau] = u^+ - u^- = \sqrt{2} \cos \mu,$$

нормальная скорость G распространения линии $BDEC$:

– для линии BD $G = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \mu \right),$

– для линии DE $G = \frac{1}{\cos \mu - \sin(\mu - \eta)} \left(\sin \mu \cos \xi + \sin(\mu - \eta) \sin \xi + \frac{1}{\sqrt{2}} \right),$

где $\xi \in \left[\frac{\pi}{4} - \mu, \frac{\pi}{4} - \mu + \eta \right],$

– для линии EC $\frac{\sin \left(\frac{\pi}{4} - \mu + \eta \right)}{\cos \mu - \sin(\mu - \eta)} (\sin \mu + \cos(\mu - \eta)).$

В окрестности другой особенности поля скоростей перемещений, в виде центра веера поля линий скольжения – точка A , определение деформаций сводится к интегрированию системы, [2-3]:

$$\frac{da_{11}}{d\alpha} f - a_{11} \sin \alpha \cos \alpha + a_{21} \cos^2 \alpha = 0,$$

$$\frac{da_{12}}{d\alpha} f - a_{12} \sin \alpha \cos \alpha + a_{22} \cos^2 \alpha = 0,$$

$$\frac{da_{21}}{d\alpha} f - a_{11} \sin^2 \alpha + a_{21} \sin \alpha \cos \alpha = 0,$$

$$\frac{da_{22}}{d\alpha} f - a_{12} \sin^2 \alpha + a_{22} \sin \alpha \cos \alpha = 0,$$

где $f = \frac{u - a' \cos \alpha - b' \sin \alpha}{u + \partial v / \partial \alpha}$, $\mathbf{m} = a'(t)\mathbf{i} + b'(t)\mathbf{j}$ – скорость точки A . В выбранной системе координат

(рисунок 1) составляющие скорости точки A : $a' = 1, b' = 0$.

Траектория движения частиц в пластической области проходит через жесткопластическую границу $BDEC$. В частности, частица, попадающая в веер, получает начальные деформации на линии EC . Следовательно, решение системы дифференциальных уравнений удовлетворяет начальным условиям:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ W_{EC} & 1 \end{bmatrix},$$

где W_{EC} – удельная диссипация энергии на линии EC .

На рисунке 1 представлено распределение поля остаточных деформаций для случая $\mu = 60^\circ$.

Предложенный подход позволяет аналитически описывать поле остаточных деформаций при выглаживании поверхности жестким угловым штампом. Этот подход может быть использован при анализе поля остаточных деформаций и в других технологических процессах обработки материалов давлением [4]. Это отличается от стандартных процедур конечно-элементного и конечно-разностного анализа, вызывающих затруднения, так как при построении этих процедур используются соответствующая гладкость входящих в них функций.

Список литературы

1. Быковцев Г.И., Ивлев Д.Д. Теория пластичности. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 529 с.
2. Хромов А.И., Буханько А.А., Степанов С.Л. Концентраторы деформаций // Доклады АН. – 2006. – Т. 407. – № 6. – С. 777-781.
3. Хромов А.И. Локализация пластических деформаций и разрушение идеальных жесткопластических тел // Доклады АН. – 1998. – Т. 362. – № 2. – С.202-205.
4. Лошманов А.Ю. Анализ полей остаточных деформаций в задачах технологической теории пластичности // Научная конференция молодых ученых по механике сплошных сред, посвященная 80-летию со дня рождения чл.-корр. АН СССР А.А. Поздеева. / Сборник научных трудов. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – С. 83-85.

УДК 539

*Моисеенко А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры «Высшая математика»
(Орловский государственный технический университет)
г.Орел, тел. (4862) 419848; e-mail: kvm@ostu.ru*

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНСТРУКЦИОННОЙ ПРОЧНОСТИ СОЕДИНЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВАЛА СО СТУПИЦЕЙ ПО ПРЕРЫВИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

In the article the results of theoretical solution of joint of cylindrical shaft and hub is submitted. The investigations have shown sufficient strength of such theoretical connection. The coefficients of constructional strength are suggested.

В [1] была представлена математическая модель напряженно-деформированного состояния тел контактирующих по прерывистой цилиндрической поверхности с гарантированным натягом. В [2] был указан метод исследования (метод граничных элементов) конструкционной прочности по макропрерывистой цилиндрической поверхности.

В данной статье исследуется конструкционная прочность соединения цилиндрического (гладкого) вала со ступицей по прерывистой поверхности. Вначале введем критерии конструкционной прочности в общем случае для зубчатого вала.

За условное разрушение соединения с гарантированным натягом примем недопустимое изменение взаимного положения соединенных деталей после одно или многократного нагружения. Тогда конструкционная прочность соединения с гарантированным натягом есть способность противостоять разрушению при действии заданной нагрузки в течение заданного времени. Обычно ограничиваются требованием противостоять разрушению при максимальной однократной нагрузке. Показателями конструкционной прочности соединения деталь-ступица, закрепленной на валу или оси являются предельная сдвигающая сила и предельные крутящий и изгибающий моменты (для оси только последний). В исследуемом в настоящей работе соединении по прерывистой поверхности эти нагрузки снижаются по сравнению с таковыми для соединения по полной поверхности.

Введем понятие коэффициентов конструкционной прочности данного соединения. Назовем **коэффициентом прочности** C_0 отношение предельных нагрузок соединения по прерывистой поверхности к предельным нагрузкам соединения по полной (непрерывной) поверхности при постоянстве длин посадки, материалов соединенных деталей и соотношений их параметров: $\frac{\delta}{R_a}$, $\frac{R_0}{R_a}$ и $\frac{R_c}{R_a}$.

$$C_0 = \frac{F'_{np}}{F_{np}^0} = \frac{M'_{к np}}{M_{к np}^0}, \quad (1)$$

где R_0, R_a, R_f – геометрические параметры соединения (рисунок 1);
 F'_{np} и $M'_{к np}$ – предельные сдвигающая сила (осевая или тангенциальная) и крутящий момент соединения по прерывистой поверхности;
 F_{np}^0 и $M_{к np}^0$ – соответствующие предельные сдвигающая сила и крутящий момент соединения по полной поверхности.

Равенство отношений нагрузок (сил и моментов) в (1) объясняется отличием F'_{np} от $M'_{к np}$ и F_{np}^0 от $M_{к np}^0$ постоянным множителем R_a (радиусом вала).

Предельная сдвигающая сила (сила сцепления) F'_{np} равна произведению среднего нормального давления P_{nc} на поверхности соединения на площадь этой поверхности S и на коэффициент трения покоя f

$$F'_{np} = P_{nc} \cdot S \cdot f. \quad (2)$$

Подставляя это выражение в (1) получим

$$C_0 = \frac{S'}{S_0} \cdot \frac{P'_{nc}}{P_n^0} \cdot \frac{f'}{f^0}, \quad (3)$$

где параметры со штрихом относятся к прерывистому контакту, а с верхним индексом (0) – к полному.

Обозначая $C_l = \frac{S'}{S}$, $C_p = \frac{P'_{nc}}{P_n^0}$, $C_f = \frac{f'}{f^0}$, получим

$$C_0 = C_l \cdot C_p \cdot C_f, \quad (4)$$

где C_l – коэффициент полноты контакта;
 C_p – коэффициент относительной жесткости;
 C_f – коэффициент относительного сцепления.

Полагая равенство коэффициентов сцепления в обоих соединениях, получим окончательно

$$C_0 = C_l \cdot C_p. \quad (5)$$

На рисунке 1 изображено нормальное сечение зуба соединения зубчатого вала со ступицей. Вследствие симметрии соединения для остальных зубьев нормальные контактные давления будут такими же. Посадка произведена по выступам зубьев, т.е. диаметр посадки $d_a = 2 \cdot R_a$.

На рисунке 1 P_n^0 – нормальное давление в соединении с полным контактом, определенным по Ляме [3]), P'_{na} – контактное нормальное давление, определяемое с помощью комплекса программ «PRESS», P'_{nc} – среднее нормальное давление, определяемое как

$$P'_{nc} = \frac{2 \int_0^{0,5\varphi_a} P'_{na} \cdot R_a d\varphi}{\varphi_a \cdot R_a} = \frac{2 \int_0^{0,5\varphi_a} P'_{na} d\varphi}{\varphi_a}, \quad (6)$$

где φ_a – угловая протяженность вершины одного зуба.

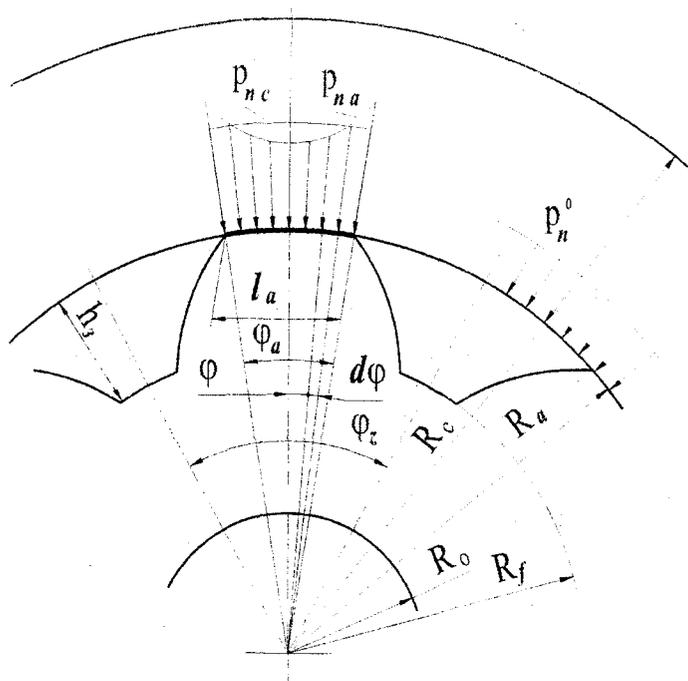


Рис. 1. Нормальное сечение зуба соединения зубчатого вала со ступицей

Так как осевая протяженность соединяемых цилиндрических поверхностей (для полного и прерывистого контакта) полагается равной, то отношение площадей контактирующих поверхностей

равно, очевидно, отношению протяженности дуг контакта. С учетом этого коэффициент C_l примет вид

$$C_l = \frac{S'}{S_0} = \frac{l_a \cdot z}{2\pi \cdot R_a}, \quad (7)$$

где l_a – длина контактной дуги одного зуба – толщина вершины зуба.

Формула (5) $C_0 = C_l \cdot C_p$ дает хорошую качественную оценку коэффициента прочности соединения C_0 . Как будет показано ниже, среднее контактное давление P'_{nc} соединения с прерывистым контактом всегда выше среднего давления P_n^0 соединения с полным контактом. Вследствие этого, хотя C_0 и падает с уменьшением C_l , но это падение в значительной степени компенсируется ростом C_p , происходит медленнее падения C_l .

Коэффициент прочности C_0 – характеристика не всегда объективная. Он сравнивает конструкционную прочность соединения по прерывистой поверхности (например, по выступам зубьев диаметром d_a) с конструкционной прочностью соединения по полной цилиндрической поверхности с тем же диаметром. Однако, как правило, альтернативой соединения по прерывистой поверхности диаметром d_a (радиусом R_a) является соединение по полной цилиндрической поверхности диаметром равным диаметру впадин зубьев d_f (радиусом R_f) – полное удаление зубьев. В этом случае сравнивать конструкционную прочность соединения по прерывистой поверхности диаметром d_a следует с конструкционной прочностью соединения по полной поверхности диаметром d_f , что приводит к коэффициентам прочности C_F и C_M .

Введем коэффициент C_F – коэффициент прочности по сдвигу равный

$$C_F = \frac{F'_{a np}}{F^0_{f np}}, \quad (8)$$

где $F^0_{f np}$ – предельная сдвигающая сила соединения по полной поверхности диаметром d_f ;
 $F'_{a np}$ – предельная сдвигающая сила соединения по прерывистой поверхности диаметром d_a .

Получим связь между коэффициентами C_0 и C_F

$$C_F = \frac{F'_{a np}}{F^0_{f np}} = \frac{P'_{anc} \cdot S'_a}{P^0_{fn} \cdot S^0_f} = \frac{l_a \cdot z \cdot R_a}{2\pi \cdot R_f \cdot R_a} \cdot \frac{P'_{anc}}{P^0_{fn}} = C_l \cdot \left(\frac{R_a}{R_f} \right) \cdot \frac{P'_{anc}}{P^0_{fn}}, \quad (9)$$

где P'_{anc} – среднее нормальное давление в соединении по прерывистой поверхности диаметром d_a ;
 P^0_{fn} – нормальное давление в соединении по полной поверхности диаметром d_f .

Для обеспечения одинаковых технологических условий сборки соединений с натягом и геометрического подобия соединяемых деталей необходимо принять

$$\frac{\delta_a}{R_a} = \frac{\delta_f}{R_f}, \quad \frac{R_{ca}}{R_a} = \frac{R_{cf}}{R_f}, \quad \frac{R_{0a}}{R_a} = \frac{R_{0f}}{R_f}, \quad (10)$$

где индексом (a) отмечены все параметры посадки по d_a , а индексом (f) по d_f .

При выполнении условий (10) контактные давления при полном контакте при посадке по диаметрам d_a и d_f будут равными (формула Ляме), т.е. $P^0_{an} = P^0_{fn}$. Тогда (9) примет вид

$$C_F = C_l \left(\frac{R_a}{R_f} \right) \cdot \frac{P'_{anc}}{P^0_{an}} = C_l \cdot C_p \left(\frac{R_a}{R_f} \right).$$

Учитывая (5), получим простую связь между C_0 и C_F

$$C_F = C_0 \cdot \frac{R_a}{R_f}. \quad (11)$$

Важно отметить, что формула (11) верна только при выполнении равенств (10).

Введем также коэффициент прочности при передаче крутящего момента C_M

$$C_M = \frac{M'_{a\kappa np}}{M^0_{f\kappa np}}, \quad (12)$$

где $M^0_{f\kappa np}$ – предельный крутящий момент соединения по полной поверхности диаметром d_f ;
 $M'_{a\kappa np}$ – предельный крутящий момент соединения по преры вистой поверхности диаметром d_a .

Легко устанавливается связь между коэффициентами C_0 и C_M . Проведя выкладки аналогичные (9)-(11), получим с учетом (10)

$$C_M = C_0 \cdot \left(\frac{R_a}{R_f} \right)^2. \quad (13)$$

Предельный изгибающий момент $M_{u np}$ (вектор момента перпендикулярен оси соединения) и сдвигающая сила F_{np} пропорциональны диаметру соединения d_a

$$M_{u np} = \frac{\pi}{16} d_a l^2 P_{nc}, \quad (14)$$

$$F_{np} = \pi \cdot d_a \cdot l \cdot P_{nc} \cdot f.$$

Откуда следует, что вводить дополнительно коэффициент прочности по изгибающему моменту $C_{M u}$ не следует, т.к. легко показать, что

$$C_{M u} = C_F. \quad (15)$$

Таким образом, прочность исследуемого соединения можно характеризовать тремя коэффициентами прочности: C_0 , C_F , C_M .

Определим основные параметры, влияющие на конструкционную прочность соединения.

Как следует из (15), (11), (13) коэффициенты прочности C_0 , C_F и C_M зависят от C_l , C_p и $\frac{R_a}{R_f}$. В свою очередь C_p зависит от P_n^0 и P'_{nc} . Контактное давление P_n^0 во всех практических расче-

тах определяют по Ляме, отношение $\frac{P'_{nc}}{P_n^0}$ определяется параметрами:

- коэффициентом полноты контакта C_l ;
- числом зубьев z ;
- относительной высотой зубьев $h_z^* = h_z / m$;
- формой боковой поверхности зубьев;
- относительными размерами охватывающей деталь-ступицы и охватываемого полого вала:

$$\frac{R_c}{R_a} \text{ и } \frac{R_0}{R_a} \left(\frac{R_0}{R_f} \right).$$

Учитывая специфическую форму зубьев, расширяющихся к основанию, можно было ожидать, что влияние боковой поверхности зубьев незначительно. Действительно, наши расчеты показали, что при равенстве высоты зубьев и толщин их по выступам коэффициенты прочности для вал-шестерен зацепления Новикова и эвольвентного отличаются менее чем на 1%, чем в практических расчетах можно пренебречь.

Таким образом, основными параметрами, определяющими коэффициенты прочности, являются: h_z^* , z , C_l , $\frac{R_c}{R_a}$, $\frac{R_0}{R_a}$. Для конкретного исходного контура (при фиксации h_z^*):

$$z, C_l, \frac{R_c}{R_a}, \frac{R_0}{R_a}, \text{ а для конкретного исходного контура и сплошного вала } (R_0 = 0): z, C_l, \frac{R_c}{R_a}.$$

Исследуем теперь конструкционную прочность соединения цилиндрического вала со ступицей по прерывистой поверхности (теоретический случай) и выясним, как влияет прерывистость контакта на прочность.

На рисунке 2 показано соединение полого цилиндрического вала с радиусом отверстия R_0 со ступицей с наружным радиусом R_c по цилиндрической поверхности, но условно контактирующими лишь по z равномерно расположенным по окружности радиуса R_a дугам l_a – толщинам выступов «зубьев нулевой высоты».

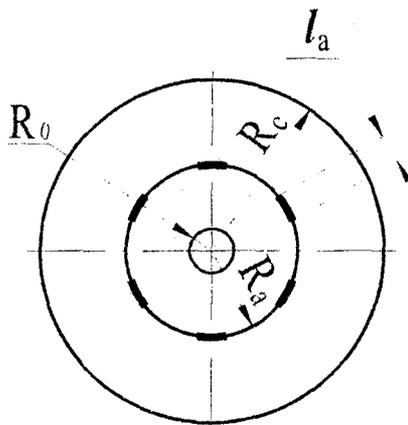


Рис. 2. Соединение цилиндрического вала со ступицей по прерывистой поверхности

Очевидно, что при увеличении протяженности l_a до $\frac{2\pi R_a}{z}$, приводящему к полному контакту по всей цилиндрической поверхности радиусом R_a , исследуемое соединение переходит в традиционное, рассчитываемое по Ляме. Это дает возможность оценить точность разработанного метода.

На рисунке 3 изображена зависимость C_0 от C_1 и $\frac{R_c}{R_a}$ при $R_0 = 0$ и $z = 12$. С уменьшением $\frac{R_c}{R_a}$ – относительной толщины ступицы – коэффициент C_0 увеличивается, а с ростом C_1 стремится к единице.

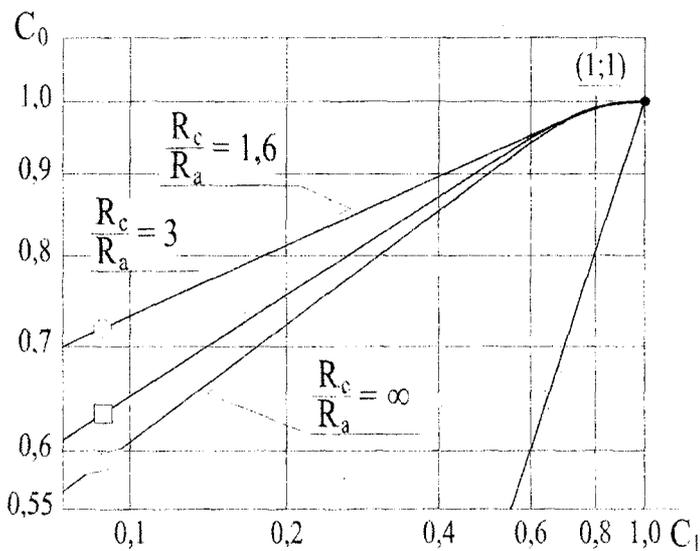


Рис. 3. Зависимость коэффициента прочности C_0 от коэффициента полноты контакта C_1 ($z=12, R_0=0$)

При $C_1 = 1$ расчетные значения $C_0 = 1 \pm 0,001$, что подтверждает высокую точность расчета.

Прямая на рисунке соответствует условию $C_0 = C_l$, т.е. $C_p = 1$ (формула 5), это условие соответствует гипотезе Винклера о постоянстве жесткости цилиндрического контакта. В действительности при $C_l < 1$ C_p значительно больше единицы, и $C_p = 1$ лишь при $C_l = 1$ (контакт по полной поверхности). Таким образом, хотя C_0 и падает с уменьшением C_l , но это падение компенсируется в значительной мере ростом C_p и проходит медленнее падения C_l . Так, согласно кривой на рисунке 3, при $C_l = 0,1 \dots 0,3$, $z = 12$, $R_0 = 0$ и $\frac{R_c}{R_a} = \infty$ — $C_0 = 0,61 \dots 0,78$, чему соответствует $C_p = 6,1 \dots 2,6$, т.е. среднее контактное давление на участке контакта в 2,6...6,1 раза выше определенного для соединения по полной поверхности по Ляме.

На рисунке 4 изображены графики изменения C_p и C_0 в зависимости от C_l для соединения с теми же параметрами: $z = 12$, $R_0 = 0$ и $\frac{R_c}{R_a} = \infty$.

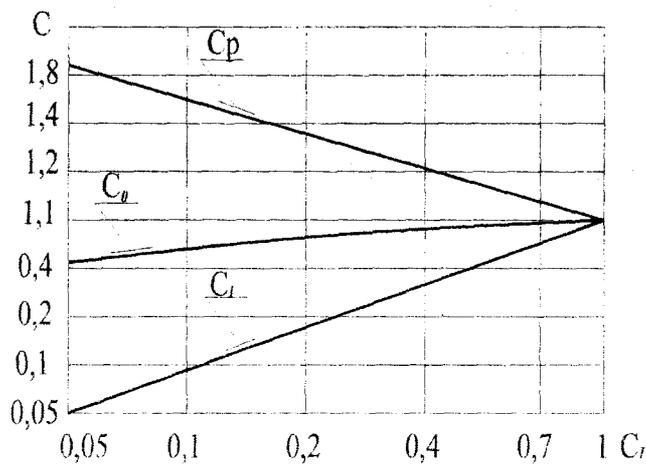


Рис. 4. К связи между коэффициентами C_0 , C_l , C_p ($z = 12$, $R_0 = 0$, $\frac{R_c}{R_a} = \infty$)

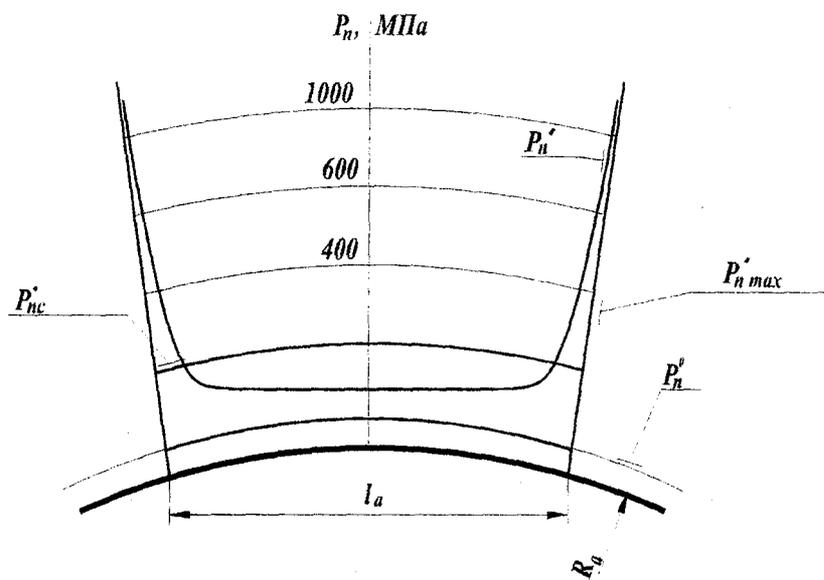


Рис. 5. Изменение контактных давлений P_n' , $P_n'_{max}$, $P_n'_{nc}$ и P_n^0 для соединения с

$$C_l = 0,1923, \quad z = 12, \quad R_0 = 0, \quad \frac{R_c}{R_a} = \infty, \quad \frac{\delta}{R_a} = 0,001, \quad E = 215000 \text{ МПа}$$

Графики являются хорошей иллюстрацией к формуле 5.

На рисунке 5 изображены графики различных контактных давлений для соединения с $C_I = 0,1923$, $z = 12$, $R_0 = 0$ и $\frac{R_c}{R_a} = \infty$. Здесь P'_n – контактное давление на участке контакта, P'_{nc} – среднее контактное давление, определяемое по 6, P_n^0 – контактное давление при полном контакте, определяемое по Ляме.

Для приведенного на рисунке случая: $P'_{n \max} = 1076$ МПа, $P'_{nc} = 199,08$ МПа, $P_n^0 = 53,75$ МПа, чему соответствует $C_p = \frac{P'_{nc}}{P_n^0} = 3,704$, $C_0 = C_I \cdot C_p = 0,712$.

Влияние различных параметров соединения на коэффициент C_0 изображено на рисунках 6-9.

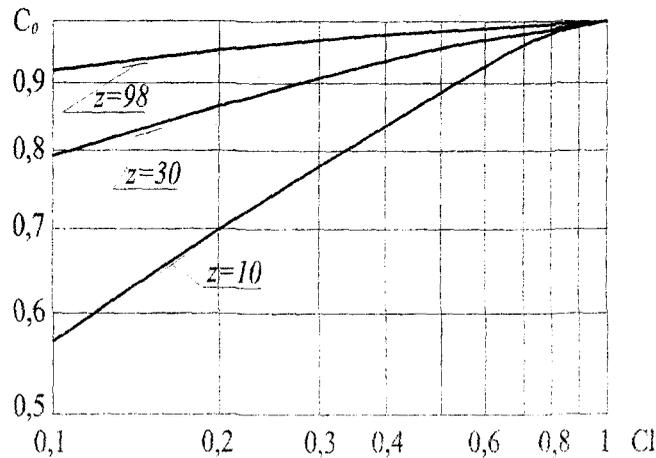


Рис. 6. Зависимость коэффициента прочности C_0 от коэффициента полноты контакта C_I ($\frac{R_c}{R_a} = \infty, R_0 = 0$)

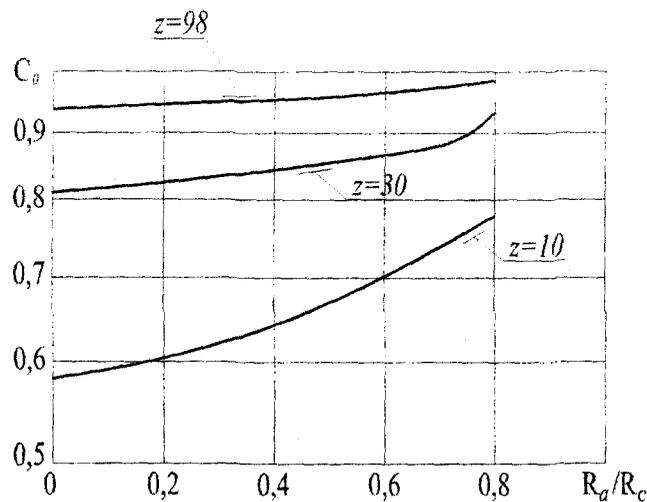


Рис. 7. Зависимость коэффициента прочности C_0 от относительной толщины ступицы

$$\frac{R_a}{R_c} (C_I = 0,1033, R_0 = 0)$$

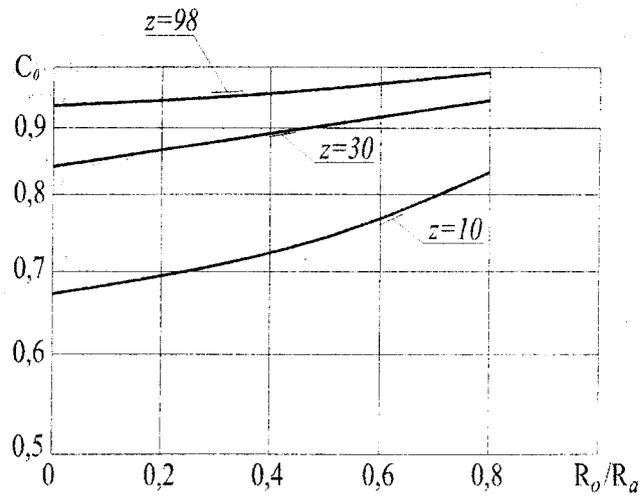


Рис. 8. Зависимость коэффициента прочности C_0 от относительной толщины полого вала

$$\frac{R_0}{R_a} \quad (C_1 = 0,192, \frac{R_c}{R_a} = \infty)$$

К увеличению C_0 ведет уменьшение относительной толщины стенки как ступицы – $\frac{R_a}{R_c}$ (рисунок 8), так и полого вала – $\frac{R_0}{R_a}$ (рисунок 9). На всех рисунках 7-9, а особенно на рисунке 8 видно, что с ростом z C_0 увеличивается и в пределе при неограниченном увеличении числа контактирующих участков стремится к единице, т.е.

$$\lim_{z \rightarrow \infty} C_0 = 1. \quad (16)$$

При неограниченном увеличении числа зубьев макропрерывистый контакт переходит в микропрерывистый, определяемый наличием шероховатостей контактирующих поверхностей. Приведенные расчеты хорошо согласуются с выводами в работах [3, 4]: шероховатость не оказывает существенного влияния на напряженно-деформированное состояние (НДС) при радиальном удалении от поверхности контакта.

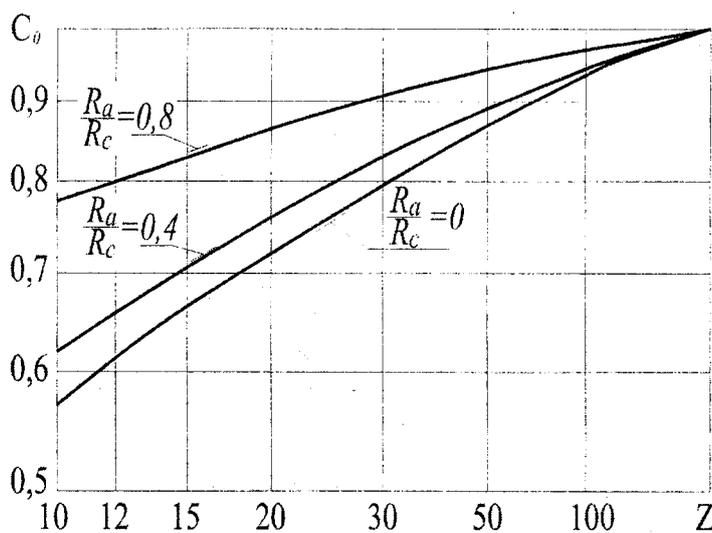


Рис. 9. Зависимость коэффициента прочности C_0 от числа контактирующих участков z
($C_1 = 0,1033, R_0 = 0$)

Список литературы

1. Моисеенко А.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния тел, контактирующих по прерывистой цилиндрической поверхности, вызываемого термической посадкой // Сб. Известия Орел ГТУ. Естественные науки. – 2003. – №3-4. – С.60-63.
2. Моисеенко А.А. Метод граничных элементов для исследования конструкционной прочности соединения по макропрерывистой поверхности с гарантированным натягом // Сб. Известия Орел ГТУ. Естественные науки. – 2003. – №3-4. – С.63-67.
3. Демкин Н.Б. Контактрование шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970.
4. Курносое Н.Е. Исследование величин фактической площади контакта и ее влияние на качество соединений с натягом: Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.т.н. – М.: МВТУ, 1976. – 16 с.

УДК 620.179.111

*Мулюкин О.П., докт. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Инженерная графика»
Иванов Б.Г., канд. техн. наук, профессор, первый проректор
Бусыгин М.В., лаборант кафедры «Теоретические основы электротехники, автоматизации и электроники»*

*(Самарская государственная академия путей сообщения)
г. Самара, тел. (4846) 9995402; e-mail: maksim_bus@mail.ru*

*Гордон В.А., докт. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика»
Борзенков М.И., канд. техн. наук, доцент
(Орловский государственный технический университет)
г. Орел, тел. (4862) 419848; e-mail: Gordon@ostu.ru*

*Чекмарев А.Н., докт. техн. наук, профессор
Барвинок В.А., докт. техн. наук, профессор
Шалавин В.В., канд. техн. наук, доцент
(Самарский государственный аэрокосмический университет)*

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ИЗГОТОВЛЕНИЯ

The structure of knowledge system developed to control the quality of industrial products at the production stage is described in the paper. The classification of quality data of industrial products at the production stage provides the description of the ways to maintain the quality of the vehicles' actuators.

Современные системы качества промышленной продукции характеризуются смещением контроля качества с конечных этапов ее жизненного цикла на начальные. В основе данной тенденции – не фиксация дефектов и брака путем контроля и отбраковки изделий, а предупреждение дефектов с помощью различных организационно-технических и конструкторско-технологических мероприятий, включая профилактическое обслуживание оборудования, использования статистических методов регулирования и контроля над технологическими процессами и т.д. на начальных стадиях разработки конструкции технологии изделия.

Эволюция направлений обеспечения качества продукции технического назначения характеризуется следующими стадиями развития промышленного производства: стадия контроля → стадия управления качеством → стадия постоянного повышения качества → стадия планирования качества /7/.

Согласно /7/ всю систему знаний об управлении качеством, которую называют **научными основами управления качеством**, можно разукрупнить на три части:

- методологические основы управления качеством;
- конкретные науки об элементах управления качеством (структурно-организационная часть);
- наука об управлении качеством (теория управления качеством).

Схематично взаимосвязь частей основ указанных авторами отображена на рисунке 1.

Очевидно, что представленные на рисунке 1 специализации научных направлений не охватывают в настоящее время все существующие конкретные науки об управлении качеством; кроме того, логично предположить, что процесс «отпочкования» в отдельные науки конкретных прикладных ветвей, изучающих проблему управления качеством, будет продолжаться.



Рис.1. Схема системы знаний об управлении качеством изделий на стадии производства

С позиции науки об управлении качеством категория качества должна быть обособлена от некоторых конкретных моментов других наук как более общая категория. Поэтому большинство исследователей [7] рассматривают три взаимоувязанные категории: качество (как общая категория, близкая по содержанию к философскому понятию), качество продукции, качество труда (от него в решающей степени зависит качество продукции).

Категория качества в системе наук об управлении качеством продукции рассматривается в двух взаимосвязанных аспектах:

- используется для оценки последовательных этапов обеспечения качеством продукции (качество идеи и проектирования, сырья, материалов, и комплектующих изделий, средств производства, хранения и транспортировки, эксплуатации);
- в соответствии с классификацией конкретных наук о качестве, рассматривается в научно-техническом, экономическом и социальном аспектах.

Международный стандарт ИСО 8402-94 определяет качество как «совокупность свойств и характеристик продукции или услуг, которые предают им способность удовлетворять обусловленные ими предполагаемые потребности».

В [2] дана конкретная формулировка понятия качества продукции: «Качество продукции – совокупность свойств продукции, обуславливающих ее пригодность удовлетворять определенные потребности в соответствии с ее назначением».

Современной формой повышения качества является управлением качеством с помощью математико-статистических методов. При относительно малых расходах, требующихся на внедрение, применение этих методов помогает предупреждать возникновение брака и доделок еще в процессе производства.

Статистические методы управления качеством применимы на всех стадиях производства. Их роль – методическое обеспечение процессов извлечения (получения), обработки (интерпретирования, принятия решения), хранения, передачи (обращения) данных и знаний. С помощью этих методов можно указать, где для повышения качества изделия должна быть изменена либо его конструкция, либо технология изготовления для полного устранения (или сведения к минимуму) производственного брака. Статистические методы позволяют выявить как отрицательные, так и положительные факты в производстве. Первые устраняют, а на основе вторых совершенствуется технологический процесс.

Таким образом, владение статистическими методами управления качеством продукции являются важнейшим компонентом высокой производственной и инженерной культуры. Эти методы не только инструмент контроля качества готовой продукции, но и способ оценки текущего состояния технологического процесса, позволяющий своевременно внести в них коррективы и таким образом обеспечить стабильность качества, снижение издержек при производстве, улучшение производственных отношений.

К решению проблем обеспечения качества (технического уровня) исполнительных механизмов транспортной техники привлечены многочисленные группы ученых и инженеров самых различных специальностей (конструкторы и технологи, экологи, экономисты, математики, дизайнеры, психологи, физики, химики и др.), но, тем не менее, систематизированное фундаментальное освещение этих важных решений отсутствует. Это обусловлено сложностью и многообразием причин, влияющих на показатели качества, значительным количеством несвязанных параметров (например, параметров динамических процессов и функциональной надежности УС), отсутствием методов оценки влиянием контролируемых параметров на выходные показатели качества исполнительных механизмов (ИМ), из-за весьма сложных зависимостей между ними.

Немногочисленные попытки решения данных проблем [1,7] предполагают на базе системного подхода обосновать некоторые положения по разработке методологических основ (модели) оценки качества промышленных изделий на этапах проектирования и изготовления. Там же показано, что показатели качества этих изделий весьма разнообразны, хотя для каждого вида изделий можно установить некоторый перечень наиболее существенных показателей, определяющих уровень качества. Здесь же рассмотрены основные статистические методы управления качеством изделий с использованием теории вероятностей и математической статистики.

На базе полученных результатов исследований с учетом критического анализа работ отечественных и зарубежных исследователей авторами разработан системный подход создания ИМ железнодорожного транспорта с выходом на оценку и средства обеспечения технического уровня разрабатываемого исполнительного механизма с прогнозированием, контролем и управлением его качества на всех этапах: проектирование, изготовление и эксплуатация. При этом номенклатуру показателей качества следует выбирать, руководствуясь нормативно – технической документацией [2] с учетом ее необходимости и достаточности для определенной цели оценки уровня качества ИМ (таблица 1).

Существуют различные оценки совершенства агрегата, т.е. его технического уровня, важным технико-экономическим показателем которого является его **относительная конструктивная (удельная) материалоемкость**.

Для сравнения изделий по массе вводят **оценочный параметр (коэффициент материалоемкости) K_M** , который не зависит от условного диаметра D_y рабочего тракта агрегата и условного давления p_y в тракте. В качестве этого параметра, оценивающего материалоемкость конструкции запорной (клапанной) арматуры, введено отношение массы изделия (M) к номинальной силе от действия давления герметизируемой среды (Q_H), тогда

$$K_M = \frac{M}{Q_H} = \frac{M}{\pi/4(D_y^2 \cdot p_y)} = \frac{M}{0,785 \cdot D_y^2 \cdot p_y} \quad (1)$$

Таблица 1. Классификация показателей качества промышленных изделий

Признак классификации	Виды показателей качества	Определение, формула для расчета
1. По количеству характеризующих свойств изделия	Единичные	Относительные: $q_i = \frac{P_i}{P_{16}}$, где P_i – значение единичного показателя качества нового изделия; P_{16} – значение единичного показателя качества базового изделия
	Комплексные	Обобщенный показатель качества может быть выражен: – главным показателем P_i , отражающим основное назначение изделия; – интегральным показателем: $J(t) = \frac{\Pi_{\Sigma}}{3_C \cdot \Phi(t) + 3_{\Sigma}}$ где Π_{Σ} – полезный эффект от применения изделий (натуральные единицы); $3_C, 3_{\Sigma}$ – затраты на создание и эксплуатацию изделий, руб.; $\Phi(t)$ – коэффициент, зависящий от срока службы изделия, годы; – средневзвешенным арифметическим показателем: $Q = \sum_{i=1}^n m_i \cdot q_i,$ где q_i – значение относительного показателя качества; m_i – коэффициент весомости i -го показателя; n – число показателей качества
2. По отношению к различным свойствам /3/	Назначения	Играет основную роль при оценке уровня качества. Результат этой оценки зависит от правильности выбора номенклатуры показателя назначения, а также обоснованности и точности методов определения их численных значений
	Надежности	Комплексные показатели включают: безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость
	Эргономические	Характеризуют приспособленность техники к человеку; гигиенические, антропометрические, физиологические и психологические свойства
	Эстетические	Характеризуют соответствие стилю, рациональности формы, цветового оформления /6/
	Технологичности	Характеризуют простоту и дешевизну в изготовлении и эксплуатации изделия /5/
	Стандартизации	Характеризуются коэффициентами применяемости, повторяемости, стандартизации и т.д.
	Экономические	Учитываются в интегральном показателе качества, характеризуют затраты на разработку, изготовление и эксплуатацию изделия. Учет их проводится с целью оценки экономической эффективности улучшения качества изделия
	Патентноправовые	Характеризуют патентную защиту, патентную чистоту новых изделий
	Экологические	Характеризуют уровень вредных воздействий на окружающую среду, возникающих при производстве и эксплуатации изделий
Безопасности	Характеризуют безопасность человека при работе с изделием	

3. По способу выражения	Выражаются бальным способом	Применяются системы условных единиц баллов
	Выражаются другим способом	Применяются единицы, лишённые условного характера: – единицы, имеющие определенную размерность; – единицы, не имеющие размерности (вероятность выполнения задачи, процент унификации и т.д.)
4. По методу определения показателя качества /4/: В зависимости от способа получения информации	Измерительный метод	Основан на информации, получаемой с использованием технических измерительных средств
	Регистрационный метод	Основан на использовании информации, получаемой путем подсчета, например, отказов при испытаниях
	Расчетный метод	Основан на информации, получаемой с помощью теоретических или эмпирических зависимостей
	Органолептический метод	Основан на использовании информации, получаемой в результате анализа восприятий органов чувств, опыта
В зависимости от источника информации	Экспертный метод	Осуществляется техническими специалистами или экспертами на основе обнаружения и подсчета количества событий или объектов, выраженных целым числом
	Социологический метод	Осуществляется фактическими потребителями изделий в виде устных опросов или анкетирования
	Традиционный метод	Осуществляется должностными лицами специализированных подразделений предприятия
5. По стадиям определения	Проектные	Относятся показатели, которые с достаточной достоверностью могут быть определены по проектным данным
	Производственные	Например, показатели технологичности, которые достоверно определяются в ходе производства
6. По области применения	Применяемые к единице продукции	(Или к изделию), так как изделие - это единица промышленной продукции
	Применяемые к совокупности единиц однородной продукции	Совокупность продукции каждого вида, у которой определяется показатель однородности, как правило, представляет партию данной продукции. Для оценки такой продукции применимы средние значения этих же показателей, а также показатели сортности продукции, коэффициент дефективности
	Применяемые к совокупности единиц разнородной продукции	Применимы в том случае индексы качества: $I = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \cdot q_i \cdot L_i}{n_i \cdot L_i}$ где q_i – относительный показатель качества i -го вида продукции; n_i – количество изделий - i -го вида; L_i – оптовая цена на продукцию i -го вида
7. По применению для оценки уровня качества изделия	Базовые	Характеризуют свойства изделий принятых за базу /2/
	Относительные	Представляют отношение показателя качества продукции к соответствующему базовому показателю
	Эксплуатационные	Относятся показатели, которые наиболее достоверно определяются в ходе длительной эксплуатации

Коэффициент материалоемкости K_{MP} , характеризующий параметрический ряд конструктивно подобных агрегатов, можно определить как среднее значение каждого члена ряда:

$$K_{MP} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n K_{M_i}, \quad (2)$$

где K_{M_i} – значение K_M для i -го члена ряда;

n – число членов ряда.

Оценка материалоемкости изделий по данной методике, так же как и другие, не учитывает ряд важных характеристик арматуры (быстродействие, температурный диапазон, коэффициент запаса прочности, срок службы, степень герметизирующей способности, амплитудно-частотный спектр внешних воздействующих факторов (ВВФ) и многое другое). Ввиду этого выполненная по данной методике сравнительная оценка материалоемкости является общей. На первый план выступает задача создания методики сравнительной оценки материалоемкости арматуры, учитывающей все ее основные параметры и рабочие характеристики, что позволило бы объективнее оценивать технико-экономический уровень разрабатываемых изделий и целенаправленно совершенствовать конструкцию конкретного агрегата по данному параметру или группе параметров. При внедрении этих методов целесообразно использовать специальный подход, включающий все этапы «жизненного цикла» изделий: разработка, производство и эксплуатация. При этом должны быть разработаны и внедрены следующие основные направления /1/:

- анализ параметров существующей и разрабатываемой номенклатуры агрегатов;
- базовый метод конструирования;
- блочно-модульный метод конструирования;
- метод универсализации;
- разработка параметрических и типоразмерных рядов;
- разработка ограничительных перечней;
- симплификация (сокращение номенклатуры) не только изделий, но и их узлов, конструкторско-технологических элементов типа радиусов, фасок, резьбовых канавок, лысок под ключ, вида покрытий, термообработки, испытаний и др.

В частности, автоматизация испытаний предполагает разработку соответствующих методических и технических средств, обеспечивающих эффективное функционирование системы. Сюда следует отнести методы математического моделирования объекта испытаний. Модель, реализованная на ЭВМ, позволяет резко расширить возможность системы автоматизированного испытания в части анализа параметрической надежности и выявления причин отказов. С ее помощью можно резко уменьшить количество требуемых регулировок агрегата при его настройке, решить многие вопросы обеспечения параметрического качества, вести необходимую статистику по входному и выходному контролю.

Под техническим уровнем агрегата, подразумевается совокупность его основных технических показателей, отнесенная к аналогичной совокупности технических показателей базового образца (эталоны) – лучший отечественный или зарубежный образец агрегата, аналогичный по назначению и условиям применения, в котором реализованы новейшие достижения науки и техники.

Оценка технического уровня представляет собой совокупность операций, включающих выбор номенклатуры показателей технического уровня, определение значений этих показателей и сопоставление их с базовыми.

Номенклатура, значения показателей технического уровня и качества оцениваемого агрегата приводятся в специальной карте технического уровня, при этом используется один из трех существующих методов: **дифференциальный, комплексный и смешанный**.

При дифференциальном методе после расчета относительных показателей технического уровня выбирают ту оценку, при которой изменение относительного показателя отвечает улучшению качества агрегатов. Расчет производится по формуле

$$q_i = (P_i)/(P_{iб}), \quad (3)$$

где P_i – значение i -го показателя оцениваемого агрегата;

$P_{iб}$ – значение i -го показателя базового агрегата;

n – количество показателей технического уровня $i = 1, 2, \dots, n$.

Технический уровень агрегата выше базового, если все значения относительных показателей больше единицы; равен, если все эти значения равны единице; и ниже, если все они ниже единицы.

В случае, когда часть значений больше или равна единице, а часть меньше единицы, применяется комплексный или смешанный метод.

Обобщенный показатель технического уровня при комплексном методе оценки

представляет собой функцию от единичных или групповых показателей качества продукции.

В общем виде эта зависимость может быть выражена формулой /1/:

$$K_1(X_1, \dots, X_n) = K(X_1^0, \dots, X_n^0) + \frac{\partial K^0}{\partial X_1}(X_1, \dots, X_1^0) + \dots + \frac{\partial K^0}{\partial X_n}(X_n, \dots, X_n^0), \quad (4)$$

где X_1, \dots, X_n – значения единичных показателей технического уровня сравниваемого образца продукции;

X_1^0, \dots, X_n^0 – значения тех же показателей базового образца продукции;

$K_1(X_1, \dots, X_n)$ и $K_1(X_1^0, \dots, X_n^0)$ – соответственно значение количественного показателя технического уровня сравниваемого и базового образцов;

верхний индекс (0) при частных производных означает, что они определены для значений

$$X_1 = X_1^0 \text{ и } X_n = X_n^0.$$

Когда приближенная зависимость (4) имеет место, частные производные

$$K_1 = \frac{\partial K^0}{\partial X_1}, \dots, K_n = \frac{\partial K^0}{\partial X_n} \quad (5)$$

представляют собой **весовые коэффициенты**, т.е. количественные характеристики значимости данного показателя технического уровня агрегата среди других параметров.

Смешанный метод оценки технического уровня основан на совместном применении единичных и комплексных (групповых) показателей в случаях:

- когда совокупность единичных показателей технического уровня является достаточно обширной и анализ значения каждого показателя дифференциальным методом не позволяет получить обобщающих выводов;

- когда показатель при комплексном методе оценки недостаточно полно учитывает все существующие свойства продукции и не позволяет получить выводы относительно некоторых определенных свойств.

При смешанном методе оценки технического уровня продукции необходимо выполнить следующие действия:

а) часть единичных показателей объединяют в группы и для каждой группы определяют соответствующий комплексный групповой показатель; отдельные, как правило, важные показатели в группы не объединяются, а в дальнейшем применяются как единичные;

б) на основе полученной совокупности комплексных и единичных показателей технический уровень определяется дифференциальным методом.

Обычно процесс оценки и повышения коэффициента технического уровня (КТУ) созданных и находящихся в эксплуатации агрегатов включает в себя следующие этапы /1/: анализ основных параметров; расчет КТУ; анализ геометрии всех деталей; оценка норм и запасов прочности; анализ технологии изготовления и испытаний; определение путей повышения КТУ; реализация намеченных путей повышения КТУ; оценка КТУ с учетом внедренных мероприятий.

Таким образом, создание агрегатов с высоким КТУ является сложной комплексной задачей, при решении которой требуется умение разрешать противоречивые требования и среди них – обеспечение заданного уровня стандартизации и унификации.

В частности, расширение рабочего диапазона температур и давлений компонентов существенно влияет на конструкционные материалы и материалы уплотнений. Следовательно, простая унификация агрегатов одного конструктивного исполнения простой заменой материалов основных конструктивных элементов, стандартизированных деталей, практически невозможна. Например, переход на потребные марки сталей, плохо поддающихся сварке или имеющих плохие литейные свойства, затрудняет использование заложенных параметрическим рядом агрегатов составных сварных унифицированных узлов и деталей и ухудшает массогабаритные характеристики литых корпусов. В связи с этим требуется научно обоснованный подход к решению этих проблем.

В работе /1/ отмечается, что хотя по своему функциональному назначению характер агрегатов практически мало видоизменяется, проявляется тенденция их блочно-модульного исполнения. Ши-

рокое распространение получили две наиболее эффективные формы стандартизации, основанные на базовом и модульном принципах построения агрегатов.

При базовом принципе для семейства однотипных образцов проектируется или берется за основу существующий конструктивный базовый вариант, и на его основе создается ряд модификаций, обеспечивающих перекрытие того или иного диапазона их применения. Чем большее количество образцов и их составных частей входит в семейство однотипных агрегатов, тем выше экономический эффект от их унификации, а унифицированное изделие ближе к универсальному. В настоящее время базовый принцип проектирования агрегатов применяется чаще всего в рамках одного предприятия и не всегда дает желаемые результаты, так как базовые изделия близкого функционального назначения разных предприятий даже одной отрасли, как правило, не унифицированы между собой. Поэтому необходимо решительно переходить к внедрению базового принципа проектирования в разных отраслях народного хозяйства на всех уровнях разукрупнения предприятий.

При модульном принципе проектирования сложных агрегатов создается набор стандартных модулей большой и средней степени интеграции, путем сочетания которых можно проектировать более крупные модули различного назначения.

Уровень стандартизации и унификации с учетом базово-модульного принципа построения можно определить с помощью следующей системы показателей.

Коэффициент базовости K_b – отношение количества модификаций образцов (составных частей) m_b охваченных базовым вариантом, к максимальному количеству модифицированных образцов (составных частей) m_{max} , которое может быть охвачено базовым вариантом (определяется по результатам НИОКР).

Данный коэффициент находят из формулы

$$K_b = ((m_b)/(m_{max})) \cdot 100\%. \quad (6)$$

Коэффициент модульности K_M – отношение количества типоразмеров стандартных модулей n_M к возможному общему их количеству $n_{об.М}$ (сумма стандартных модулей плюс условные, т.е. стандартные модули, которые могли бы быть созданы из оставшихся элементов в спецификации образцов).

Коэффициент определяется как

$$K_M = ((n_M)/(n_{об.М})) \cdot 100\%. \quad (7)$$

Коэффициент стандартизации и унификации образца $K_{СУ}$ отношение количества стандартных и унифицированных типоразмеров $n_C + n_Y$ к общему количеству типоразмеров образца n :

$$K_{СУ} = ((n_C + n_Y)/(n)) \cdot 100\%. \quad (8)$$

Коэффициент заимствования образца K_3 – отношение количества заимствованных и покупных типоразмеров $n_3 + n_n$ к общему количеству типоразмеров образца n :

$$K_3 = ((n_3 + n_n)/(n)) \cdot 100\%. \quad (9)$$

Коэффициент межпроектной унификации $K_{МУ}$

$$K_{МУ} = \left(\left(\sum_{i=1}^m n_i - Q \right) / \left(\sum_{i=1}^m n_i - n_{max} \right) \right) \cdot 100(\%), \quad (10)$$

где m – общее количество рассматриваемых проектов (образцов);

n_i – количество типоразмеров составных частей в i -ом проекте (образце);

Q – общее количество типоразмеров составных частей, применяемых в группе из m проектов (образцов);

n_{max} – максимальное количество типоразмеров составных частей одного проекта (образа).

Зависимости (6)-(10) широко используются при расчете технического уровня блочно-

модульных конструкций.

Объективной предпосылкой возможности взаимной унификации образцов является сходство тактико-технических характеристик: чем более близки агрегаты по своим параметрам, тем в большей степени они могут быть унифицированы между собой. Количественно сходство может оцениваться с помощью **показателя степени сходства** Δ ТТХ рассматриваемого образца, входящего в состав анализируемой группы, с остальными ее образцами (аналогично показателю степени преемственности технических характеристик Δ), а именно:

$$\Delta = \frac{1}{m} \sum_{\alpha=1}^m \frac{\delta_{\alpha_{\min}}}{\delta_{\alpha_{\max}}}, \quad (11)$$

где $\delta_{\alpha_{\min}}$, $\delta_{\alpha_{\max}}$ – меньшее и большее из двух численных значений α – й характеристики, соответствующих сравниваемым образцам;

m – общее число учитываемых технических характеристик.

Соотношение (11) позволяет обоснованно подходить к заданию требований по уровню межпроектной унификации агрегатов и определять требуемое значение показателя уровня межпроектной унификации разрабатываемых образцов на ранних стадиях создания, когда их конструктивный облик еще не определен, а известны лишь основные ТТХ.

Анализ направленной унификации стандартных деталей широкого применения, представленный в [1], нацеливает проведение унификации в два этапа

- упорядочение номенклатуры за счет исключения элементов, уступающих по своим конструктивно-технологическим свойствам элементам, применяемым в других изделиях;
- сокращение номенклатуры за счет уменьшения количества применяемых разновидностей объекта унификации или числа членов параметрического ряда.

Не менее важная задача – сокращение номенклатуры агрегатов, комплектующих основные объекты, которое проводится с целью улучшения технико-эксплуатационных характеристик, сокращения сроков и снижения затрат на проектирование, производство и эксплуатацию. Эти цели достигаются технически и экономически обоснованным сокращением числа применяемых типоразмеров агрегатов.

В частности, сознание параметрических рядов обеспечивает резкое сокращение номенклатуры ИМ, повышение их качества и надежности. Это связано с тем, что при составлении таких рядов предпочтение отдается таким конструкциям на базе прогрессивных технологий при высоком уровне технико-экономических параметров, включая массогабаритные.

Научно технический прогресс в транспортной технике предполагает использование современных методов проектирования и технического оснащения производства. Рациональное их сочетание обеспечивает реальный прогресс в создании высоконадежных и экономичных ИМ с учетом соблюдения специфических принципов разработки НТД, организации производства и передачи объектов разработки в серийное производство

Выводы

В результате анализа литературных источников, включая авторские, и нормативно-технические документы федерального значения:

1. Синтезирована структура системы знаний об управлении качеством изделий на стадии производства.
2. Охарактеризованы особенности обеспечения качества исполнительных механизмов транспортной техники на базе классификации показателей качества промышленных изделий.

Список литературы

1. Гидропневмотопливные клапанные агрегаты с управляемым качеством динамических процессов: Учебно-справочное пособие / Д.Е. Чегодаев, О.П. Мулюкин, В.В. Шалавин и др.; Под ред. Д.Е. Чегодаева и О.П. Мулюкина. – Самара: СГАУ, 2000. – 546 с.
2. ГОСТ 15467-79. Управление качеством продукции. Основные понятия, термины и определения.
3. ЕСТП. Правила выбора показателей качества технологичности конструкций изделий.

4. Медведев Я.В. Комплексные системы управления качеством продукции и их дальнейшее развитие. - Омск: Изд-во ОмПИ, 1984. - 82 с.

5. Оценка технического уровня и качества средств электроизмерительной техники. - М.: Изд-во ВНИИЭР, 1997. - 32 с.

6. ОСТ 25.83-77. Порядок установления, определения и контроля технико-экономических показателей уровня стандартизации.

7. Чекмарев А.Н., Барвинок В.А., Шалавин В.В. Статистические методы управления качеством. - М.: Машиностроение, 1999. - 320 с.

УДК 621.926

Сиваченко Л.А., докт. техн. наук, профессор

Богатырев М.Г.

(ГУВПО Белорусско-Российский ун-т, г. Могилев), e-mail: sivachenko_k_l@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ПРУЖИННОГО АКТИВАТОРА С ДЕБАЛАНСОМ

Известны пружинные мельницы многоцелевого назначения [1]. Данное оборудование отличается конструктивным многообразием. При производстве изделий из смесей на основе цемента и песка может быть использована новая конструкция пружинного активатора, схема которого приведена на рисунке 1.

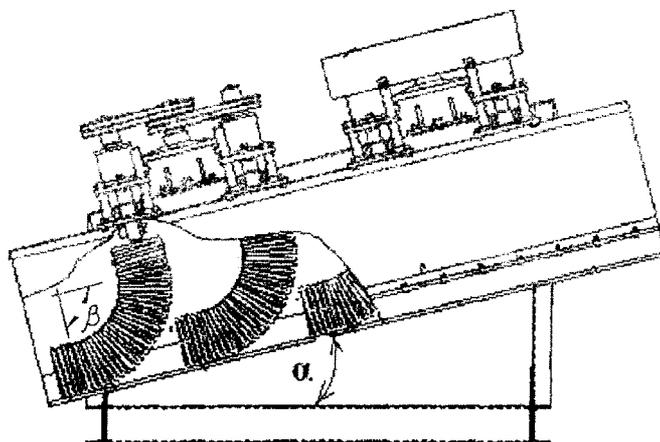


Рис. 1. Конструкция пружинного активатора

Проблема активаторного оборудования состоит в том, что рабочие органы подвержены интенсивному износу, и их нельзя выполнять с углами изгиба 180° , а при малых углах изгиба ($30^\circ-90^\circ$) одна из опор неизбежно оказывается в среде обрабатываемого материала и очень быстро выходит из строя. Мы ставим своей целью заменить традиционную опору трения новой конструкцией, когда свободный конец рабочего органа перекачивается по опорной поверхности под действием инерционных сил.

В данном аппарате рабочие органы (пружины) расположены в желобчатом корпусе с изгибом в 90° , что позволяет повысить удобство обслуживания и ремонта и повысить эксплуатационную надежность. Однако с целью уменьшения износа опорной поверхности витков о днище корпуса идет поиск новых конструктивных решений. Одним из них может быть размещение дебаланса на витках пружины, которые соприкасаются с днищем. Схема конструкции приведена на рисунке 2.

Помимо установки дебаланса витки пружины, соприкасающиеся с днищем, планируется разместить в кольце, изготовленном из материала более мягкого, чем пружина и охватывающего ниж-

нюю ее консольную часть.

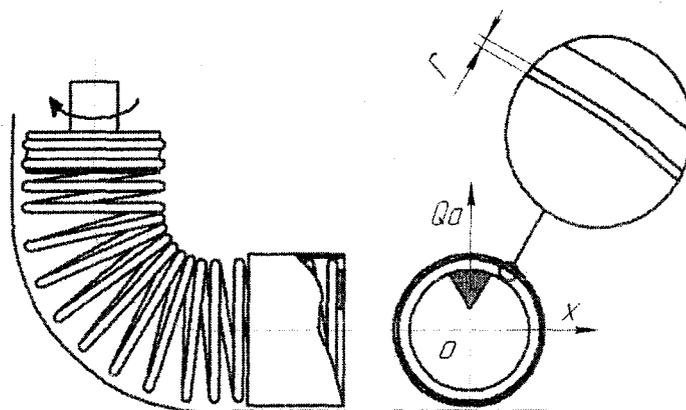


Рис. 2. Схема пружины с дебалансом

С целью определения ускорений и реакций, возникающих в процессе вращения пружины с дебалансом в рабочей среде (растворе), была составлена математическая модель. За основу была принята модель центробежного вибровозбудителя. В рассматриваемой модели дебаланс и виток, к которому он прикреплен, представлены в виде твердого тела, удерживаемого деформируемыми связями. Этот вибрируемый объект (дебаланс и витки пружины) является центрированной системой, характеризующийся тем, что равнодействующая приложенных к ней сил в любой момент времени проходит через центр ее массы. В число приложенных сил входят вынуждающая сила и реакции связей и обрабатываемой среды.

Все точки вибрируемого объекта движутся синфазно по идентичным траекториям. Если равнодействующая реакций связей и обрабатываемой среды линейно зависит от перемещения, скорости и ускорения, то движение объекта описывается следующим дифференциальным уравнением [2]:

$$(m_1 + m_2 + m_{np})\ddot{x} + b\dot{x} + cx = Q_a \cos(\omega t), \quad (1)$$

где m_1 – масса вибровозбудителя;
 m_2 – масса вибрируемого объекта;
 m_{np} – приведенная масса вибрируемой среды;
 x, \dot{x}, \ddot{x} – соответственно перемещение, скорость и ускорение при прямолинейной вибрации или проекции этих величин на любой диаметр траектории при круговой вибрации;
 b – коэффициент диссипативного сопротивления;
 c – коэффициент жесткости (определение коэффициента жесткости приведено ниже);
 В уравнении (1) $m_{np}\ddot{x}, b\dot{x}, cx$ – инерционная, диссипативная и упругая составляющие равнодействующей реакций.

Частота вибрации принята частота вращения пружины.

При определении жесткости c учитывалась жесткость среды ($c_{бет}$), жесткость пружины рассматривалась как сумма постоянной жесткости пружины ($c_{минпр}$) и жесткости, возникающей от скручивания пружины ($c_{скр}$). Жесткость бетона определили следующим образом [4]:

$$c_{бет} = \frac{E_{бетона}}{V_{бетона}}, \quad (2)$$

где $E_{бетона}$ – модуль объемной упругости рабочей среды;
 $V_{бетона}$ – объем вибрируемого раствора

$$V_{бетона} = \frac{m_{пр}}{\rho_{бетона}}$$

Жесткость возникающей от скручивания пружины задали по нарастающему закону (синусоидальный закон):

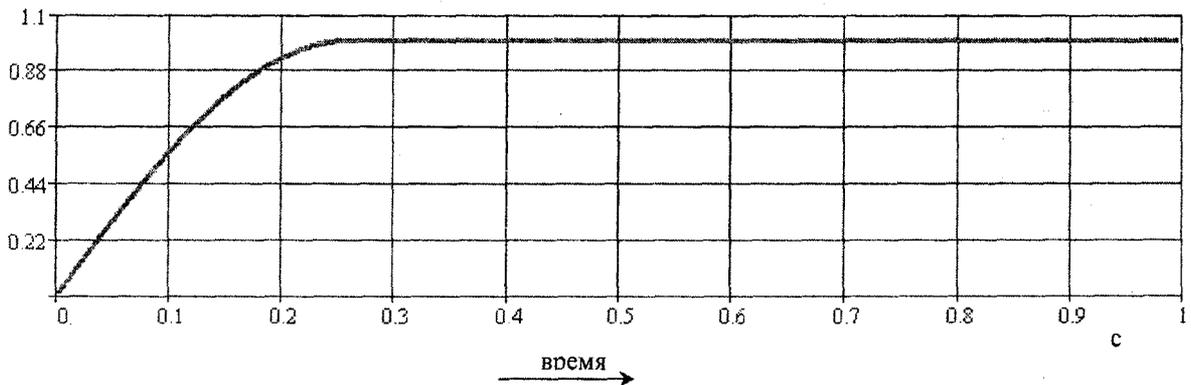


Рис. 3. Закон нарастания жесткости пружины

Закон изменения жесткости пружины имеет вид

$$c_{pr} = c_{pr} \sin(6t) \text{ если } t < t_{\text{заданное}}$$

$$c_{pr} = c_{pr} \text{ иначе.}$$

Тогда суммарная жесткость будет определяться следующим образом

$$c = c_{bet} + c_{\min pr} + c_{pr}.$$

Частота вибрации, амплитуда перемещения, скорости и ускорения связаны зависимостями:

$$\dot{x} = x\omega, \ddot{x} = x\omega^2. \tag{3}$$

Для определения начальных условий интегрирования принимаем:

$$Q_a = (m_1 + m_2)r\omega^2, \tag{4}$$

где r – эксцентриситет колеблющейся массы, расстояние центра массы от оси вращения

$$r = R_2 - R_1,$$

где R_1 – внешний радиус пружины;
 R_2 – радиус обкатываемой поверхности.

Амплитуда вынуждающей силы определялась следующим образом

$$Q_a = \frac{x}{B}(\alpha x\omega^2 A + \sqrt{A^2 + b^2\omega^2 B}), \tag{5}$$

$$\text{где } A = (m_2 + m_{pr})\omega^2 - c;$$

$$B = 1 - \alpha^2 x\omega^4;$$

$$a = \left(\frac{m_1}{Q_a}\right)_{cp}.$$

Дифференциальные уравнения 1, 3, 4, 5 решали методом Рунге-Кутты с заданным шагом интегрирования в среде MathCAD. В таблице 1 приведены параметры модели для частного случая.

Таблица 1. Исходные данные

Параметр	Обозначение	Значение	Единица измерения
масса вибровозбудителя	m_1	0,5	кг
масса вибрируемого объекта	m_2	0,5	кг
приведенная масса вибрируемой среды	m_{np}	3	кг

коэффициент вязкого сопротивления	b	0,55	Н·с/м
частота вращения пружины	ω	15	Гц
коэффициент сопротивления перемешиванию раствора	$E_{бетона}$	$3 \cdot 10^4$	Н/м ²
плотность раствора	$\rho_{бетона}$	2300	кг/м ³
жесткость раствора	$c_{бет}$	39,13	Н/м
постоянная жесткость пружины	$c_{минпр}$	1000	Н/м
жесткость от скручивания пружины	$c_{пр}$	2000	Н/м
время нарастания жесткости пружины	$t_{заданное}$	$0.262 (\pi/12)$	с
внешний радиус пружины	R_1	52,5	мм
радиус обкатываемой поверхности	R_2	55,5	мм
зазор	r	3	мм
время интегрирования	t	16.67	с
количество итераций	N	1000	

Начальные условия системы дифференциальных уравнений, приведенной ниже, представлены в виде вектора Y :

$$Y := \begin{pmatrix} x'' \\ Ak \\ Bk \\ Q_{\min} \\ x' \\ x \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.831 \\ -251.63 \\ -101.572 \\ 0.675 \\ -0.026 \\ 3.693 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Здесь Q_{\min} определяли по зависимости (4), начальное перемещение нашли по зависимости [2]:

$$x = A_x \cos(\omega t + \varphi_x), \tag{6}$$

где A_x — амплитуда перемещения:

$$A_x = \frac{Q_a}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2 + 4b\omega^2 \cdot (m_1 + m_2 + m_{np})}}$$

φ_x — сдвиг фаз между вынуждающей силой и вынужденными колебаниями:

$$\varphi_x = \arctg \frac{2b\omega}{(\omega_0 - \omega)}$$

ω_0 — частота собственных колебаний:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{\min}}{m_1 + m_2 + m_{np}}}$$

Таким образом, система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$P1(t, Y) := \begin{pmatrix} \frac{b \cdot Y_5 + (c_{\min} + c_{pr} \sin(\delta t)) \cdot Y_6 - Y_4 \cos(\omega t)}{-(m_1 + m_2 + m_{pr})} \\ (m_2 + m_{pr}) \cdot \omega^2 - (c_{\min} + c_{pr} \sin(\delta t)) \\ 1 - \alpha^2 \cdot Y_6 \cdot \omega^4 \\ \frac{Y_6}{Y_3} \left[\alpha \cdot Y_6 \cdot \omega^2 \cdot Y_2 + \sqrt{|Y_2|^2 + b^2 \cdot \omega^2 \cdot Y_3} \right] \\ Y_6 \cdot \omega \\ \frac{Y_1}{\omega^2} \end{pmatrix} \quad P2(t, Y) := \begin{pmatrix} \frac{b \cdot Y_5 + c_{\max} \cdot Y_6 - Y_4 \cos(\omega t)}{-(m_1 + m_2 + m_{pr})} \\ (m_2 + m_{pr}) \cdot \omega^2 - c_{\max} \\ 1 - \alpha^2 \cdot Y_6 \cdot \omega^4 \\ \frac{Y_6}{Y_3} \left[\alpha \cdot Y_6 \cdot \omega^2 \cdot Y_2 + \sqrt{|Y_2|^2 + b^2 \cdot \omega^2 \cdot Y_3} \right] \\ Y_6 \cdot \omega \\ \frac{Y_1}{\omega^2} \end{pmatrix}$$

В алгоритме, приведенном в блоке MathCAD 1, используются две системы уравнений, т.к. учитывается изменение жесткости пружины.

```

Integ( $\Delta$ , ts, timeout, Y) :=
    time  $\leftarrow$  ts
    kol  $\leftarrow$  0
    while time < timeout
        kol  $\leftarrow$  kol + 1
        D  $\leftarrow$  rkfixed(Y, time, time +  $\Delta$ , 1, P1) if time +  $\Delta$  <  $\frac{\pi}{12}$ 
        D  $\leftarrow$  rkfixed(Y, time, time +  $\Delta$ , 1, P2) if time +  $\Delta$  >  $\frac{\pi}{12}$ 
        for i  $\in$  1..ND
            Yi  $\leftarrow$  D2,i+1
            Rkol,1  $\leftarrow$  time
            Rkol,2  $\leftarrow$  D1,2
            Rkol,3  $\leftarrow$  D1,5 + Q min
            Rkol,4  $\leftarrow$  D1,7
        time  $\leftarrow$   $\Delta$  + time
    R
    
```

Блок 1 – Алгоритм решения системы дифференциальных уравнений
 В результате решения систем уравнений получены следующие результаты:

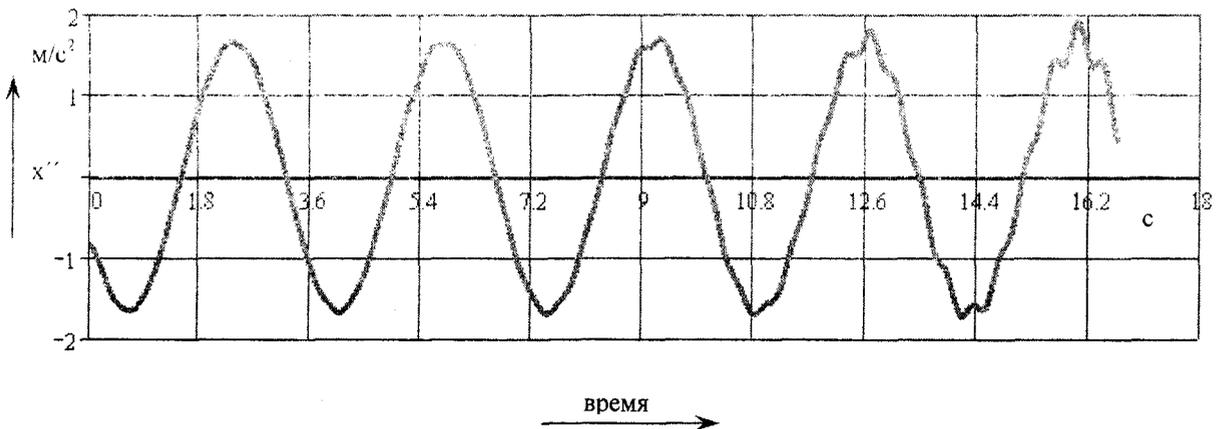


Рис. 4. Изменение ускорения масс

По графику, приведенному на рисунке видно, что изменение ускорения носит гармонический характер с начальным фазовым сдвигом. По мере возрастания величины вынуждающей силы (изменение вынуждающей силы приведено на рисунке 5) характеристика изменения ускорения искривляется.

Вынуждающая сила носит гармонический характер с постоянным возрастанием, что может быть связано с несколькими причинами, а именно:

- неточное определение исходных параметров системы;
- излишнее упрощение динамической модели.

В любом случае, модель позволяет оценить влияние дебаланса на работу активатора и используется при проектировании опорных узлов оборудования.

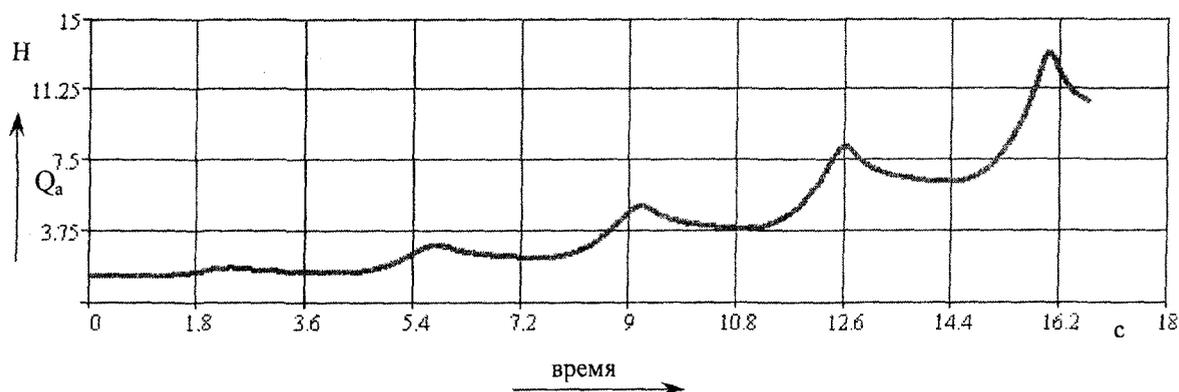


Рис. 5. Изменение вынуждающей силы

Список литературы

1. Сиваченко Л.А. Новая концепция развития помольной техники // Обогащение руд. – №1. – 1994. – С 35-41.
2. Кузин Э.Н. Строительные машины: Справочник: В 2 т. – Т.1 Машины для строительства промышленных, гражданских сооружений и дорог / А.В. Раннев, В.Ф. Корелин, А.В. Жаворонко и др. 5-е изд., перераб., – М.: Машиностроение, 1991. – 496 с.: ил.
3. Мартынов В.Д. Строительные машины и монтажное оборудование: Учебник для студентов вузов по специальности «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование» / В.Д. Мартынов, Н.И. Алешин, Б.П. Морозов. – М.: Машиностроение, 1990. – 352с.: ил.
4. В.П. Тарасик Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов. – Мн.: ДизайнПРО, 1997. – 640 с.: ил.

УДК 621.928.24

Сиваченко Л.А., докт. техн. наук, профессор

Голушкова О.В., канд. техн. наук

(ГУВПО Белорусско-Российский ун-т, г. Могилев), e-mail: sivachenko_k_k@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ ОРГАНОВ ПРУЖИННЫХ ГРОХОТОВ

Авторами разработан ряд просеивающих аппаратов с пружинными рабочими органами, отличающихся типом привода, характером колебаний, конструктивным исполнением.

Принцип действия пружинного грохота состоит в том, что в полость вибрирующей пружины подается исходный продукт, и просеивание происходит через регулируемые зазоры между витками. К числу наиболее значимых факторов, определяющих работу грохота, следует отнести режим колебаний рабочих органов, их расположение в пространстве, наличие дополнительных колебаний витков с целью самоочистки, параметры рабочей среды (крупность, влажность, температура, реологические характеристики исходных материалов), геометрические параметры рабочего органа.

Пружинный грохот состоит из рамы, привода, пружинного рабочего органа, загрузочных устройств. Рабочий орган (рисунок 1) представлен винтовой пружиной, навитой из проволоки с постоянным шагом витков. Величина просеиваемого материала зависит от шага навивки пружины. Размер зазоров между витками, определяющих крупность граничного зерна, регулируют поджатием торцевых поверхностей рабочего органа. При сравнительно небольшом диаметре пружины образуется значительная по площади просеивающая поверхность, представленная в виде сегментов. Надрешетный продукт образуется материалом, перемещающимся по внутренней поверхности рабочего органа

и вышедшем через отверстие в торцевой части грохота. Подрешетный продукт просеивается через межвитковые зазоры. Диаметры рабочего органа и сечения витка пружины составляют от 100 до 400 и от 4 до 25 мм соответственно.

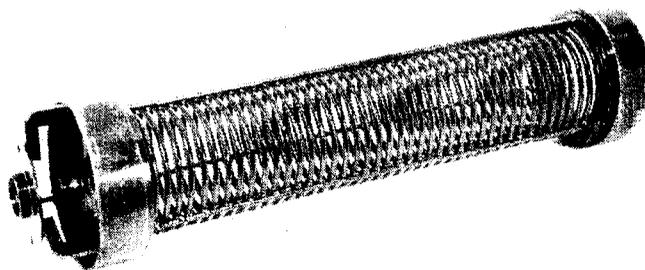


Рис. 1. Рабочий орган пружинного грохота

Производительность пружинного грохота зависит от размера граничного зерна, параметров вибрации, скорости подачи исходного материала, внутреннего диаметра пружины и ряда других факторов. Влияние угла наклона рабочего органа в целом соответствует условиям работы плоских грохотов. С целью увеличения производительности без снижения эффективности грохочения используют многосекционные рабочие органы, в которых исходный материал разделяется на потоки, число которых соответствует числу секций.

Пружинный грохот способен с 95%-ной эффективностью рассеивать материалы с влажностью от 4 до 15%; производительность процесса в зависимости от размера грохота составляет от 0,1 до 100 т/ч, размер граничного зерна – от 0,5 до 5 мм. Эффективность отсева на пружинном грохоте выше, а энергоёмкость процесса в 1,5-2 раза ниже по сравнению с существующим оборудованием аналогичного назначения.

Определение собственной частоты колебаний рабочего органа будем производить методами, аналогичными применяемым для подобного рода машин. Для этого рассмотрим частицу на поверхности рабочего органа. На частицу, находящуюся на пружинной просеивающей поверхности действуют сила тяжести G , центробежные силы инерции $P_{ИН}$, сила трения $F_{ТР}$ и сила инерции от собственных колебаний витков F_p (поскольку просеивающая поверхность не является «жесткой», а витки рабочего органа совершают собственные продольные колебания с определенной частотой p и амплитудой Δ). Возможно несколько случаев при рассмотрении положения частицы. Рассмотрим первый случай: в результате воздействия толкателя на рабочий орган он совершает движение вниз, а виток движется вперед. Представим частицу с силами, действующими на нее (рисунок 2).

Раскладываем силу тяжести G на ее составляющие $G \cos \alpha$ и $G \sin \alpha$, из них $G \cos \alpha$ прижимает частицу к поверхности витка, $G \sin \alpha$ стремится сдвинуть частицу вниз. Сила трения $F_{ТР}$ стремится сдвинуть частицу вверх по рабочему органу и препятствует её перемещению вниз по рабочему органу.

$$F_{ТР} = (G \cos \alpha - P_{ИН} (\cos \beta - 90)) f, \quad (1)$$

где α – угол наклона рабочего органа грохота, град;
 β – угол приложения колебаний к рабочему органу, град; $\beta = 90 + \alpha$
 f – коэффициент трения частицы о витки рабочего органа.

Сила инерции, действующая от рабочего органа:

$$P_{ИН} = m \omega^2 \ell, \quad (2)$$

где m – масса частицы, кг;
 ω^2 – угловая скорость, c^{-1} ; $\omega = 2\pi l$
 ℓ – эксцентриситет действующей от привода нагрузки, м (для гирационного привода $\ell = A$).

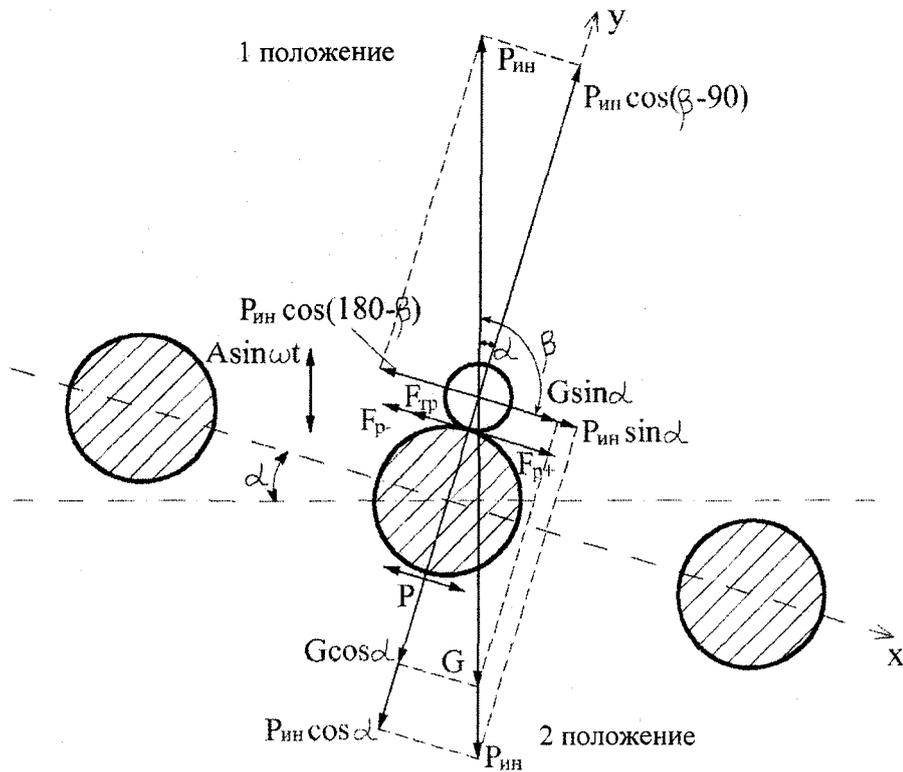


Рис. 2. Схема для расчета частоты колебаний рабочего органа

Сила инерции от собственных колебаний витков:

$$F_p = m a_B, \tag{3}$$

где a_B – ускорение витка рабочего органа, м/с^2 .

$$a_B = \frac{\vartheta_B}{t} \tag{4}$$

где ϑ_B – скорость витка рабочего органа, м/с .

В суммарную скорость движения частиц по рабочей поверхности входит составляющая от скорости движения витка. Вместе с тем, виток является частью просеивающей поверхности, поэтому для определения скорости движения витка используем известную формулу применительно к нашему случаю:

$$\vartheta_B = \Delta p \cos \beta, \tag{5}$$

где Δ – амплитуда колебаний витка рабочего органа, мм .

Так как время бесконечно малая величина, то принимаем что $a_B = \Delta p \cos \beta$, упрощаем выражение и получаем $a_B = \Delta p \sin \alpha$.

Для обеспечения движения материала вниз необходимо чтобы:

$$G \sin \alpha + F_p > F_{TP} + P_{ин} \cos(180 - \beta), \tag{6}$$

$$G \sin \alpha + F_p > (G \cos \alpha - P_{ин} \cos(90 + \alpha - 90))f + P_{ин} \cos(180 - 90 + \alpha), \tag{7}$$

$$G \sin \alpha + F_p > (G \cos \alpha - P_{ин} \cos \alpha)f + P_{ин} \cos(90 + \alpha), \tag{8}$$

Заменяя m на $\frac{G}{g}$ получим:

$$G \sin \alpha + \frac{G}{g} a_B > \left(G \cos \alpha - \frac{G}{g} \omega^2 l \cos \alpha \right) f + \frac{G}{g} \omega^2 l \cos(90 + \alpha), \tag{9}$$

Сокращая на G левую и правую части получаем:

$$\sin \alpha + \frac{1}{g} a_B \left(\cos \alpha - \frac{1}{g} \omega^2 l \cos \alpha \right) f + \frac{1}{g} \omega^2 l \cos(90 + \alpha), \quad (10)$$

$$\sin \alpha + \frac{1}{g} a_B \left(f \cos \alpha - f \frac{\omega^2 l \cos \alpha}{g} + \frac{1}{g} \omega^2 l \cos(90 + \alpha) \right), \quad (11)$$

$$\sin \alpha + \frac{1}{g} a_B \left(f \cos \alpha - f \frac{\omega^2 l \cos \alpha}{g} - \frac{1}{g} \omega^2 l \sin \alpha \right), \quad (12)$$

$$\frac{\omega^2 l}{g} \sin \alpha + f \frac{\omega^2 l}{g} \cos \alpha \left(f \cos \alpha - \frac{a_B}{g} - \sin \alpha \right), \quad (13)$$

Заменяя ω на $2\pi n$ получим:

$$\frac{4\pi^2 n^2 l}{g} \sin \alpha + f \frac{4\pi^2 n^2 l}{g} \cos \alpha \left(f \cos \alpha - \frac{a_B}{g} - \sin \alpha \right), \quad (14)$$

$$n^2 \left(\frac{g f \cos \alpha - a_B - g \sin \alpha}{4\pi^2 (f l \cos \alpha + l \sin \alpha)} \right), \quad (15)$$

$$n \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{f \cos \alpha - \sin \alpha}{f l \cos \alpha + l \sin \alpha}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha}{f l \cos \alpha + l \sin \alpha}} \right), \quad (16)$$

Заменяя f на $\operatorname{tg} \varphi$, а l на A , получим:

$$n \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \varphi \cos \alpha - \sin \alpha}{A(\operatorname{tg} \varphi \cos \alpha + \sin \alpha)}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha}{A(\operatorname{tg} \varphi \cos \alpha + \sin \alpha)}} \right), \quad (17)$$

Заменяя $\operatorname{tg} \varphi$ на $\sin \varphi / \cos \varphi$, после преобразования получим:

$$n \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \alpha)}{A \sin(\varphi + \alpha)}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha \cos \varphi}{A \sin(\varphi + \alpha)}} \right), \quad (18)$$

Рассмотрим второй случай: рабочий орган совершает движение вверх, а виток движется назад. Представим частицу с силами, действующими на нее (рисунок 2, 2 положение).

Воздействие силы тяжести G и силы трения F_{TP} остается аналогичным первому случаю. Сила трения определяется:

$$F_{TP} = (G \cos \alpha + P_{IH} \cos \alpha) f, \quad (19)$$

Для обеспечения движения материала вниз необходимо чтобы:

$$G \sin \alpha - F_P + P_{IH} \sin \alpha > F_{TP}, \quad (20)$$

$$G \sin \alpha - \frac{G}{g} a_B + \frac{G}{g} \omega^2 A \sin \alpha \left(G \cos \alpha + \frac{G}{g} \omega^2 A \cos \alpha \right) f, \quad (21)$$

$$\sin \alpha - \frac{1}{g} a_B + \frac{1}{g} \omega^2 A \sin \alpha \left(\cos \alpha + \frac{1}{g} \omega^2 A \cos \alpha \right) f, \quad (22)$$

$$\frac{1}{g} \omega^2 A \sin \alpha - \frac{f}{g} \omega^2 A \cos \alpha \left(f \cos \alpha - \sin \alpha + \frac{a_B}{g} \right), \quad (23)$$

$$\frac{1}{g} \omega^2 (A \sin \alpha - f A \cos \alpha) \left(f \cos \alpha - \sin \alpha + \frac{a_B}{g} \right),$$

$$\omega^2 \left(\frac{g(f \cos \alpha - \sin \alpha) + a_B}{A(\sin \alpha - f \cos \alpha)} \right), \quad (24)$$

$$n^2 \left(\frac{g(f \cos \alpha - \sin \alpha) + a_B}{4\pi^2 A(\sin \alpha - f \cos \alpha)} \right),$$

$$n \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{(f \cos \alpha - \sin \alpha)}{A(\sin \alpha - f \cos \alpha)}} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha}{A(\sin \alpha - f \cos \alpha)}} \right), \quad (25)$$

Заменяя f на $tg\varphi$, получим:

$$n) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(tg\varphi \cos \alpha - \sin \alpha)}{A(\sin \alpha - tg\varphi \cos \alpha)}} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha}{A(\sin \alpha - tg\varphi \cos \alpha)}}, \quad (26)$$

После преобразований получим:

$$n) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \alpha)}{A \sin(\alpha - \varphi)}} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha}{A \sin(\alpha - \varphi)}}, \quad (27)$$

Таким образом, частота колебаний рабочего органа определяется:

$$\left\{ \begin{array}{l} n) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \alpha)}{A \sin(\varphi + \alpha)}} - \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha \cos \varphi}{A \sin(\varphi + \alpha)}} \\ n) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \alpha)}{A \sin(\alpha - \varphi)}} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta p \sin \alpha}{A \sin(\alpha - \varphi)}} \end{array} \right., \quad (28)$$

Из полученных выражений мы видим, что частота собственных колебаний пружинного рабочего органа зависит от жесткостных и геометрических характеристик рабочего органа и конструктивных параметров грохота.

Полученные таким образом зависимости использованы при проектировании пружинных грохотов промышленного назначения.

Список литературы

1. Сиваченко Л.А., Голушкова О.В., Хононов Д.М., Руссиян А.А. Оборудование для рудоподготовки адаптивного действия // Горный журнал. – №6. – 2005. – С. 55-59.
2. Сиваченко Л.А., Голушкова О.В. Вибрационные пружинные грохоты. – Препринт: Издательство Белорусско-Российского университета. – Могилев. – 2006. – 42 с.
3. Голушкова О.В. Пружинный грохот повышенной эффективности для разделения мелкозернистых материалов: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Белгород. – 2006. – 22 с.

УДК 621.926

Сиваченко Л.А., докт. техн. наук, профессор

(ГУВПО Белорусско-Российский ун-т, г. Могилев), e-mail: sivachenko_k@mail.ru

Хононов Д.М., канд. техн. наук

(Технологический ун-т, г. Хайфа, Израиль)

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРУЖИННЫХ МЕЛЬНИЦ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ИХ РАЦИОНАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Расчет пружинных мельниц начинается с расчета их рабочих органов. Складывается из последовательных задач: определения геометрических параметров пружины, придания ей необходимого изгиба, и выбора нужных силовых характеристик единичного акта разрушения частоты вращения, производительности и мощности привода. Наложение вибрационных колебаний вносят в расчет целый ряд дополнительных изменений, что выражается в изменении основ расчета этих аппаратов.

С целью упрощения выбора рабочих органов для различных условий применения, что иллюстрируется таблицей 1, для них рассчитаны необходимые параметры, в частности межвитковое усилие обжатия частиц. Эти результаты приведены в таблице 2.

Таблица 1. Основные параметры пружинных рабочих органов

№ п/п	Обозначение	Диаметр про- волоки d , мм	Наружный диаметр пружины	Шаг навивки h , мм	Длина пружины l , мм	Число витков n , мм
1	Млын 005.00006	2,5	20	2,5	130	52±1
2	Млын 55.0000.007	5	55	5	330	66±1
3	Млын 1. 0000.022	5	55	5	550	109±2
4	Млын 1.0000.023	6	55	6	552	92±2
5	Млын С 0000.005	6	64	6	246	41±1
6	Млын Д 80.0100.037	8	84	8	628	78±1
7	Млын С 1.0000.048	8	105	8	590	74±1
8	Млын ПС.0108.001	10	105	10	640	64±1

Таблица 2. Расчетные значения пружинных рабочих органов

№ п/п	Обозначение	Величина центрального угла f , град.	Межосевое расстояние валов A , мм	Необходимый изгибающий момент, мон- тажный $M_m, H \cdot мм$	Максималь- ный изги- бающий мо- мент, рабочий $M_r, H \cdot мм$	Межвитко- вое усилие обжатия частиц H
1	Млын 005.00 006	180	80	760	1310	45
2	Млын 55.00 0.007	180	190	3180	6490	95
3	Млын 1. 00 00.022	90	324	950	1910	210
4	Млын 1.00 00.023	90	328	2300	4320	125
5	Млын С.00 00.005	180	142	8900	14100	130
6	Млын Д80.01 00.037	20	100	1310	6520	320
7	Млын С1.00 00.048	90	335	5220	14800	260
8	Млын ПС .01 08.001	90	365	12750	38750	640

Полученные значения межвиткового усилия P_k корректируются под необходимые характеристики измельчаемого продукта, на основании которых выбираются размеры кусков материала, которые могут быть разрушены в межвитковых пространствах.

Интересующий нас расчет первых частот резонансных колебаний рабочих органов, характеристики которых приведены в таблице 1, выполненный совместно со специалистами МГТУ им. Баумана (г. Москва), является главной задачей всей работы. Блок – схема прикладной программы расчета пружинного рабочего органа приведена на рисунке 1.

Основными параметрами пружинных мельниц являются: геометрические, кинематические, энергетические и технологические. Из-за большого конструктивного многообразия, к сожалению, подробно оценить их для каждой машины не представляется возможным, а поэтому приведем только общий механизм проектирования пружинных мельниц.

Считаем, что параметры рабочего органа или группы рабочих органов уже определены и начинаем «встраивать» их в корпус аппарата. В зависимости от обрабатываемого материала, производительности, условий работы и других факторов корпуса могут быть различной формы. Основные геометрические размеры помольных камер в итоге будут определяться размерами рабочих органов. После определения геометрических параметров рабочих камер определяется их вместимость, что особенно важно для агрегатов циклического действия.

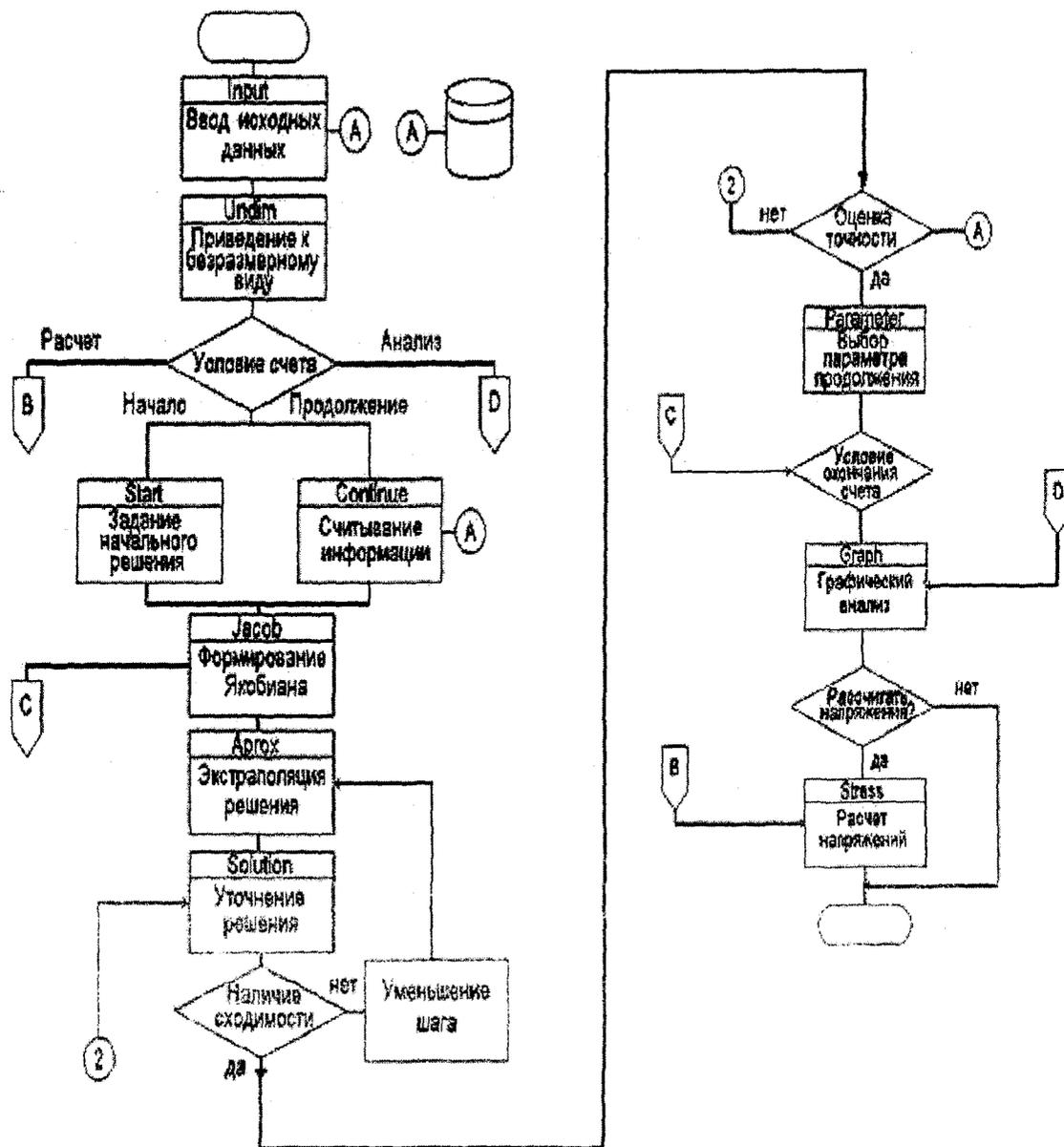


Рис. 1. Блок – схема прикладной программы расчета рабочего органа

Ниже приведена инженерная формула, рекомендуемая для приближенного определения низшей частоты собственных колебаний:

$$p_0 = \frac{6336 \cdot d_0}{\left(\frac{H_0^2}{\varphi + 1440} - \frac{f^2}{2} \right)} \times \sqrt{\frac{E \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \sin \alpha_0}{8 \cdot (2 + \mu) \cdot \rho}} \quad (1)$$

В формуле (1) используются следующие величины:

- p_0 – низшая частота колебаний [рад/с];
- H_0 – высота пружины в исходном состоянии [м];
- d_0 – диаметр проволоки [м];
- α_0 – угол подъема витков [град];
- E – модуль упругости [Па];
- μ – коэффициент Пуассона;
- ρ – плотность материала пружины [кг/м^3];
- f – расстояние между торцами пружины в деформированном состоянии [м] (рис. 2);

φ – относительный угол поворота торцов [град] (рис. 2);
 i – количество витков [шт.].

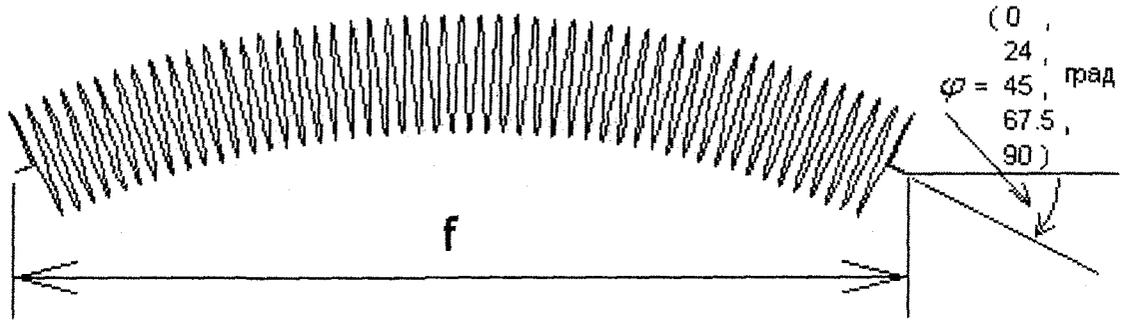


Рис. 2. Схема деформирования пружины

Качественный анализ формулы (1) показывает, что низшую частоту собственных колебаний пружины ω_0 с инженерной точностью можно считать пропорциональной диаметру проволоки d_0 , корню квадратному из модуля упругости E и обратно пропорциональной квадрату высоты H_0 и корню квадратному из плотности материала ρ .

Графическая зависимость низшей частоты пружины МЛ 1.0000.023 (табл. 1) от параметров ее деформирования, найденная расчетом, приведена на рисунке 3.

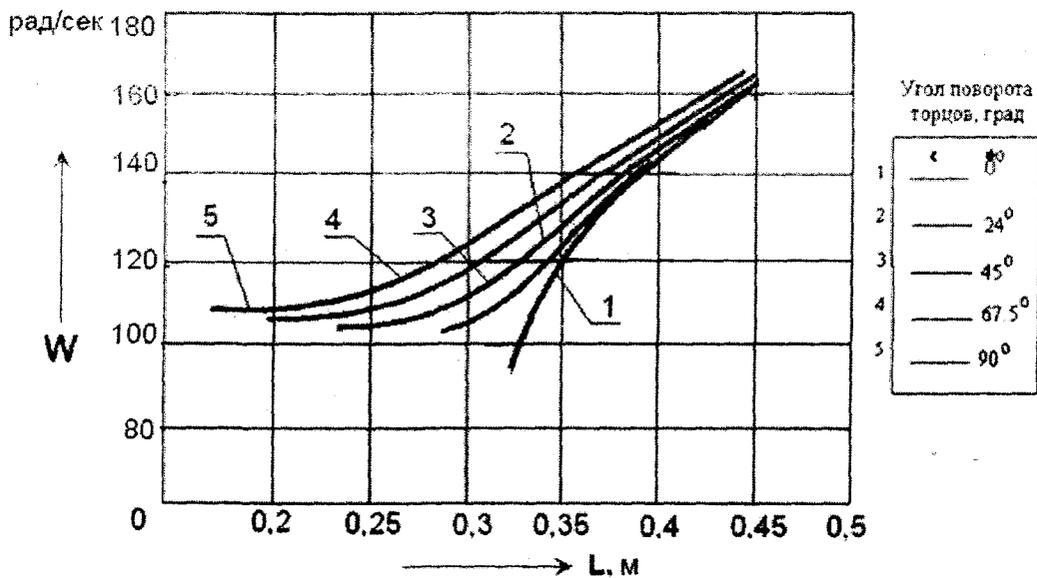


Рис. 3. Частотная характеристика рабочего органа

L – расстояние между торцами пружины;
 W – частота колебаний

Величины, характеризующие степень предварительного деформирования, влияют на частоту нелинейно. При изгибе пружины расстояние между торцами пружины в деформированном состоянии f уменьшается, что приводит к некоторому уменьшению частоты, в то время как последовательное увеличение при изгибе относительного угла поворота торцов φ приводит к обратному эффекту, т.е. к увеличению частоты.

Многообразие пружинных аппаратов вызывает необходимость определения рациональной области их использования. Чтобы упростить поставленную задачу, рассматривались не отдельные

конструкции аппаратов, а только рабочий орган, составляющий их основу.

Рациональная область их использования – тонкий и сверхтонкий размол минерального сырья и других материалов исходной крутостью до 5 мм, твердостью до 4...6 единиц по шкале Мооса и прочностью на сжатие до 250...300 МПа. При этом производительность на один рабочий орган по сухому способу для исследуемых рабочих органов с диаметром пружины до 130 мм составляет 1,5...2,0 т/час, а по мокрому способу – до 10 м³ по пульпе. Важно отметить, что лучшие по качеству результаты получаются для концентрированных суспензий с содержанием твердой фазы 30...70%. Для аппаратов циклического действия объем обрабатываемого материала может достигать 3...5 м³, например, для виброгазобетонешалок СМС-40, оснащенных винтовыми активаторами, а для мельниц пробоподготовки – 0,0001 м³. Пружинные мельницы предпочтительны в тех случаях, когда ограничения по намолу аппаратурного металла не являются особенно жесткими и регламентируются ТУ.

Работу пружинных мельниц непрерывного действия целесообразно организовать в замкнутом цикле. Это обусловлено тем, что 40...80% материала измельчается до требуемой крупности, например, по классу – 0,08 мкм, за один проход через рабочую камеру, а повторные проходы малоэффективны.

В плане воздействия на конкретный продукт винтовые аппараты предпочтительны для измельчения хрупких материалов, ряда пластичных материалов, например, глин, а также для обработки смесей и жидкотекучих композиций. К последним можно отнести наполнители, сырьевые смеси, чистящие вещества, краски, жидкие комплексные удобрения и т.д.

По своей смесеобразовательной способности винтовые машины являются одними из лучших и позволяют получать ультрадисперсные порошки с коэффициентом неоднородности менее 0,5%, например, при получении шихты карбида бора.

К числу недостатков пружинных аппаратов следует отнести сравнительно невысокую наработку на отказ (до 300-500 часов работы) по критерию прочности при циклическом нагружении, а также ограничения на работу с продуктами, влажность которых составляет 6...30%.

Интенсивные виброколебания рабочих органов снижают наработку на отказ по предварительным оценкам примерно на 10-20%, по сравнению с такими же аппаратами, но без форсирования колебаний рабочих органов. Дополнительные колебания увеличивают износ рабочих поверхностей, что требует ограничения твердости и абразивности перерабатываемых материалов, а также крупности исходного питания на 10-30%.

Можно прогнозировать, что винтовые аппараты способны заменить часть оборудования, используемого преимущественно в технологических циклах производств малой и средней производительности. Особые перспективы эти машины имеют в области активации строительных материалов, но здесь необходимо не только организовать специализированное производство рабочих органов, обладающих повышенной прочностью при циклическом погружении, но и обеспечить необходимую износостойкость [1, 2, 3].

Список литературы

1. Сиваченко Л.А. Оборудование для рудоподготовки адаптивного действия / Сиваченко Л.А., Голушова О.В., Хононов Д.М., Руссиян А.А. // Горный журнал. – 2005. – №6. – С. 55-59.
2. Хононов Д.М. Научно-практические основы повышения эффективности пружинных мельниц путем интенсификации колебаний их рабочих органов: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Белгород: БГТУ, 2006. – 23 с.
3. Сиваченко Л.А. Исследование колебаний рабочих органов пружинных технологических аппаратов / Сиваченко Л.А., Хононов Д.М. // Сб. науч. тр. «Перспективные технологии материалы и системы Белорусско-Российского университета». – Могилев, 2005. – С. 151-155.

ФИЗИКА

УДК 539.211

Бармин А.В., канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика»
(Орловский государственный технический университет)
г. Орел, тел.: (4862) 419889; e-mail: scorp1@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТОЯНИЯ МОЛЕКУЛ И РАДИКАЛОВ ГАЗА, УЧАСТВУЮЩИХ В ГЕТЕРОГЕННЫХ ПРЕВРАЩЕНИЯХ

Описан метод определения состояния молекул и радикалов газа, участвующих в гетерогенных химических превращениях. Разработан способ экспериментальной реализации данного метода. Приведены результаты проведенных исследований.

При изучении механизмов процессов, протекающих на границе твердых тел и активных газов, используют релаксационный метод, заключающийся в регистрации «отклика» поверхности на воздействие модулированного потока газовых частиц тепловых энергий, что позволяет контролировать протекание физико-химических процессов на поверхности вещества в нестационарных условиях. Временное разрешение этого метода определяется длительностью фронта нарастания концентрации активных частиц в газовой среде Δt . В обычных условиях проточных реакторов $\Delta t \sim 1$ с. [1]. Предлагаемый метод исследований имеет на два порядка лучшее временное разрешение.

Метод основан на использовании явления радикалорекомбинационной люминесценции для наблюдения за процессами, протекающими на границе твердых веществ и активных газов. Суть метода заключается в ограничении диффузионного расплывания «пакета» молекул с помощью резкого увеличения скорости газовой струи, содержащей «пакет» молекул [2]. Будем вводить в непрерывно прокачиваемую через реактор газовую смесь с давлением P_1 дополнительную порцию («пакет») молекул реагирующих веществ из вспомогательного объема с давлением газа P_2 , где $P_2 > P_1$.

Оценим диффузионное расплывание «пакета» в струе движущегося газа за время τ движения молекул от вспомогательного объема до образца. Будем считать, что начало координат находится в центре «пакета» активных частиц газа, а сама система двигается вместе с «пакетом». Таким образом, относительно данной системы координат «пакет» можно считать неподвижным. Используем второй закон диффузии (2-й закон Фика) для одномерного случая [3, 4]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где $n = n(x, t)$ – концентрация активных частиц в «пакете».

Начальная концентрация активных частиц в области $|x| < x_0$ постоянна и равна n_0 , а в области $|x| > x_0$ равна нулю, т.е. начальный профиль имеет вид «прямоугольного уступа.»

$$f(x) = \begin{cases} n_0, & |x| < x_0 \\ 0, & |x| > x_0 \end{cases}$$

Из [5] находим решение второго закона диффузии для данных условий.

$$n(x, t) = \frac{1}{2} n_0 \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x_0 - x}{2\sqrt{Dt}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{x_0 + x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right], \quad (2)$$

где erf – интеграл вероятностей, $\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-z^2} dz$.

Принимая в (2) $x = 0$, получим

$$n(x, t) = n_0 \operatorname{erf} \left(\frac{x_0}{2\sqrt{Dt}} \right). \quad (3)$$

Таким образом, диффузионное расплывание «пакета» в струе движущегося газа за время τ движения молекул от вспомогательного объема до образца можно оценить по формуле:

$$n(\tau)n_0^{-1} = \operatorname{erf} \left[\frac{L}{4\sqrt{D\tau}} \right], \quad (4)$$

где n_0 – начальная концентрация молекул в «пакете»;
 $n(\tau)$ – концентрация молекул в «пакете» к моменту времени τ ;
 D – коэффициент диффузии молекул в газе;
 $L = 2x_0$ – начальный размер «пакета»: $L = v \cdot t_g$;
 v – скорость газовой струи;
 t_g – время, за которое в газ вводится дополнительная порция молекул.

При скорости движения газа $v \geq 10 \text{ мс}^{-1}$ имеем: $\tau \leq (10^{-2} \div 10^{-1}) \text{ с}$. Полагая $L \geq 1 \text{ м}$, находим: $n(\tau)n_0^{-1} \approx 1$, т.е. за время τ диффузионное расплывание «пакета» молекул пренебрежимо мало. Поэтому при взаимодействии «пакета» с твердым телом временное разрешение этого метода релаксационных измерений Δt (длительность нарастания концентрации молекул над поверхностью катализатора) определяется условиями формирования «пакета» молекул. Таким образом, увеличивая скорость газовой струи, можно улучшить временное разрешение метода [6].

Описанный метод применен для контроля атомно – молекулярных процессов, протекающих на поверхности кристаллофосфоров, помещенных в диссоциированный газ. Содержание исследований заключается в следующем. Одновременно регистрируются кинетические кривые концентрации активных частиц газа в плазме разряда и интенсивности возникающей в ходе гетерогенной реакции $R + R \rightarrow R_2$ радикалорекombинационной люминесценции нанесенного на подложку мелкодисперсного кристаллофосфора. Поверхность кристаллофосфора зондируется движущимся с газовой струей «пакетом» активных частиц газа большой плотности. В опытах газ (водород с содержанием примесей $5 \cdot 10^{-3}\%$) при давлении 70 Па непрерывно прокачивается через разрядную трубку 1, капилляр 2, разрядную трубку 3 и реактор 4 с образцом 5, нанесенным на металлическую подложку, нагреваемую током (рисунок 1). Температура подложки T измеряется термопарой. Электронное устройство управления 6 формирует импульс тока, открывающий на время 0.8 с электромагнитный клапан 7, вследствие чего в систему вводится дополнительная порция газа из вспомогательного объема 8, заполненного водородом с давлением 10^4 Па . Одновременно управляющее устройство 6 формирует прямоугольный импульс напряжения с регулируемой длительностью (20-200) мс на сетке электронной лампы высокочастотного генератора 9, который формирует импульс синусоидального напряжения частотой 40 МГц . При этом в трубке 1 возникает импульсный емкостный газовый разряд с регулируемой мощностью (0.05 – 1) кВт . Капилляр 2 и магнит 10 служат для ограничения разряда.

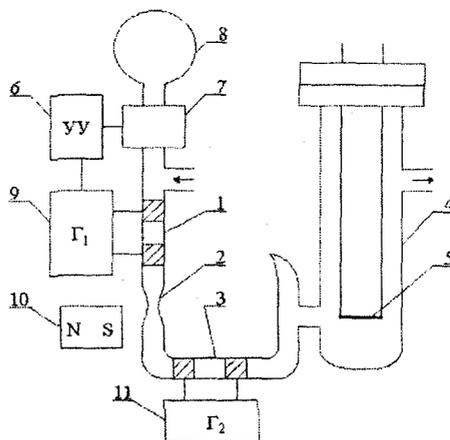


Рис. 1. Схема эксперимента

С целью определения концентрации атомов водорода в плазме разряда 1 (в относительных единицах по методу [7]) регистрируется интенсивность I_g линии $\lambda = 487 \text{ нм}$ в спектре свечения атомов водорода; эту линию в спектре свечения водорода выделяется с помощью монохроматора УМ-2. Интенсивность радикалорекombинационной люминесценции I и интенсивность свечения атомов водорода в плазме I_g измеряли с помощью двух фотоумножителей ФЭУ-85А. Сила тока каждого ФЭУ, пропорциональная величине I_g или I , с помощью двух аналого-цифровых преобразователей измерялась через каждые 12 мкс; полученные численные данные поступали в ПЭВМ, что позволяло одновременно измерять кинетические кривые $I(t)$, $I_g(t)$, где t – время. Для тренировки образцов атомарным водородом и выполнения контрольных опытов поток атомов водорода получали также с помощью высокочастотного разряда в трубке 3, при этом использовали генератор 11 мощностью 30 Вт и частотой 40 МГц.

В качестве примера исследована гетерогенная реакция $H + H \rightarrow H_2$, протекающая на поверхности мелкодисперсных кристаллофосфоров: CaO-Mn ($10^{-2}\%$), ZnS-Tm ($10^{-2}\%$) и ZnS-Cu (люминофор марки «ФКП-03») с удельной поверхностью $\sim 1 \text{ м}^2 \text{ г}^{-1}$.

В случае взаимодействия «пакета» атомов водорода с кристаллофосфором CaO-Mn зависимость $I(t)$ имеет форму, близкую к прямоугольной (рисунок 2, кривая 2). Кривая $I(t)$ сдвинута относительно кривой $I_g(t)$ (кривая 1) на время движения «пакета» атомов водорода от разрядной трубки до реактора (17 мс). Вследствие условия $I = \eta J(n)$, где η – коэффициент; J – скорость гетерогенной реакции; n – концентрация атомов водорода в газовой среде, зависимость $I(t)$ определяет «форму» «пакета» атомов $n(t)$ в процессе его прохождения через реактор, при этом, как это следует из формы начального участка кривой 2, временное разрешение метода $\Delta t \approx 10 \text{ мс}$. В тех же условиях при постоянном давлении для потока атомов водорода, создаваемого с момента включения стационарного разряда, получено: $\Delta t = 0,2 \text{ с}$. Эффект двадцатикратного сжатия фронта «пакета» атомов водорода достигается благодаря введению в разрядную трубку дополнительной порции газа, вследствие чего резко возрастает скорость движения атомно-молекулярной смеси водорода.

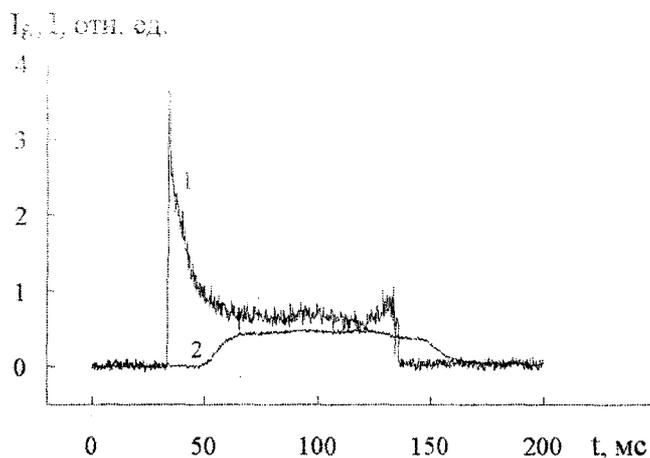


Рис. 2. Зависимость от времени интенсивности свечения атомов водорода в разрядной трубке (1) и интенсивности свечения люминофора CaO-Mn при $T = 509 \text{ К}$ под действием «пакета» атомов водорода (2), $n \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$

Коэффициент прилипания атомов водорода в хемосорбционное состояние на поверхности CaO-Mn равен $3 \cdot 10^{-5}$ [8]. В процессе взаимодействия «пакета» атомов водорода с поверхностью люминофора CaO-Mn наблюдается увеличение со временем концентрации N хемосорбированных атомов. При этом в случае участия хемосорбированных атомов водорода в ответственной за возбуждение РРЛ реакции гетерогенной рекомбинации атомов (механизмы ИР и ЛХ) следовало бы ожидать выполнения условия:

$$I \approx Bt + Ct^2, \tag{5}$$

где t – время;

$$I = \eta J = a \cdot n \cdot N + b \cdot N^2;$$

I – интенсивность РРЛ;
 J – скорость реакции;
 n – концентрация атомов в газовой среде;
 N – концентрация хемосорбированных атомов;
 B, C, a, b – коэффициенты.

Так как это равенство не выполняется (рисунок 3), то в реакции участвуют физически адсорбированные атомы водорода.

В случае РРЛ кристаллофосфора $ZnS-Cu$ при малых плотностях «пакета» атомов водорода наблюдаются закономерности, аналогичные установленным для $CaO-Mn$. Однако, в случае больших n взаимодействие «пакета» атомов водорода с люминофором $ZnS-Cu$ сопровождается двумя вспышками его свечения: первая (пик РРЛ) возникает в момент поступления «пакета» в реактор, а вторая (пик послесвечения) – после выхода «пакета» из реактора (рисунок 3).

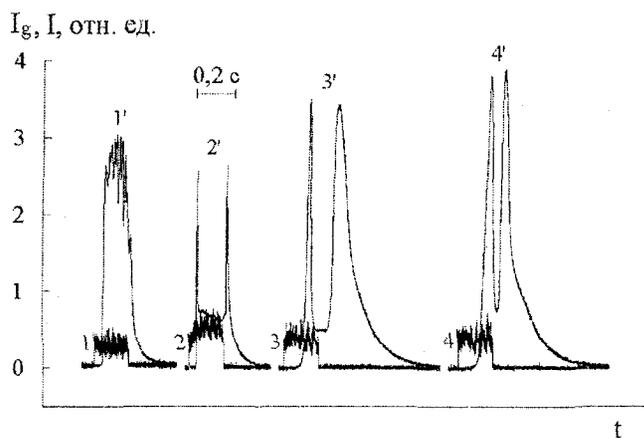


Рис. 3. Зависимость от времени интенсивности свечения атомов водорода в разрядной трубке (1 – 4) и интенсивности свечения люминофора $ZnS-Cu$ под действием «пакета» атомов водорода «малой» (1') и «большой» (2'– 4') плотности

В случае люминофоров $CaO-Mn$ и $ZnS-Tm$ такие кривые $I(t)$ в тех же условиях не наблюдаются. При добавлении «пакета» атомов водорода к стационарному потоку интенсивность РРЛ люминофора $ZnS-Cu$ уменьшается, а люминофоров $ZnS-Tm$ и $CaO-Mn$ возрастает на время прохождения «пакета» через реактор.

Возможна следующая интерпретация этих данных. Возбуждение РРЛ цинксульфидных люминофоров атомами водорода происходит по механизму инжекции электронно-дырочных пар с поверхности в объем твердого тела [9]. Протекание гетерогенной реакции $H + H \rightarrow H_2$ сопровождается также появлением положительного поверхностного заряда вследствие ионизации в ходе реакции поверхностных электронных состояний. Это приводит к возникновению потенциального барьера для электронов, диффундирующих с поверхности в объем при возбуждении РРЛ. Вследствие этого растет скорость безызлучательной электронно-дырочной рекомбинации на поверхностных дефектах кристаллической решетки. Вероятность преодоления потенциального барьера электроном проводимости при диффузии с поверхности в объем падает с ростом поверхностного заряда по экспоненциальному закону. Вследствие этого при увеличении уровня электронного возбуждения поверхности происходит сверхлинейный рост интенсивности безызлучательной рекомбинации электронов и дырок на поверхности, что приводит к тушению РРЛ после первой вспышки свечения люминофора. Люминофор ФКП – 03 проявляет длительное послесвечение при фотовозбуждении в связи с наличием в объеме электронных ловушек, расположенных на 0,18; 0,26 и 0,4 эВ от дна зоны проводимости [10]. Захватывая электроны, ловушки препятствуют нейтрализации положительного поверхностного заряда, что создает предпосылки для возникновения описанных явлений. Люминофоры $ZnS-Tm$ и $CaO-Mn$ не содержат электронные ловушки, поэтому в тех же условиях происходит нейтрализация их поверхностного заряда электронами проводимости, и при возбуждении РРЛ нелинейные эффекты не возникают.

Таким образом, применение метода контроля, основанного на взаимодействии «пакета» ак-

тивных частиц газа с твердым телом, дает информацию, как о механизме гетерогенной химической реакции, так и о сопутствующих электронных процессах на поверхности.

Список литературы

1. Киперман С.Л., Гайдай Н.А. // Кинетика и катализ. – 1999. – Т. 40. – № 5. – С. 705.
2. Харламов В.Ф., Бармин А.В., Макушев И.А., Рогожина Т.С., Быковский М.И., Ануфриев К.М. Методы определения состояний молекул и радикалов газа, участвующих в гетерогенных химических превращениях. // Тезисы докладов VI Российской конференции «Механизмы каталитических реакций». – Новосибирск: Bore-skov Institute of Catalysis, 2002. – Т. 2. – С. 342.
3. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГУ, 1996. – 368 с.
4. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. / Сборник задач по математической физике. – М.: Наука, 1980. – 688 с.
5. Справочник по точным решениям уравнений тепло- и массопереноса. / Полянин А.Д., Вязьмин А.В., Журов А.И., Казенин Д.А. – М.: Факториал, 1998. – 368 с.
6. Бармин А.В., Макушев И.А., Харламов В.Ф., Ануфриев К.М., Рогожина Т.С., Быковский М.И. Исследование элементарных актов химических превращений на границе твердых тел и газа методом вспышек поверхностной хемилюминесценции // Материалы I Всероссийской конференции «Физико-химические процессы в конденсированном состоянии и на межфазных границах «ФАГРАН - 2002». – Воронеж: ВГУ, 2002. – С. 179.
7. Зайцев В.В. // Оптика и спектроскоп. – 1992. – Т. 72. – № 4. – С. 859.
8. Измайлов Ш.Л., Харламов В.Ф. // Кинетика и катализ. – 1982. – Т. 23. – № 5. – С. 1179.
9. Харламов В.Ф. Рекомбинация атомов на поверхности тел и сопутствующие эффекты. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1994. – 207 с.
10. Волькенштейн Ф.Ф., Горбань А.Н., Соколов В.А. Радикалорекombинационная люминесценция полупроводников. – М.: Наука, 1973. – 399 с.

УДК 53.15

*Варгашикин В.Я., канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика»
(Орловский государственный технический университет)
г.Орел, тел. (4862) 419889; e-mail: varga@ostu.ru*

ДИНАМИЧЕСКОЕ ГЕНЕРИРОВАНИЕ ПЛАНКОВСКИХ ВЕЛИЧИН ПРОСТРАНСТВОМ – ВРЕМЕНЕМ, НАДЕЛЕННЫМ КЕРРОВСКОЙ МЕТРИКОЙ В УСЛОВИЯХ КВАНТОВАННОСТИ ДЕЙСТВИЯ, КАК СЛЕДСТВИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРИНЦИПА ПРИЧИННОСТИ

The Institute of Physics, London, UK IOP Institute of Physics 76 Portland Place London W1B 1NT UK, It is shown, that Planck's values of length and time are generated by space-time with the Kerr's metrics at presence of quantum of action. Planck's mass provides existence of nonplanar space-time with minimally possible curvature within the limits of horizon of events. Thus existence of scales of lengths of space and intervals of time, smaller corresponding Planck's values, contradicts a principle of causality.

1. Проблема фундаментальной длины

Фундаментальной (элементарной) длиной считают [1] гипотетическую константу, обладающую размерностью длины и являющуюся [2] пределом применимости современных научных представлений – теории относительности, квантовой теории и принципа причинности.

Так, согласно принципу микроскопической причинности, подтверждающемуся макроскопическим экспериментом и всей человеческой практикой, любое точечное событие может оказывать влияние лишь на те точечные события, которые происходят в более поздний момент времени. Этот принцип, в частности, запрещает распространение сигнала со скоростью, превышающей скорость света, что соответствует релятивистскому постулату. Однако квантовомеханический постулат ис-

ключает существование понятия «точечное событие», а результаты некоторых экспериментов [3-7] свидетельствуют о возможности распространения сигналов со сверхсветовыми скоростями.

Таким образом, выявленные противоречия относятся лишь к событиям, рассмотрение которых ведется в масштабах достаточно больших расстояний и интервалов времени, что позволяет рассматривать эти события, как точечные. Уменьшение масштабов рассмотрения событий до некоторых пределов должно привести к снимающему противоречия отказу от понятия точечного события, а следовательно, об изменении представлений о свойствах материи. Предполагаемое существование подобных пределов привело к введению в науку понятия фундаментальной длины. Менее оформленным является понятие о фундаментальном времени, что, вероятно, связано с его гипотетической чрезвычайной малостью ($\sim 10^{-44}$ с), не поддающейся пока экспериментальной оценке.

Подтверждение существования фундаментальной длины могло бы помочь устранению ряда квантово – механических расхождений, обусловленных тем, что физические величины в квантовой механике выражаются через интегралы от энергии, расходящиеся по верхнему пределу. Расхождение, по-видимому, обуславливается существенным завышением имеющимися теориями энергий взаимодействия микрообъектов в области больших ее значений, которые соответствуют малым расстояниям. Подтверждение существования фундаментальной длины, ограничивающей само понятия расстояния, позволило бы избежать расхождения при интегрировании.

Фундаментальная длина могла бы также объяснить существование верхней границы спектра масс элементарных частиц [8], характер уравнения состояния для начальной стадии расширения Вселенной [9], снять проблему начальных возмущений, обуславливающих существующую галактическую структуру материи [10], проблему хокинговского испарения черных дыр [11] и др.

На название фундаментальной длины в настоящее время претендуют [1-2] комптоновская длина волны электрона $\lambda_e \sim 10^{-13}$ м; π – мезона $\lambda_\pi \sim 10^{-15}$ м; нуклона (характерная длина сильного взаимодействия) $\lambda_N \sim 10^{-16}$ м; характерная длина слабого взаимодействия $\sim 10^{-18}$ м, и, наконец, гравитационная (планковская) длина $l_{Pl} \sim 10^{-35}$ м. В литературе описаны экспериментальные данные, указывающие на то, что верхняя граница фундаментальной длины не превосходит $10^{-16} \dots 10^{-17}$ и даже $10^{-22} \dots 10^{-25}$ м. Поэтому основным претендентом на фундаментальность считается гравитационная длина в планковской интерпретации.

2. Планковские величины

Планковские величины впервые были представлены М.Планком в докладе «О необратимых процессах излучения» на заседании Академии наук в Берлине 18 мая 1899 г. [12-13]. Квантово-механический смысл постоянной Планка в то время еще не был известен, поэтому планковские величины рассматривались в качестве удобной системы «естественных единиц измерения», сконструированных из универсальных постоянных – скорости света в вакууме, постоянной Планка и гравитационной постоянной. Связь с универсальными постоянными делала обнаруженные естественные единицы измерения физических величин независимыми от конкретной физической природы объектов и явлений, характеризуемых этими величинами, и позволяла использовать естественные единицы для конструирования единиц практически любых физических величин.

К основным планковским величинам относят планковскую длину

$$l_{Pl} = \sqrt{\frac{G \cdot \hbar}{c^3}} = 1,61605 \cdot 10^{-35} \text{ м}, \quad (2.1)$$

планковское время

$$t_{Pl} = \frac{l_{Pl}}{c} = \sqrt{\frac{G \cdot \hbar}{c^5}} = 5,39056 \cdot 10^{-44} \text{ с} \quad (2.2)$$

и планковскую массу

$$m_{Pl} = \frac{\hbar}{l_{Pl} c} = \sqrt{\frac{c \cdot \hbar}{G}} = 2,17671 \cdot 10^{-8} \text{ кг}, \quad (2.3)$$

где $\hbar = h / 2\pi$ – нормированная на 2π постоянная Планка $h = 6,6260755 \text{ Дж}\cdot\text{с}$;
 $c = 299792458 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ – скорость света в вакууме;

$G=6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ – гравитационная постоянная.

Для точности изложения заметим, что Планком была введена также ныне редко упоминаемая естественная единица температуры, сконструированная с привлечением постоянной Больцмана.

Квантовомеханический смысл планковских величин иллюстрируется следующими выкладками [14]. Пусть канонически сопряженные координата x и импульс p характеризуются неопределенностями Δx и Δp :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (2.4)$$

Неопределенность массы Δm задает неопределенность энергии

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2, \quad (2.5)$$

а, следовательно, неопределенность импульса Δp оценивается снизу по формуле

$$\Delta p = \frac{\Delta E}{c} = \Delta m \cdot c, \quad (2.6)$$

после подстановки которой в (2.4), получаем

$$\Delta x \cdot \Delta m \cdot c \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (2.7)$$

Выражение (2.7) содержит две неопределенные величины – Δx и Δm . Второе ограничение, связывающее эти же величины, обуславливается кривизной пространства – времени, интервал ds^2 которого в окрестностях частицы с массой Δm описывается метрикой Шварцшильда:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \cdot c^2 \cdot dt^2 - r^2 \cdot (\sin^2 \theta \cdot d\phi + d\vartheta^2) - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}}, \quad (2.8)$$

где r ; ϑ ; ϕ – пространственные сферические координаты;
 r_g – гравитационный радиус частицы:

$$r_g = \frac{2 \cdot G \cdot \Delta m}{c^2}. \quad (2.9)$$

Метрика (2.8) определена [15] в том случае, если неотрицательна компонента g_{00} метрического тензора:

$$g_{00} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \geq 0, \quad (2.10)$$

что с учетом (2.9) может быть преобразовано к виду:

$$r \geq \frac{2 \cdot G \cdot \Delta m}{c^2}. \quad (2.11)$$

Перемножая почленно неравенства (2.11) и (2.7) с вынесением в левую часть произведения $r \cdot \Delta t$ и вводя для нижней границы этого произведения обозначения

$$r = l_{Pl}, \quad (2.12)$$

$$\Delta x = l_{Pl}, \quad (2.13)$$

получаем выражение

$$r \cdot \Delta x \geq l_{Pl}^2 = \frac{G \cdot \hbar}{c^3}, \quad (2.14)$$

соответствующее определению (2.1) планковской длины.

Подставляя далее (2.13) в (2.7) с учетом (2.14) при вынесении в левую часть массы Δm и вводя для нижней границы этой массы обозначение

$$m_{Pl} = \frac{\Delta m}{2}, \quad (2.15)$$

устанавливаем соотношение

$$\Delta m \geq \frac{m_{Pl}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{c \cdot \hbar}{G}}, \quad (2.16)$$

согласующееся с определением (2.3) планковской массы.

И, наконец, учитывая каноническую сопряженность энергии E и времени t :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (2.17)$$

при неопределенности ΔE энергии, задаваемой (2.5), неопределенности Δm массы, задаваемой (2.15), сохраняя в левой части (2.17) время Δt и вводя для нижней границы этого времени обозначение

$$t_{Pl} = \Delta t, \quad (2.18)$$

получаем формулу

$$t \geq t_{Pl} = \frac{\hbar}{c^2 \cdot m_{Pl}} = \sqrt{\frac{G \cdot \hbar}{c^5}}, \quad (2.19)$$

совпадающую с формулой (2.3) планковского времени.

Выполненный анализ показывает, что существование планковских величин есть следствие квантования импульса частицы в искривленном пространстве – времени, наделенном геометрией Минковского.

Заменим массу Δm , входящую в выражение (2.9) для гравитационного радиуса r_g , удвоенной планковской массой (2.3) согласно (2.15). Получаем равенство гравитационного радиуса учетверенной планковской длине:

$$r_g = 4 \cdot \sqrt{\frac{G \cdot \hbar}{c^3}} = 4 \cdot l_{Pl}. \quad (2.20)$$

Можно предположить, что, коль скоро, планковская длина является квантом длины, то и гравитационный радиус, определяемый через квантованную величину – массу, также является квантованной величиной с квантом порядка планковской длины.

Гравитационный радиус определяет кривизну пространства – времени

$$R = g^{ik} \cdot \left(\frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \cdot \Gamma_{im}^m - \Gamma_{il}^m \cdot \Gamma_{km}^l \right), \quad (2.21)$$

где g^{ik} – контравариантные компоненты метрического тензора для метрики (2.8);

Γ_{ik}^l – символы Кристоффеля:

$$\Gamma_{ik}^l = \frac{1}{2} \cdot g^{lm} \cdot \left(\frac{\partial g_{mi}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m} \right). \quad (2.22)$$

Так, при нулевом гравитационном радиусе $r_g = 0$ реализуется нулевая кривизна R (2.21). Поэтому квантовому характеру гравитационного радиуса соответствует квантовый характер кривизны пространства – времени. На это обстоятельство впервые обратил внимание М.Осборн в 1949 г. Он показал [16-17], что масса порядка планковской (2.3) при квантованности импульса является нижним пределом для точечной массы, порождающей метрику (2.8), пространственноподобная часть которой отлична от плоской, из чего вытекает квантованность радиуса кривизны пространства – времени.

Поэтому существование планковских величин можно также определить как следствие квантованности импульса, а также кривизны пространства – времени, наделенного геометрией Минковского.

Зададимся далее вопросом о характере фундаментальной (гравитационной) длины в условиях квантования момента импульса.

3. Планковские величины, как характеристики поля Керра с квантованным моментом импульса

Воспользовавшись гравитационным радиусом (2.9) как аналогией введем понятие спинового радиуса:

$$r_t = \frac{2}{c^2} \cdot \sqrt{G \cdot c \cdot I}. \quad (3.1)$$

Спиновый радиус, так же, как и гравитационный, имеет размерность длины, выражается через мировые константы и величину, играющую роль «заряда» во взаимодействиях. В отличие от гравитационного радиуса, определяемого массой m , как «зарядом» гравитационного взаимодействия, спиновый радиус определяется моментом импульса I , выполняющим [6-7, 15] роль «заряда» при прецессионном взаимодействии.

Описание свойств пространства – времени гравитирующего центра метрикой Шварцшильда не предполагает обладания этого центра моментом импульса. Чтобы исследовать влияние момента импульса на квантованность пространства – времени воспользуемся метрикой Керра. Метрика Керра [18-21] описывает поле массивной частицы, аналогичной частице, создающей поле Шварцшильда, с той разницей, что керровская частица помимо массы обладает моментом импульса, направленным вдоль вертикальной оси.

Введение спинового радиуса позволяет представить метрику Керра, как функцию координат и отношений r_g/r и r_t/r , по аналогии с метрикой Шварцшильда (2.8), являющейся функцией координат и, по причине отсутствия момента импульса, лишь одного отношения вида r_g/r :

$$ds^2 = \left[1 - \frac{\left(\frac{r_g}{r}\right)^3}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \right] \cdot c^2 \cdot dt^2 - \frac{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 - \left(\frac{r_g}{r}\right)^3 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4} \cdot dr^2 - \frac{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2} \cdot r^2 \cdot d\vartheta^2 - \left[\frac{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \right] \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} + \frac{\left(\frac{r_g}{r}\right) \cdot \sin^2 \vartheta}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \right] \times \times r^2 \cdot \sin^2 \vartheta \cdot d\varphi^2 + \frac{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^2}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \cdot r \cdot \sin^2 \vartheta \cdot d\varphi \cdot c \cdot dt. \quad (3.2)$$

Заметим, что при отсутствии у частицы момента импульса ($I=0$), т.е. при нулевом торсионном радиусе ($r_t=0$), метрика Керра (3.2) переходит в метрику Шварцшильда (2.8).

Введение гравитационной длины в модель с полем Шварцшильда осуществлялось в ходе решения (2.12)-(2.14) системы неравенств (2.7); (2.11), полученных путем анализа квантовомеханического соотношения неопределенностей (2.4) и особенности (2.10) метрики Шварцшильда (2.8). Используя этот подход как аналогию, определим гравитационную длину в модели с полем Керра. Проанализируем вначале особенности метрики Керра.

Метрика (3.2) определена [15] в том случае, если, во-первых, неотрицательна компонента g_{00} метрического тензора, и, во-вторых, конечна и неположительна компонента g_{11} , что достигается соответственно при

$$1 - \frac{\left(\frac{r_g}{r}\right)^3}{\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \geq 0, \quad (3.3)$$

а также

$$\left(\frac{r_g}{r}\right)^2 - \left(\frac{r_g}{r}\right)^3 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_t}{r}\right)^4 > 0. \quad (3.4)$$

Решениями (3.3)-(3.4) служат соответственно выражения

$$r \geq \frac{r_g}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 - \frac{r_t^4}{4 \cdot r_g^2} \cdot \cos^2 \vartheta}, \quad (3.5)$$

$$r > \frac{r_g}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 - \frac{r_t^4}{4 \cdot r_g^2}}. \quad (3.6)$$

Величины r (3.5)-(3.6) имеют физический смысл (действительны) лишь в случае

$$r_g \geq r_t. \quad (3.7)$$

Заменим в (3.7) спиновый радиус его выражением (3.1), выделим в правой части величину $I/2$

$$r_g^2 \cdot \frac{c^3}{4 \cdot G} \geq \frac{I}{2}, \quad (3.8)$$

а в левой части понизим до первой степени сомножителя r_g^2 подставляя в качестве r_g формулы (2.9):

$$r_g \cdot \Delta m \cdot c \geq 2 \cdot I. \quad (3.9)$$

Момент импульса I совпадает по размерности с действием, квантом которого является постоянная Планка \hbar . Полагая момент импульса I квантованным, подставим константу \hbar в (3.9) в качестве момента импульса I , а также заменим согласно (2.20) гравитационный радиус r_g неопределенной массы Δm учетверенной планковской длиной l_{pl} (2.1) с последующей ее заменой неопределенностью длины Δx согласно (2.13), задавая тем самым неравенство

$$\Delta x \cdot \Delta m \cdot c \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (3.10)$$

совпадающее с выражением (2.7). Из (3.10) в соответствии с процедурой (2.5)-(2.6) непосредственно следует квантово-механическое соотношение неопределенностей (2.4), связывающее неопределенности импульса и координаты.

Таким образом, квантово-механическое соотношение неопределенностей можно считать следствием квантования момента импульса гравитирующего центра, поле которого является полем Керра.

Неравенство (3.10), аналогичное неравенству (2.4), является первым выражением для определения гравитационной длины с учетом квантованности момента импульса. Получим второе выражение, учитывая, что при определении планковской длины наряду с неравенством (2.4) использовалось условие (2.10) неотрицательности компоненты g_{00} метрического тензора, относящегося к метрике Керра (2.8). В нашем случае это условие (3.8) неотрицательности компоненты g_{00} метрического тензора, относящегося к метрике Керра (3.4). В ходе дальнейшего анализа условия (3.8) перед радикалом сохраним знак «плюс», о причине чего будет сказано ниже:

$$r \geq \frac{r_g}{2} + \sqrt{\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 - \frac{r_t^4}{4 \cdot r_g^2} \cdot \cos^2 \vartheta}, \quad (3.11)$$

Гравитационная длина соответствует минимуму правой части (3.11). Он достигается при максимуме вычитаемого под знаком интеграла, т.е., во-первых, при удовлетворяющем нижней границе (3.7) равенстве спинового радиуса гравитационному и, во-вторых, при $\cos^2 \vartheta = 1$:

$$r \geq r_g. \quad (3.12)$$

Полученное неравенство является вторым условием для расчета гравитационной длины с учетом квантованности момента импульса. Оно содержит лишь гравитационный радиус и не содержит спинового, т.е. является следствием квантованности импульса. Подставляя в правую часть (3.12) выражение (2.9) для гравитационного радиуса, приходим к неравенству

$$r > \frac{2 \cdot G \cdot \Delta m}{c^2}. \quad (3.13)$$

которое аналогично неравенству (2.11).

Планковская длина (2.1) была рассчитана в ходе реализации процедуры (2.12)-(2.14), опирающейся на перемножение неравенств (2.7) и (2.11). Для расчета гравитационной длины с учетом квантованности момента импульса получены неравенства (3.10); (3.13), сводимые к (2.7) и (2.11). Следовательно, искомые гравитационные величины в модели с полем Керра являются планковскими, как и в модели с полем Шварцшильда. При этом существование планковских величин является следствием квантованности как импульса, так и момента импульса гравитирующего центра, являющегося источником поля Керра.

4. Спиновый радиус и причинно-следственные связи

При получении неравенств (3.9); (3.11), использованных для расчета гравитационной длины, нами игнорировался вопрос о физической обусловленности этих неравенств. Проанализируем, к каким последствиям приведет нарушение перечисленных неравенств.

Неравенство (3.9), записываемое в виде

$$\frac{r_g \cdot \Delta m \cdot c}{2} \geq I, \quad (4.1)$$

применительно к метрике Керра было получено впервые Б.Картером [22] в 1968 г., показавшим, что выход за пределы (5.1) не имеет физического смысла из-за нарушения принципа причинности. Это нарушение проявляется в возникновении под горизонтом событий замкнутых времениподобных мировых линий, которые давали бы возможность отправляться в прошлое с последующим возвращением в будущее.

Проанализируем далее нарушение неравенства (3.11). Прежде всего, заметим, что правая часть (3.11) задает ограничивающую некоторый объем поверхность

$$r_{i''p} = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 - \frac{r_t^4}{4 \cdot r_g^2}}, \quad (4.2)$$

Покажем, что поверхность (4.2) является горизонтом событий. Согласно определению [15], частицы вещества или кванты поля могут пересекать горизонт событий только в одном направлении – внутрь ограниченного объема, и, попав в него, выйти наружу уже не могут. Уравнение горизонта событий связывает компоненты единичного вектора нормали к нему формулой

$$n_i \cdot n^i = 0, \quad (4.3)$$

которая применительно к метрике Керра имеет вид:

$$g^{11} \cdot \left(\frac{\partial r_{i''p}}{\partial r_g} \right)^2 + g^{22} \cdot \left(\frac{\partial r_{i''p}}{\partial \vartheta} \right)^2 = 0, \quad (4.4)$$

где контравариантные компоненты g^{11} и g^{22} метрического тензора записываются через отношения r_g/r и r_l/r следующим образом:

$$g^{11} = - \frac{\left(\frac{r_g}{r} \right)^2 - \left(\frac{r_g}{r} \right)^3 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_l}{r} \right)^4}{\left(\frac{r_g}{r} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_l}{r} \right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta}, \quad (4.5)$$

$$g^{22} = - \frac{\left(\frac{r_g}{r} \right)^2}{\left(\frac{r_g}{r} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_l}{r} \right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \cdot \frac{1}{r^2}. \quad (4.6)$$

Подставим (4.5)-(4.6) в (4.4)

$$\frac{1}{\left(\frac{r_g}{r} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_l}{r} \right)^4 \cdot \cos^2 \vartheta} \cdot \left\{ \left[\left(\frac{r_g}{r} \right)^2 - \left(\frac{r_g}{r} \right)^3 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r_l}{r} \right)^4 \right] \cdot \left(\frac{\partial r_{i''p}}{\partial r_g} \right)^2 + \left(\frac{r_g}{r} \right)^2 \cdot \left(\frac{\partial r_{i''p}}{\partial \vartheta} \right)^2 \cdot \frac{1}{r^2} \right\} = 0. \quad (4.7)$$

Учтем, что для $r = r_{гор}$ имеет место равенство нулю левой части (3.4), а следовательно, и выражения в квадратных скобках (4.7). Кроме того, равна нулю производная $\partial r_{гор}/\partial \vartheta$ от выражения (3.6), которое не зависит от ϑ . Эти обстоятельства и обеспечивают равенство нулю выражения (4.7), а также соответствие радиуса (4.1) определениям (4.2)-(4.3) горизонта событий.

Продолжение метрики Керра под горизонт событий, как показано в [15], не имеет физического смысла из-за нарушения принципа причинности, аналогичного нарушению (4.1).

Таким образом, планковские величины являются предельными характеристиками пространства-времени, наделенного керровской геометрией. Игнорирование предельного характера планковских величин ведет к нарушению принципа причинности.

5. Выводы

Наделение пространства событий геометрией Минковского с метрикой Керра при соблюдении принципа причинности требует наложения ограничений на понятие точечного события, физически соответствующих квантованности кривизны и кручения пространства – времени. Нарушение этих ограничений приводит к нарушению причинно-следственных связей. Характер ограничений таков, что из квантованности кривизны и кручения при условии равенства кванта действия (момента импульса) постоянной планка \hbar непосредственно вытекает соотношение неопределенностей Гейзенберга.

Квантованность кривизны пространства-времени гравитирующего центра с моментом импульса приводит к квантованности импульса и момента импульса, следствием чего является существование известных гравитационных (планковских) величин (длины, массы, времени). Выявленная связь планковской длины с кривизной пространства событий, а также принципом причинности является аргументом в пользу утверждения планковской длины в качестве гипотетической фундаментальной (элементарной) длины.

Список литературы

1. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М.Прохоров. Ред. кол. А.М.Бонч-Бруевич, А.С.Боровик-Романов и др.-М., Большая Российская энциклопедия, 1995. – 928 с., ил.
2. Киржниц Д.А. Проблема фундаментальной длины // Природа. – 1973. – № 1. – С. 38-46.

3. Козырев Н.А. Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. – Пулковско: изд-во АН СССР, 1958. – 90 с.
4. Козырев Н.А., Насонов В.В. О некоторых свойствах времени, обнаруженных астрономическими наблюдениями // Проблемы исследования Вселенной. – 1980. – Вып. 9. – С. 76.
5. Матвеевко Л.И. Видимые сверхсветовые скорости разлета компонент во внегалактических объектах // УФН. – М., 1989. – Т. 140. – № 3. – С. 28-43.
6. Lense J., Thyrting // Phys.Zs. – Bd. 19. – S. 156.
7. Экспериментальные тесты теории гравитации / Под ред. В.Б.Брагинского и В.И.Денисова. – М.: Изд-во МГУ. – 1988. – 254 с.
8. Марков М.А. О природе материи. – М.: Наука, 1976.
9. Горелик Г.Е., Озерной Л.М. // Письма в Астрономический журнал. – 1978. – № 4. – С. 160.
10. Визгин В.П. Релятивистская теория тяготения. – М.: Наука, 1981.
11. Гинзбург В.Л., Фролов В.П. // Письма в Астрономический журнал. – 1976. – № 2. – С. 474.
12. Plank M. Sitzungsber. Akad. Wiss. – Berlin, 1899. – S. 440.
13. Планк М. Избранные труды. – М.: Наука, 1975.
14. Владимиров Ю.С. Квантовая теория гравитации // Эйнштейновский сборник, 1972. – М.: Наука, 1974. – С. 280-340.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля (Серия «Теоретическая физика», Т.2). – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., – 1973. – 504 с.
16. Osborne M.F.M. Quantum - theory restrictions on the general theory of relativity. – Phys. Rev. – 1949. – Vol. 75. – № 10. – P. 1579-1584.
17. Осборн М. Квантово-теоретические ограничения на общую теорию относительности // Эйнштейновский сборник, 1982 – 1983. – М.: Наука, 1986. – С. 271-284.
18. Kerr R.P. // Phys. Rev. Lett. – 1963. – Vol. 11. – P. 237.
19. Boyer L.H. and Lindquist R.W. // J. Math. Phys. – 1965. – Vol. 6. – P. 531.
20. Boyer L.H. and Lindquist R.W. // J. Math. Phys. – 1967. – Vol. 8. – P. 25.
21. Дымникова И.Г. Движение частиц и фотонов в гравитационном поле вращающегося тела / УФН.- М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит.-ры. – 1986. – Т. 148, – Вып. 3. – С. 393-492.
22. Carter B. // Phys. Rev. – Vol. 174, – 1968. – P. 1559.

УДК 539.211

*Мосин Ю.В., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика»
 Бармин А.В., канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика»
 (Орловский государственный технический университет)
 г.Орел, тел. (4862) 419889; e-mail: yurmos@rambler.ru; scorp1@mail.ru*

КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ АТОМАРНЫМ ВОДОРОДОМ

Исследовались быстротекающие процессы на границе твердых тел и газов. На примере рекомбинации атомов водорода в результате прямых измерений одновременно определены кинетические кривые адсорбции реагирующих веществ и скорости гетерогенной химической реакции.

Процессы взаимодействия атомизированных газов с твердыми телами весьма актуальны. Они находятся в сфере внимания таких областей науки, как физика полупроводников, физика плазмы, оптика, физическая электроника, космические исследования, химия твердого тела, гетерогенный катализ, горение и т.д. Многие проблемы, имеющие отношение к системе газ-твердое тело, обусловлены нуждами полупроводникового приборостроения и микроэлектронной промышленности. Миниатюризация приборов привела к такому положению вещей, когда информация о процессах, происходящих на границе полупроводника и газовой смеси, может иметь прямое отношение к физическим явлениям, лежащим в основе работы прибора.

Явления, возникающие на границе твердого тела и атомно-молекулярной газовой смеси, сложны и многообразны. Взаимодействие атомов и молекул с твердыми телами сопровождается пе-

пераспределением поверхностных химических связей, возникновением поверхностных электронных состояний, изменением поверхностных электронных зон, структурными перестройками. Возникающие при протекании гетерогенных реакций люминесценция, распыление поверхности, эмиссия электронов, нейтралей, ионов и динамический эффект несут информацию о химическом составе, структуре и электронном спектре поверхности, о кинетике и механизме химических превращений, об активной газовой атмосфере. Регистрация эффектов, сопровождающих поверхностные реакции, дает чувствительный инструмент для изучения процессов на границе газа с твердым телом, для решения научных и технологических задач катализа, плазмохимии, микроэлектроники, выращивания тонких пленок, космического материаловедения.

На кафедре физики создана экспериментальная установка, позволяющая проводить релаксационные измерения в гетерогенном катализе посредством одновременного определения кинетических кривых адсорбции реагирующих веществ и скорости гетерогенной химической реакции. Для безынерционного измерения скорости химической реакции, протекающей на границе твердого тела и газа, использована регистрация динамического эффекта реакции (ДЭР): $F(t) = P_r - P = GJ(t)$, где t – время; P_r – давление газа на поверхность катализатора; P – давление газа на стенки сосуда; G – коэффициент, зависящий от импульсов молекул реагирующих веществ и продуктов реакции; J – скорость этой реакции. Адсорбцию газа на поверхности образцов контролировали с помощью пьезорезонансных кварцевых весов [1].

Перед началом измерений поверхность исследуемых образцов проходила обязательную подготовку, включающую стадию тренировки в атомно-молекулярной смеси. Кинетику ДЭР и кинетику адсорбции атомов регистрировали после паузы в возбуждении образцов атомарным водородом, в течение которой с поверхности происходила рекомбинационная десорбция хемосорбированных атомов.

В случае кристаллов Ni и ZnS после включения и выключения источника атомов водорода величина ДЭР реакции $H + H \rightarrow H_2$ изменяется скачком, кинетические кривые ДЭР $F(t)$ имеют форму, близкую к прямоугольной; при этом адсорбция и десорбция атомов водорода происходит медленно, форма кривых $F(t)$ и $f(t)$ не совпадает (рисунок 1).

Из сравнения кривых $F(t)$ и $f(t)$ следует, что скорость реакции не возрастает с ростом концентрации хемосорбированных атомов (не зависит или слабо убывает). Следовательно, полученные данные не возможно интерпретировать в рамках ударного механизма реакции.

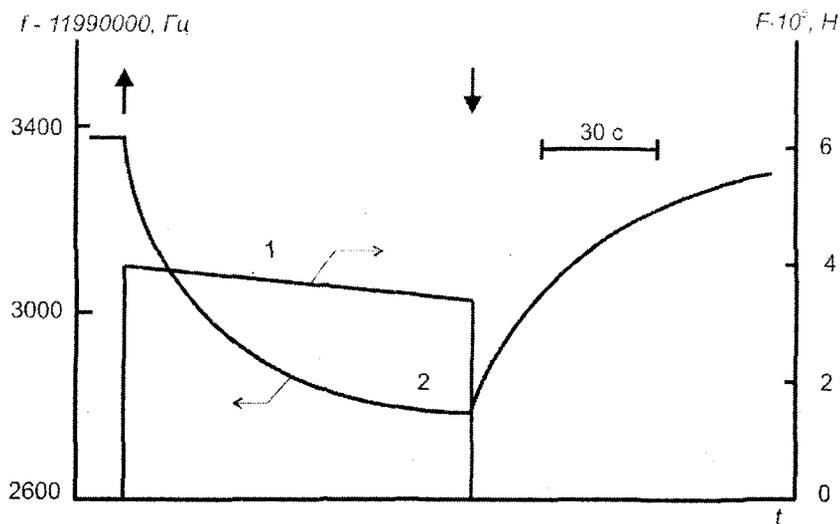


Рис. 1. Зависимость величины ДЭР (1) и частоты пьезорезонансных весов (2) от времени после включения (\uparrow) и выключения (\downarrow) источника атомов водорода в случае адсорбции и гетерогенной рекомбинации атомов H на поверхности Ni. $T = 360$ К; $n = 10^{13}$ см⁻³

Экспериментальные результаты для процесса $H + H \rightarrow H_2$ можно объяснить с помощью модели реакции, согласно которой при гетерогенной рекомбинации атомов H на поверхности твердых тел в условиях опытов доминирует канал реакции $HZ + HZ \rightarrow H_2 + 2Z$, где HZ – преадсорбированный атом, Z – центр адсорбции. По оценкам, концентрация преадсорбированных атомов равна

$\approx 10^9 \text{ см}^{-3}$ и лежит за пределами чувствительности адсорбционных измерений [2].

Таким образом, в результате прямых измерений одновременно определены кинетические кривые адсорбции и скорости гетерогенной рекомбинации атомов H. Установлено, что в случае больших потоков атомов имеет место слабая зависимость скорости гетерогенной реакции от концентрации хемосорбированных на поверхности мелкодисперсных кристаллов ZnS, Ge, Ni, Cu атомов водорода, а также доказано не выполнение критериев ударного механизма реакции. Причем эти утверждения справедливы как для полупроводников, так и для металлов.

Список литературы

1. Харламов В.Ф., Ануфриев К.М., Крутовский Е.П., Мосин Ю.В., Злоткин Е.А., Емельянов И.В. // Письма в ЖТФ. – 1998. – Т. 24. – №5. – С. 23-27.
2. Харламов В.Ф., Васильев Н.Ф., Иващук О.А., Крутовский Е.П., Мосин Ю.В., Злоткин Е.А. // Письма в ЖТФ. – 1998. – Т. 24. – №3. – С. 54-59.

УДК 541.128

*Рогожина Т.С., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика»
(Орловский государственный технический университет)
г.Орел, тел. (4862) 419889; e-mail: rogozhin@rekom.ru*

ЭЛЕКТРОННО-ВОЗБУЖДЕННЫЕ АТОМЫ И МОЛЕКУЛЫ В СИСТЕМАХ ГАЗ - ТВЕРДОЕ ТЕЛО

The phenomena of energy exchange in the layer of adsorbed radicals, leading to an increase in the rate of heterogeneous recombination processes, were observed. The effect, related to an increase in the surface coverage by chemisorbed radicals with decreasing temperature, is caused by the participation of chemisorbed radicals in the removal of excess energy and stabilization of radicals in the precursor state on the catalyst surface according to the reaction.

Современная технология производства элементов радиоэлектронной аппаратуры требует знания явлений и процессов, происходящих в тончайших поверхностных слоях материалов. Эта технология включает очистку поверхностей, процессы конденсации, испарения, адсорбции, десорбции, которые приводят к формированию поверхности электрических элементов с соответствующими значениями параметров. Последующий период эксплуатации электронных схем приводит к изменению этих параметров за счет различных физических процессов, происходящих на поверхности. Учет поверхностных явлений играет большую роль в обеспечении надежности элементной базы современной электронной техники.

К настоящему времени накоплен значительный объем экспериментальных данных, полученных при исследовании взаимодействий газов с поверхностью твердых тел. При этом одной из нерешенных проблем остается влияние хемосорбированных радикалов и молекул на механизмы неупругих столкновений налетающих из газовой среды частиц с поверхностью твердых тел. Не ясна роль физически адсорбированных частиц в гетерогенных химических превращениях и электронном возбуждении поверхности твердых тел.

При исследовании механизмов электронного возбуждения поверхности полупроводников атомными частицами тепловых энергий основные результаты получены с использованием малых потоков реагирующих на поверхности твердых тел молекул газа. Методические проблемы изучения механизмов электронных явлений при «больших» давлениях реагирующих на поверхности полупроводника газообразных веществ обусловлены тем, что применение наиболее информативного релаксационного метода исследований затруднено в связи с малыми характерными временами кинетических процессов.

Учитывая состояние проблемы, представляется актуальным дальнейшее экспериментальное

исследование процессов, протекающих на поверхности полупроводников, помещенных в активную газовую среду; изучение влияния природы и концентрации адсорбированных частиц на электронное возбуждение поверхности твердого тела атомными частицами; развитие методов, позволяющих контролировать участие свободных, физически адсорбированных и хемосорбированных частиц газа в гетерогенных химических реакциях, ответственных за сверхравновесные электронные процессы на поверхности.

В работе представлены результаты экспериментального исследования атомно-молекулярных процессов, вызывающих электронное возбуждение поверхности кристаллофосфоров, помещенных в среду активных газовых частиц. Задачами исследования было изучение роли физически адсорбированных и хемосорбированных частиц в гетерогенных химических превращениях, ответственных за электронное возбуждение поверхности кристаллофосфоров. Разработка теоретических моделей, обобщающих экспериментальные данные.

В опытах одновременно регистрировали кинетические кривые концентрации адсорбированных частиц реагирующих веществ $N(t)$, динамический эффект реакции $F(t)=GJ(t)$ и интенсивность РРЛ $I(t)=\eta J(t)$, где G и η – коэффициенты; J – скорость гетерогенной реакции. Использовали два типа модуляции потока активных частиц газа. В первом случае поток активных частиц газа включается на время $\sim 10^2$ с, за которое успевает установиться адсорбционное равновесие на поверхности катализатора, затем этот поток выключается. Во втором случае изучается взаимодействие с твердым телом движущихся вместе с газом-носителем «пакетов» активных частиц газа, за время прохождения которых через реактор с образцом ~ 1 с состояние поверхности не успевает измениться; на периодически следующие «пакеты» накладывается стационарный поток активных частиц, включаемый на время $\sim 10^2$ с.

Газ при давлении $P=30$ Па непрерывно прокачивали через стеклянную вакуумную камеру (прочный реактор), стенки которой можно нагревать до температуры 500 К. Адсорбционные измерения выполняли с помощью пьезорезонансных кварцевых весов, имеющих порог чувствительности $4,4 \cdot 10^{-9}$ г. Исследуемое мелкодисперсное вещество в виде спиртовой суспензии наносили слоем $d \approx 0,1$ мм на обе поверхности пьезоэлемента; о концентрации хемосорбированных частиц N судили по уменьшению собственной частоты пьезовесов f , которую измеряли частотомером ЧЗ-54. Температурный коэффициент частоты кварцевого резонатора равнялся 1 Гц·К $^{-1}$, при этом погрешность измерений, обусловленная нагревом пьезодатчика протекающей на его поверхности реакцией, не превышала 5%. При измерении ДЭР применяли автоматические весы с магнитным подвесом. Исследуемое вещество в виде спиртовой суспензии наносили слоем $d \approx 0,1$ мм на верхнюю поверхность подложки, прикрепленной к подвижной части весов с помощью кварцевой нити. Чувствительность весов, откалиброванных с помощью груза массой 1 мг, составила $2,5 \cdot 10^{-6}$ г при постоянной времени 10^{-1} с. Отношение сигнал/шум было равным от 10 до 10^3 , при этом погрешность измерений не превышала 10%. Пьезодатчик и чашечку весов помещали в проточный реактор.

В качестве образцов для исследования использовали мелкодисперсный люминофор ZnS – Cu (ФКП-03), обладающий длительным послесвечением, и люминофоры ZnS – Tm ($10^{-2}\%$) и CaO – Mn ($10^{-2}\%$) с удельной поверхностью ~ 1 м 2 ·г $^{-1}$, ультрадисперсный порошок меди, состоящий из частиц сферической формы диаметром 100 нм, а также алюмоплатиновый катализатор Pt/Al $_2$ O $_3$ (Pt – 0,6%) с удельной поверхностью ~ 10 м 2 ·г $^{-1}$.

Применяли спектрально чистые водород и углекислый газ. Углекислый газ получали разложением при нагревании в вакууме CaCO $_3$ и осушали, пропуская через колонку с силикагелем. Использовали водород чистотой 99,995%, полученный с помощью генератора водорода ГВЧ-6. Диссоциацию молекул газа (H $_2$ \rightarrow 2H; CO $_2$ \rightarrow CO+O) осуществляли с помощью высокочастотных электрических разрядов в газе между электродами, находящимися на расстоянии (0,4-1) м от реактора.

Два одинаковых высокочастотных генератора возбуждали газовые разряды в присоединенных к реактору разрядных трубках. Каждый из двух разрядов был стационарным, импульсным, либо комбинированным: стационарно-импульсным. Длительность каждого импульса 1 с, частота их следования 0,02 с $^{-1}$ или 0,04 с $^{-1}$. Импульсный разряд периодически увеличивал концентрацию активных частиц газа n на величину Δn (создавал «пакеты» частиц). Измеренная методом термозонда стационарная концентрация активных частиц газа в реакторе над поверхностью образца в зависимости от мощности разряда была равна $n = (10^{12}-10^{14})$ см $^{-3}$.

В режиме импульсной модуляции потока активных частиц газа концентрацию поступающих в реактор атомов Н определяли в относительных единицах по интенсивности импульсного свечения голубой ($\lambda=487$ нм) линии атомов водорода в плазме разряда. Линию в спектре свечения атомов Н выделяли с помощью монохроматора УМ-2. Измерение интенсивности РРЛ I (в относительных единицах) производили фотоэлектрическим способом регистрации.

Данные экспериментальных и теоретических исследований показали следующее. Взаимодействие атомарного водорода, либо диссоциированного углекислого газа с поверхностью кристаллофосфоров сопровождается их электронным возбуждением, что приводит к свечению кристаллов – радикалорекombинационной люминесценции. Полученные в работе результаты свидетельствуют о том, что электронное возбуждение кристаллов атомами Н или частицами СО и О происходит с участием в реакции рекомбинации физически адсорбированных частиц. Электронно-возбужденные состояния в твердом теле (экситонного типа, в случае люминофора СаО-Мп или электронно-дырочные пары в случае люминофоров ZnS-Cu, ZnS-Tm) возникают благодаря колебательно-электронным переходам в актах химических превращений на поверхности ($H+H \rightarrow H_2$ или $CO+O \rightarrow CO_2$).

Для получения информации о механизмах протекания поверхностных химических реакций и электронного возбуждения полупроводников, была изучена зависимость скорости протекающей на границе ZnS-Cu и газа гетерогенной химической реакции от концентрации хемосорбированных частиц, участвующих в этой реакции (на примере адсорбции и гетерогенной рекомбинации радикалов, поступающих из диссоциированного водорода или углекислого газа).

После включения стационарного потока активных частиц газа заполнение поверхности всех изученных катализаторов хемосорбированными атомами водорода или частицами СО и О происходит относительно медленно с характерным временем релаксации $\tau \approx (10-100)$ с. В качестве примера на рисунке 1 приведены кинетические кривые для адсорбции диссоциированного углекислого газа и водорода на поверхности алюмоплатинового катализатора (кривые 1 и 2).

В случае протекания гетерогенной реакции $H+H \rightarrow H_2$ по механизмам Или-Ридила (ИД) и Ленгмюра-Хиншельвуда (ЛХ) должно выполняться условие: $\chi < 1$, где $\chi \equiv \tau J^* (N^*)^{-1}$, где τ – время релаксации, J^* – скорость реакции в стационарных условиях, N^* – концентрация хемосорбированных частиц в стационарных условиях. Для оценки величины χ применим выражение $J^* = 0,25 \nu \gamma v$, где ν – средняя скорость атомов водорода, сталкивающихся с поверхностью; γ – коэффициент их гетерогенной рекомбинации. Для всех исследованных катализаторов, используя измеренные значения τ и известные из литературы величины γ и N^* , получено: $\chi \gg 1$. Например, при $T = 300$ К в случае платины имеем: $\gamma = 0,025$; $N^* \leq 4,6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$, отсюда $\chi = 10^3$. Для ZnS: $\gamma = 3 \cdot 10^{-3}$; $N^* \leq 1 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$, отсюда: $\chi = 10^3$. Сравнивая данные опытов для реакций $H+H \rightarrow H_2$ и $CO+O \rightarrow CO_2$ (например, рисунок 1), можно заключить, что величины χ для них соизмеримы. Нарушение условия $\chi < 1$ означает: для использования механизмов ИР и ЛХ при описании изучаемых реакций нет оснований.

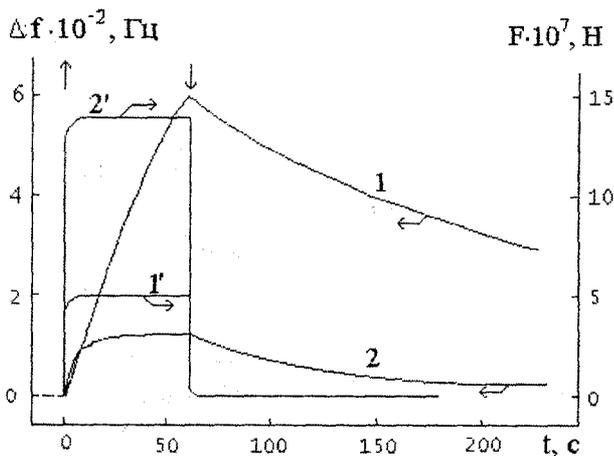


Рис. 1. Зависимость от времени изменения частоты пьезовесов с нанесенным слоем алюмоплатинового катализатора Pt/Al₂O₃ (1, 2) и динамического эффекта реакции (1', 2') после включения (↑) и выключения (↓) разряда в углекислом газе (1, 1') и водороде (2, 2'). T = 350 К. $\Delta f = f(t_0) - f$; $f(t_0)$ – начальная частота пьезовесов

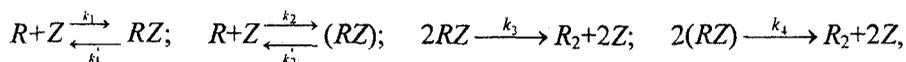
Форма кинетических кривых $F(t)$ и $I(t)$ зависит от концентрации n активных частиц в газовой среде и их природы. В случае, когда $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ после включения стационарного разряда величины F и I скачком возрастают и далее практически не меняются со временем (например, рисунок 1, кривые 1' и 2'), что соответствует независимости скорости реакции от концентрации хемосорбированных реагентов (сравни кривые 1 и 1', 2 и 2'). Поэтому изложенные результаты можно трактовать как следствие протекания реакции по механизму рекомбинации частиц, захваченных в преадсорбционное состояние (precursor state), которое можно считать также состоянием физической адсорбции.

Во всех исследованных случаях после выключения разряда скорость реакции скачком уменьшается не менее чем на два порядка и наблюдается десорбция газа (рисунок 1). Десорбционные кривые спрямляются в координатах $t(\Delta f)^{-1} - t$, где Δf – изменение со временем частоты пьезовесов, что соответствует рекомбинационной десорбции хемосорбированных частиц. Эти данные означают, что вклад химических превращений в слое хемосорбированных частиц (механизм ЛХ) в значение скорости гетерогенной реакции пренебрежимо мал.

В случае реакции $\text{H} + \text{H} \rightarrow \text{H}_2$ уменьшение концентрации атомов H в газовой среде до значений $n \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$ приводит к изменению формы кинетических кривых $F(t)$ и $I(t)$, полученных после включения стационарного разряда: на них появляются начальные участки роста величин F и I приблизительно по линейному закону. Для иллюстрации влияния концентрации активных частиц в газовой среде на форму кинетических кривых $F(t)$ и $I(t)$ рассмотрим результаты, полученные с использованием техники импульсной периодической модуляции величины n . Взаимодействие периодически следующих «пакетов» атомов водорода с катализатором сопровождается появлением пиков ДЭР и вспышек РРЛ (в случае люминофоров) длительностью 3с, амплитудные значения которых $F_m = F(n + \Delta n)$ и $I_m = I(n + \Delta n)$ на рисунках 2, 3 обозначены точками. Вначале рассмотрим результаты, полученные в случае рекомбинации атомов H на поверхности медного катализатора. В стационарных условиях (когда изменения со временем измеряемых величин отсутствуют) с ростом концентрации атомов водорода в газовой среде концентрация хемосорбированных атомов $N^*(n)$ и величина ДЭР $F^*(n)$ монотонно (симбатно) возрастают, при этом зависимость $F^*(N^*)$ близка к линейной: $F^* \approx kN^*$, где k – коэффициент. В нестационарных условиях амплитуда периодически возникающих пиков ДЭР F_m после включения стационарного разряда возрастает и затем не меняется (рисунок 2, кривая 1), при этом она не зависит от концентрации хемосорбированных атомов N , которая возрастает со временем (кривая 2). После выключения стационарного разряда величина F_m принимает прежнее значение и наблюдается рекомбинационная десорбция атомов H . Форма кинетической (непрерывной) кривой $F(t)$, полученной после включения стационарного разряда, зависит от величины n концентрации атомов в газовой среде: при $n \leq 1 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ на кривой $F(t)$ наблюдается участок роста, синхронного с ростом концентрации хемосорбированных атомов (рисунок 2, кривая 3); при $n \geq 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ кривые $F(t)$ имеют прямоугольную форму. В случае фиксированной концентрации Δn атомов в «пакетах» при увеличении стационарной концентрации атомов n (вследствие чего меняется величина N) приращения величины ДЭР в импульсах $\Delta F = F(n + \Delta n) - F(n)$ не возрастают, при этом значения ΔF не зависят от концентрации хемосорбированных атомов N . Если менять величину Δn при постоянных значениях n (и N), то величина ΔF возрастает с ростом концентрации Δn атомов в «пакете».

В случае взаимодействия «пакетов» атомов H с люминофором ZnS-Cu установлены аналогичные закономерности (рисунок 2, кривые 4, 4', 5, 5', рисунок 3).

Симбатные изменения со временем величин N и F (рисунок 2, кривые 2 и 3) попробуем объяснить протеканием гетерогенной реакции $\text{H} + \text{H} \rightarrow \text{H}_2$ по механизму участия хемосорбированных атомов водорода в актах химических превращений (механизмы ИР и ЛХ). Тогда имеем: $F = GJ = \alpha nN + \beta N^2$, где α и β – коэффициенты. В этом случае изменение в несколько раз концентрации атомов H в газовой среде не должно приводить к нарушению симбатного хода кривых $F(t)$ и $N(t)$, что противоречит опыту (сравни кривые 1, 2 и 3). Кроме того, для меди не выполняется критерий участия хемосорбированных атомов H в химических превращениях: $\chi < 1$. По этим же причинам маловероятны химические превращения с участием физически адсорбированных и хемосорбированных атомов. Поэтому рассмотрим следующую модель реакции:



где (RZ) – хемосорбированный атом; RZ – атом, захваченный в преадсорбционное состояние. Ей соответствуют кинетические уравнения: $\dot{N}_1 = k_1(N_0 - N) - k'_1 N_1 - 2k_3 N_1^2$; $\dot{N} = k_2(N_0 - N) - k'_2 N - 2k_4 N^2$, где N_1 – концентрация преадсорбированных атомов; N_0 – концентрация центров адсорбции; k_1 - k_4 – константы скорости реакций; $k_1=0,25 \text{ нс}^{-1}$; σ – сечение захвата свободных атомов в состоянии преадсорбции. Полагая, что преадсорбированные и хемосорбированные атомы образуют две подсистемы: «быструю» и, соответственно, «медленную», и, используя адиабатическое приближение, находим: $J \cong k_3 N_1^2$;

$$J \approx k_3 k_1^2 (N_0 - N)^2 (k'_1)^{-2}, \quad 8k_1 k_3 (N_0 - N) \ll (k'_1)^2; \quad 2k_3 N_1 \ll k'_1 \quad (1)$$

$$J \approx 0,5 k_1 (N_0 - N), \quad 8k_1 k_3 (N_0 - N) \gg (k'_1)^2; \quad 2k_3 N_1 \gg k'_1. \quad (2)$$

В стационарных условиях ($\dot{N}_1 = \dot{N} = 0$) имеем: $J^* = 0,5 k_1 k_2^{-1} k'_2 N^* + (1 + k_1 k_2^{-1}) k_4 (N^*)^2 - 0,5 k'_1 N_1^*$. При относительно малых параметрах k_4 и k'_1 (когда выполняются неравенства $2k_4 N^* \ll k'_2, k'_1 \ll 2k_3 N_1^*$) получаем соответствующую опыту зависимость $J^* \approx k N^*$, где k – коэффициент. При условии $N \ll N_0$ выражение (2) описывает экспериментальные зависимости $F_m(t) = GJ_m(t)$ и $F(t) = GJ(t)$ в случае «больших» концентраций атомов в газовой среде (рисунок 2, кривая 1). В стационарных условиях линейная зависимость скорости реакции от концентрации атомов в газе обусловлена тем, что рекомбинацию атомов $2RZ \rightarrow R_2 + 2Z$ лимитирует захват атомов H в преадсорбционное состояние RZ: $J \cong 0,5 k_1 N_0$. Выражение (1) соответствует кривым $F(t)$, полученным в случае малых n (рисунок 2, кривая 3). Постоянство величин F_m после включения стационарного разряда (кривая 1) свидетельствует о том, что участок роста на зависимости $F(t)$ (кривая 3) не связан с неконтролируемым изменением состояния поверхности со временем, поэтому этот рост может быть обусловлен только одной причиной: увеличением со временем параметра k_3 вследствие роста концентрации хемосорбированных атомов.

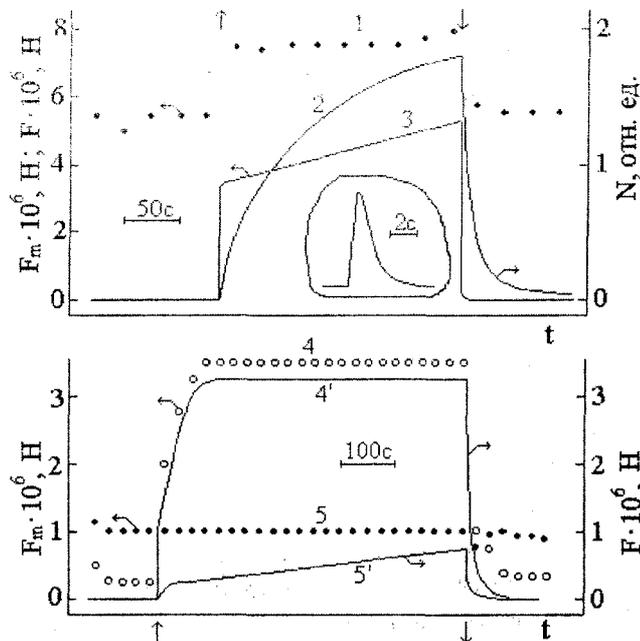


Рис. 2. Зависимость от времени величин F_m (1, 4, 5), F (3, 4', 5'), и N (2) в случае взаимодействия «пакетов» атомов водорода с поверхностью меди (1, 2, 3) и сульфида цинка (4, 4', 5, 5') до и после включения (\uparrow) и выключения (\downarrow) стационарного потока атомов H. $T=293\text{K}$

1, 2, 3- $n=1 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $n^{-1} \Delta n=3$; 4, 4'- $n=7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $n^{-1} \Delta n=0.2$;
5, 5'- $n=6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $n^{-1} \Delta n=6$. Вставка – форма пика ДЭР

Это увеличение, вероятно, обусловлено участием хемосорбированных атомов в стабилизации обра-

зующихся молекул вследствие энергообмена в слое адсорбированных частиц по схеме: $2RZ+(RZ) \rightarrow R_2+2Z+(RZ)$. Отметим, что при росте концентрации атомов водорода в газовой среде выполнение условий $k_3 \sim N \sim n$ облегчает переход из режима реакции, определенного выражением (1), в режим, определенный равенством (2).

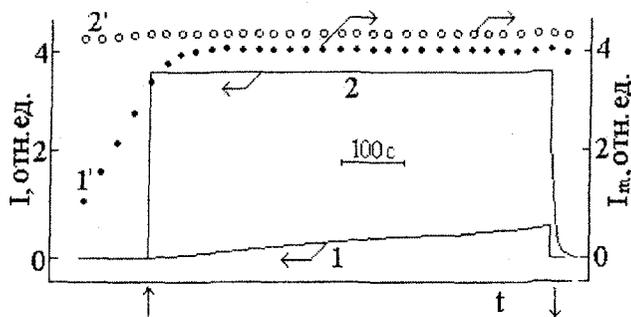


Рис. 3. Зависимость от времени величин $I(1, 2)$, и $I_m(1', 2')$ в случае взаимодействия «пакетов» атомов водорода с поверхностью сульфида цинка до и после включения (\uparrow) и выключения (\downarrow) стационарного потока атомов H. $T=293K$. $1, 1' - n=6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $n^{-1} \Delta n=6$; $2, 2' - n=7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $n^{-1} \Delta n=2$

Установленные в опытах кинетические кривые $F(t)$ и $N(t)$ могут быть объяснены также с помощью модели реакции, в которой предполагается, что скорость реакции $2RZ \rightarrow R_2+2Z$ относительно невелика, при этом доминирует канал реакции с участием физически адсорбированных и хемосорбированных атомов: $RZ+(RZ) \xrightarrow{k_5} R_2+2Z$. В этом случае должны выполняться условия: $k_1 + k_1' + k_1 k_3' (k_1 + k_1')^{-1} \ll k_5$; $\delta = \delta_1$, где δ_1 – сечение захвата атома из газовой среды в состояние хемосорбции (RZ). При выполнении этих условий в стационарном режиме протекания гетерогенной реакции получается следующая зависимость скорости реакции от концентрации хемосорбированных атомов: $J^*(N^*) = k_5 N_1^* N^* = k_5 k_1' (4k_3)^{-1} N^* \cdot \{ [1 + 8k_3 (k_1')^{-2} \cdot (k_2' N^* + 2k_1 (N^*)^2)]^{1/2} - 1 \}$. Эта зависимость значительно хуже соответствует установленному в опытах результату $J^*(N^*) \approx kN^*$, чем аналогичная теоретическая зависимость $J^*(N^*)$, полученная в рамках первой модели, в которой выполняются условия $J \approx k_3 N_1^2$; $k_3 = k_3(N)$.

В случае протекания гетерогенной реакции $CO+O \rightarrow CO_2$ на поверхности люминофора ZnS-Cu при температуре $T=295 \text{ K}$ на кинетику РРЛ оказывает влияние значительная, частично необратимая в этих условиях хемосорбция атомов O и молекул CO. При включенных стационарном и импульсном источниках активных частиц ($n^{-1} \Delta n=6$) выполняются условия: $I_m \Gamma^1 > 10^2$, $I_m \Gamma^1 \gg n^{-1} \Delta n + N^2 (\Delta N)^2$, где $I_m = I(n + \Delta n)$ – амплитуда пиков РРЛ; $\Delta N = N(n + \Delta n) - N(n)$ (рисунок 4, кривые 1 и 1'). В тех же условиях, но при более высокой температуре ($T=390 \text{ K}$), количество хемосорбированных частиц CO и O уменьшается в несколько раз, это приводит к уменьшению величины I_m и значительному уменьшению отношения $I_m \Gamma^1$ (кривые 2 и 2'). Эти результаты не могут быть объяснены участием в гетерогенной реакции хемосорбированных частиц. Используем модель, в которой скорость реакции определяет рекомбинация преадсорбированных частиц CO и O друг с другом. Для кривых 2 и 2' выполняется равенство $I_m \Gamma^1 \approx n^{-1} (n + \Delta n)$, что соответствует выполнению условия $J = \eta^{-1} \cdot I \approx 0,5 \cdot k_1 \cdot N_0$. Это максимально возможное значение скорости реакции, поэтому при уменьшении температуры и прочих равных условиях скорость реакции возрастает (сравни кривые 1' и 2') только за счет увеличения сечения захвата свободных частиц CO и O в преадсорбционное состояние σ .

Эффект связан с увеличением степени покрытия поверхности хемосорбированными частицами при понижении температуры и обусловлен участием хемосорбированных частиц в отводе избыточной энергии при стабилизации на поверхности преадсорбированных частиц по схемс: $R+Z+(RZ) \rightarrow RZ+(RZ)$.

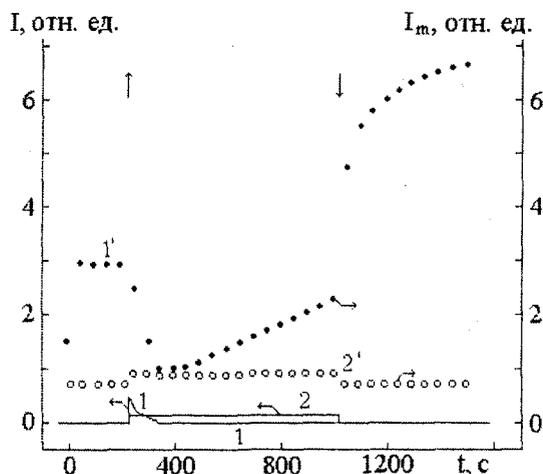


Рис. 4. Зависимость от времени интенсивности вспышек свечения люминофора ZnS-Cu при взаимодействии с его поверхностью «пакетов» радикалов CO и O (1', 2') и интенсивности его постоянного свечения (1, 2) до и после включения (↑) и выключения (↓) стационарного потока радикалов CO и O. $n^{-1}\Delta n = 6$; 1, 1' – $T = 293$ K; 2, 2' – $T = 390$ K

При изучении РРЛ кристаллофосфора ZnS-Cu, возбуждаемой атомарным водородом, обнаружено, что с ростом концентрации атомов H в газовой среде при $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ выход η РРЛ кристаллофосфора ZnS-Cu убывает (рисунок 5).

В основе объяснения этого эффекта лежат представления о возникновении поверхностного положительного заряда в ходе реакции и разделении возникших в ходе реакции $\text{H} + \text{H} \rightarrow \text{H}_2$ электронов и дырок в поле этого заряда, вследствие чего растет скорость безызлучательной рекомбинации электронов и дырок на поверхности, что приводит к уменьшению выхода РРЛ.

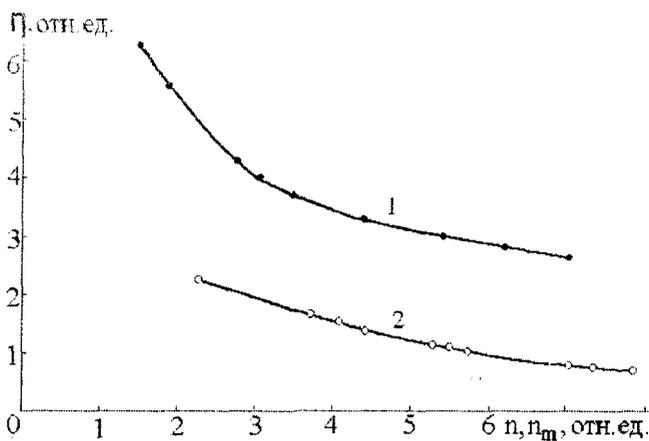


Рис. 5. Зависимость выхода РРЛ кристаллофосфора ZnS-Cu при его возбуждении атомарным водородом от концентрации атомов H в плазме разряда, 1 – стационарный режим, 2 – импульсный режим («пакетами» атомов H)

Таким образом, при температуре $T = (293 - 500) \text{ K}$ и концентрации активных частиц газа $n = (10^{13} - 10^{14}) \text{ см}^{-3}$ гетерогенные реакции $\text{H} + \text{H} \rightarrow \text{H}_2$ и $\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2$ на поверхности твердых тел (Cu, Pt, ZnS, CaO) протекают с участием физически адсорбированных (преадасорбированных) частиц. Сечения гетерогенных химических превращений по ударному механизму Или – Ридила (ИР) имеют пренебрежимо малые значения, а химические превращения в слое хемосорбированных частиц (адсорбционный механизм Ленгмюра-Хиншельвуда) не дают заметного вклада в значение скорости гетерогенной реакции. Наиболее отчетливо признаки участия преадасорбированных частиц в гетерогенных

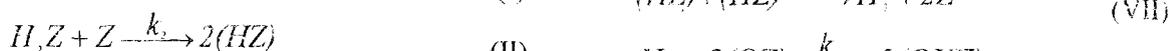
химических превращениях проявляются в случае «больших» концентраций этих частиц в газовой среде ($n \geq 10^{14} \text{ см}^{-3}$).

В случае «малых» концентраций атомов водорода в газовой среде [$n = (10^{12} - 10^{13}) \text{ см}^{-3}$] наблюдались симбатные кинетические изменения концентрации хемосорбированных атомов водорода и скорости гетерогенной реакции $\text{H} + \text{H} \rightarrow \text{H}_2$. При увеличении степени покрытия поверхности кристаллов хемосорбированными атомами водорода в области концентраций атомов H в газовой среде $n \sim (10^{12} - 10^{13}) \text{ см}^{-3}$ скорость гетерогенной реакции $\text{H} + \text{H} \rightarrow \text{H}_2$, протекающей на поверхности люминофора ZnS-Cu или медного катализатора, и интенсивность РРЛ люминофора ZnS-Cu возрастают.

Механизм этого роста заключается в стабилизации образующихся молекул водорода вследствие процессов энергообмена в ходе реакции по схеме: $\text{HZ} + \text{HZ} + (\text{HZ}) \rightarrow \text{H}_2 + 2\text{Z} + (\text{HZ})$, либо протеканием реакции по механизму рекомбинации физически адсорбированных атомов с хемосорбированными атомами. Обнаружено аналогичное увеличение каталитической активности поверхности сульфида цинка по отношению к гетерогенной реакции $\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2$ вследствие хемосорбции частиц CO и O , обусловленное ростом сечения захвата реагирующих на поверхности частиц в состояние преадсорбции по схеме: $\text{R} + \text{Z} + (\text{RZ}) \rightarrow \text{RZ} + (\text{RZ})$.

Полученные результаты служат основанием для изучения моделей гетерогенных реакций, в которых учитывается участие физически адсорбированных молекул в актах химических превращений. В рамках такого подхода, учитывающего захват молекул в состояние преадсорбции, решена задача преодоления «pressure-gap» для реакции окисления водорода на платине $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$, т.е. создана единая модель, описывающая как данные, полученные в условиях высоковакуумных экспериментов, так и результаты, установленные в случае использования газовых смесей умеренных и больших давлений.

В модели принято, что при протекании на поверхности платины гетерогенной реакции окисления водорода доминируют следующие процессы:



где Z – центр адсорбции; H_2Z , $\text{O}_2 2(\text{HZ})$ – молекулы водорода и кислорода в состояниях физической адсорбции; (HZ) , (OZ) , (OHZ) – хемосорбированные частицы; $k_1 - k_{10}$ – константы скорости реакций. Параметры $k_1 - k_{10}$ считались одинаковыми для всех кривых за исключением величины k_7 , значение которой принято зависящим от температуры опытов. Решена обратная кинетическая задача. Удовлетворительное совпадение теоретических кривых с известными из литературы экспериментальными данными достигнуто при следующих параметрах (единицы измерений величин $k_i - \text{с}^{-1}$; $P_1, P_2 - \text{Па}$):

$$\begin{aligned} k_1 &= 1,22 \cdot 10^7; & k_1' &= 4 \cdot 10^{12}; & k_2 &= 10^9; & k_3 &= 2,6 \cdot 10^3 \cdot P_2; \\ k_4 &= 2 \cdot 10^9; & k_5 &= 2 \cdot 10^3; & k_6 &= 10^{12}; & k_8 &= 8,62 \cdot P_1; \\ k_9 &= 97 \cdot P_2; & k_9' &= 7,65 \cdot 10^7; & k_{10} &= 10^3 \cdot P_1; \end{aligned}$$

где P_1 и P_2 – парциальные давления соответственно водорода и кислорода. При этом полученные для разных условий проведения опытов величины k_7 подчиняются условию:

$$k_7 = 1,5 \cdot 10^9 \exp \left[-E_7 (RT)^{-1} \right], \quad E_7 = 65(1 - 0,5\bar{n}_2) \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$$

где $\bar{n}_2 \approx n_{2\text{max}} - n_{2\text{min}}$; $n_{2\text{max}}$, $n_{2\text{min}}$ – максимальное и минимальное значения концентрации частиц (HZ) на интервале изменения величины P_1 или P_2 .

Результатом работы является создание модели, в которой используется единственный набор

констант скорости элементарных стадий реакции. Модель описывает известные из литературы экспериментальные данные, полученные разными авторами при окислении водорода на платине в интервале давлений гремучей смеси $P=(10^{-3}-10^5)$ Па, при температурах $T=293-603$ К.

В результате экспериментальных исследований обнаружено, что выход радикалорекомбинационной люминесценции кристаллофосфора ZnS-Cu (люминофор марки ФКП-03), возбуждаемой атомарным водородом, убывает с ростом концентрации n атомов Н в газовой среде при $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ в связи с конкуренцией каналов излучательной и безызлучательной релаксации электронно-возбужденных состояний кристалла. Эффект обусловлен наличием в электронном спектре этого люминофора ловушек, ответственных за его длительное послесвечение.

Список литературы

1. Харламов В.Ф., Рогожина Т.С., Бармин А.В., Макушев И.А., М.И. Быковский. Метод определения состояний молекул и радикалов газа, участвующих в гетерогенных химических превращениях // Письма в журнал технической физики. – 2002. – Т. 28. – Вып. 13. – С. 67-73. (V.F. Kharlamov, T.S. Rogozhina, A.V. Barmin, I.A. Makushev, and M.I. Bykovskii A Method for Determining the States of Gas Molecules and Radicals Participating in Heterogeneous Chemical Reactions // Technical Physics Letters. – 2002. – Vol. 28. – No.7, pp. 564-567).
2. Харламов В.Ф., Рогожина Т.С. Элементарные акты химических превращений при окислении водорода на платине // Конденсированные среды и межфазные границы. – 2002. – Т.4. – № 2. – С. 162-168.
3. Харламов В.Ф., Фроленкова Л.Ю., Рогожина Т.С. Рекомбинация преадсорбированных радикалов на поверхности твердых тел в среде диссоциированного углекислого газа и сопутствующие эффекты // Журнал технической физики. – 2001. – Т. 71. – № 10. – С. 90-94. (V.F. Kharlamov, L.Yu. Frolenkova, and T. S. Rogozhina Precursor Radical Recombination and Its Attendant Effects on the Surface of Solids in a Dissociated Carbon Dioxide Medium // Technical Physics. – 2001. – Vol. 46. – № 10. – pp. 1294-1298).
4. Харламов В.Ф., Рогожина Т.С. Кинетика и механизм окисления монооксида углерода атомами кислорода на платине // Журнал физической химии. – 2003. – Т.77. – № 4. – С. 1-4.
5. Харламов В.Ф., Макушев И.А., Бармин А.В., Рогожина Т.С., Ануфриев К.М., Быковский М.И. Элементарные процессы при взаимодействии «пакета» активных частиц газа с твердым телом // Письма в журнал технической физики. – 2003. – Т.29. – Вып. 7. – С. 87-95.
6. Рогожина Т.С. Модели реакций окисления монооксида углерода атомарным и молекулярным кислородом на платине // Тезисы докладов 1-ой Российской конференции молодых ученых по физическому материаловедению. – Калуга: ИД «Манускрипт», 2001. – С. 65-66.
7. Макушев И.А. Рогожина Т.С. Бармин А.В. Метод контроля за участием свободных, преадсорбированных и хемосорбированных частиц газа в гетерогенных химических реакциях // Труды восьмой международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные техника и технологии», Томск: Изд. ТПУ, 2002. – Т.2. – С. 203-205.
8. Харламов В.Ф., Рогожина Т.С. Модель окисления водорода на платине // Тезисы докладов второй международной научно-практической конференции «Моделирование. Теория, методы и средства». – Новочеркасск: ООО НПО «ТЕМП», 2002. – Ч. 2. – С. 36-37.
9. Харламов В.Ф. Рогожина Т.С. Модель реакции окисления водорода на платине для интервала давлений газовой смеси $P=(10^{-3}-10^5)$ Па // Электронный журнал «Исследовано в России». – 2002. – С. 839-849. – <http://zhurnal.ape.ru/articles/2002/076.pdf>.
10. Харламов В.Ф., Рогожина Т.С., Бармин А.В., Макушев И.А., Быковский М.И., Ануфриев К.М. Элементарные процессы при взаимодействии «пакетов» активных частиц газа с твердыми телами // Доклады XIV Всероссийского Симпозиума «Современная химическая физика». – Туапсе: «МГУ», 2002. – С. 56-57.
11. Харламов В.Ф., Рогожина Т.С. Механизм гетерогенной рекомбинации молекул СО и атомов О на платине // Материалы докладов I Всероссийской конференции «Физико-химические процессы в конденсированном состоянии и на межфазных границах «ФАГРАН-2002». – Воронеж: «Воронеж, ВГУ», 2002 – С. 256-257.

ХИМИЯ

УДК 54-386

Комова В.И., канд. хим. наук, доцент кафедры «Химия»
(Орловский государственный технический университет)
г. Орел, тел. (4862) 419892; e-mail: chemistry@ostu.ru

КОМПЛЕКСНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

В данной статье дается методологический подход к изучению темы «Комплексные соединения» для студентов нехимических специальностей. Изучение этой темы следует начинать с понятия: Что такое комплексные соединения?

Многие ионы, присоединяя к себе молекулы или противоположно заряженные ионы, превращаются в более сложные ионы, называемые комплексными ионами. Вещества, в состав которых входят комплексные ионы, называются комплексными соединениями. Комплексные соединения – это усложненные группировки атомов, которые в определенной степени сохраняют свою индивидуальность и в то же время достаточно сильно взаимодействуют между собой. Это очень обширный, разнообразный и важный класс химических соединений. Комплексным соединениям придается столь большое значение, поскольку с их исследованием связана значительная часть современной неорганической химии, которая развивается очень интенсивно. Кроме того, комплексные ионы, в состав которых часто входят органические фрагменты, являются предметом исследования элементоорганической химии.

В развитии химии комплексных соединений большую роль сыграли труды Л.А. Чугаева, И.И. Черняева, А.А. Гринберга.

Основополагающие представления о комплексных соединениях ввел в науку швейцарский ученый Альфред Вернер. В большинстве комплексных соединениях различают внутреннюю и внешнюю сферы. Например, в комплексных соединениях $K_2[BeF_4]$; $[Zn(NH_3)_4]Cl_2$ внутреннюю сферу составляют группировки атомов $[BeF_4]^{2-}$ и $[Zn(NH_3)_4]^{2+}$, а внешнюю сферу – ионы K^+ и Cl^- .

Ион, вокруг которого располагаются присоединяющиеся к нему частицы, называется комплексообразователем, а частицы – лигандами. Следовательно, комплексообразователь и лиганды образуют внутреннюю координационную сферу комплексного соединения. Ионы же, более отдаленные от комплексообразователя и нейтрализующие заряд комплексного иона, образуют внешнюю координационную сферу. В формулах соединений комплексный ион заключают в квадратные скобки. Каждый комплексообразователь может присоединить к себе определенное число лигандов. Это число называется координационным числом.

Пример: $K_4[Fe(CN)_6]$ – комплексная соль, образуемая ионом железа. Комплексный ион в данном соединении $[Fe(CN)_6]^{4-}$, комплексообразователь – ион Fe^{2+} , лиганды – ионы CN^- ; координационное число иона Fe^{2+} равно 6. Ионы CN^- располагаются во внутренней координационной сфере, ионы K^+ – во внешней координационной сфере.

Некоторые комплексообразователи имеют переменные координационные числа 6 и 4. Имеются также координационные числа 2 и 8. Координационное число в комплексном соединении – число атомов, непосредственно связанных с центральным атомом, или комплексообразователем. Анализируя координационные числа многих комплексных соединений, следует отметить, что заряд центрального иона является основным фактором, влияющим на координационное число.

Заряд центрального иона	+1	+2	+3	+4
Координационное число	2	4,6	6,4	8

Не следует думать, что комплексные соединения всегда построены из ионов; в действительности эффективные заряды атомов и молекул, входящих в состав комплекса, обычно невелики. Более

правильно поэтому пользоваться термином «центральный атом». Ионные представления о природе связи в комплексных соединениях носят в некоторой степени формальный характер, однако они удобны для классификации и определения зарядов комплексов и позволяют качественно предсказать некоторые их свойства.

Перед тем, как приступить к дальнейшему изложению материала этого раздела, целесообразно напомнить о свойствах некоторых геометрических тел. Нужно показать, как выглядит октаэдр и тетраэдр. Заметим, что у октаэдра всего шесть, а не восемь (как могло бы показаться по названию) вершин; у тетраэдра - четыре вершины. Сведения об этих структурах следует сопоставить с понятием о координационных числах, а также с пространственной ориентацией гибридных d^2sp^3 - и sp^3 - орбиталей.

Далее следует обратить внимание на основные геометрические конфигурации, встречающиеся в комплексных соединениях: линейная (sp -связи), плоская квадратная (dsp^2 - связи), тетраэдрическая (sp^3 - связи) и октаэдрическая (d^2sp^3 - связи). Эти конфигурации необходимо продемонстрировать с помощью моделей.

Интересно сообщить сведения о размерах и строении некоторых комплексных ионов. Например:

1. $[AlF_6]^{3-}$. Межатомное расстояние Al-F (от центра одного атома до центра другого) равно 1,81Å. Радиусы: Al^{3+} 0,50Å, F^- 1,36Å.
2. $[Ni(CN)_4]$ (плоская квадратная структура). Межатомные расстояния: Ni-C 1,95Å; C-N 1,30Å. Радиусы: Ni^{4+} ~0,5Å, C 0,77Å, N 0,74Å.
3. $[YO_4]^{3-}$ (тетраэдрическая структура). Межатомное расстояние Y-O равно 1,86Å. Радиусы: Y^{5+} 0,59Å, O^{2-} 1,40Å.
4. $[Co(NO_2)_6]^{3-}$ (октаэдрическая структура). Межатомные расстояния: Co-N 2,03Å, N-O 1,1Å, O-O 2,1Å. Радиусы: Co^{3+} ~0,7Å, N 0,74Å, O 1,40Å.

Обнаружить существование комплексных ионов можно самыми различными способами: рентгеноструктурным анализом; реакцией двойного обмена; коллигативными свойствами – данными по электропроводности; осмотическому давлению; температурам отвердевания, которые позволяют получить сведения о числе частиц, входящих в состав комплексного иона; электролизом; изменением окраски и другими методами.

После того, как было доказано существование комплексных ионов, необходимо остановиться на теории химической связи. Химическая связь в комплексных соединениях объясняется на основе тех же общих представлений о перекрывании атомных орбиталей и о взаимодействии электронов, которые используются при объяснении строения более простых соединений. Наличие d -орбиталей не приводит к какому-то новому типу химической связи, при этом лишь возникают новые пространственные расположения связей.

В соответствии с рекомендациями Международного союза теоретической и прикладной химии название комплексного аниона начинают с указания состава внутренней сферы. Во внутренней сфере, прежде всего называют лиганды-анионы, прибавляя к их латинскому названию окончание «о». Например: Cl⁻ - хлоро, CN⁻ - циано, SO₃⁻² - сульфито, OH⁻ - гидроксо и т.д. Далее называют нейтральные лиганды: для координированного аммиака – аммин, для воды – аква, для оксида углерода (II) - карбонил. Число лигандов указывают греческими числительными: 1-моно (часто не приводится), 2-ди, 3-три, 4-тетра, 5-пента, 6-гекса. Затем называют комплексообразователь, используя корень его латинского названия и окончание – ат, после чего римскими цифрами указывают в скобках степень окисления комплексообразователя. После обозначения состава внутренней сферы называют внешнесферные катионы.

По характеру электрического заряда различают катионные, анионные и нейтральные комплексы. Заряд комплекса представляет собой алгебраическую сумму зарядов образующих его частиц.

Катионный комплекс можно рассматривать, как образованный в результате координации вокруг положительного иона нейтральных молекул (H₂O, NH₃ и др.). Например, $[Al(H_2O)_6]Cl_3$ – трихлорид гексаакваалюминия; $[Zn(NH_3)_4]Cl_2$ – дихлорид тетраамминцинка.

В роли комплексообразователя в анионном комплексе выступает атом с положительной степенью окисления (положительный ион), а лигандами являются атомы с отрицательной степенью окисления (анионы). Отрицательный заряд комплекса отражают добавлением к латинскому назва-

нию комплексообразователя суффикса – ат, например: $K_2[BeF_4]$ – тетрафторобериллат (II) калия; $K_2[Be(SO_4)_2]$ – дисульфатобериллат (II) калия.

Нейтральные комплексы образуются при координации вокруг атома молекул, а также при одновременной координации вокруг положительного иона – комплексообразователя отрицательных ионов и молекул, например: $[Pt(NH_3)_2Cl_2]$ – дихлородиамминплатина (II); $[Ni(CO)_4]$ – тетракарбонилникеля. Электронейтральные комплексы, следовательно, являются комплексными соединениями без внешней сферы.

Лиганды, занимающие во внутренней координационной сфере одно место, называются монодентатными. Существуют лиганды, занимающие во внутренней сфере два или несколько мест. Такие лиганды называются би- и полидентатными. Монодентатные лиганды бывают нейтральные: молекулы H_2O , NH_3 , CO , NO и др. Заряженные ионы CN^- , F^- , Cl^- , I^- , SCN^- и другие. Примером бидентатных лигандов может служить молекула этилендиамина $H_2N-CH_2-CH_2-NH_2$. Комплексы с полидентатными лигандами называются хелатными.

Лиганды могут быть как однородные, так и разнородные. Среди однородных комплексных соединений выделяют:

Аммиакаты – комплексы, в которых лигандами служат молекулы аммиака, например: $[Ni(NH_3)_6]Cl_2$; $[Cr(NH_3)_6]Cl_3$.

Аквакомплексы – в которых лигандом выступает вода: $[Co(H_2O)_6]Cl_2$; $[Cr(H_2O)_6]Cl_3$.

Карбонилы – в которых лигандами являются молекулы оксида углерода (II) $[Ni(CO)_4]$.

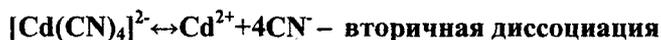
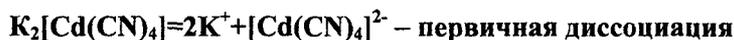
Ацидокомплексы – в этих комплексах лигандами являются анионы кислотных остатков, например: $K_2[PtCl_4]$; $K_4[Fe(CN)_6]$.

Гидроксокомплексы в качестве лигандов включают гидроксид-ионы: $K_2[Zn(OH)_4]$; $K_2[Sn(OH)_6]$.

Комплексный ион может содержать одновременно в качестве лигандов как молекулы, так и ионы. Как те, так и другие бывают разнородными. Так, ион Cr^{3+} в качестве комплексообразователя образует комплексные ионы: $[Cr(H_2O)_6]^{3+}$, $[Cr(NH_3)_3]^{3+}$, $[Cr(NH_3)_5]^{3+}$, $[Cr(H_2O)_5Cl]^{2+}$ и другие. Если лигандами являются ионы и молекулы, то заряд комплексного иона равен алгебраической сумме зарядов комплексообразователя и лигандов; если же лигандами являются только молекулы, то заряд комплексного иона равен заряду комплексообразователя. Например, заряд комплексного иона $[Co(NH_3)_6]$ равен $3+$; заряд комплексного иона $[Co(CN)_6]$ при том же комплексообразователе равен $3-$, а заряды комплексных ионов $[Co(NH_3)_5Br]$ и $[Co(NH_3)_4Br_2]$ соответственно $2+$ и $1+$.

Зная заряд комплексного иона и заряды лигандов, можно вычислить заряд комплексообразователя. Например, по заряду комплексного иона $[PtNH_3Cl_5]$ находим заряд комплексообразователя, вычитая из заряда комплексного иона заряды пяти лигандов Cl^- . В результате получаем: $-1 - (-5) = +4$. Следовательно, комплексообразователем в этом ионе является Pt^{4+} .

Частицы, находящиеся во внешней сфере, связаны с комплексным ионом преимущественно электростатическими силами и легко отщепляются в водном растворе. Эта диссоциация называется первичной, она протекает почти нацело, по типу диссоциации сильных электролитов. Лиганды, находящиеся во внутренней сфере, связаны с центральным атомом значительно прочнее, и отщепляется лишь в небольшой степени. Обратимый распад внутренней сферы комплексного соединения носит название вторичной диссоциации. Например, диссоциация на ионы комплексной соли $K_2[Cd(CN)_4]$ происходит по уравнению:



Константа этого равновесия называется константой нестойкости. Ею характеризуется степень устойчивости комплекса. Чем меньше константа нестойкости, тем прочнее комплекс. Например:

$$K_{[Ag(NH_3)_2]^+} = \frac{C_{Ag} \cdot C_{NH_3}^2}{C_{[Ag(NH_3)_2]^+}} = 9 \cdot 10^{-8}$$

$$K_{[\text{Ag}(\text{CN})_2]^-} = \frac{C_{\text{Ag}^+} \cdot C_{\text{CN}^-}^2}{C_{[\text{Ag}(\text{CN})_2]^-}} = 1 \cdot 10^{-21}$$

Эти константы показывают, что комплексный ион $[\text{Ag}(\text{CN})_2]^-$ во много раз прочнее комплексного иона $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2]^+$.

В учебной и научной литературе приведены исследования свойств и пространственного строения комплексных соединений; даны представления о природе химической связи; о методах установления координационных формул комплексных соединений.

Нами обращено внимание на методологический подход к изучению и изложению теоретического материала по теме «Комплексные соединения». На наш взгляд, учитывая свой опыт работы, такой метод изложения этой темы, является более целесообразным и, более доступной формой для лучшего усвоения студентами теоретического материала, учитывая специфику строения, а также свойства комплексных ионов и комплексных соединений.

Список литературы

1. Глинка Н.Л. Общая химия: Учебное пособие для вузов / Под ред. А.И.Ермакова.-изд.30-е, испр. – М.: Интеграл-Пресс, 2005.
2. Ахметов Н.С. Общая и неорганическая химия. Учеб. для вузов / Н.С. Ахметов. – 5-е изд. испр. – М.: Высшая школа, 2003.
3. Абкин Г.Л. Задачи и упражнения по общей химии / Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1971.
4. У.Слейбо, Т.Персонс. Общая химия / Учебное пособие // Перевод с англ. Е.Л. Розенберга. – М.: Мир, 1979.
5. А.Мак-Клеллан, Г.Пиментал, Л.Малм, Дж.Кемпбел. Химия / Учебное пособие // Перевод с англ. Е.Л.Розенберга / Под ред. М.Е.Дяткиной. – часть II. – М.: Изд-во Мир, 1973.
6. Николаев Л.А. Общая и неорганическая химия / Учебное пособие. -- М.: Просвещение, 1974.

Ответственные за выпуск:
Гордон В.А., Разина Е.В.

Известия ОрелГТУ.
Серия «Естественные науки». – 2006. – № 9-10. – 132 с.

Лицензия № ИД 00670 от 05.01.2000

Подписано в печать

Формат 69х90/8.

Бумага офсетная.

Печать ризография.

Гарнитура «Таймс».

Усл. печ. л. 16,5

Тираж 500 экз.

Заказ № 04/07

Отпечатано с готового оригинал-макета
в ООО «СтройИндустрияИнвест»
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29.